



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO



**Mariana Ferreira de Carvalho Chaves**

MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA O PROBLEMA  
DE ALOCAÇÃO DE SALAS DE UMA UNIVERSIDADE FEDERAL

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

CATALÃO – GO, 2024



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO**  
**INSTITUTO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA**

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, número 1120, - Bairro Setor Universitário, Catalão/GO, CEP 75704-020  
Telefone: - - <https://www.ufcat.edu.br>

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA)**

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DE TESES E DISSERTAÇÕES DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO (UFCAT)**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Catalão (UFCAT) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFCAT), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFCAT é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação ou Tese?

Dissertação

2. Nome completo do autor:

Nome completo do(a) orientador(a):

Mariana Ferreira de Carvalho Chaves

3. Título do trabalho

Título:

MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE SALAS DE UMA UNIVERSIDADE FEDERAL

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento:  SIM  NÃO<sup>1</sup>

[<sup>1</sup>] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
- b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

**O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.**

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs.: Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor**



Documento assinado eletronicamente por **THIAGO ALVES DE QUEIROZ, Professor(a) do Magistério Superior**, em 19/03/2024, às 19:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mariana Ferreira de Carvalho Chaves, Usuário Externo**, em 19/03/2024, às 20:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0051281** e o código CRC **8FF5136B**.

MARIANA FERREIRA DE CARVALHO CHAVES

MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA O PROBLEMA  
DE ALOCAÇÃO DE SALAS DE UMA UNIVERSIDADE FEDERAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, do Instituto de Matemática e Tecnologia, da Universidade Federal de Catalão (UFCAT), como requisito para obtenção do título de Mestra em Modelagem e Otimização. Área de concentração: Modelagem e Otimização. Linha de pesquisa: Pesquisa Operacional.

Orientador:

Thiago Alves de Queiroz

Coorientadora:

Layane Rodrigues de Souza Queiroz

CATALÃO – GO

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFCAT.

Chaves, Mariana Ferreira de Carvalho  
Modelo de Programação Linear Inteira para o Problema de Alocação de Salas de uma Universidade Federal / Mariana Ferreira de Carvalho Chaves. - 2024.  
64, LXIV f.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Alves de Queiroz; co-orientadora Profa. Dra. Layane Rodrigues de Souza Queiroz.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Catalão, Instituto de Matemática e Tecnologia, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, Catalão, 2024.

Inclui lista de figuras, lista de tabelas.

1. Problema de Alocação de Salas. 2. Instituição de Ensino Superior. 3. Problema de Quadro de Horários. 4. Programação Linear Inteira. I. Queiroz, Thiago Alves de , orient. II. Título.

CDU 658.5

## ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 01 da sessão de Defesa de Dissertação de **Mariana Ferreira de Carvalho Chaves**, que confere o título de **Mestre(a) em Modelagem e Otimização**, na área de concentração em **Modelagem e Otimização**.

Aos vinte e seis dias de fevereiro de 2024, a partir das 14h, via Web Conferência (Google Meet - <https://meet.google.com/gyg-nxab-hnn>), reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores **Dr. Thiago Alves de Queiroz (PPGMO / IMTec / UFCA)**, (orientador), **Dra. Dayse Silveira de Almeida (PPGMO / IBIOTEC / UFCA)**, membro titular interno e **Dr. Arthur Harry Frederico Ribeiro Kramer (EMSE)**, membro titular externo, para, em sessão pública, procederem a avaliação da Dissertação intitulada “MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE SALAS DE UMA UNIVERSIDADE FEDERAL”, de autoria de **Mariana Ferreira de Carvalho Chaves**, discente do Programa de Pós-graduação em Modelagem e Otimização – PPGMO, da Universidade Federal de Catalão - UFCA. A sessão foi aberta pelo presidente, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida ao discente que, em 28 min procedeu a apresentação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu a examinanda. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Dissertação, que foi considerado: ( X ) **Aprovado(a) ou ( ) Reprovado(a)**. Cumpridas as formalidades de pauta, a presidência da mesa encerrou a sessão e, para constar, lavrou-se a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora. **Vinte e seis dias do mês de fevereiro de dois mil e vinte e quatro.**



Documento assinado eletronicamente por **THIAGO ALVES DE QUEIROZ, Professor(a) do Magistério Superior**, em 26/02/2024, às 15:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Arthur Harry Frederico Ribeiro Kramer, Usuário Externo**, em 26/02/2024, às 15:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **DAYSE SILVEIRA DE ALMEIDA, Professor(a) do Magistério Superior**, em 27/02/2024, às 13:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0041245** e o código CRC **96273D4C**.

*À memória de meu pai Antunes, à minha mãe Maria, meus irmãos Vanessa e Rodrigo,  
minha sobrinha Sofia e ao meu companheiro Guilherme, com todo amor e carinho.*

---

# Agradecimentos

---

Agradeço à minha família, em especial ao meu pai Antunes, pelo incentivo para sempre buscar conhecimento e realizar meus sonhos.

Ao meu namorado Guilherme, por estar ao meu lado em todos os momentos, com seu amor, apoio e companheirismo.

Ao meu orientador, professor Thiago Alves de Queiroz, por todos seus ensinamentos, conselhos, paciência, oportunidades e orientação dedicada, que foram essenciais para o sucesso deste trabalho.

À todos os meus professores que contribuíram para a minha formação e a todos os meus amigos pela apoio e amizade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) pelo auxílio financeiro recebido durante a realização do mestrado.

Enfim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para o meu desenvolvimento acadêmico e pessoal nessa etapa.

*“Estude, minha filha. Conhecimento é a única coisa que não podem tirar de você.”*

*Meu pai, Antunes*

# RESUMO

CHAVES, M. F. C. DE. *Modelo de Programação Linear Inteira para o Problema de Alocação de Salas de uma Universidade Federal*. 2024. 64 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem e Otimização) – Instituto de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Catalão, Catalão – GO.

O presente estudo é realizado na Universidade Federal de Catalão sobre o problema de alocação de salas, que é comumente encontrado em instituições de ensino. A finalidade é melhorar a alocação semestral das disciplinas dos cursos de graduação às salas disponíveis nos blocos de ensino, otimizando os recursos de tempo e pessoal administrativo necessários para essa tarefa. A partir de estudos da literatura e considerando os requisitos impostos pela universidade, propõe-se um modelo de programação linear inteira, avaliando-o em termos de solução e tempo computacional. O modelo desenvolvido foi implementado em uma linguagem de programação de alto nível e testado sobre 75 instâncias geradas a partir de dois casos reais da universidade. Desta forma, duas das instâncias correspondem às solicitações reais de reserva de salas para o primeiro e segundo semestres letivos do ano de 2023. Para essas duas instâncias, o modelo de programação linear inteira apresentou soluções ótimas com 99,63% e 100% das disciplinas alocadas nas salas de aula, respectivamente, melhorando o resultado apresentado pela universidade. Antes da proposta do modelo de programação matemática, essa tarefa era realizada manualmente por uma equipe administrativa da universidade, podendo demandar cerca de uma semana para se ter uma primeira alocação de disciplinas. Assim, com a proposta do modelo, contribui-se com a equipe administrativa, otimizando o tempo para realizar tal tarefa, bem como os recursos de pessoal empregados pela universidade.

**Palavras-chaves:** Problema de Alocação de Salas, Instituição de Ensino Superior, Problema de Quadro de Horários, Programação Linear Inteira.

# ABSTRACT

CHAVES, M. F. C. DE. *Integer Linear Programming Model for the Classroom Assignment Problem of a Federal University*. 2024. 64 f. Master Thesis in Modelling and Optimization – Instituto de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Catalão, Catalão – GO.

The present study is conducted at the Federal University of Catalão on the common classroom assignment problem that educational institutions are used to face. The objective is to improve the semester assignment of disciplines from the undergraduate courses to the classrooms available in the teaching buildings, optimizing the resources of time and administrative staff necessary for this task. From literature studies and considering the requirements imposed by the university, an integer linear programming model is proposed to solve the university's problem. The proposed model is evaluated in terms of solution quality and computing time. It was implemented in a high-level programming language and tested on 75 instances generated from two real university cases. In this way, two instances correspond to classroom assignment requests for the 2023's first and second semesters. For such instances, the integer linear programming model obtained optimal solutions with 99.63% of the disciplines assigned to the available classrooms in the first semester and 100% of the disciplines assigned in the second semester, improving the results presented by the university staff. Before the proposal of the mathematical optimization model, this problem was solved manually by the administrative staff, taking about one week to have the first feasible assignment of disciplines. Therefore, with the proposal of the model, this thesis contributes to the administrative staff, reducing the time to carry out such a task and optimizing the personnel resources used by the university.

**Keywords:** Classroom Assignment Problem, Higher Education Institution, Timetabling Problem, Integer Linear Programming.

---

# LISTA DE FIGURAS

---

Figura 2.1 – Variantes do problema de quadro de horários educacional. . . . .	20
Figura 2.2 – Métodos utilizados pelos autores citados de acordo com o período. . . . .	27
Figura 3.1 – Blocos didáticos 1 (à esquerda) e 2 (à direita). . . . .	32
Figura 4.1 – Percentual de disciplinas não alocadas, por carga horária, conforme os resultados da Tabela 4.8 para o primeiro semestre. . . . .	47
Figura 4.2 – Tempo de solução requerido pelo <i>solver</i> para as instâncias do primeiro semestre. . . . .	48
Figura 4.3 – Percentual de disciplinas não alocadas, por carga horária, conforme os resultados da Tabela 4.9 para o segundo semestre. . . . .	49
Figura 4.4 – Tempo de solução requerido pelo <i>solver</i> para as instâncias do segundo semestre. . . . .	49
Figura 4.5 – Solução encontrada para a instância #1 do primeiro semestre com modelo de PLI. . . . .	50
Figura 4.6 – Quadro de horários da sala 204 do bloco didático 2 para a instância #38 do primeiro semestre. . . . .	55
Figura 4.7 – Quadro de horários da sala 310 do bloco didático 1 para a instância #38 do primeiro semestre. . . . .	55

---

# LISTA DE TABELAS

---

Tabela 2.1 – Métodos utilizados pelos autores citados de acordo com o problema abordado. . . . .	28
Tabela 3.1 – Horários e dias da semana para alocação de salas na UFCAT. . . . .	31
Tabela 3.2 – Parâmetros e conjuntos adotados no modelo de programação linear inteira. . . . .	33
Tabela 3.3 – Restrições flexíveis para o problema de alocação de salas da UFCAT. . . . .	33
Tabela 3.4 – Restrições rígidas a respeitar para o problema de alocação de salas da UFCAT. . . . .	34
Tabela 4.1 – Característica das instâncias geradas a partir do caso real da UFCAT para o 1º semestre de 2023. . . . .	39
Tabela 4.2 – Característica das instâncias geradas a partir do caso real da UFCAT para o 2º semestre de 2023. . . . .	40
Tabela 4.3 – Quantidade de salas para as instâncias geradas aleatoriamente. . . . .	41
Tabela 4.4 – Quantidade de horas-aula por dia e horário da instância #39 do 1º semestre. . . . .	42
Tabela 4.5 – Quantidade de salas disponíveis para cada horário no 1º semestre. . . . .	42
Tabela 4.6 – Quantidade de horas-aula por dia e horário da instância #36 do 2º semestre. . . . .	43
Tabela 4.7 – Quantidade de salas disponíveis para cada horário no 2º semestre. . . . .	44
Tabela 4.8 – Resultado das 39 instâncias relacionadas ao 1º semestre de 2023. . . . .	45
Tabela 4.9 – Resultado das 36 instâncias relacionadas ao 2º semestre de 2023. . . . .	46
Tabela 4.10 – Disciplinas não alocadas na instância #10 do primeiro semestre. . . . .	51
Tabela 4.11 – Disciplinas não alocadas na instância #26 do primeiro semestre. . . . .	51
Tabela 4.12 – Disciplinas não alocadas na instância #27 do segundo semestre. . . . .	51
Tabela 4.13 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na instância #2 do primeiro semestre. . . . .	52
Tabela 4.14 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na instância #4 do primeiro semestre. . . . .	52
Tabela 4.15 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na instância #21 do segundo semestre. . . . .	52
Tabela 4.16 – Disciplinas não alocadas para a instância #38 representando o primeiro semestre de 2023 da UFCAT. . . . .	53

Tabela 4.17 – Disciplinas não alocadas na solução construída manualmente pela PROGRAD. . . . .	54
Tabela 4.18 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na solução construída manualmente pela PROGRAD. . . . .	54
Tabela 4.19 – Detalhes das soluções obtidas com o modelo proposto e feita manualmente pela equipe técnica. . . . .	54

---

# SUMÁRIO

---

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	Objetivos e Justificativas	14
1.2	Metodologia	15
1.3	Estruturação do Trabalho	17
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>18</b>
2.1	Problemas de Quadro de Horários	18
2.2	Problema de Quadro de Horários em Universidades	21
2.3	Modelos de Programação Matemática	28
<b>3</b>	<b>MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA A ALOCAÇÃO DE SALAS</b>	<b>30</b>
3.1	Problema de Alocação de Salas da UFCAT	30
3.2	Modelo de Programação Linear Inteira	32
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>37</b>
4.1	Detalhes de Implementação	37
4.2	Instâncias	38
4.3	Resultados Computacionais	44
4.3.1	Resultados do modelo de PLI	44
4.3.2	Arquivos de saída	50
4.3.3	Comparação com as soluções da universidade	52
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>56</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>58</b>

## Capítulo 1

---

# INTRODUÇÃO

---

No problema de quadro de horários objetiva-se atribuir recursos finitos para atividades a serem realizadas em um determinado período de tempo (OKE; WAKILI; OLAYIWOLA, 2023). Este problema surge naturalmente em diversos contextos, como: logística (JOUGLET; NACE; OUTTERYCK, 2016), esportes (BULCK; GOOSSENS, 2023) e escala de enfermeiros (HADWAN, 2022). Nas instituições de ensino, esse problema é comumente denominado problema de quadro de horários educacional, sendo suas principais variantes relacionadas ao quadro de horários de cursos, de exames e em escolas (TAN *et al.*, 2021).

Em universidades, o problema de lidar com os quadros de horários das disciplinas ocorre geralmente no início do semestre letivo, em que se busca satisfazer as demandas e particularidades da instituição (ALVES *et al.*, 2022). Devido ao alto número de disciplinas por curso e as restrições de espaço físico (por exemplo, poucas salas de aulas e laboratórios), obter uma solução viável para o problema pode requerer tempo, ainda mais quando esta é construída de forma manual, mesmo por pessoas experientes (BAILEY; MICHAELS, 2019).

Em geral, problemas de quadro de horários são computacionalmente difíceis de serem resolvidos e, diante disso, vários métodos têm sido aplicados para a resolução, como é o caso da proposta de modelos de programação linear inteira, algoritmos exatos enumerativos ou de programação por restrições, e algoritmos heurísticos, incluindo as metaheurísticas. Uma das variantes do problema engloba a definição de quadros de horários em instituições de ensino, como as universidades, com a finalidade de alocar as demandas de cursos, disciplinas ou turmas em horários e salas, buscando ainda atender às restrições específicas da instituição (CARTER; LAPORTE, 1998; NGO *et al.*, 2021; OKE; WAKILI; OLAYIWOLA, 2023).

De acordo com as especificidades do local, o problema pode ser denotado, por exemplo, como quadro de horários de curso, quadro de horários turma-professor, alocação de professores para disciplinas ou alocação de salas para disciplinas (CARTER; LAPORTE, 1998). O problema de alocação de salas tem o objetivo de desenvolver o quadro de horários de acordo com a demanda de cursos pela alocação de disciplinas em salas de aula (RIVERO;

ESCÁRCEGA; VELASCO, 2020). Como as instituições possuem características distintas, os métodos de solução propostos tendem a lidar com as especificidades de cada uma, melhor se ajustando as suas necessidades (OHNISHI; SUZUKI; SASAKI, 2022).

A título de exemplo, na Universidade Federal de São Paulo, Cirino, Costa e Santos (2013) resolveram o problema de alocação de salas do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, fazendo uso de um método desenvolvido especificamente para atender as demandas do instituto. Assim, a tarefa de alocação que antes era desenvolvida em semanas, com o método proposto passou a ser feita em horas. De forma similar, na Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Frade e Camargo (2016) resolveram o problema de alocação de salas do Instituto de Ciências Tecnológicas e Exatas. A equipe responsável pela alocação das salas precisava de cerca de um mês para realizar esta tarefa, porém após a proposta do autor, a tarefa passou a ser realizada em um dia. Analogamente, o método de solução proposto em Santos e Bernardes (2022) para o problema de alocação de salas do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz permitiu aumentar em torno de 51% o número de disciplinas atendidas com alguma sala.

Na Universidade Federal de Catalão (UFCAT), localizada na cidade de Catalão, Goiás, as reservas de salas são efetuadas a partir de solicitações das unidades acadêmicas para atender a demanda de seus cursos de graduação e pós-graduação. O setor responsável pela alocação de salas busca atender essas demandas observando as preferências de horário já definidas pelos cursos e a demanda por infraestrutura ou equipamentos específicos, de forma que melhor se encaixe nos atributos da disciplina. Esta tarefa vem sendo realizada manualmente pelo pessoal técnico-administrativo do setor, podendo requerer mais de uma semana para a obtenção de uma alocação viável de salas.

Na presente dissertação, investiga-se o problema de alocação de salas da UFCAT com o propósito de propor um modelo de otimização linear inteira para a alocação otimizada de salas. Espera-se com isso diminuir o tempo que a equipe técnica precisa para realizar esta atividade, bem como apresentar soluções que consigam alocar o maior número possível de disciplinas, já que isso tem sido um gargalo enfrentado pela universidade, assim atendendo as demandas dos diferentes cursos por salas de aula.

## 1.1 Objetivos e Justificativas

O objetivo central deste estudo consiste em propor um modelo de otimização matemática, em particular, de programação linear inteira, para o problema de alocação de salas presente na UFCAT, aplicando tal modelo para resolver instâncias reais das situações vivenciadas na universidade. Assim, os objetivos específicos são:

- revisar a literatura sobre estudos que abordam o problema de quadro de horários em

universidades, principalmente de alocação de salas, e os métodos utilizados para a sua resolução;

- adquirir conhecimentos sobre a universidade para o desenvolvimento de um modelo de otimização matemática, como: infraestrutura, horários, disciplinas que compõem a grade curricular, entre outros;
- propor um modelo de otimização matemática, definindo suas variáveis, restrições e objetivo;
- implementar o modelo de otimização em uma linguagem de alto nível, usando algum *solver* para resolvê-lo;
- analisar a qualidade das soluções do modelo proposto conforme a realidade da universidade, de forma a diminuir o esforço do setor responsável por realizar tal tarefa.

A resolução do problema de alocação de salas da UFCAT se justifica pela diminuição de tempo necessário pela equipe técnica para realizar tal atividade e pela qualidade dos resultados que um modelo matemático pode oferecer, com a possibilidade de se ter várias soluções distintas e obtidas mais rapidamente. Esta atividade tem sido feita manualmente pela equipe responsável, podendo demandar dias, principalmente quando ajustes são necessários ou novas solicitações de salas chegam de última hora. Desta forma, a equipe técnica que lida com essa atividade poderia ser utilizada para suprir as várias outras demandas da universidade. Outro ponto a ser notado é a contribuição deste trabalho para a elaboração de outros modelos e métodos de solução para problemas de alocação de salas em instituições de ensino no Brasil e no exterior.

## 1.2 Metodologia

Uma pesquisa pode ser classificada quanto a sua abordagem, natureza, objetivo e procedimento. Quanto a sua abordagem, [Creswell \(2007\)](#) classifica um estudo como:

- Pesquisa qualitativa: caracterizada pela sua subjetividade, apresentando dados de entrevista, observação e documentos. Baseada em análise de texto e imagem;
- Pesquisa quantitativa: utiliza métodos predeterminados para encontrar uma solução do problema. Pode utilizar dados de desempenho, observacionais e de censo para realizar uma análise estatística;
- Pesquisa mista ou quali-quantitativa: é a junção entre as pesquisas qualitativa e quantitativa. É caracterizada pela subjetividade e objetividade das análises.

