



Universidade Federal de Goiás
Unidade Acadêmica Especial de
Matemática e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional



**MATEMÁTICA COM TECNOLOGIAS:
Cubo de Rubik e Robótica**

CASSIANO MARQUES BARBOSA

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: Cassiano Marques Barbosa

Título do trabalho: Matemática com tecnologias: Cubo de Rubik e Robótica

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Cassiano M. Barbosa

Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:

Fernando da Costa Barbosa

Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 14 / 03 / 19

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

CASSIANO MARQUES BARBOSA

MATEMÁTICA COM TECNOLOGIAS:
Cubo de Rubik e Robótica

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre.

Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Fernando da Costa Barbosa

Catalão

2019

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Barbosa, Cassiano Marques
Matemática com Tecnologias: Cubo de Rubik e Robótica
[manuscrito] / Cassiano Marques Barbosa. - 2019.
95 f.

Orientador: Prof. Dr. Fernando da Costa Barbosa.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, PROFMAT- Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RC), Catalão, 2019.
Bibliografia. Anexos.
Inclui siglas, fotografias, abreviaturas, símbolos, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Cubo de Rubik. 2. Matemática. 3. Tecnologias. 4. Escola Pública. I. Barbosa, Fernando da Costa, orient. II. Título.

CDU 51



Ata de Defesa da Dissertação

Em 14 de março de 2019, às 14 h 05 min, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores(as) Dr. Fernando da Costa Barbosa (orientador), Dra. Élide Alves da Silva, Dr. Deive Barbosa Alves para, em sessão pública realizada por Webconferência no Bloco J - Sala 08, da Regional Catalão (RC), da Universidade Federal de Goiás (UFG), procederem com a avaliação da Dissertação intitulado "MATEMÁTICA COM TECNOLOGIAS: Cubo de Rubik e Robótica", de autoria de Cassiano Marques Barbosa, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás. A sessão foi aberta pelo(a) presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida ao discente que, em 24 min procedeu a apresentação da Dissertação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o examinando. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Dissertação, que foi considerado: **Aprovado** ou () **Reprovado**. Cumpridas as formalidades de pauta, às 15 h 15 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Fernando da Costa Barbosa, lavrei a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente.

Dr. Fernando da Costa Barbosa
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG
Presidente da Banca

Dra. Élide Alves da Silva
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

Dr. Deive Barbosa Alves
UFT- Matemática – Araguaína

Cassiano Marques Barbosa
Discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT/RC/UFG

*Dedico este trabalho aos apaixonados pelas artes
de resolução do cubo de Rubik e suas tecnologias.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por sempre iluminar meus caminhos e decisões na vida.

À minha esposa Glória Terezinha Carrijo, que me apoiou durante todo esse tempo de mestrado, foi parceira e contribuiu bastante.

À minha filha Larissa Marques Carrijo por permitir momentos de descontração dentro dos períodos mais difíceis que passei nesse percurso.

À toda minha família, pela compreensão nos meus momentos de ausência devido aos estudos.

Aos meus pais Reinaldo Wilson Barbosa e Ivone Marques Barbosa, que se esforçaram em suas vidas de forma única para que eu pudesse concluir esta formação.

Ao meu orientador, Fernando da Costa Barbosa, que esteve presente em todos os momentos deste trabalho, principalmente nos mais difíceis. A ele todo meu respeito, minha admiração e agradecimentos.

À Cristiane A. Rodrigues por me apoiar e ajudar no desenrolar deste trabalho.

Aos professores Deive Barbosa Alves, Élide Alves da Silva e Porfírio Azevedo dos Santos Junior que contribuíram significativamente para este trabalho.

Ao professor Alexandre Henrique Afonso Campos e a Gabriel Dechichi Barbar, pelas suas contribuições, por meio de suas habilidades, a este trabalho.

À todos os integrantes da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, em especial à aqueles participantes do PROFMAT.

Aos meus amigos de turma, em especial ao Geovani, a Ângela e a Inês, pelo companheirismo e pela contribuição nos estudos, especialmente pelo apoio nos momentos de maior dificuldade.

Aos meus queridos estudantes participantes deste trabalho.

À diretora da escola campo, por acreditar neste trabalho e apoiá-lo da melhor forma possível.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) por propiciar este mestrado.

E a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração e conclusão deste trabalho.

RESUMO

Associar diferentes tecnologias, principalmente com viés lúdico, pode proporcionar momentos agradáveis de construção de saberes a públicos específicos, fazendo analogia com Larrosa (2004). Neste trabalho optou-se pela ludicidade do quebra-cabeças cubo de Rubik associados à três cenários de pesquisa. O cenário noções matemáticas visa a uma reflexão sobre como utilizar a arte de saber resolver o cubo de Rubik e as experiências proporcionados por esta, associando estes, de forma intrínseca, à problemas matemáticos e suas soluções. O cenário aprofundando no aprendizado do cubo de Rubik, por meio da Robótica educacional, está relacionado a vivências proporcionadas pelo uso de kits de robótica Lego® e Arduíno: como estabelecer relações entre os participantes através do trabalho em coletividade, além de desenvolver uma atividade educativa por meio de ferramentas tecnológicas de modo a apropriar-se destas tecnologias. Essas atividades foram motivadas pela construção de robôs capazes de solucionar o cubo de Rubik. O cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik tem como foco o desenvolvimento de conhecimentos e experiências acerca de recursos e atividades lúdicas manipulativas com o cubo de Rubik – material lógico estruturado: bloco lógico. Esta pesquisa buscou compreender quais são as contribuições para a educação matemática e tecnológica e para as limitações existentes em um processo construtivo de investigação, utilizando o cubo de Rubik no contexto de uma escola pública municipal de Uberlândia. A presente proposta é de natureza aplicada com abordagem qualitativa empregando-se o estudo de caso. Existem limitações no trabalho com o cubo de Rubik, e estas podem estar relacionadas ao diálogo entre os envolvidos no processo ou até mesmo de materiais, mas esses empecilhos não impedem aqueles que se apaixonaram pelas artes em resolver o cubo, de continuar desenvolvendo trabalhos com o quebra-cabeça. Da participação destes apaixonados, observou-se, por meio de diversas fontes de informação, melhorias em relação ao raciocínio lógico, à agilidade e coordenação motora, ao convívio com outros estudantes, tolerância às frustrações e trabalho em grupo, bem como conceber a matemática de forma mais prazerosa.

Palavras-chave: Cubo de Rubik. Matemática. Tecnologias. Escola Pública.

ABSTRACT

Associating different technologies, especially with playful bias, can provide pleasant moments of knowledge construction to specific audiences, making analogy with Larrosa (2004). In this work, we opted for the playfulness of the Rubik cube puzzle associated to three research scenarios. The mathematical notions scenario aims at a reflection on how to use the art of knowing how to solve the Rubik's cube and the experiences provided by it, associating them in an intrinsic way with the mathematical problems and their solutions. The deepening scenario in learning the Rubik's cube through Educational Robotics is related to the experiences provided by the use of Lego[®] and Arduino robotics kits: how to establish relationships among participants through collective work, and to develop an educational activity by means of technological tools in order to appropriate these technologies. These activities were motivated by the construction of robots capable of solving the Rubik's cube. The scenario learning to solve the Rubik's cube focuses on the development of knowledge and experiences about resources and playful activities with the Rubik's cube - structured logical material: logical block. This research sought to understand the contributions to mathematical and technological education and limitations in a constructive research process, using the Rubik's cube in the context of a municipal public school in Uberlândia. The present proposal is of an applied nature with a qualitative approach employing the case study. There are limitations in working with the Rubik's cube, and these may be related to the dialogue between those involved in the process or even materials, but these obstacles do not prevent those who have fallen in love with the art in solving the cube, from continuing to work with the puzzle. From the participation of these passionate students, we observed, through various sources of information, improvements in relation to logical reasoning, agility and motor coordination, interaction with other students, frustration tolerance and group work, as well as designing the mathematics of most pleasurable way.

Keywords: Rubik's Cube. Mathematics. Technologies. Public School.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LDB	Leis de Diretrizes e Base da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
NC / UFPR	Núcleo de concursos/ Universidade Federal do Paraná
CESGRANRIO	Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
FCC	Fundação Carlos Chagas
TCE	Tribunal de Contas do Estado
BA	Bahia
PB	Paraíba
TRT	Tribunal Regional do Trabalho

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cubo de Rubik.....	21
Figura 2 - Visão explodida do cubo mágico 3x3x3.....	25
Figura 3 - Cuboku	26
Figura 4 - Mosaicos.....	27
Figura 5 - Padrões no cubo de Rubik	28
Figura 6 - Cubo periódico	32
Figura 7 - Lego Mindstorms NXT: Projeto Robô	34
Figura 8 - Estudantes do projeto resolvendo a primeira questão	45
Figura 9 - Concurso Itaipu	46
Figura 10 - Concurso IBGE	46
Figura 11 - Concurso IBGE	47
Figura 12 - Concurso IBGE	47
Figura 13 - Concurso TCE/ BA.....	48
Figura 14 - Concurso TCE/ BA.....	48
Figura 15 - Concurso TCE/PB	49
Figura 16 - Concurso TCE/PB	49
Figura 17 - Concurso: TRT 6ª.....	50
Figura 18 - Concurso TRT 6ª.....	51
Figura 19 - Entrevista.....	53
Figura 20 - Conversa com Aluno 01 - grupo de WhatsApp.....	54
Figura 21 - Conversa com Aluno 01 – Grupo de WhatsApp	55
Figura 22 - Robô MindCub3r – Soluciona o Cubo de Rubik.....	55
Figura 23 - Equipes 6 e 8: Uso das TIC's	57
Figura 24 - Final da montagem do Robô MindCub3r	58
Figura 25 - Bloco principal	60
Figura 26 - Comandos Matemáticos	60
Figura 27 - Movimentos 1 e 2	63
Figura 28 - Prof. Alexandre – Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)	64
Figura 29 - Camadas do Cubo de Rubik	64
Figura 30 - Equipe cubo de Rubik	65

Figura 31 - Aluno 01 – Método de Fridrich	67
Figura 32 - Aluno 01 – Desafios propostos.....	67
Figura 33 - Aluno 01 – Construções de suporte com materiais reciclados	68
Figura 34 - Aluno 01 – Exposição dos cubos no rack da sala.....	68
Figura 35 - Simulação de campeonato com regras oficiais da WCA.....	69
Figura 36 - Participação do Campeonato Uberlândia Open 2018.....	70
Figura 38 - Concurso Itaipu	85
Figura 39 - Concurso Câmara de Sumaré - SP.....	86
Figura 40 - Concurso MAPA	86
Figura 41 - Concurso MAPA	87
Figura 42 - Concurso: MPE/MS.....	87
Figura 43 - Concurso SEPLAG/MG	88
Figura 44 - Concurso SEE/SP	88
Figura 45 - Concurso: SEE/SP.....	88
Figura 46 - Concurso Prefeitura Vitorino Freire - MA	89
Figura 47 - Concurso Prefeitura Vitorino Freire - MA	89
Figura 48 - Concurso: PM/BA	89
Figura 49 - Concurso: PM/BA	89
Figura 50 - Concurso: IBGE	90
Figura 51 - Concurso: IBGE	90
Figura 52 - Concurso: SEE/SP.....	90
Figura 53 - Concurso: TCE/SP.....	91
Figura 54 - Concurso: CAPES	91
Figura 55 - Concurso: CAPES	92
Figura 56 - Concurso: PETROBRÁS - REFAP.....	92
Figura 57 - Concurso: ELETROBRÁS.....	93
Figura 58 - Concurso: TCE/BA	94
Figura 59 - Concurso: TCE/PB	94
Figura 60 - Concurso: TCE/PB	95
Figura 61 - Concurso: TRT 6ª.....	95
Figura 62 – Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública.....	96

Figura 63 - Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública	96
--	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Orçamento.....	42
---------------------------	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1.	SOBRE O CUBO DE RUBIK: Um breve relato	21
2.2.	OS TRABALHOS SOBRE CUBO DE RUBIK NO BRASIL	22
3	METODOLOGIA	36
3.1	CENÁRIOS DE PESQUISA.....	38
3.2	COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP	39
3.3	O LOCAL DE PESQUISA	40
3.4	OS PARTICIPANTES DA PESQUISA: DA SELEÇÃO DE ALUNOS	41
3.5	RECURSOS	42
4	ANÁLISE DE DADOS	43
4.1	CENÁRIO 1: NOÇÕES MATEMÁTICAS.....	44
4.2	CENÁRIO 2: APROFUNDANDO NO APRENDIZADO DO CUBO DE RUBIK, POR MEIO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL	54
4.3	CENÁRIO 3: APRENDENDO A RESOLVER O CUBO DE RUBIK	62
5	CONCLUSÃO	76
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	81
7	ANEXO	85
7.1	QUESTÕES	85

1 INTRODUÇÃO

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (1996), o ensino fundamental é um pilar que estrutura toda a construção do conhecimento e deve proporcionar as mesmas condições de ensino e aprendizagem àqueles que buscam esse conhecimento, promovendo a equidade social.

No contexto da proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais se concebe a educação escolar como uma prática que tem a possibilidade de criar condições para que todos os alunos desenvolvam suas capacidades e aprendam os conteúdos necessários para construir instrumentos de compreensão da realidade e de participação em relações sociais, políticas e culturais diversificadas e cada vez mais amplas, condições estas fundamentais para o exercício da cidadania na construção de uma sociedade democrática e não excludente. (BRASIL, 1997, p. 33).

Este objetivo pode ser conquistado quando o ser social, desde a infância, recebe estímulos que facilitem seu desenvolvimento pleno na vida em sociedade. A escola enriquece e também propicia estas relações, não sendo a única instituição responsável para se atingir tamanho desafio. Neste sentido a escola, como propõe a LDB, deverá possibilitar:

- I - o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
- II - a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
- III - o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores;
- IV - o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social. (BRASIL, 1996, art. 32).

Nesse processo as instituições família e estado são fundamentais ao exercício de formação de um ser social, principalmente no que se refere à cidadania. Entenda por família, o grupo social cuja característica principal é a existência de laços fraternos, independentemente de sua constituição em estrutura tradicional (pai, mãe, filho). A escola, como parte integrante das ações da instituição estado, desempenha de forma efetiva, em conjunto com a comunidade escolar, um papel preponderante à formação do cidadão. Mas não é a única responsável por tal formação, sendo co-solidários, em relação a esta responsabilidade, diversos setores e órgãos públicos ou de regime misto, sejam eles ligados à saúde, assistência social, segurança, moradia e outros, como também os órgãos responsáveis pelo fornecimento de serviços básicos como água e energia elétrica. Todas estas instituições contribuem para a formação da cidadania, mas a família é extremamente importante em todas as etapas de formação. Na falta desta, o estado

determina a responsabilidade a órgãos ligados a este, que cumpram um papel semelhante ao da família.

Pensando nas unidades de ensino e na formação da cidadania, temos que o princípio da equidade deve nortear as condições a serem evidenciadas e diferenciadas no que tange ao processo educacional, “sem promover uma uniformização que descaracterize e desvalorize peculiaridades culturais e regionais” (BRASIL, 1997, p. 28). Além disso, as capacidades individuais devem ser observadas, sendo que indivíduos participantes de uma mesma situação devem ser tratados de forma desigual, de acordo com suas limitações, objetivando a ampliação das capacidades individuais. Segundo NERY JUNIOR (1999, p. 42): “Dar tratamento isonômico às partes significa tratar igualmente os iguais e desigualmente os desiguais, na exata medida de suas desigualdades”.

A participação ativa do estudante sob as orientações do professor, favorecem uma aprendizagem mais efetiva. Interiorizar conceitos e não simplesmente decorá-los é mais eficaz na formação da cidadania. Por meio dos conceitos interiorizados, a construção de novos saberes e domínio destes é mais efetiva e aplicável na vida em sociedade.

A construção da cidadania, em uma perspectiva escolar, pressupõe a valorização da cultura local, buscando paralelamente a esta, a superação dos limites, propiciando aos indivíduos de diversos “grupos sociais o acesso ao saber, tanto no que diz respeito aos conhecimentos socialmente relevantes da cultura brasileira no âmbito nacional e regional como no que faz parte do patrimônio universal da humanidade” (BRASIL, 1997, p. 34).

Atualmente, as mídias digitais se entrelaçam às relações sociais, sendo estas, em determinadas situações, essenciais. De acordo com BRASIL (1997, p. 28), a inserção de tecnologias digitais e linguagens na formação dos estudantes produz um profissional com novas competências, e isto vem ao encontro das novas demandas da sociedade. Nesse sentido:

É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras. (BRASIL, 1997, p. 67).

Buscar a inclusão digital dos jovens no contexto escolar, com diferentes tecnologias, pode contribuir para a construção de um ambiente de ensino desafiador e rico em estímulos que facilitem a conquista de conhecimentos educacionais. E ainda, por meio destes, facilitar o desenvolvimento pleno da vida em sociedade na busca pela equidade social. Zancan (2000) discute que a educação científica deve ser uma prioridade nacional em função do avanço explosivo do conhecimento. Argumenta que:

O desafio é criar um sistema educacional que explore a curiosidade das crianças e mantenha a sua motivação para apreender através da vida. As escolas precisam se constituir em ambientes estimulantes, em que o ensino de matemática e da ciência signifique a capacidade de transformação. A educação deve habilitar o jovem a trabalhar em equipe, a apreender por si mesmo, a ser capaz de resolver problemas, confiar em suas potencialidades, ter integridade pessoal, iniciativa e capacidade de inovar. Ela deve estimular a criatividade e dar a todos a perspectiva de sucesso. (ZANCAN, 2000, p. 6).

Nesse sentido, entendemos ser importante incorporar em algum momento do processo educacional a ciência e a tecnologia, de forma a garantir mudanças na cultura dos envolvidos e, conseqüentemente, a constituição de um tipo de cidadão crítico socialmente. A escola deve trabalhar no sentido de possibilitar uma educação mais adequada aos novos tempos. É certo que essa jornada se dará a passos não tão rápidos como a evolução tecnológica, mas, pelo menos, deve perseguí-la.

Deve-se possibilitar por meio de tecnologias, o desenvolvimento dos educandos inserindo-os cada vez mais na vida em sociedade, tornando-os capazes de interagir em grupo com um objetivo comum. É importante prepará-los de modo que saibam posicionar-se perante diversas situações, propor soluções, (re)avaliar resultados obtidos e fazer autocríticas buscando o seu desenvolvimento pessoal e, conseqüentemente, o da sociedade em que está inserido.