Em relação a sua natureza, Gil (2008) define a pesquisa em básica e aplicada, ou seja:

- Pesquisa básica: tem o intuito de gerar conhecimentos científicos sem aplicá-lo;
- Pesquisa aplicada: esse tipo depende das descobertas da pesquisa básica e o seu foco é a aplicação de conhecimentos.

O estudo também pode ser categorizado de acordo com o seu objetivo, de forma que Gil (2008) apresenta três categorias:

- Pesquisa exploratória: tem como finalidade proporcionar uma visão geral sobre o tema. Normalmente constitui a primeira etapa de uma investigação, envolvendo revisão bibliográfica e estudos de caso;
- Pesquisa descritiva: tem como objetivo caracterizar uma população ou fenômeno;
- Pesquisa explicativa: tem o intuito de identificar os fatores que determinam os fenômenos, explicando a razão das coisas.

Em relação aos procedimentos, de acordo com Gil (2008), a pesquisa pode ser classificada como: experimental; bibliográfica; documental; estudo de campo; *ex-post-facto*; levantamento; levantamento de campo (*survey*) e; estudo de caso.

Desta forma, considerando as descrições apresentadas anteriormente, o presente trabalho é classificado como uma pesquisa explicativa e exploratória de abordagem quali-quantitativa e natureza aplicada, que faz uso de um procedimento bibliográfico e experimental. Para a sua realização, as seguintes etapas foram realizadas:

- Revisão da literatura, buscando artigos nas bases de dados da SciELO, Scopus, Google Scholar e CAFE-CAPES, que apresentam e discutem os diversos métodos para encontrar a solução viável ou ótima, sejam heurísticas e metaheurísticas, ou métodos exatos baseados na resolução de modelos de otimização matemática, para problemas de alocação de salas em universidades;
- Definição do método de solução a ser utilizado para lidar com o problema encontrado na UFCAT, de acordo com os conhecimentos adquiridos na etapa anterior;
- Coleta de dados da UFCAT, a partir de banco de dados e dos sistemas da Universidade, buscando a definição do problema de alocação de salas conforme as especificidades da Universidade;
- Elaboração de um modelo de otimização matemática para o problema de alocação de salas da UFCAT, de forma que possa atender as suas demandas e restrições. Sendo

o modelo de programação linear inteira, pode-se definir quais métodos de solução aplicar sobre o problema, neste caso, métodos exatos;

- Implementação computacional do modelo proposto, seguida da validação por meio de experimentos com instâncias construídas sobre os casos reais vivenciados pela UFCAT;
- Avaliação das soluções obtidas com o modelo matemático, confrontando-as com as soluções usadas pela Universidade.

### 1.3 Estruturação do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em cinco capítulos, quais sejam: introdução; revisão bibliográfica; caracterização da universidade e proposta de um modelo de otimização; resultados e discussões; e, conclusões e trabalhos futuros. Os pontos presentes em cada capítulo são:

- Capítulo 1: breve apresentação do problema de quadro de horários, sua importância e variantes, como é o caso do problema de alocação de salas enfrentado pela Universidade Federal de Catalão, além dos objetivos, justificativa e metodologia do trabalho;
- Capítulo 2: aprofundamento sobre o problema de quadro de horários, assim como estudos da literatura que abordaram este problema aplicado em universidades. Apresenta-se ainda o tipo de modelo desejado para lidar com o problema da UFCAT, ou seja, modelos de programação linear inteira;
- Capítulo 3: descreve o problema presente na UFCAT, assim como traz as especificidades da universidade e os requisitos do problema. Informações relevantes da universidade também são dadas neste capítulo. Apresenta-se ainda uma proposta de modelo de otimização matemática, em particular, um modelo de programação linear inteira, com seus parâmetros, variáveis, restrições e objetivo para lidar com o problema de alocação de salas da UFCAT;
- Capítulo 4: apresenta detalhes da implementação do modelo proposto e das instâncias utilizadas nos experimentos computacionais. Os resultados dos experimentos realizados para validar o modelo são discutidos neste capítulo, assim como são analisadas as soluções das instâncias relacionadas ao primeiro e segundo semestres do ano de 2023 da universidade.
- Capítulo 5: traz as conclusões deste trabalho, além de perspectivas para a continuidade da pesquisa e o desenvolvimento de outras pesquisas no futuro.

## Capítulo 2

---

# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

Neste capítulo é apresentada uma breve revisão da literatura sobre o problema de quadro de horários e suas variantes, com interesse particular no problema de alocação de salas. Descrevem-se contribuições da literatura sobre esses problemas, incluindo os métodos de solução utilizados. Eles são problemas geralmente da classe NP-Difícil e de otimização combinatória. Desta forma, dentre os métodos de solução existentes, há a proposta de modelos de programação matemática, em sua grande maioria, de programação linear inteira, resolvidos por métodos exatos.

Diversos problemas reais se enquadram como problemas de otimização combinatória (KORTE *et al.*, 2011). Este é um ramo da matemática aplicada e da ciência da computação que estuda problemas de otimização sobre conjuntos envolvendo combinações de possibilidades (OHNISHI; SUZUKI; SASAKI, 2022). Tais problemas possuem um número finito de soluções, todavia, torna-se inviável obter a melhor solução (ótima) de forma enumerativa simples, devido ao grande número de soluções possíveis. Desta forma, na literatura existe a proposição de vários métodos, como: exatos, a partir da resolução de modelos de programação linear inteira e de programação por restrições; heurísticos, como de busca local, construtivas e as metaheurísticas; e algoritmos de aproximação (GOLDBARG; LUNA, 2005).

### 2.1 Problemas de Quadro de Horários

Os problemas de alocação podem ser agrupados em quatro categorias: *scheduling* (escalonamento), *timetabling* (quadro de horários), *sequencing* (sequenciamento) e *rostering* (designação). O objetivo comum desses problemas é atribuir recursos para atividades em um tempo específico satisfazendo requisitos determinados (WREN, 1996). Mesmo que eles possam compartilhar características comuns, cada categoria apresenta suas especificidades.

O problema tratado nesta dissertação é categorizado como um problema de quadro

de horários (PQH). De forma geral, tais problemas buscam pela atribuição de um conjunto de entidades a um número limitado de recursos, de forma que satisfaça um conjunto de requisitos (CARVALHO, 2011). Para obter uma solução viável, busca-se atender restrições rígidas, enquanto a qualidade da solução poderá ser definida por penalidades sobre restrições flexíveis (MIKKELSEN; HOLM, 2022).

Em geral, problemas de quadro de horários são computacionalmente difíceis e, assim, obter a melhor solução pode ser um processo bastante demorado, principalmente, quando se trata de contextos reais. Desta forma, podendo não alcançar uma solução ótima em tempo aceitável para o tal contexto real (CERDEIRA-PENA *et al.*, 2008). O PQH e suas variantes podem ser encontrados em diversos contextos, como: transporte, esporte, escala de enfermeiros e quadro de horários de universidades (TAVAKOLI *et al.*, 2020).

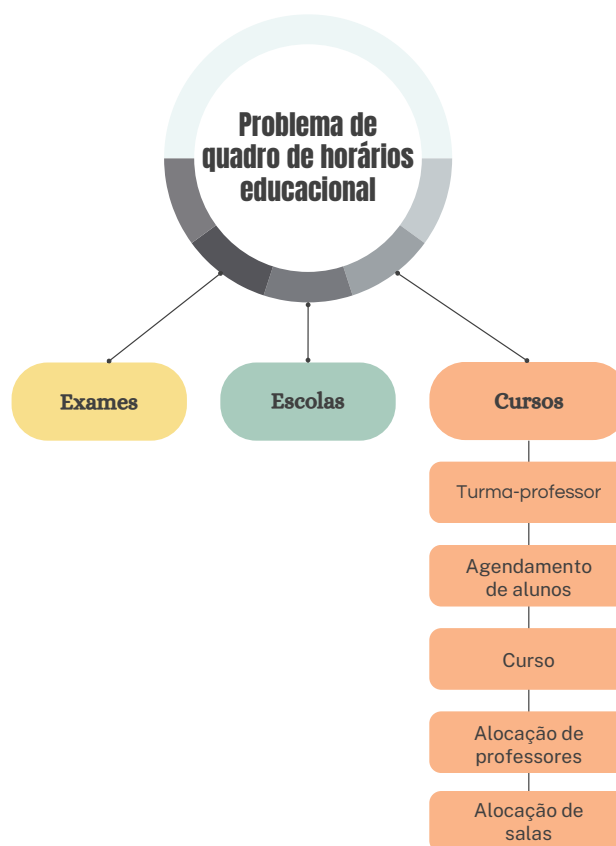
Em alguns casos, devido a complexidade envolvida na modelagem do problema ou a necessidade de se obter uma solução de forma rápida, utilizam-se as heurísticas. Estas sacrificam o ideal de perfeição dado pela busca de uma solução ótima em troca de uma solução viável (de boa qualidade) (HILLIER; LIEBERMAN, 2013). O PQH tem sido solucionado com o uso de heurísticas, incluindo as metaheurísticas, embora também se encontre a proposta de modelos matemáticos, resolvidos com o emprego de métodos exatos. O PQH pode ser encontrado no contexto educacional, que é de interesse desta dissertação.

O PQH educacional pode ser organizado em três categorias principais: cursos, exames e escola. A variante comum em universidades é o PQH de cursos e, conforme Carter e Laporte (1998), ela pode ainda ser dividida em cinco tipos de problemas: quadro de horários de curso, quadro de horários turma-professor, agendamento de alunos, alocação de professores e alocação de salas. A Figura 2.1 ilustra as variantes do PQH educacional.

O PQH em escolas tem o intuito de associar recursos, tais como horários, professores, alunos e salas a um conjunto de eventos (PILLAY, 2014; TAN *et al.*, 2021). Tal problema pode ser encontrado nos trabalhos de Schaerf (1999a), Dorneles, Araújo e Buriol (2014), Bailey e Michaels (2019), Tassopoulos *et al.* (2023). As suas restrições podem contemplar questões de preferência dos professores, carga horária e disciplinas.

O PQH de exames, também referenciado como problema de agendamento de exames, foi investigado por Laporte e Desroches (1984), Carter, Laporte e Lee (1996), Gogos, Alefragis e Housos (2012), Leite, Melício e Rosa (2019), com a motivação em aplicações de universidades. Ele consiste em elaborar um calendário de exames, normalmente dado por algumas semanas, de forma a atribuir os exames em um espaço-tempo para que os alunos não tenham mais de um exame no mesmo horário (BARDADY, 1996). As restrições frequentemente consideradas envolvem choque de horário entre os exames, capacidade das salas e quantidade máxima de alunos que podem fazer o mesmo exame (MERLOT *et al.*, 2003).

Figura 2.1 – Variantes do problema de quadro de horários educacional.



Fonte: Carter e Laporte (1998), Tan *et al.* (2021).

O PQH de cursos consiste, em geral, em agendar um conjunto de disciplinas, dado um número limitado de salas e com períodos flexíveis (MIKKELSEN; HOLM, 2022). Uma de suas categorias, o quadro de horários de curso, busca pela designação de um conjunto de aulas para cada curso em salas e períodos de tempo limitados (SCHAERF, 1999b). Esses problemas podem incluir situações em que os alunos são de cursos diferentes e a disciplina deve ocorrer em um horário que possibilite que todos ou a maioria deles participe (MIRHASANI; HABIBI, 2013). O objetivo pode ser minimizar os conflitos satisfazendo restrições rígidas e flexíveis, como distância, intervalos e demanda de alunos (CARTER; LAPORTE, 1998). Observa-se que diferentes métodos de solução foram propostos para esse problema, como em Chiarandini *et al.* (2006), Murray, Müller e Rudová (2007), Gülcü e Akkan (2020), Rezaei-panah, Matoori e Ahmadi (2021).

O problema de quadro de horários turma-professor é mais comum em escolas de ensino fundamental e médio, buscando pela alocação de professores em turmas e salas. Neste caso, as turmas são fixas e deve-se designar um professor para cada turma sem gerar conflitos e satisfazendo as restrições impostas pela instituição (CARTER; LAPORTE, 1998). Algumas restrições básicas que devem ser respeitadas são: os professores e as turmas não podem

ser designados para duas disciplinas no mesmo horário, os professores podem ser alocados apenas nas disciplinas que contemplam suas habilidades e a quantidade determinada de aulas de uma disciplina dada semanalmente por um professor deve ser atendida (SANTOS; OCHI; SOUZA, 2005). Alguns trabalhos que abordaram esse problema foram Asratian e Werra (2002), Santos *et al.* (2012), Al-Yakoob e Sherali (2015), Saviniec *et al.* (2020).

O problema de agendamento de alunos surge em situações em que as disciplinas são ofertadas de acordo com a demanda dos alunos, como visto em Feldman e Golubic (1990), Adamidis e Kinigopoulos (2011), Akbarzadeh e Maenhout (2021), Boufflet, Arbaoui e Moukrim (2021). O intuito é alocar os estudantes nas turmas atendendo as suas demandas e providenciar um quadro de horários sem conflito (CHENG; KRUK; LIPMAN, 2003). Ao mesmo tempo, deve-se respeitar a capacidade das salas e restrições como pausas para almoço e quantidade de dias presentes na universidade, englobando as preferências dos alunos (HEITMANN; BRÜGGEMANN, 2014).

No problema de alocação de professores, o interesse geral está em vincular professores à disciplinas (ou atividades) considerando a preferência dos professores (BARDADY, 1996; CARTER; LAPORTE, 1998). O problema ainda pode considerar as horas disponíveis de cada professor, se o curso ministrado condiz com a formação do professor e as preferências deles (SZWARC; BACH-DĄBROWSKA; BOCEWICZ, 2018). Alguns métodos de solução para este problema podem ser encontrados em Gunawan e Ng (2011), Domenech e Lusa (2016), Clare e Aschbacher (2001).

Os problemas de alocação de salas são comumente encontrados em universidades brasileiras e no exterior (KRIPKA; KRIPKA; SILVA, 2011; RIBEIRO *et al.*, 2011; SALES; MÜLLER; SIMONETTO, 2015; CIRINO; SANTOS; DELBEM, 2015). Esses problemas estão relacionados com a definição de salas para disciplinas considerando, por exemplo, os equipamentos presentes em cada sala, a capacidade da sala, o número de alunos matriculados na disciplina, os pedidos de cursos, os professores e os alunos para a disciplina. Nesse tipo de problema, além de se considerar restrições presentes em problemas de quadro de horários, também se pode considerar aquelas apresentadas pelos cursos, alunos e professores (OHNISHI; SUZUKI; SASAKI, 2022). Das categorias de problemas de quadro de horários, aquela investigada nesta dissertação é a de alocação de salas, que representa a realidade demandada atualmente pela UFCAT.

## 2.2 Problema de Quadro de Horários em Universidades

A presença de muitas restrições pode tornar um problema de quadro de horários inefectível. Além disso, sendo em geral um problema na classe NP-Difícil, a busca por uma solução ótima pode crescer, em tempo, de forma exponencial com o tamanho da entrada do problema (GAREY; JOHNSON, 1979). Desta forma, existe um esforço considerável, além da

necessidade de tempo, ao considerar a busca manual por uma solução viável, quase sempre não sendo uma solução ótima. Devido a essas e outras dificuldades, pesquisadores propuseram diversos métodos para a solução do PQH e variantes aplicadas em universidades. Como cada universidade apresenta seu próprio currículo e restrições, torna-se ainda mais complexo encontrar um método de solução genérico e de fácil aplicação.

**Broder (1964)** aplicou um método baseado na técnica de Monte Carlo para o problema de agendamento de exames, considerando a resolução de instâncias com 700 estudantes e 99 disciplinas diferentes. As solicitações eram feitas pelos alunos aos responsáveis dos exames. Os testes foram realizados para 14, 16 e 20 períodos disponíveis. O objetivo do estudo foi minimizar o número de conflitos entre os horários de exames para os estudantes. Para tal, o autor seguiu quatro etapas: desenvolver uma matriz de conflitos; reformular a matriz de conflitos; reservar os exames nos períodos de tempo minimizando os conflitos; e a verificação final do agendamento. Com o método de solução proposto foi possível uma redução de cerca de 50% nos conflitos.

**Busam (1967)** lidou com um PQH para estudantes na *Washington State University*, utilizando dados do segundo semestre de 1966. O intuito era considerar as preferências dos alunos ao desenvolver o quadro de horários para os estudantes. O autor comparou os resultados obtidos com aqueles adotados pela universidade e que não contabilizava as preferências dos estudantes. O método proposto pelo autor também levou em consideração o número de pedidos, o código do pedido e a quantidade de assentos restantes na sala. Isto permitiu aos estudantes ter suas preferências atendidas em cerca de 72%, contra os 40% da solução utilizada pela universidade.

**Wood (1968)** resolveu um problema de agendamento de exames na *Manchester University Atlas*. Para minimizar os conflitos, o autor considerou que: o estudante não pode ter dois exames no mesmo período; todos os estudantes que farão o mesmo exame devem ser alocados na mesma sala; a quantidade de alunos não deve ultrapassar a quantidade de assentos na sala; e os estudantes podem ter no máximo dois exames no mesmo dia, contudo, em períodos diferentes. O autor resolveu uma instância que apresentava 5730 alunos, 1323 disciplinas, 15 dias de exames, 30 períodos (2 períodos por dia) e 18 salas. O sistema de matrizes aplicado no computador Atlas levou 10 minutos para gerar o resultado e trouxe a ocupação de cerca de 99% dos assentos nas salas, sendo que antes essa taxa era de 85%. Além disso, a quantidade de alunos com dois exames no mesmo dia teve uma redução em cerca de 50%.

**Breslaw (1976)** considerou a resolução de um modelo de programação linear para o problema alocação de professores sobre instâncias reais e fictícias. O objetivo do modelo era maximizar a soma ponderada da disciplina lecionada pelo professor multiplicada por um peso que determina a preferência do professor por aquela disciplina. Os dados da instância real são do departamento de economia da *Concordia University* do ano de 1975. Nos

dois semestres há um total de 85 disciplinas, algumas ministradas em apenas um semestre e outras ministradas durante o ano todo, 20 professores e 20 períodos de tempo por semestre. Na instância fictícia haviam 120 disciplinas, 40 disciplinas em cada semestre e 40 disciplinas ministradas durante todo o ano, 26 professores que devem lecionar 3 disciplinas por semestre, um instrutor com carga horária de 2 disciplinas por semestre e 20 períodos de tempo por semestre. O modelo aplicado resultou no quadro de horários das disciplinas, a lista de disciplinas ministradas por cada professor e a tabela referente à preferência dos professores pelas disciplinas.

Shih e Sullivan (1977) compararam três métodos distintos baseados em programação linear inteira para o problema de alocação de professores. O objetivo era maximizar a preferência dos professores sobre as disciplinas por eles ministradas. Foram testadas 3 instâncias, as duas primeiras apresentando 10 disciplinas, 5 professores que devem lecionar 2 disciplinas com no mínimo 25 e máximo de 80 estudantes e 22 restrições. As preferências foram dadas por uma escala de 1 a 10, sendo 10 a preferência mais alta. A última instância apresenta 9 disciplinas, 41 restrições, 5 professores, sendo que um deles deve lecionar 1 disciplina e os demais são responsáveis por 2 disciplinas, as turmas são formadas por no mínimo 40 e no máximo 140 alunos. O primeiro método apresentou os melhores resultados, com um tempo de processamento geral abaixo de 40 segundos, enquanto os demais requereram algumas horas e não conseguiram resolver a última instância.