Como facilitador desse aprimoramento da sociedade entra o educador, cujo papel é o de encurtar a distância entre a educação escolar e a evolução tecnológica, de forma a encorajar a formação de educandos dinâmicos, aptos para a vida em sociedade. Em consonância com Maliuk (2009, p. 70), “o educador deve motivar os educandos a um senso proativo se a zona de conforto for a mudança e a saída não é fugir desses desafios, tentando retornar à “zona de conforto” e ao paradigma do exercício com suas respostas exatas, mas desenvolver habilidades para atuar no novo ambiente”. Deste modo, a busca de recursos que possibilitem novos saberes e a análise e reflexão do impacto que estes recursos possam trazer para as relações de ensino aprendizagem se mostram como uma necessidade constante no campo da pesquisa.

Temos, por exemplo, na robótica educacional um novo caminho ou um novo paradigma. Barbosa (2016, p.127 e p.128) em um trabalho com robótica educacional menciona que “precisa de cuidados na forma metodológica, avaliativa, para evitar que, ao invés de aproximar, a tecnologia afaste o sujeito dela. Neste sentido esse assunto precisa de mais reflexão”. É necessária a compreensão de novas tecnologias bem como explorar suas múltiplas possibilidades e aplicabilidade na construção de ferramentas tecnológicas atreladas a diversos métodos de ensino, de forma a se ter novos recursos.

as tecnologias e dentre elas a informática estão presentes cada momento nos nossos dias, é necessário que os novos educadores compreendam sua importância na construção da sociedade, ela deve ser uma ferramenta usada mais constantemente em busca do principal objetivo, a construção de um cidadão consciente e crítico, mas também não deve ser a única ferramenta, pois quando se concentra seu trabalho sobre único recurso você amplia sua visão sobre aquele assunto tratado, mas deixa passar detalhes importantes de outros métodos de ensino. Um bom educador deve usar todas as ferramentas com sabedoria não se concentrando apenas em uma ferramenta a fim de evitar alienação. (BARBOSA & SOUZA JR, 2004, p.1).

Dentre os recursos disponíveis para diversificar as metodologias, a matemática pode fazer uso dos jogos de ensino, dentre eles o cubo de Rubik. Grandó (2000, p.3) discute sobre a importância do jogo e da brincadeira no desenvolvimento da criança. Esta autora defende as atividades lúdicas como precursoras de um desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que necessita ser valorizado nas atividades infantis.

Nesta pesquisa optou-se por trabalhar com o cubo de Rubik como ação motivadora, sendo esta tecnologia associada às tecnologias matemáticas e de robótica educacional. Para isso, foram observadas não só suas características como instrumento prático de orientação, mas também os amplos recursos que podem ser explorados por meio deste quebra-cabeça. Foi estabelecida uma parceria com outro projeto que está acontecendo em parte das escolas da rede municipal de Uberlândia. Este projeto objetiva ensinar a estudantes os métodos de resolução do cubo e acontece sob a coordenação do professor Alexandre Henrique Afonso Campos, com o auxílio de membros do curso de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia.

Na pesquisa procuramos responder a seguinte pergunta: Quais as contribuições para a educação matemática e tecnológica e as limitações existentes em um processo construtivo de investigação, utilizando o cubo de Rubik no contexto de uma escola pública? Para tanto, foram analisados os processos de educação matemática e científico-tecnológica dos alunos do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Uberlândia - Minas Gerais, via o desenvolvimento do projeto de resolução do cubo de Rubik (popularmente conhecido como cubo mágico). Vale ressaltar que a intervenção teve como objetivo proporcionar aos sujeitos envolvidos no processo a possibilidade de construir uma cultura de investigação e aprendizagem matemática amparada pela tecnologia de forma lúdica, favorecendo assim uma visão mais ampla a partir da resolução da situação-problema que o cubo proporciona.

Buscando responder à pergunta desta pesquisa e atingir os objetivos pensados, este trabalho ficou estruturado em cinco capítulos. Inicia-se por um capítulo introdutório, em que procura-se identificar o papel das instituições ligadas ao ensino, do estado e da família dos estudantes. Referenciam-se propostas de interferir na vida em sociedade por meio do ensino

proporcionado por estas instituições (escola, estado e família). Discrimina-se ainda os recursos que foram trabalhados nesta pesquisa.

O segundo capítulo relata algumas pesquisas ocorridas no Brasil com o cubo de Rubik. Inicia-se este capítulo com um breve histórico sobre o cubo de Rubik, em seguida os resultados e produções com uso do cubo no ensino.

No terceiro capítulo, trata-se da metodologia empregada no trabalho sobre a ótica de Rey (2005) e Lüdke (1986). Neste capítulo, são caracterizados a escola-parceira, os participantes, os recursos utilizados para registrar os dados, bem como a constituição da pesquisa em cenários.

No quarto capítulo, foram propostas reflexões acerca da análise de dados dos cenários de pesquisa, tendo constituído três cenários fundamentais, os quais trazem a Matemática, a Robótica e o Cubo de Rubik.

E no capítulo final, são traçadas as considerações finais a partir da pesquisa desenvolvida, respondendo quais as contribuições para a educação matemática e tecnológica e identificar as limitações existentes em um processo construtivo de investigação, utilizando o cubo de Rubik no contexto de uma escola pública.

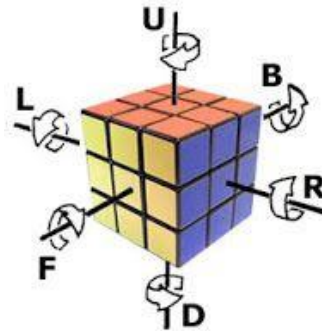
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1.SOBRE O CUBO DE RUBIK: Um breve relato

Segundo Cerpe (2007), um jovem professor de arquitetura de Budapeste (Hungria) chamado de Erno Rubik, criou, em 1974, um quebra-cabeça de madeira no formato de cubo, composto por cubos menores, que estavam unidos e poderiam ser girados sem desmontar. Colou adesivos coloridos em suas faces, surgindo assim o primeiro cubo mágico. Mais tarde a companhia de brinquedos Ideal Toys o denominou de cubo de Rubik. Erno demorou cerca de um mês para solucionar o quebra-cabeças pela primeira vez.

O cubo de Rubik de 3x3x3 tem seis lados, cada lado tem nove quadrados, cada quadrado tem uma das seguintes seis cores: branco, vermelho, azul, laranja, amarelo e verde. O cubo de Rubik consiste em seis peças centrais, cada uma com uma única face colorida, a qual determina a cor da face; doze peças de borda com duas faces coloridas e oito peças de canto com três faces coloridas. Qualquer face pode ser girada no sentido horário ou anti-horário, seja de 90 graus, 180 graus ou 360 graus. Para completar o enigma deve-se garantir que cada lado do cubo contenha uma única cor.

Figura 1 - Cubo de Rubik



Fonte: Suso (2009)

Observe na figura acima que usamos as seguintes nomenclaturas para movimentos no cubo de Rubik:

- Movimento R (right): giro de 90° no lado direito no sentido horário;
- Movimento L (left): giro de 90° no lado esquerdo no sentido horário;
- Movimento U (up): giro de 90° no topo no sentido horário;
- Movimento D (down): giro de 90° na base no sentido horário;

- Movimento F (front): giro de 90° na frente no sentido horário;
- Movimento B (back): giro de 90° atrás no sentido horário;

Para algumas resoluções do cubo de Rubik, são necessários os movimentos acima, mas no sentido anti-horário. Indicar-se-á este sentido com o uso do apóstrofe após o movimento desejado, por exemplo, movimento R' (right): giro de 90° no lado direito no sentido anti-horário.

Erno utilizou a primeira versão do quebra-cabeça em suas aulas para explicar a seus alunos geometria espacial. Estima-se que após seu lançamento internacional em 1980, foram vendidos mais de 350 milhões de cubos.

A beleza do Cubo de Rubik é que quando você vê um embaralhado, você sabe o que exatamente precisa fazer, sem alguma instrução. Porém, sem instrução é quase impossível de se resolver, fazendo com que ele seja uma das invenções mais frustrantes e viciantes já produzidas. (CERPE, 2007, p. 1).

Resolver o cubo de Rubik sem nenhum método pode ser uma tarefa árdua para a maioria das pessoas. Com técnicas adequadas de resolução, este quebra-cabeças pode ser relativamente fácil de se resolver.

2.2.OS TRABALHOS SOBRE CUBO DE RUBIK NO BRASIL

Segundo Grando (2000, p.2) a metodologia de trabalho com jogos em sala de aula possui seus primórdios centrado nos avanços do campo da Psicologia “onde o indivíduo passa a ser o dinamizador do seu próprio processo de aprendizagem e não mais um mero assimilador de conhecimentos transmitidos”. É neste sentido de ação que uma educação deve ser desenvolvida, ou seja, estimular a autonomia e o desenvolvimento do indivíduo, de forma que ele reconheça suas necessidades e busque crescer.

os jogos, as brincadeiras, enfim, as atividades lúdicas exercem um papel fundamental para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que necessita ser valorizado nas atividades infantis. O que se observa é que a criança, quando vai à escola, leva consigo um grande conhecimento sobre as brincadeiras e os jogos que está acostumada a praticar em sua casa, ou na rua, com seus colegas. (GRANDO, 2000, p.3).

Utilizar-se de objetos de aprendizagem de forma lúdica é um caminho de mão dupla visando a troca de informação de diversos conhecimentos. Nesse caminho o observador-professor se confunde com um pesquisador buscando as nuances que afloram das atividades

ludicamente propostas de forma a, dentre outras coisas, melhorar sua prática como educador e também a forma de aplicação das atividades com fim a extrair os melhores frutos das interações entre estudantes-educadores; enquanto os estudantes se beneficiam de uma atividade prazerosa cujo fim não está em si mesmo, ou seja, “o jogo pelo jogo” como menciona Grandó (2000) em sua tese de doutorado, mas de forma a discutir e construir diversos tipos de conhecimento entre seus pares e com seu educador. Nesse sentido, formar-se-á uma parceria entre jovens estudantes e educador(es)/pesquisador(es), por meio da ludicidade proporcionada pelo cubo de Rubik, mais conhecido como cubo mágico.

Em sua dissertação de mestrado, Lara (2016), mostra que o cubo de Rubik 3x3x3 satisfaz as condições de grupos (teoria de grupo) para a investigação da quantidade de suas possíveis configurações. Seu trabalho faz uma introdução passando pelos pré-requisitos que serão utilizados no decorrer do texto, tais como produto cartesiano, relação de A em B, domínio e imagem de uma relação, relação inversa e suas propriedades, relação reflexiva, simétrica, antissimétrica e transitiva, relação de equivalência, classe de equivalência, conjunto quociente, relação de congruência, partição de um conjunto, definição de função, função injetiva, sobrejetiva e bijetiva, função composta.

Em seguida, desenvolve conceitos de grupos tais como: definição de grupos e subgrupos, subgrupo normal, n-ésima potência de a, múltiplos de a, grupo cíclico, grupo gerado, grupo de permutação, ciclo de comprimento r, ciclos disjuntos, transposições, homomorfismo de grupos, núcleo de um homomorfismo, isomorfismo, automorfismo, sinal de um homomorfismo, grupo alternado, ações de grupos, órbita e ação transitiva.

A partir dos conceitos fundamentais estabelecidos e dos conhecimentos obtidos pela manipulação do quebra-cabeça, é construída a teoria que permeia o grupo a que o cubo de Rubik satisfaz denominado Grupo de Rubik. Fruto da associação entre o cubo de Rubik e a álgebra de grupos calcula-se ainda o número de combinações totais nas quais se encontra a resposta a este quebra-cabeça (chamadas de soluções válidas) a saber $1/12$ de $3^8 \cdot 8! \cdot 2^{12} \cdot 12!$ soluções são válidas. Assim, perguntas sobre suas soluções estão relacionadas a conceitos matemáticos abstratos.

Os autores Lima e Santos Junior (2017), em seu artigo, estudaram uma solução para o cubo de Rubik 5x5x5, utilizando-se do grupo de permutações e do *software* Group Algorithms and Programming (G.A.P.), ressaltando a existência de um grupo de permutações no cubo analisando sua construção, estrutura, índices, culminando na determinação da órbita e da cadeia de estabilizadores do grupo.

Utilizando-se de um *software* G.A.P. como recurso tecnológico e o cubo como material concreto desenvolve-se conceitos algébricos de teoria de grupos de permutações. Este *software* é um programa que faz cálculos interessantes em teoria de grupos, com rapidez e eficiência.

Inicialmente são numeradas todas as faces visíveis dos cubos menores, que não sejam os cubos centrais das faces dos cubos maiores. Estes últimos serão nomeados R, L, U, D, U e B. Em seguida, denomina-se o movimento das 15 camadas do cubo menos as 3 camadas dos eixos centrais, por letras que indicam sentido, direção e graus de rotação de cada camada. Posteriormente, introduz-se no *software* Group Algorithms and Programming (G.A.P.) os geradores do grupo. O programa retorna o grupo gerado e é possível encontrar a ordem do grupo utilizando-se de um outro comando neste *software*. (LIMA et al., 2016, p. 4).

Encontra-se ainda uma parte do algoritmo de montagem do cubo 5x5x5. Para tal utiliza-se do algoritmo de montagem do cubo 3x3x3 e, a partir daí, inicia-se o processo dos algoritmos de montagem do cubo 5x5x5. A próxima etapa é a montagem das arestas do cubo 5x5x5. “*Como ao final da parte 2 é obtido um cubo equivalente ao cubo 3x3x3, a parte 3 do algoritmo consiste simplesmente na utilização de um algoritmo para montagem de um cubo 3x3x3. Ao final da parte 3, obteremos o cubo 5x5x5 montado*” (LIMA et al., 2016, p. 14). Em cursos de álgebra de nível superior, estas estruturas algébricas e computacionais podem ser trabalhadas como aprofundamento às teorias ministradas.

Silva Junior (2016), propõe em sua dissertação de mestrado uma maneira de utilizar conceitos matemáticos para resolver o cubo de Rubik.

O cerne do nosso trabalho está em trazer perspectivas de resolução do Cubo Mágico e praticá-las para termos habilidades com o manuseio do cubo. Nossos conceitos sobre o cubo serão explicitados com a preocupação de torná-los de fácil compreensão. Não teremos, como muitos esperam, uma equação matemática que possa resolver o cubo, nem uma cartola que possa descobrir a resolução como uma mágica. Trilharemos um caminho baseado em conceitos matemáticos que nos permitirá, a partir de quaisquer posições em que o cubo se encontra, chegarmos a sua configuração inicial, ou seja, com cada uma de suas faces com uma só cor. (SILVA JUNIOR, 2016, p. 13).

Inicialmente é recordado o conceito de funções, domínio, imagem, função injetora, sobrejetora e bijetora, operação de composição de funções e Grupos. Logo em seguida constitui-se o cubo mágico como grupo:

Nós podemos considerar o conjunto de movimentos do Cubo Mágico como elementos de um grupo, o qual denotaremos por $(\mathbb{G}, *)$. Os elementos de \mathbb{G} serão todos os movimentos possíveis do Cubo Mágico (por exemplo, um movimento possível é uma rotação no sentido horário de face superior seguida por uma rotação no sentido anti-horário da face direita). Dois movimentos serão considerados o mesmo se resultarem na mesma configuração do Cubo (por exemplo, girando uma face no sentido horário

por 180° é o mesmo que girar a mesma face no sentido anti-horário em 180°). A operação $*$ do grupo será definida da seguinte maneira: se $M1$ e $M2$ são dois movimentos, então $M1*M2$ é o movimento em que você primeiro faz $M1$ e depois faz $M2$. (SILVA JUNIOR, 2016, p. 29).

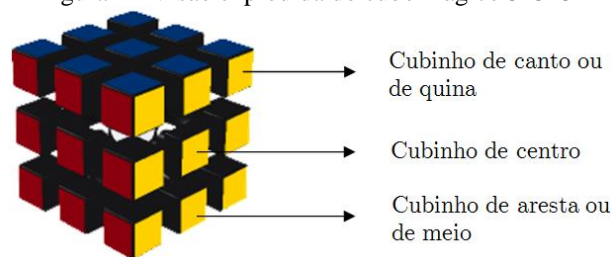
De forma análoga às construções feitas por Lara (2016), Silva Junior (2016) desenvolve sua dissertação de mestrado, mas a referência central desse trabalho são as notas *Group Theory and the Rubik's Cube* escritas por Janet Chen.

O autor relata que o objetivo desta dissertação é o de “permitir que os alunos vejam a álgebra não somente como adição, multiplicação, resolução de equações quadráticas, e assim por diante é oferecer a eles a oportunidade na matemática de encontrar outros objetos, que não números, sendo estudados.” (Silva Junior, 2016, p.13).

O benefício mencionado pelo autor em usar o cubo é “com essa analogia manter viva a Matemática em nossa Sociedade. Estudar Matemática é trazer mais entendimento sobre a vida, é trazer mais sentido às nossas existências, é raciocinar diante das dificuldades impostas.” (Silva Junior, 2016, p.97).

Em sua dissertação de mestrado, Grimm (2016) propõe a análise de uma sequência de movimentos como os comutadores e conjugados, de acordo com a Teoria de Grupos e dos Grupos de Permutações. Este trabalho se inicia com histórico sobre a criação do cubo de Rubik. Em seguida, trata dos elementos do cubo mágico, iniciando por uma visão explodida do cubo $3 \times 3 \times 3$ (Figura 2).

Figura 2 - Visão explodida do cubo mágico $3 \times 3 \times 3$



Fonte: Grimm (2016, p. 21)

Em seu trabalho, ainda é definida a sequência de movimentos ou macro “pela sequência de códigos das rotações que se deseja efetuar, escrita da esquerda para a direita na mesma ordem em que as operações devem ser realizadas e tomando como referência a face que está à frente de quem o manuseia.” (Grimm, 2016, p. 26). São orientações detalhadas sobre como funciona e como se resolve o quebra-cabeça.