Mulvey (1982) desenvolveu um método com abordagem de otimização baseada em rede com o intuito de maximizar a quantidade de disciplinas alocadas nos horários disponíveis. Foram realizados testes que consistiam em 50 horas-aula que deveriam ser alocadas em 10 salas, com características distintas. Uma solução viável foi alcançada em cinco iterações e não foi possível melhorá-la mediante a sua inspeção por especialistas da área.

Dinkel, Mote e Venkataramanan (1989) desenvolveram um sistema de suporte à decisão para o problema de alocação de professores da Faculdade de Administração de Empresas na *Texas A&M University*. A faculdade era composta por 175 professores, 300 disciplinas, 20 salas, 40 a 60 assistentes e 16 períodos por semestre. O método com abordagem de sistema de apoio à decisão baseado em rede proposto tem o intuito de atender cinco preferências: priorização de requerimentos do departamento, preferência do professor por uma sala e período do dia, preferência do professor por uma disciplina e prioridade para determinadas salas. A função objetivo tem como finalidade minimizar as penalidades de não atender as preferências e diminuir a quantidade de disciplinas que não podem ser alocadas devido a capacidade da sala. O método foi testado sobre três instâncias: semestres de outono e primavera de 1985 e o semestre de primavera de 1986. Os resultados obtidos foram comparados com o quadro de horários realizado manualmente por uma equipe especializada, notando-se que a quantidade de disciplinas não alocadas para os professores diminuíram em 89,13%, 73,81% e 85,71% para as instâncias, respectivamente.

O quadro de horários da *University of Leeds* era feito pela aplicação de um método baseado em coloração de grafos, considerando objetivos conflitantes: minimizar a quantidade de aulas ofertadas fora do horário pré-determinado e maximizar a utilização do espaço. Desta forma, [Lajos \(1995\)](#) desenvolveu um método baseado em programação por restrições com o intuito de superar o método anterior usado pela universidade. As restrições foram divididas em sete categorias: sem conflitos, espaço, tempo, suavidade (limitar a quantidade de aulas para cada período), grupos opcionais (garantir que um certo número de opções dadas pelos alunos não tenha conflitos), espalhado e adjacência (restrições adjacentes não sejam violadas). Os testes foram feitos para 2500 aulas por semana, sendo que os horários foram divididos em 12 blocos de tempo, de 2 horas cada, por dia.

[Paechter et al. \(1998\)](#) desenvolveram um método baseado em busca local para melhorar os resultados do sistema implementado na *Napier University*, que lidava com 2000 aulas por semestre, 45 períodos e 185 salas. O sistema anterior utilizava uma heurística de busca local e alocava todas as aulas, contudo algumas restrições rígidas eram violadas. A nova heurística de busca local teve como objetivo minimizar as mudanças na alocação, mas atendendo todas as restrições rígidas do problema. Os testes numéricos sobre o sistema inicial mostraram um resultado de 47,6% de mudanças em relação à alocação inicial, para um tempo de processamento de 248 segundos, enquanto que a nova heurística conseguiu reduzir para 43,9%, dado um tempo de 646 segundos.

[Goltz e Matzke \(1998\)](#) considerou o uso de programação por restrições para um problema de quadro de horários da Faculdade de Medicina *Charité* da *Humboldt University*. O modelo proposto contava com 10 restrições rígidas e 1 restrição flexível. Os testes foram realizados sobre demandas do curso clínico e as restrições não foram violadas. Os resultados finais foram gerados em arquivos disponibilizados na Internet. Assim, os autores criaram uma interface gráfica de forma que o usuário ainda poderia sugerir horários e escolher disciplinas desde que não violasse as restrições rígidas do problema.

[Elmohamed, Coddington e Fox \(1998\)](#) lidou com uma variante do problema de quadro de horários na *University of Syracuse*. Os métodos propostos no trabalho foram baseados em regras (SE); recozimento de campo médio (RMF); recozimento simulado (RS) com resfriamento geométrico; RS com resfriamento adaptativo e RS com resfriamento adaptativo e reaquecimento na função de custo. Além disso, as três versões de RS foram testados com soluções iniciais geradas por regras simples. Cada método foi aplicado com o objetivo de minimizar os custos e sobre instâncias referentes a três semestres da universidade. O método com melhor solução foi o RS com resfriamento adaptativo. Ele conseguiu alocar todas as disciplinas de todos os semestres. Os resultados menos satisfatórios foram obtidos a partir do método RS com resfriamento geométrico, alocando apenas 56,8% das disciplinas do terceiro semestre.

Para elaborar o quadro de horários de uma universidade, [Deris, Omatu e Ohta \(2000\)](#)

desenvolveram um método baseado na satisfação de restrições sobre uma abordagem orientada a objetos, com o objetivo de maximizar a preferência da atribuição de uma sala para uma determinada disciplina, a preferência de horário e minimizar as penalidades quando as restrições são violadas. A instância resolvida pelos autores era composta por 1673 disciplinas, 10 salas, 21 professores e o quadro de horários sendo gerado para 18 semanas. A solução foi obtida em 33 minutos, sendo que algumas restrições ainda foram violadas.

[Dimopoulou e Miliotis \(2001\)](#) lidaram com o PQH para cursos e o problema de agendamento de exames na *Athens University of Business and Economics*. A instituição conta com 7000 alunos e 60 horários por semana. Para o PQH para cursos, os autores consideraram a proposta de um sistema com cinco etapas: dados, sistema de controle, otimização, geração de relatórios e avaliação. As soluções para a maioria dos testes foram obtidas em menos de 1 minuto. Os exames eram realizados 3 vezes ao ano com duração de 3 semanas. Os exames deveriam ser agendados de tal maneira que não ultrapassasse 4 períodos por dia e pelo menos 2 exames por dia. Os resultados obtidos com os métodos de solução foram satisfatórios.

[Abdullah e Hamdan \(2008\)](#) desenvolveram um método de solução híbrido para resolver 11 instâncias, organizadas em pequenas, médias e grandes, de uma variante do PQH. O método foi dividido em três etapas. Na primeira, gera-se uma solução inicial utilizando uma heurística construtiva. A segunda etapa consiste em integrar um algoritmo de melhoria iterativa com estruturas de vizinhança combinadas com o recozimento simulado para realizar as escolhas. Por último, utiliza-se um método de subida para melhorar a qualidade da solução. Comparando com outros estudos da literatura, os resultados apresentados pelos autores foram melhores nas instâncias pequenas e grandes.

[Silva e Silva \(2010\)](#) propuseram uma heurística baseada em algoritmo de coloração de grafos para a geração de soluções iniciais para uma variante do PQH. Para melhorar a qualidade das soluções foram utilizadas heurísticas de busca local baseadas na obtenção da primeira solução melhor ou na melhor solução da vizinhança. Utilizando instâncias reais e fictícias presentes em [Souza, Martins e Araújo \(2002\)](#), os autores compararam as soluções obtidas por um recozimento simulado, uma busca tabu, um recozimento simulado combinado com uma busca tabu, com as soluções obtidas pelos métodos propostos pelo autor. Os resultados demonstraram que usar heurísticas baseadas na melhor solução da vizinhança traz melhores soluções, enquanto que o uso de heurísticas baseadas na obtenção da primeira solução melhor permite reduzir o tempo computacional.

Em [Prado \(2014\)](#), adota-se o recozimento simulado com uma heurística gulosa gerando a solução inicial. A ideia foi propor um método de solução heurístico que otimize a alocação de salas para o Instituto de Ciências Exatas e Biológicas da Universidade Federal de Ouro Preto. Seguindo uma abordagem similar, [Couto e Paulino \(2019\)](#) lidaram com o problema enfrentado pelo Campus de Goiânia do Instituto Federal de Goiás, considerando

ainda o pré-processamento dos dados existentes e a priorização de certos cursos para determinadas salas.

[Phillips et al. \(2015\)](#) desenvolveram modelos de programação linear inteira para lidar com uma variante do PQH encontrado na *University of Auckland*, com o intuito de maximizar a quantidade de turmas/disciplinas alocadas. A universidade apresentava no primeiro semestre 985 turmas, 72 salas e 2383 horas-aula. Já no segundo semestre, a demanda foi menor, com 911 turmas a serem alocadas nas 72 salas, totalizando 2231 horas-aula. Com a resolução do modelo foi possível alocar todas as turmas.

[Nunes, Silva e Neto \(2017\)](#) consideraram o uso de métodos exatos e heurísticos para resolver uma variante do PQH presente no Campus de São Carlos da Universidade Federal de São Carlos. Diferentemente dos trabalhos citados anteriormente, a alocação foi feita por dia ao invés de ser por semana. Assim, cada dia da semana representa um peso diferente para a função objetivo. Esta busca pela minimização do custo de alocação da disciplina na sala em determinado horário com uma certa duração, sendo que o horário e a duração já são pré-definidos. O custo é dado pela preferência de cada departamento, professores e alunos pelos prédios de aula. Assim, o valor um é atribuído ao prédio mais preferido pelo departamento. Com a resolução do modelo de programação matemática foi possível obter mais de 90% das disciplinas alocadas.

[Rivero, Escárcega e Velasco \(2020\)](#) consideraram a resolução do problema de alocação de salas da Faculdade de Engenharia da Universidade Autônoma de Querétaro. Eles utilizaram o *solver* Gurobi para solucionar um modelo de programação linear inteira. Os autores ainda observaram que não era necessário o uso de métodos heurísticos, já que antes esta tarefa demandava um mês para ser realizada e passou a ser efetuada em minutos. O objetivo do modelo foi minimizar a quantidade de salas atribuídas para um curso específico, desde que atendesse a demanda dos alunos.

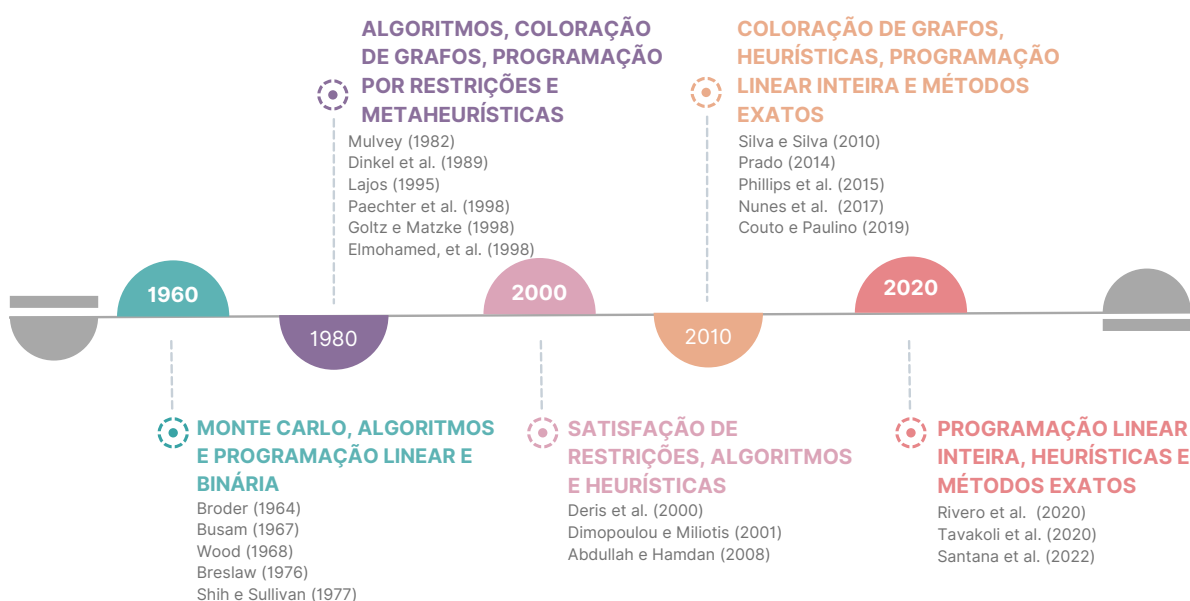
[Tavakoli et al. \(2020\)](#) propuseram um método de solução para o PQH em universidades, em particular para a alocação de salas do departamento de engenharia de produção da *Islamic Azad University*. Os autores desenvolveram uma heurística de três estágios: primeiro, faz-se a atribuição de curso ao docente; segundo, faz-se a atribuição de períodos ao curso; e, por fim, faz-se a atribuição de turma ao curso. Com a heurística foi possível alocar 96% das disciplinas.

Por se tratar de um problema difícil, muitos autores optam por utilizar heurísticas ou metaheurísticas para obter uma solução viável para variantes do PQH. Por outro lado, métodos exatos conseguem retornar uma solução ótima para o problema, embora possam requerer mais tempo computacional. [Santana et al. \(2022\)](#) propuseram um modelo de programação linear inteira e consideraram o emprego do Microsoft Excel para o planejamento e desenvolvimento da alocação de salas no Campus de São Carlos da Universidade Federal de São Carlos. Para contornar as dificuldades envolvendo a obtenção de uma solução de forma

exata, os autores decompuseram a alocação por turnos, isto é, os horários viraram faixas de horários contendo dois horários, totalizando duas horas. Devido à grande extensão do campus, o objetivo foi minimizar a distância total percorrida pelos alunos e professores. A proposta dos autores está sendo utilizada desde 2016 pela universidade e, antes a alocação era realizada em quatro dias, agora é possível obter uma solução em cerca de uma hora.

A Figura 2.2 ilustra os métodos utilizados pelos autores citados de acordo com o período de publicação da pesquisa, ao passo que a Tabela 2.1 especifica quais métodos foram utilizados pelos autores para solucionar o problema abordado. Com relação as revisões sistemáticas da literatura sobre PQHs e suas variantes, cita-se, por exemplo: [Carter \(1986\)](#), com uma revisão de trabalhos sobre quadro de horários de exames publicados de 1964 a 1984; [Lewis \(2008\)](#), sobre trabalhos publicados de 1976 a 2007 que abordaram o problema quadro de horários em universidades; [Babaei, Karimpour e Hadidi \(2015\)](#), que traz um levantamento de trabalhos sobre o problema de quadro de horários de cursos em universidades, no período de 1999 a 2012; e, mais recentemente, [Ceschia, Gaspero e Schaerf \(2023\)](#), revisando trabalhos sobre o problema de quadro de horários educacional, publicados entre os anos de 1996 e 2022.

Figura 2.2 – Métodos utilizados pelos autores citados de acordo com o período.



Fonte: a autora.

Tabela 2.1 – Métodos utilizados pelos autores citados de acordo com o problema abordado.

<b>Autores</b>	<b>Problema abordado</b>	<b>Método utilizado</b>
Broder (1964)	Agendamento de exames	Monte Carlo
Breslaw (1976)	Alocação de professores	Programação linear
Shih e Sullivan (1977)	Curso	Programação linear inteira
Mulvey (1982)	Curso	Programação de rede
Dinkel, Mote e Venkataramanan (1989)	Alocação de professores	Programação linear inteira
Lajos (1995)	Alocação de professores e agendamento de alunos	Coloração de grafos
Paechter <i>et al.</i> (1998)	Alocação de salas	Busca local
Goltz e Matzke (1998)	Alocação de salas	Programação por restrições
Elmohamed, Coddington e Fox (1998)	Alocação de salas	Recozimento simulado
Deris, Omatu e Ohta (2000)	Alocação de salas	Satisfação de restrições
Dimopoulou e Miliotis (2001)	Curso e agendamento de exames	Programação linear inteira
Abdullah e Hamdan (2008)	Curso	Recozimento simulado e <i>hill climbing</i>
Silva e Silva (2010)	Alocação de salas	Coloração de grafos
Em Prado (2014)	Alocação de salas	Heurística gulosa e recozimento simulado
Phillips <i>et al.</i> (2015)	Alocação de salas	Programação linear inteira
Nunes, Silva e Neto (2017)	Alocação de salas	Métodos exatos e heurísticos
Couto e Paulino (2019)	Alocação de salas	Heurística gulosa e recozimento simulado
Rivero, Escárcega e Velasco (2020)	Alocação de salas	Programação linear inteira
Tavakoli <i>et al.</i> (2020)	Alocação de salas	Heurística de três estágios
Santana <i>et al.</i> (2022)	Alocação de salas	Programação linear inteira

Fonte: a autora.

## 2.3 Modelos de Programação Matemática

Problemas de otimização podem ser descritos através de modelos matemáticos, com uma função objetivo que busca maximizar ou minimizar um ou mais critérios, sujeita a um conjunto de restrições. Problemas de otimização combinatória podem ser modelados de forma linear e envolverem variáveis inteiras. Caso uma ou todas as variáveis assumam valores inteiros, o modelo passa a ser de programação linear inteira (GOLDBARG; LUNA, 2005; BAZARAA; JARVIS; SHERALI, 2011), com função objetivo (2.1) e restrições (2.2), enquanto as variáveis de decisão possuem domínio dado por (2.3):

$$\text{Maximizar } cx, \tag{2.1}$$

**Sujeito a:**

$$Ax \leq b \tag{2.2}$$

$$x \geq 0, \quad x \in \mathbb{Z} \tag{2.3}$$

No modelo de programação linear inteira (2.1)-(2.3),  $c$  é o vetor de custos/lucro,  $A$  é a matriz dos coeficientes das restrições,  $b$  é o vetor de recursos e  $x$  o vetor de variáveis de decisão. As restrições podem ainda aparecer na forma de igualdade (equações). Caso as variáveis de decisão possam assumir apenas valores binários (0 e 1), o modelo passa a ser chamado de programação binária.

Outros modelos usados para lidar com problemas de otimização combinatória dizem respeito a programação por restrições. Esse tipo de modelagem foi introduzida por [Sutherland \(May 21-23, 1963\)](#) com a *Sketchpad System*, uma linguagem baseada em restrições desenvolvida durante a sua tese de doutorado. Outras linguagens foram criadas em seguida e ofereciam o que seria a base da programação por restrições: modelagem declaratória de problemas, difusão dos efeitos das decisões e busca pelas soluções viáveis atendendo as restrições ([WALLACE, 1996](#)).

A programação por restrições faz uso de dois paradigmas computacionais, a programação lógica e a resolução de restrições. Ela pode envolver a otimização de uma função sob a influência de restrições lógicas, aritméticas ou funcionais, aplicadas a variáveis discretas de intervalo. Essas restrições devem ser atendidas pelas variáveis de forma a encontrar uma solução viável, quando o problema não envolve uma função objetivo, ou ótima, caso contrário ([CHERRI, 2018](#); [IBM, 2021](#)). Modelos de programação por restrições podem ainda considerar condições lógicas, além de modelar restrições não-lineares. Nesta dissertação, considera-se a proposta de um modelo de programação linear inteira, uma vez que não se busca apenas por uma solução viável (o que geralmente seria mais favorável para um modelo de programação por restrições), mas se deseja uma solução que otimize uma função objetivo (o que geralmente seria mais favorável para um modelo de programação linear inteira).

## Capítulo 3

---

# MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA A ALOCAÇÃO DE SALAS

---

Neste capítulo, descreve-se a UFCAT, apresentando detalhes e particularidades consideradas no problema de alocação de salas que se busca resolver. Em seguida, apresenta-se um modelo de programação linear inteira para o problema em estudo. Descreve-se em detalhes os parâmetros, variáveis e restrições presentes no modelo desenvolvido.

### 3.1 Problema de Alocação de Salas da UFCAT

Situada no estado de Goiás, a Universidade Federal de Catalão, UFCAT, oferece atualmente cursos de graduação e pós-graduação, sendo 30 cursos de graduação presencial e 2 cursos de graduação no formato de educação à distância (UFCAT, 2023). O estudo tem como foco a reserva de salas para as disciplinas ofertadas pelos cursos de graduação presenciais, nas modalidades bacharelado e licenciatura. Neste caso, a alocação de salas é feita por um setor administrativo da Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD) da Universidade. Este setor também aloca salas para além dos cursos de graduação, como é o caso da pós-graduação, do centro de línguas e para outras instituições. Por semestre, precisa-se alocar salas para mais de 500 disciplinas dos cursos de graduação presenciais, considerando ainda que algumas salas já estão previamente alocadas em determinados horários devido a outras demandas.