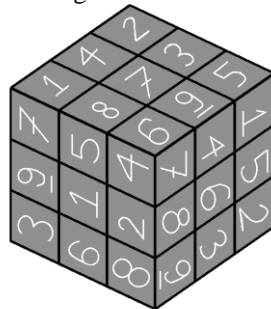
Além das orientações anteriores, ele trata dos conceitos de grupo (definição), grupos aditivos e multiplicativos e classes de restos, classes laterais, cardinalidade do conjunto das classes laterais, sistema de representantes das classes laterais e teorema de Lagrange. Neste capítulo é estudada a teoria de grupo de Rubik, definindo-se este da mesma forma que Lara (2016) e Silva Junior (2016).

Em outro capítulo Grimm (2016) utiliza os conhecimentos apresentados para determinar o número de configurações máximas possíveis que o cubo pode assumir. “Com isto provaremos a impossibilidade de permutar posições e orientações específicas dos cubinhos e de suas cores. Mas acima de tudo é através deste capítulo que mostraremos que a justificativa da possibilidade da resolução do cubo mágico é matemática e não empírica” (Grimm, 2016, p. 55). Apresenta-se também nesta dissertação três abordagens quanto à otimização em se resolver o cubo mágico: uma com relação ao menor número de movimentos, outra com relação ao menor tempo de resolução e outra com relação à menor memorização de algoritmos.

Bezerra (2016), trabalha em sua dissertação de mestrado a criação, movimentos, formato e métodos de resolução do cubo de Rubik. O objetivo é concluir que nem todas as configurações do cubo são válidas. Para isto, o autor trabalha os conceitos de funções, grupos, subgrupos, geradores, grupo simétrico, simetrias do triângulo equilátero, simetrias do quadrado, grupos diedrais, ciclo de decomposição disjunto, homeomorfismo de grupos, sinal do homeomorfismo e grupo alternado.

No capítulo que se segue, é apresentada uma solução para os cubos de Rubik 3x3x3 e 2x2x2 além de concluir que nem todas as configurações do cubo são válidas, após efetuar os devidos cálculos de todas as configurações possíveis. Apresenta ainda o jogo Cuboku (Figura 3).

Figura 3 - Cuboku



Fonte: Bezerra (2016, p. 53)

Segundo Bezerra “O Cuboku, é o Cubo de Rubik em 3x3x3 normal, exceto que tem todas as faces da mesma cor, mas com números. ” Isto é, um Sudoku de cada lado que é resolvido quando não há um número repetido em todos os lados.

Nesta dissertação ainda é construído o grupo de Rubik, de modo análogo a Grimm (2016), Lara (2016) e Silva Junior (2016). Concluindo que apenas $\frac{1}{12}$ de $2^{12} \cdot 3^8 \cdot 8! \cdot 12!$, são configurações válidas.

Já Barbosa (2018), em sua dissertação de mestrado, traz uma proposta de ensino utilizando o cubo de Rubik. Utilizando-se de 500 cubos mágicos ele constrói um mosaico com alunos do ensino médio e sugere este projeto a alunos do ensino fundamental. No capítulo inicial do trabalho apresenta um resgate da história do cubo de Rubik e fala sobre recordes alcançados em campeonatos. Conta também sobre as peças que compõem este quebra-cabeças e os possíveis movimentos das faces e suas nomenclaturas. Seguindo um padrão de outros trabalhos, é apresentada uma solução bem detalhada pelo método de camadas.

Em outro momento Barbosa (2018) menciona que: “Neste capítulo veremos a teoria de grupos e sua aplicação no cubo mágico. Tal capítulo foi escrito pensando em uma leitura dinâmica, onde o leitor deve interagir com o trabalho ” (Barbosa, 2018, p.29). No mesmo capítulo ainda é apresentado um estudo sobre o número de movimentos ($|M|$) do cubo de Rubik, chegando a seguinte conclusão:

$$|M| = \frac{1}{2} \cdot 8! \cdot 3^7 \cdot 12! \cdot 2^{11}$$

Em termos de curiosidade, ele também apropria dos cubos para desenvolver um momento artístico, ou seja, traz a montagem de mosaicos ou pixel art composto por vários cubos mágicos (Figura 4).



Figura 4 - Mosaicos



Fonte: Barbosa (2018, p. 42 e 43)

Silva (2015), em sua dissertação de mestrado, por meio do conhecimento da resolução do cubo de Rubik, busca associar este conhecimento a conhecimentos matemáticos (simetrias,

cálculo de volumes, análise combinatória, frações e probabilidade, álgebra abstrata – trabalhando alguns conceitos inicial de álgebra de grupos). Os alunos participantes da pesquisa cursavam o ensino médio de uma escola pública na cidade de Malta, na Paraíba.

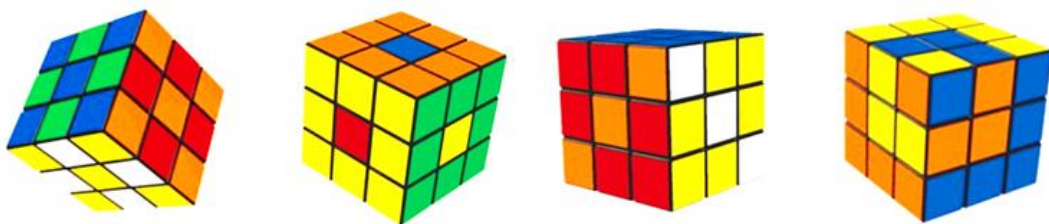
Inicialmente Silva (2015) faz um levantamento histórico sobre o cubo de Rubik e seu criador Erno Rubik. Segundo Silva, a inspiração para o jogo veio de quebra-cabeças como o Tangran. “*A beleza do Cubo de Rubik é que quando você vê um embaralhado, você sabe o que deve ser feito, sem instrução alguma. Porém, sem instruções de como proceder é quase impossível de se resolver*” Silva (2015, p.16, grifos da autora).

Em seu trabalho, Silva (2015) justifica a utilização de jogos como fator de aprendizagem, pois os jogos estimulam as relações cognitivas, afetivas, verbais, psicomotoras e sociais. Além destas informações, como em outros trabalhos, aborda os principais movimentos do cubo e algumas curiosidades sobre o cubo de Rubik. Sendo que uma delas diz respeito ao número de combinações diferentes possíveis que o quebra-cabeças possui, cubos adaptados para cegos, daltônicos e outras variantes do cubo, além de outras curiosidades.

Ensina-se ainda a resolver cubo mágico de cinco maneiras. A primeira delas é chamada de método chave de fenda. Este método consiste em desmontar o cubo com uma chave de fenda e em seguida remontá-lo colocando-se as peças em seus devidos lugares. A segunda maneira apresentada é utilizando-se do site <rubiksolve.com>. Neste site, após inserir os dados do cubo de Rubik embaralhado, com um clique o site apresenta o caminho solução para desembaralhar o quebra-cabeças.

A terceira maneira consiste em resolver por tentativa e erro – método empírico. A quarta maneira apresentada mostra passo a passo um método estratégico conhecido como método de camadas. A quinta maneira seria pelo método algébrico que consiste em encontrar a solução por meio de álgebra. Também são apresentadas as seguintes formações de padrões do cubo que são respectivamente: padrão xadrez, padrão six hole, padrão zigzague e padrão cubo no cubo. (Figura 5).

Figura 5 - Padrões no cubo de Rubik



Fonte: Silva (2015, p.28 e 29)

Por fim, ele aborda o que é considerado o número de Deus. Trata-se da solução por meio de algoritmos mais eficientes em termos de quantidade de movimentos no universo de todas soluções possíveis. Para o cubo de Rubik 3x3x3 esta solução é de 20 movimentos.

Silva (2015) desenvolve uma aplicação com estudantes do ensino médio. Ele descreve quem em sua primeira aula do projeto foi distribuído um cubo 3x3x3 para cada aluno participante, além de instalar o aplicativo para smartphones e tablets “solve the cube”. Este aplicativo foi escolhido em detrimento de outros por facilitar o aprendizado, pois segue o método de camadas ensinado em sua dissertação.

Em sua pesquisa foi possível explorar com uso do cubo questões geométricas, rotação, simetria. Ele relata quais tipos de simetria no cubo foram trabalhadas: simetria por rotação, simetria por translação e simetria por reflexão. Além disso, estudou-se o cálculo de volumes.

Foi ministrada aos alunos uma aula sobre análise combinatória e no fim desta aula calculou-se o número de possibilidades para soluções do cubo de Rubik. Em outra aula foi ministrado o conteúdo sobre probabilidade e o número de chances de uma cor ocorrer em determinada posição. Por fim foi trabalhada álgebra abstrata, abordando que o cubo de Rubik satisfaz as condições de grupo.

Utilizando-se de uma análise quantitativa, de uma avaliação de desempenho dos estudantes contendo questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP, Silva (2015, p. 68) conclui que:

Quando apresentados em sala de aula, cubos e outras formas lúdicas mostram-se eficientes no aprendizado, uma vez que desmistificam o conteúdo abordado, tornando-se alternativas de ensino por despertar nos estudantes o interesse e a curiosidade pelo tema, ajudando no seu desenvolvimento intelectual, estimulando a capacidade de raciocínio rápido, abstração, concentração, entre outros. (SILVA, 2015, p. 68).

Mesmo ressaltando os benefícios que aprender manuseando o quebra-cabeça podem trazer aos estudantes, Silva (2015) se rende ao uso de algumas tecnologias, ou seja, quando muito se fala em evitar o uso de celulares em sala, no processo de resolução do cubo, um aplicativo de celular é bem-vindo. Neste caso a sugestão é do aplicativo “Solve the cube”.

Aliado ao uso de um aplicativo, foram organizados exercícios a serem trabalhados com os participantes. Tais exercícios foram criados no final de 2016 para posterior aplicação. No entanto, no início de 2017, este autor encontrou uma publicação de Huérlén Vicente Lemos e Silva que, em sua dissertação de mestrado intitulada “O uso do cubo mágico para o ensino de geometria plana e espacial no ensino médio”, apresentava exercícios aplicados com o mesmo

propósito, porém com recortes de questões de Vestibulares e de Olimpíadas, voltados para o ensino Médio.

Essa mesma ideia serviu de inspiração para o presente trabalho, utilizando recursos e as questões diferentes, tendo em vista que o público é formado por estudantes de ensino fundamental. As questões foram extraídas de concursos públicos. O propósito possui semelhança com Silva (2017), pois o seu objetivo é a apresentação e

a utilização de jogos enquanto instrumento pedagógico crítico e contextualizado, contribuindo para a formação integral do aluno. Além disso, apresentamos alguns conceitos matemáticos pertinentes à geometria plana e espacial no Ensino Médio dando ênfase ao jogo do cubo mágico, onde trabalhamos resoluções de questões abordadas em olimpíadas e vestibulares (SILVA, 2017 p.4).

Silva (2017), em sua dissertação de mestrado, apresenta como instrumento crítico contextualizado a utilização de jogos contribuindo para formação integral do aluno, sendo este o objetivo do trabalho. De forma específica, este trabalho dedicou-se ao estudo do cubo mágico como lúdico facilitador nas aulas de geometria plana e espacial, chegando à conclusão que é positiva a utilização de jogos como fator de aprendizagem. No trabalho onde o cubo é usado nas aulas de geometria ele nos ensina que:

O cubo mágico permite abordar três modalidades de aprendizagem: auditiva, através da instrução do professor e interação entre duplas; visual, vendo seus movimentos, seus elementos geométricos, e desfrutando de suas atraentes faces coloridas e, o mais importante, cinestésica, por meio do próprio ato de segurá-lo, sentindo suas faces, arestas, vértices, área de superfície, figuras compostas com vários cubinhos em cada face e, finalmente, através de giros e resolvendo-o. (SILVA, 2017, p. 8).

Em seu trabalho são apresentadas aplicações do cubo de Rubik na geometria plana e espacial do ensino médio. Segundo Silva (2017, p.11, grifos da autora) “*Manuseando o cubo podemos entender melhor as figuras em três dimensões desenhadas em um quadro ou folha de papel com duas dimensões, e já irmos inserindo ao conhecimento do aluno definições como Vértices, Arestas e Faces*”. Ele também apresenta a fórmula de Euler e aplicações por meio de problemas envolvendo o cálculo de áreas e raciocínio lógico geométrico.

Silva vem nos ensinar como separar as dificuldades do uso do lúdico e aprender as etapas de como usar o cubo mágico nas aulas.

O primeiro contato é sempre muito fácil, mas convencer uma turma inteira a persistir no desafio de montar o cubo é desafiador. Uma solução para isso foi separar alguns minutos ao fim de cada aula para falar um pouco dos benefícios de concentração, memorização e motivação a cada desafio conquistado com a solução do brinquedo. O cubo foi usado não com o propósito de montar ou mesmo de ensino matemático e sim

como demonstração de motivação, gratificação e superação, apresentando para o aluno que o desafio também nos presenteia com doses de satisfação a cada construção, isso foi o fator determinante para envolver os alunos no jogo. (SILVA, 2017, p. 21).

Sobre as dificuldades em se aplicar o projeto é relatado sobre o preço alto em se adquirir um cubo profissional. Ressalta-se também, que o tempo para aplicar o projeto em sala de aula é grande, o que dificulta sua aplicação, pois a carga horária do ensino da matemática está sobrecarregada de conteúdos obrigatórios.

Ainda em seu trabalho, foram relatados os projetos desenvolvidos no Instituto Federal do Maranhão (IFMA) campus Bacabal, para que jogos, em específico o cubo mágico, fossem inseridos no cotidiano dos alunos. Os projetos trabalhados foram:

- A aplicação dos jogos de raciocínio lógico no processo de ensino e aprendizagem;
- Geometria Plana, Uma Abordagem Cotidiana e Simplificada;
- I Campeonato amador de cubo mágico IFMA/Bacabal;
- Uso do Card Game Yu-gi-oh para Ensinar Operações Básicas da Matemática;
- I CUBIFMA-Bacabal (I campeonato Oficial de Cubo Mágico IFMA Bacabal).

Silva (2017), nos traz uma orientação metodológica, utilizada durante seu projeto de pesquisa.

Pergunte quem quer aprender e então apresente sua aula bem planejada: apostilas de como montar o cubo pelo método básico, apresentação de slides e vídeos dos passos. Forneça esse material ao seu aluno. Uma aula de 50 minutos bem ministrada pode ser o suficiente para o aluno se interessar pela pesquisa do jogo e trazer novas descobertas e desafios no próximo encontro. (SILVA, 2017, p. 27).

Além disso, são apresentadas resoluções de questões de geometria com o conhecimento construído sobre o cubo mágico.

No primeiro momento o método consiste em fazer o aluno interagir com o Cubo Mágico como um brinquedo e se sinta motivado a resolver o desafio, logo na sequência apresentar os benefícios da brincadeira e somente nos últimos passos mostrar resoluções de questões utilizando a habilidade adquirida com o mesmo. (SILVA, 2017, p. 39).

Além dos trabalhos anteriores, existem apropriações do cubo em outras perspectivas, como é o trabalho de Firmino et al. (2014). Em seu artigo, adapta o cubo de Rubik trocando seus adesivos originais por adesivos cujos conteúdos são dados pela tabela periódica, esta adaptação é chamada de “Cubo Periódico”.

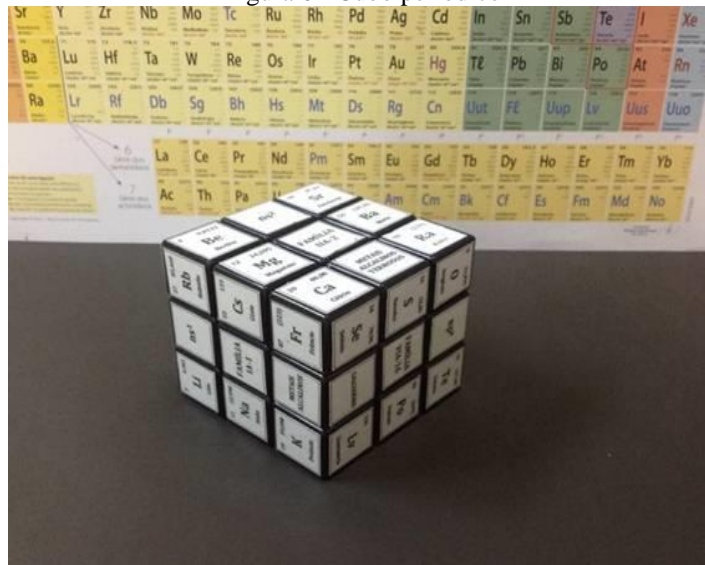
Os alunos participantes da pesquisa avaliaram que a atividade de resolução do cubo foi provocadora e estimulante e que o fato da resolução ser individual permitiu estabelecer um desafio a si mesmo, testando os seus conhecimentos e a sua capacidade de concentração. (FIRMINO et al., 2014).

Todos os estudantes consideraram que o “Cubo Periódico” contribuiu para o entendimento da tabela periódica, sendo que as posições dos elementos da tabela no cubo apresentavam uma lógica relacionada aos conceitos científicos propostos.

... o jogo/brinquedo Cubo Periódico é uma metodologia lúdica que promove a concentração e o estímulo do estudo do tema tabela periódica, cuja familiarização dos usuários com o cubo mágico é imprescindível para sua resolução. O entusiasmo dos alunos e a curiosidade que apresentaram pelos mecanismos de resolução do Cubo foi o principal indicador dos resultados, fazendo os alunos compreenderem a organização dos elementos representativos na Tabela Periódica através de um jogo/brinquedo desafiador e individual. (FIRMINO et al., 2014).

No cubo periódico a ideia é propor não somente um jogo de memorização de cores e fórmulas, mas propor um recurso diferenciado de aprendizagem.

Figura 6 - Cubo periódico



Fonte: Firmino et al. (2014, p.1)

Oliveira e Souza (2016), em um artigo, propõe explorar aspectos desenvolvendo o raciocínio lógico e combinatório relacionado à resolução geométrica do Cubo Mágico, com intuito de analisar seu comportamento prático. Assim, buscando auxílios para complementar o ensino nas aulas de Matemática, tornando-as mais interessantes para os alunos.

Segundo Oliveira e Souza (2016, p.2) “o trabalho foi desenvolvido através de estudo teórico, prático e pesquisa bibliográfica, que incluiu apresentação de seminários, resolução de exercícios, interpretações analiticamente combinatória e de movimentos na geometria espacial do cubo”.