Cada disciplina possui carga horária semanal que pode variar entre 2, 4, 6 e 8 horas-aula. Algumas disciplinas são divididas em aulas teóricas, que ocorrem nas salas dos blocos didáticos, e aulas práticas. A alocação de salas concentra-se sobre a carga teórica das disciplinas. Com isso, as cargas horárias semanais podem ter valores ímpares. Uma mesma disciplina pode apresentar várias turmas, separadas por “Turma A”, “Turma B” e assim por diante,

sendo consideradas disciplinas diferentes. Alguns departamentos optam por reservar várias turmas de uma mesma disciplina em apenas uma solicitação, assim pode ocorrer da carga horária semanal da disciplina extrapolar a quantidade de horas-aula semanal máxima estipulada (8 horas). Ao total, existem 17 horários diários para a alocação das horas-aula. Eles iniciam às 7h10min (período da manhã) e terminam às 22h35min (período noturno). As disciplinas podem ser administradas de segunda-feira a sábado, totalizando 6 dias por semana. Na Tabela 3.1, tem-se os horários e dias da semana para cada uma das salas disponíveis.

Tabela 3.1 – Horários e dias da semana para alocação de salas na UFCAT.

Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
07:10 - 08:00						
08:00 - 08:45						
08:50 - 09:40						
10:00 - 10:50						
10:50 - 11:40						
11:40 - 12:30						
13:00 - 13:50						
13:50 - 14:40						
14:40 - 15:30						
15:50 - 16:40						
16:40 - 17:30						
17:30 - 18:20						
18:20 - 19:05						
19:15 - 20:00						
20:00 - 20:45						
21:05 - 21:50						
21:50 - 22:35						

Fonte: a autora.

A Universidade possui dois câmpus. O Campus 1 possui a maior concentração de aulas teóricas, que ocorrem nos dois blocos didáticos: bloco didático 1 e bloco didático 2, ilustrados na Figura 3.1. O primeiro bloco possui 29 salas disponíveis para aula, enquanto o segundo possui 23 salas disponíveis para aulas teóricas e 8 salas específicas para o curso de medicina. As salas possuem capacidade máxima para 50 alunos, exceto aquelas exclusivas para o curso de medicina, que possuem capacidade para até 15 alunos. Além disso, algumas disciplinas da graduação são ministradas nos laboratórios de cada departamento e, assim, não são incluídas na tarefa de alocação.

As salas dos blocos didáticos são numeradas da mesma forma, contudo, os blocos podem apresentar salas não disponíveis para as aulas. Por exemplo, a sala 108 pode ser utilizada para aulas no bloco didático 1, mas não está disponível para esse propósito no bloco didático 2. Cada bloco possui três andares, incluindo o térreo. As salas situadas no térreo são aquelas destinadas para atender as demandas de acessibilidade. Ou seja, as salas cuja numeração inicia em 1, de ambos os prédios, são prioritárias para disciplinas que precisam de acessibilidade.

Antes do início de cada semestre letivo, a PROGRAD disponibiliza um formulário online para que os coordenadores dos cursos de graduação preencham com as solicitações de salas. As informações neste formulário contemplam o nome do curso, o nome da disciplina

ou atividade, se é preciso uma sala com acessibilidade, o código da disciplina ou atividade, a turma, os dias e horários que a disciplina deve ocorrer e a carga horária teórica semanal. Após a validação dos dados, a reserva de salas é realizada manualmente por servidores técnico-administrativos da PROGRAD, tarefa esta que pode demandar mais de uma semana para se ter uma primeira versão da alocação das disciplinas nas salas dos blocos didáticos. É comum que o formulário contenha erros de preenchimento, tornando a tarefa de alocação ainda mais complexa para ser finalizada.

Figura 3.1 – Blocos didáticos 1 (à esquerda) e 2 (à direita).



Fonte: Universidade Federal de Catalão.

O objetivo do problema enfrentado pela UFCAT é determinar uma alocação de salas nos blocos didáticos 1 e 2 conforme as demandas recebidas dos cursos presenciais de graduação da UFCAT, buscando otimizar o número de disciplinas que são alocadas. Para tanto, deve-se respeitar restrições que satisfaça a carga horária teórica das disciplinas, respeite o horário pré-determinado para as disciplinas e respeite as questões de acessibilidade. Além disso, é preferível que a alocação de salas priorize que uma disciplina ocorra no mesmo local e que toda a sua carga horária seja alocada.

## 3.2 Modelo de Programação Linear Inteira

Neste trabalho, desenvolve-se um modelo de programação matemática para o problema de alocação de salas da UFCAT. A definição do problema parte dos requerimentos impostos atualmente pela universidade, considerando a tomada de decisão feita pela equipe técnica responsável pela tarefa dentro da PROGRAD. Dessa forma, a Tabela 3.2 apresenta conjuntos e parâmetros usados para a definição do problema em estudo.

A definição do problema considera dois grupos de restrições associadas a alocação de salas na UFCAT. Estas restrições seguem os requisitos impostos pela universidade para o problema. Elas são categorizadas em restrições rígidas (isto é, que devem ser atendidas) e flexíveis (isto é, não necessariamente precisam ser atendidas). As restrições consideradas flexíveis estão descritas na Tabela 3.3.

Tabela 3.2 – Parâmetros e conjuntos adotados no modelo de programação linear inteira.

Parâmetro/Conjunto	Descrição
$D_c$	Conjunto de disciplinas, com a disciplina $i \in D_c$
$S$	Conjunto de salas, com a sala $k \in S$
$S_a$	Conjunto de salas que possuem acessibilidade, com $S_a \subset S$
$B_l$	Conjunto de blocos didáticos, com o bloco $b \in B_l$
$B_b$	Conjunto de salas não disponíveis no bloco didático $b$ , sendo $b \in B_l$
$D$	Conjunto de dias da semana em que podem ocorrer aulas, com o dia $u \in D$
$H$	Conjunto de horários de um dia da semana, com o horário $j \in H$
$Sn_{kb}$	Conjunto de dias e horários em que a sala $k$ do bloco didático $b$ já está reservada
$Hd_i$	Conjunto dos dias e horários pré-determinados em que a disciplina $i$ deve ocorrer
$Hs_i$	Carga horária semanal da disciplina $i$
$AC_i$	Especifica se a disciplina $i$ requer uma sala com acessibilidade. Assume o valor 1, se for verdadeiro, e valor 0, caso contrário

Fonte: a autora.

Tabela 3.3 – Restrições flexíveis para o problema de alocação de salas da UFCAT.

Restrição	Descrição
<b>Estabilidade da sala</b>	É preferível que a disciplina ocorra sempre na mesma sala e bloco didático
<b>Disciplina não alocada</b>	É preferível que a disciplina não seja reservada caso não seja possível alocar todos os seus horários pré-determinados

Fonte: a autora.

A Tabela 3.4 apresenta as restrições rígidas, que devem ser todas satisfeitas para garantir uma solução viável ao problema.

Tabela 3.4 – Restrições rígidas a respeitar para o problema de alocação de salas da UFCAT.

Restrição	Descrição
<b>Quantidade de aulas da disciplina</b>	A soma da quantidade de horários alocados com a quantidade de horários não alocados de uma disciplina deve ser igual a sua carga horária semanal
<b>Ocupação de salas</b>	Não se pode reservar duas ou mais disciplinas em uma mesma sala, no mesmo bloco, no mesmo dia e no mesmo horário
<b>Horários iguais</b>	A disciplina não pode ser reservada no mesmo dia e horário em salas diferentes
<b>Acessibilidade</b>	As disciplinas que precisam de acessibilidade devem ocorrer nas salas com acessibilidade
<b>Salas não utilizadas nos blocos didáticos 1 e 2</b>	Disciplinas não podem ser alocadas em salas que não estão disponíveis nos blocos didáticos 1 e 2
<b>Salas indisponíveis</b>	Disciplinas só podem ser alocadas em salas que estejam disponíveis naquele dia e horário

Fonte: a autora.

O objetivo do problema de alocação de salas da UFCAT é alocar todas as disciplinas, respeitando todas as restrições rígidas na Tabela 3.4, enquanto as restrições flexíveis presentes na Tabela 3.3 não precisam, necessariamente, serem respeitadas, porém, sendo penalizadas na função objetivo. Essa consideração permite guiar o modelo na escolha de uma solução ótima. Desta forma, propõe-se um modelo de programação linear inteira (PLI) cujas variáveis de decisão são:

- $x_{iujkb}$ : Variável de decisão binária, que assume o valor 1 se a disciplina  $i$  for alocada no dia  $u$  e horário  $j$  pré-definidos, na sala  $k$  e no bloco  $b$ ; caso o contrário, assume valor igual a 0;
- $a_{ikb}$ : Variável binária referente a alocação da disciplina  $i$  na sala  $k$  e no bloco  $b$ , que assume valor 1 se isto ocorrer; caso contrário, assume o valor 0;
- $N_i$ : Variável inteira não-negativa que contabiliza os horários da disciplina  $i$  que não foram alocados;
- $e_i$ : Variável inteira não-negativa que contabiliza a quantidade de salas em que a disciplina  $i$  foi alocada, considerando que se ela foi alocada em um única sala, então  $e_i = 0$ , caso contrário, se ela foi alocada em  $k$  salas, então  $e_i = k - 1$ .

O modelo de PLI proposto para o problema de alocação de salas da UFCAT possui função objetivo (3.1) e contém as restrições de (3.2) a (3.10). A função objetivo busca pela

minimização da soma dos horários não alocados de cada disciplina com a quantidade de salas a mais que foram alocadas para cada disciplina (ou seja, quando há mais de uma sala para a disciplina). A partir dos requerimentos da universidade, ambos os termos da função objetivo possuem a mesma influência sobre a alocação das salas. Observa-se que o modelo é dominado principalmente pelas variáveis binárias  $x_{iujkb}$  que especificam quando uma disciplina é ou não alocada. Outras modelagens poderiam considerar variáveis inteiras indicando o horário que cada disciplina deveria iniciar no dia  $u$  na sala  $k$  e no bloco  $b$ . Isto, porém, poderia resultar em restrições não-lineares cuja linearização muitas vezes não é trivial, facultando então em uma modelagem utilizando o paradigma de programação por restrições.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in Dc} (N_i + e_i) \quad (3.1)$$

**Sujeito a:**

$$N_i + \sum_{u \in D} \sum_{\substack{j \in H: \\ (u,j) \in Hd_i}} \sum_{k \in S} \sum_{b \in Bl} x_{iujkb} = Hs_i, \quad i \in Dc \quad (3.2)$$

$$\sum_{\substack{i \in Dc: \\ (u,j) \in Hd_i}} x_{iujkb} \leq 1, \quad u \in D, j \in H, k \in S, b \in Bl \quad (3.3)$$

$$\sum_{k \in S} \sum_{b \in Bl} x_{iujkb} \leq 1, \quad i \in Dc, u \in D, j \in H: (u, j) \in Hd_i \quad (3.4)$$

$$\sum_{u \in D} \sum_{\substack{j \in H: \\ (u,j) \in Hd_i}} \sum_{b \in Bl} x_{iujkb} = 0, \quad i \in Dc: AC_i = 1, k \in S: k \notin Sa \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in Dc} \sum_{u \in D} \sum_{\substack{j \in H: \\ (u,j) \in Hd_i}} x_{iujkb} = 0, \quad k \in B_b, b \in Bl \quad (3.6)$$

$$\sum_{\substack{i \in Dc: \\ (u,j) \in Hd_i}} x_{iujkb} = 0, \quad u \in D, j \in H: (u, j) \in Sn_{kb}, k \in S, b \in Bl \quad (3.7)$$

$$Hs_i \cdot a_{ikb} \geq \sum_{u \in D} \sum_{\substack{j \in H: \\ (u,j) \in Hd_i}} x_{iujkb}, \quad i \in Dc, k \in S, b \in Bl \quad (3.8)$$

$$e_i \geq \left( \sum_{k \in S} \sum_{b \in Bl} a_{ikb} \right) - 1, \quad i \in Dc \quad (3.9)$$

$$Hs_i \left( \sum_{k \in S} \sum_{b \in Bl} x_{iujkb} \right) \leq \sum_{u' \in D} \sum_{\substack{j' \in H: \\ (u',j') \in Hd_i}} \sum_{k' \in S} \sum_{b' \in Bl} x_{iu'j'k'b'}, \quad i \in Dc, u \in D, j \in H: (u, j) \in Hd_i \quad (3.10)$$

$$x_{iujkb} \in \{0, 1\}, \quad i \in Dc, u \in D, j \in H: (u, j) \in Hd_i, k \in S, b \in Bl \quad (3.11)$$

$$a_{ikb} \in \{0, 1\}, \quad i \in Dc, k \in S, b \in Bl \quad (3.12)$$

$$N_i, e_i \in \mathbb{Z}_+ \quad i \in Dc \quad (3.13)$$

As restrições (3.2) a (3.7) estão relacionadas com os requerimentos rígidos do problema, em que: (3.2) definem que cada disciplina  $i$  deve ser alocada conforme a sua carga horária teórica semanal, de forma que  $N_i$  contabiliza os horários não alocados da disciplina; (3.3) asseguram que cada combinação de dia, horário, sala e bloco didático deve ser ocupada por no máximo uma disciplina; (3.4) impõem que cada disciplina em um dia e horário específico ocupe no máximo uma sala e bloco didático; (3.5) definem que as disciplinas com acessibilidade devem ocorrer nas salas com essa especificidade; (3.6) e (3.7) impedem que as salas indisponíveis nos blocos didáticos sejam usadas para alocar alguma disciplina. Por outro lado, as restrições de (3.8) a (3.10) relacionam-se com os requerimentos flexíveis: com (3.8) e (3.9) mensurando o número de salas e blocos diferentes em que uma mesma disciplina é alocada, ao passo que (3.10) impõem que se uma disciplina for alocada em alguma sala e bloco, então toda a sua carga horária teórica deve ser alocada. O domínio das variáveis está definido em (3.11) a (3.13).

## Capítulo 4

---

# RESULTADOS E DISCUSSÕES

---

Neste capítulo descreve-se as etapas seguidas para a elaboração do código computacional, as instâncias utilizadas nos experimentos computacionais e seus resultados. Além da discussão sobre os resultados obtidos para as instâncias sintéticas geradas a partir das informações reais da UFCAT, apresenta-se uma comparação entre a solução de dois casos reais enfrentados pela universidade no primeiro e segundo semestres de 2023 com a solução obtida por meio do modelo de PLI proposto.

### 4.1 Detalhes de Implementação

A implementação do modelo de programação linear inteira se deu na linguagem de alto nível Python, com o uso de funções da biblioteca PuLP<sup>1</sup> e do *solver* IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, versão 22.1. O código fonte foi organizado em 6 partes: leitura de arquivos com os dados de entrada para o modelo; análise e tratamento dos dados; definição e inicialização dos parâmetros e conjuntos para o modelo; escrita do modelo usando as funções da biblioteca PuLP; solução do modelo e impressão dos resultados obtidos; criação dos arquivos de saída com os resultados, em especial, a geração do quadro de horários para cada sala dos blocos didáticos 1 e 2.

A biblioteca utilizada para a leitura dos arquivos de entrada foi a Pandas<sup>2</sup>. O código faz a leitura de dois arquivos no formato de planilha eletrônica, sendo um referente às solicitações realizadas pelos coordenadores dos cursos de graduação através do formulário disponibilizado pela PROGRAD e o outro referente às salas que apresentam horários indisponíveis devido às reservas já existentes. A leitura é realizada por colunas e os dados retirados do primeiro arquivo são: se precisa ou não de sala acessível, nome do curso, nome da disciplina, turma da disciplina, código da disciplina, carga horária semestral e horários em que

---

<sup>1</sup> <https://coin-or.github.io/pulp/index.html>

<sup>2</sup> <https://pandas.pydata.org/>

a disciplina deve ser alocada. Os dados lidos do segundo arquivo são: salas com horários indisponíveis, blocos ao quais elas pertencem e quais horários são indisponíveis.

Os 17 horários de cada dia são organizados em colunas do arquivo, de forma que se a disciplina está alocada no horário “[08:00 - 08:45 (M2)]” a célula dada pela interseção entre esse horário (coluna) e a disciplina (linha) contém os dias da semana em que a disciplina irá ocorrer naquele horário como, por exemplo, “Terça, Quarta”. A análise e tratamento dos dados foi realizada em duas partes. Primeiro, fez-se a criação de classes com as funções e atributos para receber os dados processados a partir da leitura, assim facilitando a escrita do modelo de PLI.

Em seguida, as disciplinas são numeradas de 0 a  $n - 1$ , sendo  $n$  a quantidade de disciplinas a serem reservadas. Os dias da semana são numerados de 0 a 5, sendo 0 referente à segunda-feira e 5 ao sábado. Os horários são numerados de 0 a 16 e criam-se os pares (Dia, Horário) em que a disciplina deve ocorrer. Assim, se a reserva da disciplina “Cálculo III” é na terça-feira (representado por 1) e quinta-feira (representado por 3) às 07:10-08:00 (representado por 0) e às 08:00-08:45 (representado por 1), os pares são: (1, 0), (1, 1), (3, 0) e (3, 1). A carga horária semanal de cada disciplina é dada pela soma desses pares. Para as salas com horários indisponíveis, utiliza-se a mesma lógica, porém os pares (Dia, Horário) representam quando não é possível utilizar a sala.

A partir da definição dos parâmetros e conjuntos, escreve-se o modelo de PLI usando as funções da biblioteca PuLP. Ela traz a facilidade de ser independente do *solver* sendo utilizado, com interface para a escolha de diferentes *solvers*, como Gurobi, CPLEX, COIN-OR, etc. Outra facilidade é a escrita do modelo usando uma sintaxe bem próxima daquela como o modelo está definido no texto.

Para a resolução do modelo, aplica-se o *solver* CPLEX, considerando o uso de apenas uma *thread*. O computador utilizado nos experimentos tem processador Intel Xeon X5660 2,8 GHz, com 96 GB de RAM e sistema operacional Ubuntu 20.04 LTS. Ao final, o código imprime todos os valores das variáveis de decisão e o valor da função objetivo. Além disso, gera-se um arquivo de saída, no formato de planilha, com a alocação das disciplinas nas salas dos blocos didáticos 1 e 2.

## 4.2 Instâncias

Os experimentos computacionais foram realizados sobre 75 instâncias criadas a partir de dados dos sistemas da UFCAT para o primeiro e segundo semestres letivos do ano de 2023. As Tabelas 4.1 e 4.2 contêm as seguintes informações das instâncias que foram criadas a partir do caso real do primeiro e segundo semestres, respectivamente: nome (Inst.); total de disciplinas(#Disc); quantidade de disciplinas com carga horária entre 1 ou 2 horas (#CH 1-2h), 3 ou 4 horas (#CH 3-4h), 5 ou 6 horas (#CH 5-6h), 7 ou 8 horas (#CH 7-8h), e

igual ou maior a 9 horas ( $\#CH \geq 9h$ ); total de salas disponíveis ( $\#Salas$ ); total de salas com acessibilidade ( $\#Salas AC$ ) e quantidade total de horários que precisam de salas ( $\#Horários$ ).

Tabela 4.1 – Característica das instâncias geradas a partir do caso real da UFCAT para o 1º semestre de 2023.

<b>Inst.</b>	<b>#Disc.</b>	<b>#CH 1-2h</b>	<b>#CH 3-4h</b>	<b>#CH 5-6h</b>	<b>#CH 7-8h</b>	<b>#CH <math>\geq</math> 9h</b>	<b>#Salas</b>	<b>#Salas AC</b>	<b>#Horários</b>
1	15	1	10	2	0	2	2	1	83
2	30	4	20	4	0	2	2	1	140
3	45	7	28	6	0	4	3	1	223
4	60	10	40	6	0	4	4	2	277
5	75	11	50	9	0	5	6	2	350
6	90	12	62	11	0	5	5	2	410
7	105	14	74	12	0	5	9	3	468
8	120	19	81	12	1	7	10	4	541
9	135	21	93	13	1	7	13	6	599
10	150	23	103	15	1	8	14	3	665
11	165	25	114	17	1	8	12	2	723
12	180	28	124	19	1	8	13	4	781
13	195	29	137	19	2	8	20	2	842
14	210	30	150	19	3	8	17	3	903
15	225	30	165	19	3	8	15	2	963
16	240	31	176	22	3	8	19	6	1023
17	255	52	164	36	2	1	21	10	992
18	270	57	174	36	2	1	18	6	1042
19	285	60	186	36	2	1	22	7	1095
20	300	61	197	39	2	1	25	6	1155
21	315	64	207	41	2	1	26	6	1210
22	330	64	222	41	2	1	29	9	1270
23	345	67	233	42	2	1	27	7	1324
24	360	70	238	49	2	1	29	7	1389
25	375	72	251	49	2	1	30	8	1445
26	390	73	265	49	2	1	34	8	1503
27	405	74	278	50	2	1	38	12	1563
28	420	74	289	52	4	1	44	17	1631
29	435	76	300	54	4	1	45	16	1691
30	450	81	309	55	4	1	43	16	1742
31	465	83	320	56	4	2	48	17	1804
32	480	84	332	57	5	2	45	14	1867
33	495	84	343	59	5	4	46	16	1951
34	510	87	347	60	6	10	52	15	2079
35	525	88	361	60	6	10	51	15	2137
36	540	91	370	62	6	11	57	14	2204
37	555	91	382	64	7	11	60	14	2272
38	541	81	382	63	6	9	52	17	2211
39	578	92	404	64	7	11	52	17	2359

Fonte: a autora.

Tabela 4.2 – Característica das instâncias geradas a partir do caso real da UFCAT para o 2º semestre de 2023.

Inst.	#Disc.	#CH 1-2h	#CH 3-4h	#CH 5-6h	#CH 7-8h	#CH ≥ 9h	#Salas	#Salas AC	#Horários
1	15	1	10	2	1	1	1	1	72
2	30	3	26	1	0	0	3	1	115
3	45	5	35	4	0	1	4	1	181
4	60	7	49	0	1	3	4	2	255
5	75	7	61	2	2	3	6	2	322
6	90	7	69	6	1	7	5	5	462
7	105	8	78	11	1	7	8	5	528
8	120	10	90	15	1	4	7	5	525
9	135	8	117	9	0	1	10	4	548
10	150	14	115	10	2	9	9	4	715
11	165	13	123	21	1	7	14	4	779
12	180	10	135	22	3	10	12	6	875
13	195	19	135	24	3	14	12	7	959
14	210	11	166	24	1	8	11	6	931
15	225	22	182	17	1	3	17	6	910
16	240	18	199	15	2	6	17	8	999
17	255	19	197	26	2	11	17	10	1152
18	270	17	216	22	3	12	16	11	1233
19	285	24	224	24	2	11	25	10	1275
20	300	23	224	35	4	14	23	10	1390
21	315	18	260	24	2	11	19	9	1361
22	330	20	267	34	1	8	23	13	1406
23	345	30	260	37	4	14	33	12	1557
24	360	30	273	39	4	14	27	14	1621
25	375	22	284	44	3	22	33	13	1775
26	390	32	301	35	3	19	26	12	1768
27	405	29	303	49	4	20	34	17	1880
28	420	26	343	40	3	8	35	15	1772
29	435	26	350	48	3	8	46	15	1848
30	450	35	341	50	5	19	42	15	2040
31	465	34	362	52	3	14	43	16	2009
32	480	36	374	45	4	21	46	17	2155
33	495	37	383	50	4	21	48	18	2223
34	510	37	395	52	5	21	51	17	2293
35	525	39	401	58	5	22	50	17	2367
36	528	39	404	58	5	22	52	17	2379

Fonte: a autora.

A Tabela 4.1 apresenta 39 instâncias, sendo que a instância #39 representa a situação real inicial enfrentada pela UFCAT no primeiro semestre de 2023 para a alocação de 578 disciplinas. As solicitações de alocação de salas nesta instância não passaram inicialmente por uma checagem de disciplinas eventualmente repetidas e pode ainda incluir disciplinas que posteriormente foram canceladas. Desta forma, a instância #38 é a versão final considerada pela PROGRAD referente ao primeiro semestre de 2023, com o total de 541 disciplinas, havendo inclusive algumas disciplinas bem específicas com carga horária semanal de até 24 horas. Para uma melhor análise da eficácia do modelo, considera-se a instância #39 por apresentar um número superior de horas-aula a serem reservadas. As instâncias #1 a #37 foram geradas de forma aleatória, usando uma distribuição uniforme para usar um subconjunto de informações da instância #39, selecionando um subconjunto de disciplinas, salas e

horários disponíveis, com o número de disciplinas aumentando de 15 em 15 de uma instância para a outra.

Em relação ao segundo semestre, na Tabela 4.2 a instância #36 representa a situação real enfrentada pela UFCAT no segundo semestre de 2023 para a alocação de 528 disciplinas, algumas com carga horária semanal máxima de 20 horas. As demais instâncias foram geradas de forma aleatória, usando uma distribuição uniforme, a partir de informações da instância #36, seguindo a mesma estratégia utilizada para gerar as instâncias relacionadas ao primeiro semestre. Desta forma, considerando  $k$  a quantidade de salas e  $c$  a quantidade de salas com acessibilidade, os valores de  $k$  e  $c$  foram escolhidos aleatoriamente nos intervalos apresentados na Tabela 4.3 para ambos os conjuntos de instâncias. Além disso, utilizou-se o mesmo arquivo de horários indisponíveis para todas as instâncias do mesmo grupo (um relativo ao primeiro semestre e outro relativo ao segundo semestre).

Como apresentado na Tabela 4.1, a instância #39 possui 2359 horas-aula a serem reservadas, distribuídas em seis dias da semana da seguinte maneira: 478 horas-aula na segunda-feira, 576 na terça-feira, 464 na quarta-feira, 443 na quinta-feira, 378 na sexta-feira e 20 no sábado. Pode-se observar na Tabela 4.4 a quantidade de solicitações enviadas para cada dia e horário. Em relação aos horários, o mais requisitado é “08:50 - 9:40”, com 224 solicitações de aula para esse horário e maior demanda na terça-feira, sendo esta de 58. Assim, das 578 disciplinas a serem alocadas, 38,75% estão relacionadas para esse horário.

Tabela 4.3 – Quantidade de salas para as instâncias geradas aleatoriamente.

<b>Instância</b>	<b>Intervalo para <math>k</math></b>	<b>Intervalo para <math>c</math></b>
#1 a #2	1 e 3	1 e 2
#3 a #6	4 e 6	1 e 5
#7 a #12	7 e 15	3 e 8
#13 a #18	11 e 21	2 e 11
#19 a #24	19 e 33	6 e 14
#25 a #27	26 e 36	8 e 17
#28 a #30	35 e 46	12 e 18
#31 a #33	45 e 52	12 e 18
#34 a #37	50 e 60	12 e 18

Fonte: a autora.

Antes do semestre letivo iniciar, existe a possibilidade das salas dos blocos didáticos possuírem horários indisponíveis devido a reservas realizadas anteriormente por cursos ou instituições. No primeiro semestre letivo de 2023, 14 salas apresentavam no total 351 horários indisponíveis, distribuídos em: 48 na segunda-feira, 48 na terça-feira, 58 na quarta-feira, 74 na quinta-feira, 75 na sexta-feira e 48 no sábado. A Tabela 4.5 traz quantas salas estavam disponíveis para cada dia e horário, isto é, quantas disciplinas podem ser alocadas naquele dia e horário. Assim, na segunda-feira no horário “18:20 - 19:05” haviam 46 salas disponíveis,

ou seja, com possibilidade de se reservar até 46 disciplinas nele.

Tabela 4.4 – Quantidade de horas-aula por dia e horário da instância #39 do 1º semestre.

Horários	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
07:10 - 08:00	21	23	19	20	18	2
08:00 - 08:45	32	50	42	31	29	2
08:50 - 09:40	41	58	49	41	31	4
10:00 - 10:50	39	56	47	42	30	4
10:50 - 11:40	37	51	43	41	33	2
11:40 - 12:30	24	27	22	26	20	2
13:00 - 13:50	10	9	4	12	7	0
13:50 - 14:40	34	30	12	18	17	0
14:40 - 15:30	36	29	18	22	19	0
15:50 - 16:40	32	30	14	22	18	0
16:40 - 17:30	24	28	5	12	12	0
17:30 - 18:20	17	15	14	14	9	0
18:20 - 19:05	13	13	16	12	7	0
19:15 - 20:00	32	42	43	33	34	1
20:00 - 20:45	32	41	43	33	34	1
21:05 - 21:50	27	37	37	32	30	1
21:50 - 22:35	27	37	36	32	30	1

Fonte: a autora.

Tabela 4.5 – Quantidade de salas disponíveis para cada horário no 1º semestre.

Horários	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
07:10 - 08:00	50	50	50	50	48	51
08:00 - 08:45	50	50	49	47	46	43
08:50 - 09:40	50	50	48	47	46	43
10:00 - 10:50	50	50	48	47	46	46
10:50 - 11:40	50	50	48	47	46	46
11:40 - 12:30	50	50	48	47	45	46
13:00 - 13:50	49	49	48	47	46	51
13:50 - 14:40	49	49	48	47	46	51
14:40 - 15:30	49	49	48	47	46	51
15:50 - 16:40	49	49	48	47	46	51
16:40 - 17:30	48	49	48	47	46	51
17:30 - 18:20	50	49	51	50	50	51
18:20 - 19:05	46	46	48	46	50	51
19:15 - 20:00	47	48	48	47	50	51
20:00 - 20:45	47	48	48	47	50	51
21:05 - 21:50	51	50	50	50	51	51
21:50 - 22:35	51	50	50	50	51	51

Fonte: a autora.

Ao observar as Tabelas 4.4 e 4.5, nota-se que, em sua maioria, para cada dia e horário, o número de salas disponíveis é superior a quantidade de horas-aula a serem alocadas. Isso

é um indicativo de que a reserva de todas as aulas pode ser viável para o dia e horário. Os horários “08:50 - 09:40”, “10:00 - 10:50” e “10:50 - 11:40” na terça-feira e “08:50 - 09:40” na quarta-feira apresentam uma demanda maior do que a oferta de salas, logo, algumas das disciplinas que possuem reservas para tais horários podem não ser alocadas.

O segundo semestre letivo de 2023 foi composto por 15 salas com pelo menos um horário indisponível, totalizando 307 horários. Ao observar a Tabela 4.6, que traz todas as horas-aula da instância #36 divididas entre os dias e horários, nota-se que segunda-feira apresentou 506 horas-aula solicitadas, enquanto terça-feira teve 522, quarta-feira teve 425, quinta-feira teve 515, sexta-feira teve 397 e sábado teve apenas 14. Comparando as Tabelas 4.6 e 4.7, sendo esta última com o número de salas disponíveis para cada dia e horário, percebe-se que para todos os dias o número de salas é superior a quantidade de horas-aula a serem alocadas. Portanto, há a possibilidade de que todas as disciplinas sejam alocadas.

Tabela 4.6 – Quantidade de horas-aula por dia e horário da instância #36 do 2º semestre.

Horários	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
07:10 - 08:00	20	18	20	26	19	1
08:00 - 08:45	34	37	31	39	35	2
08:50 - 09:40	38	47	40	47	41	2
10:00 - 10:50	39	47	42	42	39	2
10:50 - 11:40	33	40	33	29	29	1
11:40 - 12:30	18	18	17	17	14	0
13:00 - 13:50	15	14	4	12	10	0
13:50 - 14:40	42	31	19	35	20	0
14:40 - 15:30	44	31	24	38	22	0
15:50 - 16:40	36	38	21	33	23	0
16:40 - 17:30	24	31	16	24	17	0
17:30 - 18:20	25	31	13	28	23	0
18:20 - 19:05	23	26	16	25	16	0
19:15 - 20:00	29	32	34	30	28	1
20:00 - 20:45	29	32	34	29	28	1
21:05 - 21:50	29	25	32	31	17	2
21:50 - 22:35	28	24	29	30	16	2

Fonte: a autora.

Tabela 4.7 – Quantidade de salas disponíveis para cada horário no 2º semestre.

Horários	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
07:10 - 08:00	51	51	51	51	51	51
08:00 - 08:45	49	51	51	49	51	43
08:50 - 09:40	49	51	51	49	50	43
10:00 - 10:50	49	51	51	49	50	42
10:50 - 11:40	49	51	51	49	50	42
11:40 - 12:30	49	51	50	50	49	42
13:00 - 13:50	50	50	48	48	47	50
13:50 - 14:40	49	48	49	48	48	50
14:40 - 15:30	49	48	49	48	48	50
15:50 - 16:40	49	48	49	48	48	50
16:40 - 17:30	49	47	49	48	48	50
17:30 - 18:20	49	46	49	48	48	50
18:20 - 19:05	47	47	48	47	49	51
19:15 - 20:00	47	48	48	47	49	51
20:00 - 20:45	47	48	48	47	49	51
21:05 - 21:50	51	51	51	51	50	51
21:50 - 22:35	51	51	51	51	50	51

Fonte: a autora.

### 4.3 Resultados Computacionais

As 75 instâncias do problema foram resolvidas com o uso do modelo de PLI em (3.1) - (3.13). Os resultados deste modelo são apresentados e discutidos na Subseção 4.3.1. Alguns exemplos de arquivos de saída são apresentados na Subseção 4.3.2. Na Subseção 4.3.3, compara-se a solução dada pelo modelo de PLI com aquela da equipe técnico-administrativa da PROGRAD.

#### 4.3.1 Resultados do modelo de PLI

As instâncias #1 a #37 do primeiro semestre e #1 a #35 do segundo semestre foram resolvidas impondo um tempo limite ao *solver* igual a 21600 segundos (6 horas), enquanto que para o restante das instâncias não foi imposto um tempo limite. Os resultados são apresentados em detalhes nas Tabelas 4.8 e 4.9, para o primeiro e segundo semestres, respectivamente. Cada linha dessas tabelas contém o nome da instância (Inst.), o valor da função objetivo (Fun. Obj.), o total de disciplinas não alocadas (#Disc. NA), o total de horas-aula não alocadas (#H-A NA), a quantidade de disciplinas não alocadas por carga horária: 1 ou 2 horas (#Disc. NA 1-2h), 3 ou 4 horas (#Disc. NA 3-4h), 5 ou 6 horas (#Disc. NA 5-6h), 7 ou 8 horas (#Disc. NA 7-8h) e igual ou maior que 9 horas (#Disc. NA  $\geq$  9h), a quantidade de disciplinas alocadas em mais de uma sala (#Disc. +S) e o tempo computacional em segundos (Tempo (s)).

Tabela 4.8 – Resultado das 39 instâncias relacionadas ao 1º semestre de 2023.

Inst.	Fun. Obj.	#Disc. NA	#H-A NA	#Disc. NA 1-2h	#Disc. NA 3-4h	#Disc. NA 5-6h	#Disc. NA 7-8h	#Disc. NA ≥ 9h	#Disc. +S	Tempo (s)
1	33	8	33	0	7	1	0	0	0	0,14
2	52	10	52	0	8	1	0	1	3	0,39
3	74	15	74	0	13	0	0	2	1	0,50
4	61	13	61	0	12	0	0	1	2	0,92
5	45	11	47	0	11	0	0	0	2	5,08
6	113	27	113	3	20	3	0	1	3	94,76
7	36	10	36	2	8	0	0	0	0	12,63
8	43	12	43	2	10	0	0	0	0	31,01
9	29	8	29	1	7	0	0	0	0	40,02
10	43	12	43	2	10	0	0	0	0	79,76
11	54	15	54	2	13	0	0	0	0	291,93
12	86	23	86	3	19	1	0	0	0	1099,71
13	37	10	37	0	10	0	0	0	0	91,03
14	83	22	83	2	20	0	0	0	0	2049,74
15	155	40	155	3	36	1	0	0	0	4693,33
16	91	25	91	3	22	0	0	0	0	1638,16
17	27	9	27	4	5	0	0	0	0	155,30
18	64	19	64	7	11	1	0	0	1	428,84
19	28	9	28	4	5	0	0	0	1	464,33
20	12	3	12	1	1	1	0	0	1	479,96
21	17	4	17	1	2	1	0	0	1	388,14
22	4	2	4	2	0	0	0	0	0	539,04
23	23	7	23	3	4	0	0	0	1	5695,52
24	27	8	27	3	4	1	0	0	0	488,90
25	17	6	17	4	1	1	0	0	0	911,26
26	10	3	10	2	0	1	0	0	0	2011,48
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	368,19
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	680,11
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	368,80
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	893,72
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	660,79
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	806,49
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1829,51
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3161,26
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4146,15
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7977,54
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	720,01
38	4	2	4	2	0	0	0	0	0	6789,79
39	24	8	24	2	6	0	0	0	0	27555,45

Fonte: a autora.

Tabela 4.9 – Resultado das 36 instâncias relacionadas ao 2º semestre de 2023.

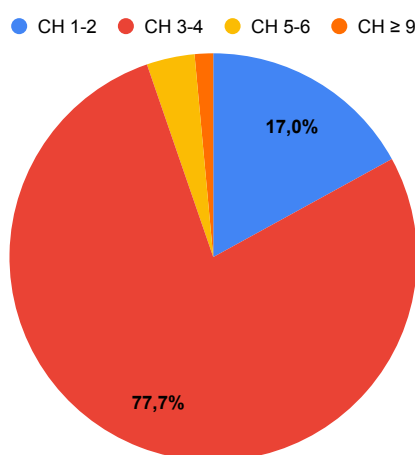
Inst.	Fun. Obj.	#Disc. NA	#H-A NA	#Disc. NA 1-2h	#Disc. NA 3-4h	#Disc. NA 5-6h	#Disc. NA 7-8h	#Disc. NA ≥ 9h	#Disc. +S	Tempo (s)
1	42	10	42	1	8	1	0	0	0	0,01
2	12	3	12	0	3	0	0	0	0	0,17
3	16	4	16	0	4	0	0	0	0	0,08
4	66	17	66	1	16	0	0	0	0	0,19
5	46	12	46	1	11	0	0	0	0	0,73
6	216	53	216	4	42	3	1	3	0	175,21
7	156	35	155	2	30	3	0	1	1	579,44
8	152	40	152	3	37	0	0	0	0	7,44
9	72	18	72	0	18	0	0	0	0	152,51
10	219	52	216	3	43	4	2	0	3	2624,61
11	110	27	110	0	26	1	0	0	0	1181,40
12	153	34	152	2	27	3	1	1	1	2297,58
13	265	65	263	9	48	5	3	0	2	21600,00
14	300	73	299	1	65	7	0	0	1	21600,00
15	21	6	21	1	5	0	0	0	0	1064,43
16	98	25	98	1	23	1	0	0	0	8574,09
17	199	45	194	2	39	3	0	1	5	21600,00
18	329	80	324	1	76	3	0	0	5	21600,00
19	44	12	44	1	11	0	0	0	0	1906,77
20	86	18	69	1	17	0	0	0	15	21600,00
21	211	50	197	3	44	3	0	0	11	21600,00
22	147	36	142	1	33	2	0	0	5	21600,00
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2170,94
24	98	22	81	2	20	0	0	0	15	21600,00
25	31	7	26	0	7	0	0	0	5	21600,00
26	162	38	142	6	31	1	0	0	19	21600,00
27	51	12	44	2	10	0	0	0	7	21600,00
28	15	4	15	0	4	0	0	0	0	5898,67
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	969,09
30	12	3	8	1	2	0	0	0	4	21600,01
31	4	1	4	0	1	0	0	0	0	8866,00
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3536,25
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5796,62
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5098,04
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9374,49
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5853,81

Os resultados na Tabela 4.8, referente ao primeiro semestre, indicam que as instâncias #27 a #37 tiveram todas as suas solicitações atendidas, com valor de função objetivo igual a zero. Por outro lado, as instâncias #1 a #26 não tiveram todas as disciplinas alocadas. Por exemplo, na instância #15, das 225 disciplinas com solicitação de salas, 40 delas não foram atendidas. Observa-se ainda nos resultados que as disciplinas com baixa carga horária é que não foram atendidas, sendo priorizada a alocação de salas para as disciplinas com maior carga horária. Além disso, o número de disciplinas que foram alocadas em mais de uma sala foi relativamente pequeno, ocorrendo apenas para 10 das 39 instâncias e com no máximo 3 disciplinas (instâncias #2 e #6). Em uma investigação mais detalhada dos arquivos de saída, nota-se que as alocações de sala ocorrem predominantemente nas salas que não são prioritárias para acessibilidade. Outro ponto observado é devido à concentração de aulas nas terças e quartas, como mostrado na Tabela 4.4, de forma que algumas disciplinas não tiveram seus horários reservados.