Moya (2015), em sua dissertação de mestrado, mostra o quanto é produtivo trabalhar com jogos de raciocínio lógico nas aulas de matemática, facilitando a articulação entre a matemática e o cubo mágico, focando, principalmente, a teoria dos grupos. O autor observou que as aulas com o cubo de Rubik ajudam a melhorar a autoestima dos alunos, a socialização, raciocínio lógico e a concentração.

Os alunos adoram me desafiar: no começo eu venço todos, mas com o tempo ficam bem mais rápidos, pois treinam muito e isso dá um grande prazer a eles: "Sou mais rápido que a professora". Os pais agradecem e comparecem nos campeonatos e muitos deles pedem para seus filhos ensiná-los. (MOYA, 2015, p.2).

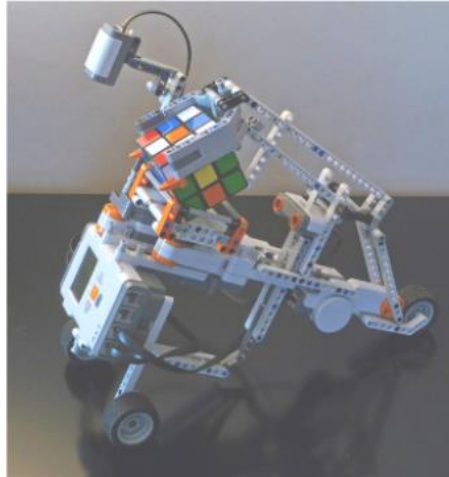
No início de sua dissertação Moya (2015) menciona que a motivação para este trabalho se encontra na necessidade em buscar algo novo para suas aulas de matemática. Uma solução encontrada foi o uso do jogo cubo mágico, pois por meio de jogos a autora poderia desenvolver algumas habilidades necessárias em suas aulas.

Não se tem idade para aprender o cubo mágico e nem é só para gênios, como muitos pensam: qualquer um pode, basta ter o brinquedo, criar interesse, persistência e concentração nas dicas dadas.
A prática de jogos, em particular dos jogos de estratégia, de observação e de memorização, contribui de forma articulada para o desenvolvimento de capacidades matemáticas e para o desenvolvimento pessoal e social. Há jogos em todas as culturas e a matemática desenvolveu muito conhecimento a partir deles. (MOYA, 2015, p.55).

A autora ensinou o jogo a seus alunos por meio da metodologia proposta pelo método de camadas e desenvolveu campeonatos com o objetivo de criar estratégias a partir de regras fundamentadas no raciocínio lógico matemático.

Simões et al. (2010), em um artigo, tem como principal objetivo realizar testes em plataformas diferentes para automatizar o processo de solucionar o cubo de Rubik, por meio de robótica Lego Mindstorms NXT (Figura 7).

Figura 7 - Lego Mindstorms NXT: Projeto Robô



Fonte: SIMÕES et al. (2010, p.3)

Para possibilitar a identificação rápida dos comandos do robô, ele utilizou-se de um ambiente computacional que proporcionasse o desenvolvimento, por meio de bons recursos de linguagem e edição de códigos. Devido a facilidade em compilar esses códigos e para embarcar a aplicação no robô, foi escolhida a plataforma NXC no ambiente de desenvolvimento Bricx e plataforma Lego NXJ.

Com isso, a automação do cubo mágico foi um experimento complexo e satisfatório que exigiu muito tempo para análise e teste dos algoritmos, calibragem dos motores (atuadores) e sensores. O resultado positivo da solução do robô se deu em virtude dos testes, a análise da escolha da melhor plataforma, a adaptação e o desempenho do algoritmo. (SIMÕES et al., 2010, p. 6).

Conclui-se que é importante conhecer as principais plataformas disponíveis de desenvolvimento, realizar testes e pesquisa de literaturas, destacando-se a familiaridade com a linguagem e facilidades no ambiente de desenvolvimento.

No intuito de apresentar um método de ensino de programação, Quadros e Quadros (2015) em um artigo, apresenta o cubo de Rubik como proposta lúdica para aproximar do cotidiano do aluno os conceitos de lógica e programação.

O objetivo não foi apresentar um novo algoritmo de solução, mas fazer com que uma ferramenta que não pertencesse ao mundo da escola, mas ao mundo do aluno, pudesse melhorar o desempenho nas disciplinas de programação de um curso de informática através do incentivo de acesso e uso da mesma. (QUADROS e QUADROS, 2015).

Deste modo, este quebra-cabeça gerou um comportamento mais participativo nas atividades do curso. “Como resultado secundário foi proposto um algoritmo de solução do problema, que serviu para mostrar que ao trazer o mundo do aluno para a sala de aula pode-se

ter uma ferramenta de ajuda contra a reatividade às disciplinas mais complexas” (QUADROS e QUADROS,2015).

Os alunos que utilizaram do jogo apresentaram-se com melhor desempenho. “Um resultado importante foi que todos esses alunos perceberam a utilidade de programar, não só com intuito de passar de ano, mas para construção de aplicações mais práticas do próprio curso” (QUADROS e QUADROS,2015).

Deste modo, observa-se que inserir o cubo de Rubik no cotidiano escolar nos permite ter uma excelente ferramenta de aprendizagem quando buscamos trabalhos em que são exigidas interação social, desenvolvimento de liderança, capacidade de raciocínio, melhor concentração, pensamento estratégico, desenvolvimento cognitivo e capacidade de associação. Além de correlacionar-se com conteúdos matemáticos diversos e também a conteúdos de outras áreas do conhecimento tais como artes, química e ciências da computação.

Pela leitura e reflexão de todas as situações expostas, compreende-se que, ao desenvolver alguma atividade com um jogo tão abrangente, desafiador e com tantas abordagens de aprendizagem de sucesso, é possível identificar como o cubo de Rubik já contribuiu e ainda pode ajudar, de maneira lúdica, na construção de pontes para a construção do conhecimento em diferentes situações de aprendizagem.

3 METODOLOGIA

Este projeto caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa. Segundo Rey (2005, p. 105) a pesquisa desta natureza é “um processo aberto submetido a infinitos e imprevisíveis desdobramentos, cujo centro organizador é o modelo que o pesquisador desenvolve e em relação ao qual as diferentes informações empíricas adquirem significados”.

Assim, a pesquisa qualitativa propicia a inserção do pesquisador no campo de pesquisa, onde ele construirá, com base nas suas reflexões teóricas e desdobramentos que possam acontecer, os distintos elementos relevantes que irão compor o modelo de problema estudado. A pesquisa qualitativa também possibilita gerar um cenário de reflexões onde o maior objetivo é a criação de modelos teóricos ricos sobre a realidade estudada.

Essa pesquisa é um estudo de caso em que se investigou a constituição de uma cultura em educação tecnológica por meio do cubo de Rubik em uma escola pública. Ainda podemos dizer que um estudo de caso “impõe a adoção de um desenho investigativo e sugere o emprego de métodos convergentes com tal orientação.” (SARMENTO, 2003, p.152). Essas orientações nos guiam para uma convergência de métodos no processo de descrição e no ato de compreender a cultura presente no campo de pesquisa. Ainda, de acordo com Lüdke (1986, p.17),

o estudo de *um* caso, seja ele simples e específico, como o de uma professora competente de uma escola pública, ou complexo e abstrato, como o das classes de alfabetização (CA) ou o do ensino noturno. O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular. (LÜDKE, 1986, p. 17).

Segundo Lüdke, o interesse em se escolher o estudo de caso, vem de quando queremos estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo, ainda que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com outros casos ou situações. Como estudamos aqui especificamente cenários que permeiam o cubo de Rubik, tratando de problemas práticos de execução destes cenários, salientamos algumas características a serem observadas, de acordo com Lüdke (1986, p.18-20) neste estudo:

- Buscar a descoberta: Durante o estudo, estar atento a novos elementos importantes que podem emergir. “Essa característica se fundamenta no pressuposto de que o conhecimento não é algo acabado, mas uma construção que se faz e refaz constantemente” (LÜDKE, 1986, p. 18).

- Destacar a “interpretação em contexto”: Para uma assimilação mais completa do objeto em estudo é preciso observar o contexto em que ele se situa.
- Buscar retratar a realidade de forma completa e profunda: “Esse tipo de abordagem enfatiza a complexidade natural das situações, evidenciando a inter-relação dos componentes” (LÜDKE, 1986, p. 18).
- Usar de uma variedade de fontes de informação: “Ao desenvolver o estudo de caso, o pesquisador recorre a uma variedade de dados, coletados em diferentes momentos, em situações variadas e com uma variedade de tipos de informantes” (LÜDKE, 1986, p. 19).
- Utilizar uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros relatórios de pesquisa: “Os dados do estudo de caso podem ser apresentados de variadas formas”. Além disso, “Os relatos escritos apresentam, geralmente, um estilo informal, narrativo, ilustrado por figuras de linguagem, citações, exemplos e descrições” (LÜDKE, 1986, p. 20).