As soluções reportadas pelo modelo de PLI priorizam reservar as disciplinas com maior quantidade de carga horária. Nos resultados da Tabela 4.8 para o primeiro semestre de 2023, para 28 das 39 instâncias não foi possível atender todas as demandas de salas para as disciplinas. Observa-se que as disciplinas com carga horária igual a 7 ou 8 foram todas alocadas, enquanto que as presentes no intervalo de 3 e 4 horas foram as menos alocadas em salas, representando 77,7%. Observa-se na Figura 4.1 os percentuais de disciplinas

não alocadas de acordo com as suas cargas horárias entre os intervalos 1 a 2 horas (CH 1-2), 3 a 4 horas (CH 3-4), 5 a 6 horas (CH 5-6) e maior ou igual a 9 horas (CH  $\geq$  9).

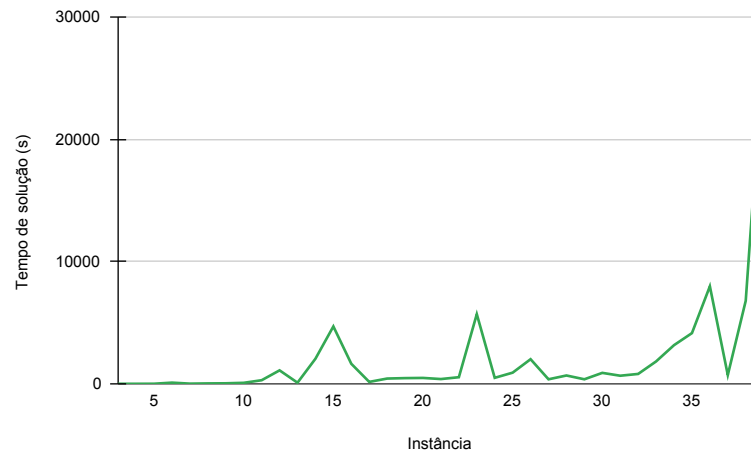
Figura 4.1 – Percentual de disciplinas não alocadas, por carga horária, conforme os resultados da Tabela 4.8 para o primeiro semestre.



Fonte: a autora.

Em relação às instâncias que apresentam disciplinas alocadas em mais de uma sala, isto ocorreu para 25,64% das instâncias, totalizando 16 disciplinas. Tal cenário foi observado nas instâncias #2 a #6, #18 a #21, e #23, com no máximo 2 salas por disciplina. A quantidade máxima de disciplinas por instância alocadas em 2 salas foi de 3. A instância #39, que representa o caso real do primeiro semestre de 2023 da UFCAT foi resolvida em 27555,45 segundos. O valor da função objetivo foi igual a 24, totalizando 8 disciplinas não alocadas, sendo 2 com carga horária igual a 2 horas e 6 com carga horária igual a 4 horas. A Figura 4.2 traz o tempo de solução (em segundos) requerido pelo *solver* para as instâncias do primeiro semestre. Nota-se que este tempo tende a aumentar de acordo com a quantidade de horas-aula solicitada. O tempo aumenta consideravelmente para as instâncias em que a quantidade de salas é muito inferior à quantidade necessária, como no caso das instâncias #15, #23, #36 e #39.

Observa-se de modo geral que o número de salas disponíveis interfere no tempo de solução do modelo, isto é, alocar 10 disciplinas em 6 salas resulta em um modelo que geralmente pode precisar de mais tempo computacional para ser resolvido do que um modelo relacionado à alocação de 10 disciplinas em 3 salas disponíveis. Certamente outros fatores podem dificultar a resolução de uma instância, como a quantidade de horários indisponíveis ou ter sobreposição de pedidos de salas para um mesmo dia e horário.

Figura 4.2 – Tempo de solução requerido pelo *solver* para as instâncias do primeiro semestre.

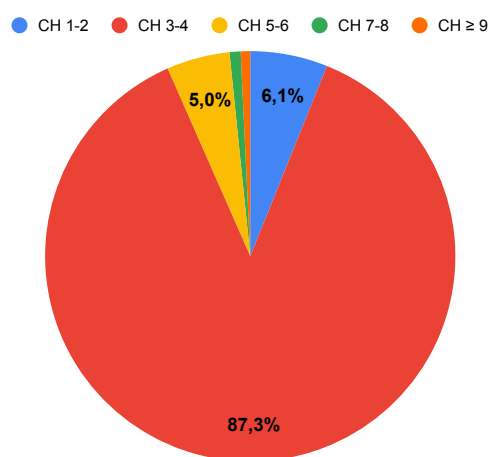
Fonte: o autora.

Em relação ao segundo semestre, ao observar a Tabela 4.9, nota-se que das 36 instâncias, as instâncias #23, #29, e #32 a #36 tiveram todas as suas solicitações atendidas. Em 12 instâncias, o tempo de solução foi maior que o tempo limite (21600 segundos), sendo elas: instâncias #7, #10, #12 a #14, #17, #18, #20 a #22, #24 a #27 e #30. Diferentemente das instâncias relacionadas ao primeiro semestre, para essas do segundo semestre há uma maior quantidade de horas-aula a serem alocadas mesmo havendo a mesma quantidade de disciplinas. Por exemplo, a instância #20 do primeiro semestre, com 300 disciplinas, tem 1155 horas-aula a serem alocadas em 25 salas, resultando em apenas 1 disciplina alocada em mais de uma sala. Já para a instância #20 do segundo semestre, que apresenta a mesma quantidade de disciplinas, são 235 horas-aula a mais (1390) a serem alocadas em 23 salas, apresentando 15 disciplinas alocadas em mais de uma sala. Como mencionado anteriormente, outros fatores podem influenciar para esse resultado, mesmo que tais instâncias possuam a mesma demanda de 300 disciplinas.

Entre as 36 instâncias do segundo semestre, 15 delas apresentaram disciplinas alocadas em mais de uma sala (instâncias #7, #10, #12 a #14, #17, #18, #20 a #22, #24 a #27, e #30) com valor máximo de 19 disciplinas em mais de uma sala para uma dada instância. Em 11 instâncias, as disciplinas foram alocadas no máximo em 2 salas e para 4 instâncias já foi preciso usar 3 salas diferentes. Analisando os resultados na Tabela 4.9, percebe-se que 80,56% das instâncias não tiveram a alocação completa das disciplinas. A Figura 4.3 ilustra os percentuais de disciplinas não alocadas de acordo com as suas cargas horárias. As disciplinas com carga horária entre 3 a 4 horas (em vermelho) representam 87,3% das disciplinas não alocadas, sendo que as que com carga horária semanal entre 7 a 8 horas (em verde) e maior ou igual a 9 horas (em laranja) resultaram apenas em 0,87% e 0,75%, respectivamente. As disciplinas alocadas em mais de uma sala estão presentes em 41,67% das instâncias, totalizando 99 disciplinas.

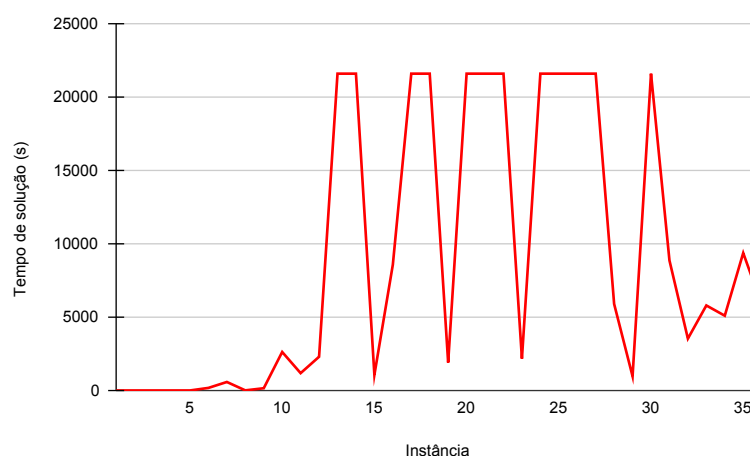
Para o caso real da universidade no segundo semestre letivo, todas as disciplinas foram alocadas e o tempo para obter a solução pelo *solver* foi de 5853,81 segundos. A função objetivo teve valor igual a 0, sendo assim, cada disciplina foi alocada em apenas uma sala. O gráfico com os tempos de solução (em segundos) requerido pelo *solver* encontra-se na Figura 4.4. Em 12 das 36 instâncias, o tempo extrapolou o tempo limite imposto de 21600 segundos. Observa-se que a quantidade de salas disponíveis para tais instâncias são em menor quantidade comparado com a demanda.

Figura 4.3 – Percentual de disciplinas não alocadas, por carga horária, conforme os resultados da Tabela 4.9 para o segundo semestre.



Fonte: a autora.

Figura 4.4 – Tempo de solução requerido pelo *solver* para as instâncias do segundo semestre.



Fonte: o autora.

### 4.3.2 Arquivos de saída

Dada a resolução das instâncias, o arquivo de saída, no formato de planilha, contém um quadro de horários para cada sala de cada bloco didático, com as disciplinas alocadas e seus horários, as disciplinas não alocadas e as disciplinas que foram alocadas em mais de uma sala. As Figuras 4.5a e 4.5b ilustram a alocação de salas referente a instância #1 do primeiro semestre, para a sala 101 do bloco didático 1 e a sala 102 do bloco didático 2. Nas figuras são apresentados os quadros de horários com o código das disciplinas alocadas.

Figura 4.5 – Solução encontrada para a instância #1 do primeiro semestre com modelo de PLI.

Sala 101 BL 1						
Horarios	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sabado
07:10 - 08:00						
08:00 - 08:45			FEA0035	IBT0264	IBT0264	
08:50 - 09:40			FEA0035	IBT0264	IBT0264	
10:00 - 10:50			FEA0035	IBT0264	IBT0264	
10:50 - 11:40			FEA0035	IBT0264	IBT0264	
11:40 - 12:30						
13:00 - 13:50				HOR. INDISP.		
13:50 - 14:40	IBT0264		FEA0061	HOR. INDISP.		
14:40 - 15:30	IBT0264		FEA0061	HOR. INDISP.		
15:50 - 16:40	IBT0264			HOR. INDISP.		
16:40 - 17:30	IBT0264			HOR. INDISP.		
17:30 - 18:20						
18:20 - 19:05	HOR. INDISP.	HOR. INDISP.		HOR. INDISP.		
19:15 - 20:00	HOR. INDISP.	HOR. INDISP.		HOR. INDISP.		
20:00 - 20:45	HOR. INDISP.	HOR. INDISP.		HOR. INDISP.		
21:05 - 21:50						
21:50 - 22:35						

Sala 102 BL 2						
Horarios	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sabado
07:10 - 08:00			IBT0528	HCS0194		
08:00 - 08:45			IBT0528	HCS0194	FEA0098	HOR. INDISP.
08:50 - 09:40			IBT0528	HCS0194	FEA0098	HOR. INDISP.
10:00 - 10:50			IBT0528	HCS0194	FEA0098	HOR. INDISP.
10:50 - 11:40			IBT0528	HCS0194	FEA0098	HOR. INDISP.
11:40 - 12:30			IBT0528	HCS0194		HOR. INDISP.
13:00 - 13:50	IBT0528			IBT0528		
13:50 - 14:40	IBT0528			IBT0528		
14:40 - 15:30	IBT0528			IBT0528		
15:50 - 16:40	IBT0528			IBT0528		
16:40 - 17:30	IBT0528			IBT0528		
17:30 - 18:20	IBT0528			IBT0528		
18:20 - 19:05						
19:15 - 20:00		FAE0268				
20:00 - 20:45		FAE0268				
21:05 - 21:50		FAE0268				
21:50 - 22:35		FAE0268				

(a) Quadro de horários da sala 101 - bloco didático 1.

(b) Quadro de horários da sala 102 - bloco didático 2.

Fonte: a autora.

Na Figura 4.5, para a instância #1, nota-se que em ambas as salas há a presença de reservas anteriores representadas por “HOR. INDISP.” (isto é, horário indisponível). Apenas 7 disciplinas foram alocadas em seus determinados dias e horários, totalizando 50 horas-aula. Quando uma sala não está disponível naquele bloco didático, seu quadro de horários traz a entrada “SALA INDISP.” (isto é, sala indisponível) em todas as células.

Pode ocorrer de algum horário da disciplina não ser reservado devido a falta de sala disponível para aquele dia e horário pré-determinado para ela. Neste caso é preferível pela PROGRAD que nenhum horário daquela disciplina seja alocado para não afetar as demais reservas. As Tabelas 4.10 a 4.12 ilustram esta situação para as instâncias #10 e #26 do primeiro semestre e a instância #27 do segundo semestre, dada a resolução com o modelo de PLI.

Tabela 4.10 – Disciplinas não alocadas na instância #10 do primeiro semestre.

Disciplina	[Dia, horário]
IBT0520 - Paleontologia	[[‘Quinta’, ‘10:50 - 11:40’], [‘Quinta’, ‘11:40 - 12:30’]]
IBT0193 - INVESTIG. E MÉT. EM PSICOLOGIA: PROC. PSICOSSOCIAIS	[[‘Quarta’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quarta’, ‘10:50 - 11:40’]]
ILL0065 - LIBRAS - LÍNGUA BRASILEIRA DE SINAIS	[[‘Terça’, ‘19:15 - 20:00’], [‘Terça’, ‘20:00 - 20:45’], [‘Terça’, ‘21:05 - 21:50’], [‘Terça’, ‘21:50 - 22:35’]]
IGC0052 - FUNDAMENTOS DA ASTRONOMIA	[[‘Quinta’, ‘19:15 - 20:00’], [‘Quinta’, ‘20:00 - 20:45’]]
FAE0137 - LETRAMENTO LITERÁRIO	[[‘Quarta’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quarta’, ‘10:50 - 11:40’]]
FAE0173 - PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO I	[[‘Segunda’, ‘19:15 - 20:00’], [‘Segunda’, ‘20:00 - 20:45’], [‘Quarta’, ‘21:05 - 21:50’], [‘Quarta’, ‘21:50 - 22:35’]]
FAE0168 - HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO I	[[‘Terça’, ‘19:15 - 20:00’], [‘Terça’, ‘20:00 - 20:45’], [‘Quinta’, ‘21:05 - 21:50’], [‘Quinta’, ‘21:50 - 22:35’]]
IMT0284 - PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	[[‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quinta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quinta’, ‘10:00 - 10:50’]]
IMT0275 - ÁLGEBRA LINEAR	[[‘Terça’, ‘19:15 - 20:00’], [‘Terça’, ‘20:00 - 20:45’], [‘Quarta’, ‘21:05 - 21:50’], [‘Quarta’, ‘21:50 - 22:35’]]
FEA0200 - Projeto Interdisciplinar 1	[[‘Quinta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quinta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quinta’, ‘10:50 - 11:40’]]
QUI0051 - QUÍMICA GERAL TEÓRICA	[[‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quinta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quinta’, ‘10:00 - 10:50’]]
QUI0051 - QUÍMICA GERAL TEÓRICA	[[‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quinta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quinta’, ‘10:00 - 10:50’]]

Fonte: a autora.

Tabela 4.11 – Disciplinas não alocadas na instância #26 do primeiro semestre.

Disciplina	[Dia, horário]
IMT0281 - ELEMENTOS DE MATEMÁTICA	[[‘Quarta’, ‘19:15 - 20:00’], [‘Sexta’, ‘19:15 - 20:00’], [‘Quarta’, ‘20:00 - 20:45’], [‘Sexta’, ‘20:00 - 20:45’], [‘Quinta’, ‘21:05 - 21:50’], [‘Quinta’, ‘21:50 - 22:35’]]
IBT0231 - MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA	[[‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terça’, ‘10:00 - 10:50’]]
IBT0323 - PSICOLOGIA NO PROCESSO SAÚDE-DOENÇA	[[‘Terça’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’]]

Fonte: a autora.

Tabela 4.12 – Disciplinas não alocadas na instância #27 do segundo semestre.

Disciplina	[Dia, horário]
IBT0774 - HABILIDADES CLÍNICAS 3	[[‘Quinta’, ‘07:10 - 08:00’], [‘Sexta’, ‘08:00 - 08:50’], [‘Quinta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Sexta’, ‘08:50 - 09:40’]]
IBT0534 - ATIVIDADE FÍSICA E SAÚDE	[[‘Segunda’, ‘13:50 - 14:40’], [‘Segunda’, ‘14:40 - 15:30’]]
QUI0155 - Processos Bioquímicos	[[‘Terça’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terça’, ‘10:50 - 11:40’], [0, 7], [0, 8]]
QUI0092 - Introdução à Química Quântica	[[‘Terça’, ‘08:00 - 08:50’], [‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’]]
QUI0079 - Cinética Química	[[‘Quinta’, ‘07:10 - 08:00’], [‘Quinta’, ‘08:50 - 09:40’], [2, 3], [‘Quarta’, ‘10:50 - 11:40’]]
ILL0075 - Língua Estrangeira 2- Inglês	[[‘Terça’, ‘08:00 - 08:50’], [‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terça’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terça’, ‘10:50 - 11:40’]]
FEA0120 - INTRODUÇÃO À ECONOMIA	[[‘Quinta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Sexta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quinta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Sexta’, ‘10:00 - 10:50’]]
FEA0176 - PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO 2	[[‘Segunda’, ‘13:50 - 14:40’], [‘Quinta’, ‘13:50 - 14:40’], [‘Segunda’, ‘14:40 - 15:30’], [‘Quinta’, ‘14:40 - 15:30’]]
IFC0147 - FÍSICA 1	[[‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terça’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terça’, ‘10:50 - 11:40’], [‘Terça’, ‘11:40 - 12:30’]]
IBT0335 - PSICOTERAPIA INFANTIL	[[‘Terça’, ‘08:00 - 08:50’], [‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terça’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terça’, ‘10:50 - 11:40’]]
HCS0013 - ANTROPOLOGIA VI	[[‘Terça’, ‘08:00 - 08:50’], [‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terça’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terça’, ‘10:50 - 11:40’]]
IBT0463 - FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS E SÓCIO HISTÓRICOS DA EDUCAÇÃO FÍSICA	[[‘Terça’, ‘07:10 - 08:00’], [‘Terça’, ‘08:00 - 08:50’], [‘Terça’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terça’, ‘10:00 - 10:50’]]

Fonte: a autora.

Outra situação que pode ocorrer está relacionada a disciplina ser alocada em salas

diferentes, geralmente, devido à ausência de horários disponíveis na mesma sala. Esta situação foi observada na solução obtida para as instâncias #2 e #4 do primeiro semestre e a instância #21 do segundo semestre, como ilustram as Figuras 4.13 a 4.15. Além das instâncias apresentadas, observou-se a alocação de disciplinas em mais de uma sala nas instâncias #3, #18 a #21, bem como na instância #23. Este é um ponto que pode ser explorado futuramente considerando questões de proximidade entre as salas, como dar preferência para salas no mesmo bloco didático.

Tabela 4.13 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na instância #2 do primeiro semestre.

<b>Disciplina</b>	<b>Salas</b>
CGN0011 - MACROECONOMIA	Sala 101 Bloco 1; Sala 102 Bloco 2
FAE0268 - AQUISIÇÃO DA LIBRAS E O PAPEL DA FAMÍLIA	Sala 101 Bloco 1; Sala 102 Bloco 2
IBT0528 - PROCESSO DE CUIDAR EM SAÚDE DA MULHER I	Sala 101 Bloco 1; Sala 102 Bloco 2

Fonte: a autora.

Tabela 4.14 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na instância #4 do primeiro semestre.

<b>Disciplina</b>	<b>Salas</b>
CGN0011 - MACROECONOMIA	Sala 101 Bloco 1; Sala 103 Bloco 2
FAE0168 - História da Educação I	Sala 101 Bloco 1; Sala 103 Bloco 1

Fonte: a autora.

Tabela 4.15 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na instância #21 do segundo semestre.

<b>Disciplina</b>	<b>Salas</b>
PED01 - PIBID / Pedagogia	Sala 101 Bloco1; Sala 203 Bloco2
IMT0277 - CÁLCULO II (GRADUAÇÃO)	Sala 202 Bloco2; Sala 301 Bloco2
FEA0154 - MINERALOGIA DESCRITIVA	Salas 101 Bloco1; Sala 205 Bloco1; Sala 201 Bloco2
IBT0022 - ANATOMIA VEGETAL	Sala 101 Bloco2; Sala 301 Bloco2
IBT0366 - TÉCNICAS DE EXAME PSICOLÓGICO I	Sala 201 Bloco1; Sala 202 Bloco2
IBT0011 - ANÁLISE EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO	Sala 205 Bloco1; Sala 203 Bloco2
IBT0318 - PSICOLOGIA ESCOLAR	Sala 104 Bloco1; Sala 203 Bloco1
AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL - AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL	Sala 202 Bloco1; Sala 203 Bloco2
IBT0264 - PROCESSO DE CUIDAR DO ADULTO E IDOSO I	Sala 101 Bloco1; Sala 204 Bloco1; Sala 103 Bloco2
IBT0532 - PROCESSO DE CUIDAR EM SAÚDE DA CRIANÇA E DO ADOLESCENTE II	Sala 203 Bloco1; Sala 103 Bloco2; Sala 202 Bloco2
QUI0147 - Gestão e Análise Ambiental	Sala102 Bloco1; Sala 104 Bloco1
FAE0218 - ESTÁGIO E PRÁTICA DE ENSINO EM EDUCAÇÃO INFANTIL II	Sala 104 Bloco1; Sala 102 Bloco2

Fonte: a autora.

### 4.3.3 Comparação com as soluções da universidade

Os resultados dados pela resolução do modelo de PLI são utilizados para avaliar e comparar com aqueles obtidos manualmente pela universidade, considerando as instâncias

dos casos reais do primeiro e segundo semestres do ano de 2023 da UFCAT. A reserva manual feita pela PROGRAD para o primeiro semestre refere-se a resolução da instância #38. Para esta instância e considerando a solução do modelo de PLI, o tempo para encontrar uma solução ótima foi de aproximadamente 2 horas. Apenas 2 das 541 disciplinas não foram alocadas, devido a alta solicitação de salas no período matutino da terça-feira. Interessante observar que a instância #39, que é a versão “não tratada” das solicitações feitas pelos cursos de graduação, por incluir 37 disciplinas a mais, fez com que o tempo computacional saltasse para mais de 7 horas de resolução e com 8 disciplinas não alocadas, sendo 6 com a carga horária entre 3 e 4 horas e 2 com a carga horária entre 1 e 2 horas.

A Tabela 4.16 apresenta as disciplinas não alocadas da instância #38. Como a PROGRAD é responsável por outras reservas, além das demandas dos cursos de graduação, algumas salas já se encontram indisponíveis em determinados horários, em especial as salas do térreo dos blocos didáticos.

Tabela 4.16 – Disciplinas não alocadas para a instância #38 representando o primeiro semestre de 2023 da UFCAT.

Disciplina	[Dia, horário]
IBT0231 - MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA	[['Terça', '08:50 - 09:40'], ['Terça', '10:00 - 10:50']]
IBT0323 - IBT0323 PSICOLOGIA NO PROCESSO SAÚDE-DOENÇA	[['Terça', '08:00 - 08:45'], ['Terça', '08:50 - 09:40']]

Fonte: a autora.

A solução manualmente elaborada pela equipe técnica é, em geral, feita seguindo as solicitações conforme a ordem em que elas são inseridas no formulário. Desta forma, as primeiras disciplinas a serem alocadas correspondem as primeiras solicitações feitas no formulário e assim por diante. Isto resultou em total de 10 disciplinas não alocadas nas salas dos blocos didáticos, como ilustra a Tabela 4.17. As disciplinas não alocadas apresentam horários principalmente nas terças e quartas-feira, sendo a maior carga horária igual a 18 horas semanais. É importante destacar que todas as disciplinas não alocadas estão entre as últimas 50 solicitações no formulário. Ao todo foram 55 horas-aula não reservadas na solução feita manualmente.

Na solução obtida de forma manual há ainda 3 disciplinas alocadas em mais de uma sala, como pode ser observado na Figura 4.18. Essas disciplinas possuem horários predominantemente nas terças e quartas-feira. Por outro lado, a solução reportada pelo modelo proposto tem cada disciplina sendo alocada em uma única sala.

A Tabela 4.19 traz mais detalhes das duas soluções, aquela obtida manualmente pela equipe técnica da PROGRAD e a outra resultante da resolução do modelo de PLI proposto neste trabalho. Cada linha desta tabela apresenta o total de disciplinas não alocadas, o total de horas-aula não alocadas, a quantidade de disciplinas não alocadas com carga horária igual a 1 ou 2 horas, 3 ou 4 horas, 5 ou 6 horas, 7 ou 8 horas, e igual ou maior que 9 horas, e a quantidade de disciplinas alocadas em mais de uma sala.

Tabela 4.17 – Disciplinas não alocadas na solução construída manualmente pela PROGRAD.

Disciplina	[Dia, horario]
HCS0194 - DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO EM CIÊNCIAS SOCIAIS II	[[‘Quarta’, ‘07:10 - 08:00’], [‘Quarta’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quarta’, ‘10:50 - 11:40’], [‘Quarta’, ‘11:40 - 12:30’]]
IBT0791 - CIÊNCIA, TECNOLOGIAS EM SAÚDE, ADOECIMENTO E CUIDADO 6	[‘Terca’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Terca’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terca’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terca’, ‘10:50 - 11:40’]
IBT0796 - CIÊNCIA, TECNOLOGIAS EM SAÚDE, ADOECIMENTO E CUIDADO 7	[‘Terca’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Terca’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terca’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terca’, ‘10:50 - 11:40’]
IBT0801 - CIÊNCIA, TECNOLOGIAS EM SAÚDE, ADOECIMENTO E CUIDADO 8	[‘Terca’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Terca’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terca’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terca’, ‘10:50 - 11:40’]
IBT0776 - CIÊNCIA, TECNOLOGIAS EM SAÚDE, ADOECIMENTO E CUIDADO 3	[‘Quarta’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’]
IBT0779 - HABILIDADES CLÍNICAS 4	[‘Terca’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terca’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terca’, ‘10:50 - 11:40’], [‘Terca’, ‘11:40 - 12:30’]]
IBT0786 - CIÊNCIA, TECNOLOGIAS EM SAÚDE, ADOECIMENTO E CUIDADO 5	[‘Terca’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Terca’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terca’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terca’, ‘10:50 - 11:40’]
IBT0791 - CIÊNCIA, TECNOLOGIAS EM SAÚDE, ADOECIMENTO E CUIDADO 6	[‘Terca’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Terca’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terca’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terca’, ‘10:50 - 11:40’]
IBT0801 - CIÊNCIA, TECNOLOGIAS EM SAÚDE, ADOECIMENTO E CUIDADO 8	[‘Terca’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Terca’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Terca’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Terca’, ‘10:50 - 11:40’]
IBT0528 - PROCESSO DE CUIDAR EM SAÚDE DA MULHER I	[[‘Quarta’, ‘07:10 - 08:00’], [‘Quarta’, ‘08:00 - 08:45’], [‘Quarta’, ‘08:50 - 09:40’], [‘Quarta’, ‘10:00 - 10:50’], [‘Quarta’, ‘10:50 - 11:40’], [‘Quarta’, ‘11:40 - 12:30’]], [‘Segunda’, ‘13:00 - 13:50’], [‘Segunda’, ‘13:50 - 14:40’], [‘Segunda’, ‘14:40 - 15:30’], [‘Segunda’, ‘15:50 - 16:40’], [‘Segunda’, ‘16:40 - 17:30’], [‘Segunda’, ‘11:40 - 12:30’]], [‘Quinta’, ‘13:00 - 13:50’], [‘Quinta’, ‘13:50 - 14:40’], [‘Quinta’, ‘14:40 - 15:30’], [‘Quinta’, ‘15:50 - 16:40’], [‘Quinta’, ‘16:40 - 17:30’], [‘Quinta’, ‘11:40 - 12:30’]]

Fonte: a autora.

Tabela 4.18 – Disciplinas alocadas em mais de uma sala na solução construída manualmente pela PROGRAD.

Disciplina	Salas
QUI0084/QUI0149 - ANÁLISE INSTRUMENTAL	Sala 109 Bloco 2; Sala 201 Bloco 2
FEA0143 - Mecânica dos Fluidos	Sala 203 Bloco 1; Sala 104 Bloco 2
IBT0524 - CENTRO CIRÚRGICO/ CENTRAL D	Sala 107 Bloco 1; Sala 109 Bloco 1

Fonte: a autora.

Tabela 4.19 – Detalhes das soluções obtidas com o modelo proposto e feita manualmente pela equipe técnica.

Tipo	#Disc. NA	#H-A NA	#Disc. NA 1-2h	#Disc. NA 3-4h	#Disc. NA 5-6h	#Disc. NA 7-8h	#Disc. NA ≥ 9h	#Disc. +S
Solução do modelo de PLI	2	4	2	0	0	0	0	0
Solução manual	10	55	0	8	1	0	1	3

Fonte: a autora.

A Figura 4.6 ilustra dois quadros de horários gerados para a instância #38, um pelo modelo proposto e outro da solução obtida de forma manual. Observa-se que na solução manual há preferência por se usar primeiro as salas do primeiro andar de ambos os blocos didáticos, começando pelo bloco didático 2. Desta forma, estas salas possuem uma maior quantidade de disciplinas alocadas.

Como a solução obtida de forma manual prioriza as salas do primeiro andar dos blocos didáticos, as salas do segundo andar apresentam menos disciplinas alocadas, como ilustra a Figura 4.7 para a sala 310 do bloco didático 1. Vale comentar que as salas presentes no térreo são reservadas por último, com foco nas disciplinas que necessitam de acessibilidade e aquelas que ainda não foram alocadas.

Figura 4.6 – Quadro de horários da sala 204 do bloco didático 2 para a instância #38 do primeiro semestre.

Horários	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
07:10 - 08:00	IBT0458				QUI0162	
08:00 - 08:45	IBT0458		FAE0137		QUI0162	
08:50 - 09:40	IBT0458	EPR0021	FAE0137			
10:00 - 10:50	IBT0458	EPR0021	FAE0137			
10:50 - 11:40		EPR0021	FAE0137	FEA0090	FEA0090	
11:40 - 12:30		EPR0021		FEA0090	FEA0090	
13:00 - 13:50		IBT0457	IMT0248			
13:50 - 14:40	FEA0085	IBT0457	IMT0248	FAE0268	FAE0267	
14:40 - 15:30	FEA0085	IBT0457	IMT0248	FAE0268	FAE0267	
15:50 - 16:40	FEA0085	IBT0457	IMT0248	FAE0268	FAE0267	
16:40 - 17:30	FEA0085	IBT0564		FAE0268	FAE0267	
17:30 - 18:20	QUI0160	QUI0160	FEA0052	CGN0032		
18:20 - 19:05	QUI0160	QUI0160	FEA0052	CGN0032		
19:15 - 20:00	IMT0285	CGN0036	IMT0088	FAE0026	CGN0032	
20:00 - 20:45	IMT0285	CGN0036	IMT0088	FAE0026	CGN0032	
21:05 - 21:50	CGN0036	IMT0285	CGN0061	CGN0042	FAE0026	
21:50 - 22:35	CGN0036	IMT0285	CGN0061	CGN0042	FAE0026	

(a) Solução feita manualmente.

Horarios	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sabado
07:10 - 08:00	IBT0345	IBT0459	IBT0345			
08:00 - 08:45	IBT0345	IBT0459	IBT0345	IBT0264	IBT0264	
08:50 - 09:40	IBT0345	IBT0459	IBT0345	IBT0264	IBT0264	
10:00 - 10:50	IBT0345	IBT0459	IBT0345	IBT0264	IBT0264	
10:50 - 11:40	IBT0345		IBT0345	IBT0264	IBT0264	
11:40 - 12:30						
13:00 - 13:50					FEA0124	
13:50 - 14:40	IBT0264		FEA0061		FEA0124	
14:40 - 15:30	IBT0264		FEA0061		FEA0124	
15:50 - 16:40	IBT0264				FEA0124	
16:40 - 17:30	IBT0264				FEA0236	
17:30 - 18:20	IMT0275	IMT0275			FEA0236	
18:20 - 19:05	IMT0275	IMT0275				
19:15 - 20:00	FAE0095	IGC0150	IGC0156	IGC0148	IGC0153	
20:00 - 20:45	FAE0095	IGC0150	IGC0156	IGC0148	IGC0153	
21:05 - 21:50	FAE0095	IGC0150	IGC0156		IGC0153	
21:50 - 22:35	FAE0095	IGC0150	IGC0156		IGC0153	

(b) Solução obtida com o modelo de PLI proposto.

Fonte: a autora.

Figura 4.7 – Quadro de horários da sala 310 do bloco didático 1 para a instância #38 do primeiro semestre.

Horários	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
07:10 - 08:00						
08:00 - 08:45						
08:50 - 09:40	IMT0282	IBT0583	IBT0215	IBT0215		
10:00 - 10:50	IMT0282	IBT0583	IBT0215	IBT0215		
10:50 - 11:40		IBT0583				
11:40 - 12:30		IBT0583				
13:00 - 13:50		ILL0047				
13:50 - 14:40		ILL0047				
14:40 - 15:30		ILL0047				
15:50 - 16:40				ILL0047		
16:40 - 17:30				ILL0047		
17:30 - 18:20				ILL0047		
18:20 - 19:05						
19:15 - 20:00			IGC0203	IGC0157		
20:00 - 20:45			IGC0203	IGC0157		
21:05 - 21:50			IGC0203	IGC0157		
21:50 - 22:35			IGC0203	IGC0157		

(a) Solução feita manualmente.

Horarios	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sabado
07:10 - 08:00			IBT0002			
08:00 - 08:45		IBT0786	IBT0002			
08:50 - 09:40		IBT0786	IBT0002			
10:00 - 10:50		IBT0786	IBT0002			
10:50 - 11:40	FEA0054	IBT0786	FEA0054	FEA0090	FEA0090	
11:40 - 12:30	FEA0054		FEA0054	FEA0090	FEA0090	
13:00 - 13:50				IBT0543		
13:50 - 14:40			IBT0294	IBT0543		
14:40 - 15:30			IBT0294	IBT0543		
15:50 - 16:40			IBT0294	IBT0543		
16:40 - 17:30			IBT0294			
17:30 - 18:20	FEA0077					
18:20 - 19:05	FEA0077					
19:15 - 20:00	ILL0097	HCS0185	IMT0088			
20:00 - 20:45	ILL0097	HCS0185	IMT0088			
21:05 - 21:50	ILL0097	HCS0185				
21:50 - 22:35	ILL0097	HCS0185				

(b) Solução obtida com o modelo de PLI proposto.

Fonte: a autora.

Destaca-se que o modelo de PLI passou a ser aplicado pela PROGRAD a partir do segundo semestre de 2023, assim não há uma reserva feita de forma manual para tal semestre, de forma a realizar uma comparação entre a reserva manual e aquela obtida pelo modelo proposto. Vale comentar que durante a realização desta pesquisa de mestrado, algumas sugestões foram dadas para a equipe técnica da PROGRAD como forma de aperfeiçoar a execução da tarefa de alocação de salas, principalmente, o fato da equipe passar a usar o modelo de PLI como ferramentas de apoio à decisão, tanto para diminuir o tempo para fornecer uma solução, como para aumentar o número de disciplinas alocadas em cada semestre letivo da universidade.

## Capítulo 5

---

# CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

---

O problema de quadro de horários está presente em diferentes organizações, seja no esporte, como em hospitais e instituições de ensino. Quando considerado em universidades, torna-se importante conhecer a realidade da instituição e as restrições que precisam ser atendidas de forma rígida e/ou flexível. Esta foi a situação encontrada na recém-criada Universidade Federal de Catalão, localizada no estado de Goiás.

A UFCAT apresenta 30 cursos de graduação presenciais e em média 540 disciplinas para serem alocadas semestralmente nas 52 salas disponíveis para aulas teóricas, nos dois principais blocos didáticos da universidade. O presente trabalho iniciou com uma compreensão da universidade e seus requerimentos, assim compreendendo o problema de alocação de salas que ela enfrenta todo semestre letivo. Desta forma, tornou-se possível propor e aplicar um modelo de programação linear inteira sobre as demandas para a alocação de salas para as disciplinas dos cursos presenciais de graduação. O modelo proposto e validado nesta dissertação buscou atender, principalmente, as necessidades e requisitos definidos pelo setor responsável por essa tarefa na universidade.

Devido a concentração de aulas nas terças e quartas-feira, a alocação de salas se torna uma tarefa complexa por, em geral, ter bastante conflito de horários entre disciplinas e não se ter salas suficientes para a quantidade de disciplinas que as solicitam. Além disso, como as salas podem ainda atender outras solicitações além dos cursos de graduação, algumas salas não podem ser utilizadas, principalmente nos dias e horários com maior número de solicitações (como nas terças e quartas-feira), fazendo com que algumas disciplinas não sejam alocadas nos blocos didáticos. Mesmo com essas ressalvas, o modelo de PLI proposto atende os requerimentos passados pela UFCAT, resultando em soluções que podem ser utilizadas pela equipe técnica responsável por essa tarefa.

O modelo de PLI foi desenvolvido de acordo com os requerimentos da UFCAT, pos-

suindo 6 tipos de restrições rígidas e 2 tipos de restrições flexíveis, 12 tipos de parâmetros/-conjuntos e 4 tipos de variáveis de decisão. Testes computacionais para validar o modelo ocorreram sobre 75 instâncias derivadas dos casos reais do primeiro e segundo semestres letivos do ano de 2023, alterando a quantidade de disciplinas, de salas e de salas com acessibilidade, para avaliar as soluções e o tempo computacional requerido para obtê-las. Os resultados do modelo de PLI foram obtidos, em sua maioria, em menos de 6 horas, que foi o tempo limite imposto para a resolução de cada instância.

A solução da instância relacionada ao primeiro semestre de 2023 traz as solicitações para alocar salas para 541 disciplinas, totalizando 2207 horas-aula. Para esta instância, o modelo conseguiu atender todas as solicitações, exceto para apenas 2 disciplinas, devido à concentração de solicitações em alguns dias da semana. Para o caso da instância referente ao segundo semestre de 2023, todas as 2379 horas-aula, das 528 disciplinas, foram alocadas. No segundo semestre, as disciplinas estavam melhor distribuídas entre os dias e horários, possibilitando a reserva de todas elas, mesmo com mais horas-aula comparado ao primeiro semestre. Desta forma, uma atividade realizada manualmente pela equipe técnica da universidade, que poderia levar semanas de trabalho, passa agora a ser feita em algumas horas ou poucos dias com a ajuda do modelo proposto. O arquivo gerado pelo código computacional contém os quadros de horários de todas as salas dos blocos didáticos, além de informações relevantes, como disciplinas não alocadas e disciplinas alocadas em mais de uma sala.

Para a continuidade dessa pesquisa de mestrado e o desenvolvimento de trabalhos futuros, uma direção poderia envolver a inclusão de novos parâmetros e restrições conforme outros requerimentos da universidade surjam no decorrer do tempo, como forma de fazer com que os resultados obtidos pelo modelo reflitam continuamente a realidade da UFCAT. Novas restrições relacionadas a demanda de alunos para cada disciplina e a capacidade máxima das salas, por exemplo, podem ser consideradas no modelo. Outros estudos envolvendo novas preferências durante a alocação de salas para guiar a função objetivo, como questões de distância entre salas distintas alocadas para uma mesma disciplina, recursos disponíveis na sala ou considerar pesos diferentes para os termos da função objetivo, podem ser desenvolvidos com poucas modificações no modelo proposto. Uma outra direção pode estar relacionada ao desenvolvimento de métodos heurísticos para agilizar a resolução das instâncias reais e, ao mesmo tempo, fornecer diferentes soluções para a avaliação da equipe técnica. Vale ressaltar que o modelo de programação matemática desenvolvido nesta dissertação foi disponibilizado para a equipe técnica da PROGRAD, assim como um treinamento para o uso e aplicação dele dentro da rotina da equipe. Tem-se discutido sobre tal modelo integrar os sistemas da universidade para que a alocação de salas seja automatizada e os resultados sejam acessados a partir dos sistemas existentes.

---

## REFERÊNCIAS

---

ABDULLAH, S.; HAMDAN, A. R. A hybrid approach for university course timetabling. *International Journal of Computer Science and Network Security*, v. 8, n. 8, p. 127, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.

ADAMIDIS, P.; KINIGOPOULOS, G. Optimization of student personal course schedules with evolutionary algorithms. In: *International Symposium & Balkan Conference on Operational Research, BALCOR 2011*. Thessalonik, Greece: Hellenic Operational Research Society, 2011. p. 146–153. Citado na página 21.

AKBARZADEH, B.; MAENHOUT, B. A decomposition-based heuristic procedure for the medical student scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 288, n. 1, p. 63–79, 2021. Citado na página 21.

AL-YAKOOB, S. M.; SHERALI, H. D. Mathematical models and algorithms for a high school timetabling problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 61, p. 56–68, 2015. Citado na página 21.

ALVES, R. M. *et al.* Minimizing energy consumption in a real-life classroom assignment problem. *OR Spectrum*, v. 44, n. 4, p. 1149–1175, 2022. Citado na página 13.

ASRATIAN, A. S.; WERRA, D. A generalized class–teacher model for some timetabling problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 143, n. 3, p. 531–542, 2002. Citado na página 21.

BABAEI, H.; KARIMPOUR, J.; HADIDI, A. A survey of approaches for university course timetabling problem. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 86, p. 43–59, 2015. Citado na página 27.

BAILEY, M. D.; MICHAELS, D. An optimization-based dss for student-to-teacher assignment: Classroom heterogeneity and teacher performance measures. *Decision Support Systems*, Elsevier, v. 119, p. 60–71, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 19.

BARADYDYM, V. A. Computer-aided school and university timetabling: The new wave. In: BURKE, E.; ROSS, P. (Ed.). *Practice and Theory of Automated Timetabling*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1996. p. 22–45. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 21.

BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. *Linear programming and network flows*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2011. Citado na página 28.

BOUFFLET, J.-P.; ARBAOUI, T.; MOUKRIM, A. The student scheduling problem at université de technologie de compiègne. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 175, p. 114735, 2021. Citado na página 21.

BRESLAW, J. A. A linear programming solution to the faculty assignment problem. *Socio-Economic Planning Sciences*, Elsevier, v. 10, n. 6, p. 227–230, 1976. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 28.

BRODER, S. Final examination scheduling. *Communications of the ACM*, ACM New York, NY, USA, v. 7, n. 8, p. 494–498, 1964. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 28.

BULCK, D. V.; GOOSSENS, D. The international timetabling competition on sports timetabling (ITC 2021). *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 308, n. 3, p. 1249–1267, 2023. Citado na página 13.

BUSAM, V. A. An algorithm for class scheduling with section preference. *Communications of the ACM*, ACM New York, NY, USA, v. 10, n. 9, p. 567–569, 1967. Citado na página 22.

CARTER, M. W. A survey of practical applications of examination timetabling algorithms. *Operations Research*, INFORMS, v. 34, n. 2, p. 193–202, 1986. Citado na página 27.

CARTER, M. W.; LAPORTE, G. Recent developments in practical course timetabling. In: BURKE, E.; CARTER, M. (Ed.). *Practice and Theory of Automated Timetabling II*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1998. p. 3–19. Citado 4 vezes nas páginas 13, 19, 20 e 21.

CARTER, M. W.; LAPORTE, G.; LEE, S. Y. Examination timetabling: Algorithmic strategies and applications. *Journal of the Operational Research Society*, Springer, v. 47, p. 373–383, 1996. Citado na página 19.

CARVALHO, R. de. *Abordagem heurística para o problema de programação de horários de cursos*. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011. Citado na página 19.

CERDEIRA-PENA, A. *et al.* New approaches for the school timetabling problem. In: *2008 Seventh Mexican International Conference on Artificial Intelligence*. Atizapan de Zaragoza, Mexico: IEEE, 2008. p. 261–267. Citado na página 19.

CESCHIA, S.; GASPERO, L. D.; SCHAERF, A. Educational timetabling: Problems, benchmarks, and state-of-the-art results. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 308, n. 1, p. 1–18, 2023. Citado na página 27.

CHENG, E.; KRUK, S.; LIPMAN, M. Flow formulations for the student scheduling problem. In: *Practice and Theory of Automated Timetabling IV: 4th International Conference, PATAT 2002, Gent, Belgium, August 21-23, 2002. Selected Revised Papers 4*. "Berlin, Heidelberg": "Springer", 2003. p. 299–309. Citado na página 21.

CHERRI, L. H. Programação por restrições: Um breve tutorial. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 10, n. 1, p. 1–8, 2018. Citado na página 29.

CHIARANDINI, M. *et al.* An effective hybrid algorithm for university course timetabling. *Journal of Scheduling*, Springer, v. 9, p. 403–432, 2006. Citado na página 20.

CIRINO, R. B. Z.; COSTA, A. M.; SANTOS, M. O. Um modelo matemático para a resolução do problema de alocação de salas no instituto de ciências matemáticas e de computação da universidade de são paulo. In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Natal, RN: SOBRAPO, 2013. p. 2555–2565. Citado na página 14.

CIRINO, R. B. Z.; SANTOS, M. O.; DELBEM, A. C. B. Aplicação da metaheurística agc para o problema de alocação de aulas a salas. In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Porto de Galinhas, Pernambuco-PE: SOBRAPO, 2015. p. 1745–1755. Citado na página 21.

CLARE, L.; ASCHBACHER, P. R. Exploring the technical quality of using assignments and student work as indicators of classroom practice. *Educational Assessment*, Taylor & Francis, v. 7, n. 1, p. 39–59, 2001. Citado na página 21.

COUTO, D. T.; PAULINO, F. C. *Estudo do problema de alocação de salas aplicado ao IFG–Câmpus Goiânia*. 65 f. Monografia (Bacharelado em Sistemas de Informação) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Goiânia, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.

CRESWELL, J. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e mistos*. Porto Alegre: Artmed, 2007. Citado na página 15.

DERIS, S.; OMATU, S.; OHTA, H. Timetable planning using the constraint-based reasoning. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 27, n. 9, p. 819–840, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 28.

DIMOPOULOU, M.; MILIOTIS, P. Implementation of a university course and examination timetabling system. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 130, n. 1, p. 202–213, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.

DINKEL, J. J.; MOTE, J.; VENKATARAMANAN, M. Or practice—an efficient decision support system for academic course scheduling. *Operations Research*, INFORMS, v. 37, n. 6, p. 853–864, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 28.

DOMENECH, B.; LUSA, A. A MILP model for the teacher assignment problem considering teachers' preferences. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 249, n. 3, p. 1153–1160, 2016. Citado na página 21.

DORNELES, A. P.; ARAÚJO, O. C. B.; BURIOL, L. S. A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 52, p. 29–38, 2014. Citado na página 19.

ELMOHAMED, M. S.; CODDINGTON, P.; FOX, G. A comparison of annealing techniques for academic course scheduling. In: *Practice and Theory of Automated Timetabling II: Second International Conference, PATAT'97 Toronto, Canada, August 20–22, 1997 Selected Papers 2*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 92–112. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 28.

FELDMAN, R.; GOLUMBIC, M. C. Optimization algorithms for student scheduling via constraint satisfiability. *The Computer Journal*, Oxford University Press, v. 33, n. 4, p. 356–364, 1990. Citado na página 21.

FRADE, J. L.; CAMARGO, V. Um algoritmo genético para o problema de alocação de salas na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. In: *Simpósio de Engenharia de Produção*. Bauru, SP: SIMPER, 2016. p. 5–19. Citado na página 14.

- GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *Computers and intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness*. New York: Freeman, 1979. Citado na página 21.
- GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: 6. ed. Editora Atlas SA, 2008. Citado na página 16.
- GOGOS, C.; ALEFRAGIS, P.; HOUSOS, E. An improved multi-staged algorithmic process for the solution of the examination timetabling problem. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 194, p. 203–221, 2012. Citado na página 19.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 28.
- GOLTZ, H.-J.; MATZKE, D. University timetabling using constraint logic programming. In: GUPTA, G. (Ed.). *Practical Aspects of Declarative Languages*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1998. p. 320–334. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 28.
- GÜLCÜ, A.; AKKAN, C. Robust university course timetabling problem subject to single and multiple disruptions. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 283, n. 2, p. 630–646, 2020. Citado na página 20.
- GUNAWAN, A.; NG, K. M. Solving the teacher assignment problem by two metaheuristics. *International Journal of Information and Management Sciences*, World Academy of Science, Engineering and Technology (WASET), v. 22, n. 1, p. 73, 2011. Citado na página 21.
- HADWAN, M. Annealing harmony search algorithm to solve the nurse rostering problem. *Computers, Materials & Continua*, v. 71, n. 3, p. 5545–5559, 2022. Citado na página 13.
- HEITMANN, H.; BRÜGGEMANN, W. Preference-based assignment of university students to multiple teaching groups. *OR Spectrum*, Springer, v. 36, p. 607–629, 2014. Citado na página 21.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013. Citado na página 19.
- IBM. *O que é programação de restrição?* 2021. Disponível em: <<https://www.ibm.com/docs/pt-br/icos/12.9.0?topic=programming-what-is-constraint>>. Acesso em: 10/05/2023. Citado na página 29.
- JOUGLET, A.; NACE, D.; OUTTERYCK, C. Timetabling of sorting slots in a logistic warehouse. *Annals of Operations Research*, v. 239, p. 295–316, 2016. Citado na página 13.
- KORTE, B. H. *et al. Combinatorial optimization*. [S.l.]: Springer, 2011. v. 1. Citado na página 18.
- KRIPKA, R.; KRIPKA, M.; SILVA, M. Formulação para o problema de alocação de salas de aula com minimização de deslocamentos. In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Ubatuba, SP: SOBRAPO, 2011. p. 1941–1951. Citado na página 21.
- LAJOS, G. Complete university modular timetabling using constraint logic programming. In: SPRINGER. *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*. [S.l.], 1995. p. 146–161. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 28.

LAPORTE, G.; DESROCHES, S. Examination timetabling by computer. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 11, n. 4, p. 351–360, 1984. Citado na página 19.

LEITE, N.; MELÍCIO, F.; ROSA, A. C. A fast simulated annealing algorithm for the examination timetabling problem. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 122, p. 137–151, 2019. Citado na página 19.

LEWIS, R. A survey of metaheuristic-based techniques for university timetabling problems. *OR Spectrum*, Springer, v. 30, n. 1, p. 167–190, 2008. Citado na página 27.

MERLOT, L. T. G. *et al.* A hybrid algorithm for the examination timetabling problem. In: BURKE, E.; CAUSMAECKER, P. D. (Ed.). *Practice and Theory of Automated Timetabling IV*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2003. p. 207–231. Citado na página 19.

MIKKELSEN, R. Ø.; HOLM, D. S. A parallelized matheuristic for the international timetabling competition 2019. *Journal of Scheduling*, Springer, v. 25, n. 4, p. 429–452, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

MIRHASSANI, S. A.; HABIBI, F. Solution approaches to the course timetabling problem. *Artificial Intelligence Review*, Springer, v. 39, p. 133–149, 2013. Citado na página 20.

MULVEY, J. M. A classroom/time assignment model. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 9, n. 1, p. 64–70, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 28.

MURRAY, K.; MÜLLER, T.; RUDOVÁ, H. Modeling and solution of a complex university course timetabling problem. In: BURKE, E. K.; RUDOVÁ, H. (Ed.). *Practice and Theory of Automated Timetabling VI*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007. p. 189–209. Citado na página 20.

NGO, S. T. *et al.* A compromise programming for multi-objective task assignment problem. *Computers*, MDPI, v. 10, n. 2, p. 15, 2021. Citado na página 13.

NUNES, R. C.; SILVA, F. M. d.; NETO, R. F. T. Problema de alocação de salas: modelagem e aplicação na UFSCar. In: *Anais do XXXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP)*. Joinville, Santa Catarina: ABEPRO, 2017. v. 37, p. 1–18. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

OHNISHI, A.; SUZUKI, A.; SASAKI, M. Prototype of a classroom assignment support system – a case study at nanzan university. *Journal of Japan Industrial Management Association*, Japan Industrial Management Association, v. 72, n. 4E, p. 304–316, 2022. Citado 3 vezes nas páginas 14, 18 e 21.

OKE, A.; WAKILI, A.; OLAYIWOLA, B. Examination timetable scheduling using graph coloring for faculty of science. *British Journal of Multidisciplinary and Advanced Studies*, v. 4, n. 2, p. 117–143, 2023. Citado na página 13.

PAECHTER, B. *et al.* Timetabling the classes of an entire university with an evolutionary algorithm. In: *Parallel Problem Solving from Nature—PPSN V: 5th International Conference Amsterdam, The Netherlands September 27–30, 1998 Proceedings 5*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 865–874. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 28.

PHILLIPS, A. E. *et al.* Integer programming methods for large-scale practical classroom assignment problems. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 53, p. 42–53, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.

- PILLAY, N. A survey of school timetabling research. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 218, p. 261–293, 2014. Citado na página 19.
- PRADO, A. S. *Problema de Alocação de salas em cursos universitários: um estudo de caso*. 81 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.
- REZAEIPANAH, A.; MATOORI, S. S.; AHMADI, G. A hybrid algorithm for the university course timetabling problem using the improved parallel genetic algorithm and local search. *Applied Intelligence*, Springer, v. 51, p. 467–492, 2021. Citado na página 20.
- RIBEIRO, P. C. *et al.* Heurísticas iterated local search e guided local search aplicadas na resolução do problema de alocação de salas. In: *Simpósio de Engenharia de Produção*. Bauru, SP: UNESP, 2011. p. 1–12. Citado na página 21.
- RIVERO, L. E. U.; ESCÁRCEGA, M. R. B.; VELASCO, J. An integer linear programming model for a case study in classroom assignment problem. *Computación y Sistemas*, v. 24, n. 1, p. 97–104, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 14, 26 e 28.
- SALES, E. S.; MÜLLER, F. M.; SIMONETTO, E. O. Solução do problema de alocação de salas utilizando um modelo matemático multi-índice. In: *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Porto de Galinhas, Pernambuco-PE: SOBRAPO, 2015. p. 2596–2607. Citado na página 21.
- SANTANA, R. *et al.* Otimização da alocação de salas de aula: um estudo de caso na Universidade Federal de São Carlos. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, v. 15, p. 1–18, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.
- SANTOS, H. G.; OCHI, L. S.; SOUZA, M. J. A tabu search heuristic with efficient diversification strategies for the class/teacher timetabling problem. *Journal of Experimental Algorithmics*, ACM New York, NY, USA, v. 10, p. 2–9, 2005. Citado na página 21.
- SANTOS, H. G. *et al.* Strong bounds with cut and column generation for class-teacher timetabling. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 194, p. 399–412, 2012. Citado na página 21.
- SANTOS, M. L.; BERNARDES, E. D. Técnicas para resolução de um problema de alocação de turmas às salas de aula. In: *Reunião Anual da SBPC*. Brasília, DF: Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, 2022. p. 5–19. Citado na página 14.
- SAVINIEC, L. *et al.* Pattern-based models and a cooperative parallel metaheuristic for high school timetabling problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 280, n. 3, p. 1064–1081, 2020. Citado na página 21.
- SCHAERF, A. Local search techniques for large high school timetabling problems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, IEEE, v. 29, n. 4, p. 368–377, 1999. Citado na página 19.
- \_\_\_\_\_. A survey of automated timetabling. *Artificial intelligence review*, Springer, v. 13, p. 87–127, 1999. Citado na página 20.

- SHIH, W.; SULLIVAN, J. A. Dynamic course scheduling for college faculty via zero-one programming. *Decision Sciences*, Wiley Online Library, v. 8, n. 4, p. 711–721, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 28.
- SILVA, D.; SILVA, G. Heurísticas baseadas no algoritmo de coloração de grafos para o problema de alocação de salas em uma instituição de ensino superior. In: *XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Bento Gonçalves: SOBRAPO, 2010. p. 2839–2849. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.
- SOUZA, M. J. F.; MARTINS, A. X.; ARAÚJO, C. R. Experiências com simulated annealing e busca tabu na resolução do problema de alocação de salas. In: *XXXIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: SOBRAPO, 2002. Citado na página 25.
- SUTHERLAND, I. E. Sketchpad: A man-machine graphical communication system. In: *Proceedings of the Spring Joint Computer Conference*. Detroit, Michigan: [s.n.], May 21–23, 1963. p. 329–346. Citado na página 29.
- SZWARC, E.; BACH-DĄBROWSKA, I.; BOCEWICZ, G. Competence management in teacher assignment planning. In: DAMAŠEVIČIUS, R.; VASILJEVIENĖ, G. (Ed.). *Information and Software Technologies*. Cham: Springer International Publishing, 2018. p. 449–460. Citado na página 21.
- TAN, J. S. *et al.* A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 165, p. 113943, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 13, 19 e 20.
- TASSOPOULOS, I. X. *et al.* An effective local particle swarm optimization-based algorithm for solving the school timetabling problem. *Algorithms*, MDPI, v. 16, n. 6, p. 291, 2023. Citado na página 19.
- TAVAKOLI, M. M. *et al.* Proposing a novel heuristic algorithm for university course timetabling problem with the quality of courses rendered approach; a case study. *Alexandria Engineering Journal*, Elsevier, v. 59, n. 5, p. 3355–3367, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 19, 26 e 28.
- UFCAT. *Cursos de Graduação*. 2023. <<https://portal.ufcat.edu.br/cursos-de-graduacao>>. Acesso: 30/05/2023. Citado na página 30.
- WALLACE, M. Practical applications of constraint programming. *Constraints*, Springer, v. 1, p. 139–168, 1996. Citado na página 29.
- WOOD, D. C. A system for computing university examination timetables. *The Computer Journal*, Oxford University Press, v. 11, n. 1, p. 41–47, 1968. Citado na página 22.
- WREN, A. Scheduling, timetabling and rostering — a special relationship? In: BURKE, E.; ROSS, P. (Ed.). *Practice and Theory of Automated Timetabling*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1996. p. 46–75. ISBN 978-3-540-70682-3. Citado na página 18.