Para a construção dos dados na escola, essa pesquisa seguiu normativas estabelecidas pelo Comitê de Ética em Pesquisas com Seres Humanos (CEP) da Universidade Federal de Goiás e utilizou os seguintes instrumentos de construção de dados:

- fotografias: foram instrumentos de registro dos momentos, dos espaços e dos nossos encontros.
- filmagens e gravações de áudio das atividades: o uso foi mais em momentos de destaque ocorrido durante o desenvolvimento dos cenários e do campeonato de cubo de Rubik, mas principalmente para entrevistas;
- registros em espaços virtuais restritos aos participantes: o principal espaço foi o grupo de *whatsapp* criado para que os alunos pudessem fazer seus relatos, tirar suas dúvidas, apresentar seus recordes. Para usar esse recurso foi adquirido um número pré-pago para uso exclusivo, separando do particular. Ademais, foram estabelecidas regras de conduta e participação no grupo.
- questionários: foram aplicados com o objetivo de fazer um levantamento de dados.
- entrevistas: aplicou-se esta técnica de coleta de dados porque, deste modo, o pesquisador tem uma maior liberdade de variar os questionamentos dependendo dos rumos que as respostas tomarem.

Toda a construção dos dados foi realizada prezando pela integridade dos sujeitos da pesquisa e pela não identificação dos mesmos. Esta pesquisa ocorreu em uma Escola Municipal de Uberlândia, localizada na região norte da cidade. O espaço físico da escola onde as atividades sobre cubo de Rubik, lógica matemática e robótica foram realizadas é o laboratório de informática, espaço este capaz de oferecer suporte de informação e conhecimentos atualizados a qualquer momento via internet. As atividades propostas do tema da Robótica foram abordadas dentro dos cenários descritos no item a seguir.

3.1 CENÁRIOS DE PESQUISA

Esta pesquisa propôs três cenários principais, que apesar de estarem particionados em módulos, estão interligados por diversas fontes de recursos sendo a questão fundamental, que permeia todos eles, motivada pelo desenvolvimento do ensino aprendizagem, dos saberes referenciados ao cubo de Rubik. Conforme expressa Rey (2005):

(...) sobre a pesquisa qualitativa, inspirada em outras bases epistemológicas, atribuímos uma grande importância a uma nova etapa desse processo, definido por nós como a construção do *cenário de pesquisa*. Entendemos por cenário de pesquisa a fundação daquele espaço social que caracterizará o desenvolvimento da pesquisa e que está orientado a promover o envolvimento dos participantes na pesquisa. É precisamente no processo de criação de tal cenário que as pessoas tomarão a decisão de participar da pesquisa, e o pesquisador ganhará confiança e se familiarizará com os participantes e com o contexto em que vai desenvolver a pesquisa. (p.83).

Estes cenários foram dimensionados em módulos, buscando um ambiente desafiador, de forma a permitir o desenvolvimento dos estudantes por meio de estímulos às capacidades de criar e recriar, aprender e ensinar, discutir e se posicionar diante dos contextos em questão. Esse dimensionamento possibilitou estabelecer conexões entre as tecnologias pesquisadas e o desenvolvimento dos jovens no que tange à apropriação de saberes, reflexões e experiências. Ainda sobre este aspecto Rey (2005) expõe as seguintes perspectivas:

Os momentos do projeto de pesquisa a que nos referimos não seguem uma sequência rígida entre si; na medida em que se elabora o problema de pesquisa, o pesquisador desenvolve suas primeiras ideias sobre a projeção do cenário e, avançando neste, pode ter novas ideias acerca do problema. O pesquisador, nessa perspectiva, não se orienta pela representação de momentos analíticos separados, mas sim por um sistema de pensamento, cujos momentos distintos se afetam de forma recíproca. (p.93).

O cenário 1, noções matemáticas, visa uma reflexão sobre como reconhecer a arte de saber resolver o cubo de Rubik e os saberes proporcionados por esta experiência, tais como

desenvolvimento da memória, da lógica espacial e plana de objetos diversos, associando estes, de forma intrínseca, aos problemas matemáticos e as suas possíveis soluções.

O cenário 2, aprofundando no aprendizado do cubo de Rubik por meio da robótica educacional, está relacionado a vivências proporcionadas pelo uso de kits de robótica (Lego ou Arduíno): estabelecer relações entre os participantes através do trabalho em coletividade, além de desenvolver uma função educativa por meio de ferramentas tecnológicas, de modo que se apropriassem destas tecnologias, motivados pela construção de robôs capazes de solucionar o cubo de Rubik. Utilizando-se de um manual onde são fornecidos os passos de montagem dos robôs, foram efetuadas as devidas montagens e a partir delas e dos funcionamentos dos robôs foram feitas as análises de cenário.

O cenário 3, aprendendo a resolver o cubo de Rubik, teve como foco o desenvolvimento de saberes e experiências acerca de recursos e atividades lúdico manipulativas com o cubo de Rubik – material lógico estruturado: bloco lógico. A curiosidade em solucionar este quebra-cabeça remete os jovens a um ambiente explorador. Os caminhos para se obter uma combinação final, cuja lógica base são as combinações das cores das faces do cubo, permeia diversos caminhos-soluções. Neste cenário, um projeto de pesquisa sobre cubo de Rubik que está sendo aplicado nas escolas da rede municipal de ensino de Uberlândia foi agregado de forma parceira.

No sentido de construir ambientes coletivos de aprendizagem, diferentes dos cenários citados anteriormente, foi criado neste um grupo para divulgações de saberes via celular, utilizando-se do aplicativo whatsapp. Deste modo os jovens participantes poderiam expor suas produções, dúvidas e aprendizagens a toda a equipe do projeto, permitindo uma comunicação mais abrangente e dinâmica das conquistas cognitivas que ocorrem após a saída dos jovens dos contextos de pesquisa, em suas casas, em seus momentos de aplicar e refletir sobre as experiências vivenciadas.

3.2 COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP

A pesquisa aconteceu em 2018, no entanto submetemos em 2017 o projeto para apreciação no CEP. O projeto de pesquisa, agora já concretizado, foi analisado por colegiado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal de Goiás - UFG, cuja inscrição da instituição na Plataforma Brasil se encontra sob número 5083. Submetido a análise do relator deste comitê em 06/09/2017, sob número CAAE: 69985717.7.0000.5083, obteve aprovação em 26/10/2017.

3.3 O LOCAL DE PESQUISA

Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina. (CORALINA, 2007).

A pesquisa foi aplicada em uma Escola Municipal da zona norte da cidade de Uberlândia. A escola conta hoje com 21 (vinte e uma) salas de aula. Seu quadro de pessoal possui aproximadamente 153 (cento e cinquenta e três) funcionários. Possui 1300 (um mil e trezentos) alunos, da Educação Infantil e do 1º a 9º ano, nos turnos manhã e tarde, e do Programa Municipal de Aceleração do Analfabetismo- PMEA e Educação de Jovens e Adultos – EJA, do 6º ao 9º período, à noite.

A filosofia da escola se baseia na busca constante da qualidade da educação e do processo ensino-aprendizagem, no respeito às diferenças e no resgate de valores através de ações coletivas que buscam valorizar os seus profissionais, a comunidade e os alunos, que são o princípio e o fim de sua proposta. (UBERLÂNDIA, 2013, p.1).

Na escola já foram desenvolvidos os seguintes eventos/projetos: Mais Educação (Capoeira, dança, canto coral, contação de histórias, valores humanos e momento cívico), Movimento a Favor da Igualdade e Contra o Preconceito, Tangram, Chá Literário, Grêmio Estudantil, Bingo de Figuras Geométricas, Show de Talentos, Prevenção Contra as Drogas, Halloween, o projeto “De Verso em Verso eu Converso”, dentre outros. Foi incorporado ao nosso projeto “Matemática com tecnologias: Cubo de Rubik e Robótica” que ora passa a ser descrito. Fazendo-se do uso do cubo de Rubik como facilitador do ensino/aprendizagem de noções matemáticas, tomando-o como recurso lúdico associado a tecnologia para esse fim, desenvolveu-se a pesquisa objetivando compreender o processo de educação por meio da matemática e da tecnologia, dos alunos do ensino fundamental.

A execução da mesma aconteceu no laboratório de áudio visual da escola no contra turno das aulas dos estudantes. Eram feitos encontros semanais. Durante o cenário 2 nos encontramos todas as segundas-feiras e quartas-feiras das 14h às 15h, sendo que em alguns dias ultrapassamos estes horários. Nos cenários 1 e 3 todas as segundas-feiras, terças-feiras e quartas-feiras das 14h às 15h, sendo que em alguns dias também ultrapassamos estes horários. Nenhuma atividade foi desenvolvida fora da escola, exceto o campeonato disputado pelos estudantes que ocorreu na Universidade Federal de Uberlândia e será mencionado mais tarde.

3.4 OS PARTICIPANTES DA PESQUISA: DA SELEÇÃO DE ALUNOS

O pesquisador foi nas salas dos sextos (6º) aos nonos (9º) anos contando sobre o projeto de pesquisa, enfatizando o cenário: aprendendo a resolver o cubo de Rubik. Sendo que neste cenário aprenderiam a resolver o cubo de Rubik, mais conhecido como cubo Mágico. Nesse momento, busquei incentivar a adesão voluntária à pesquisa de forma consciente e espontânea.

Aos responsáveis pelos interessados em participar da pesquisa foi enviado um termo pedindo as devidas autorizações, tendo em vista que este ocorreu no contra turno às aulas. Tivemos, em 2017, uma pré-aplicação do cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik. Já em 2018, quando retomamos as atividades na escola, começamos com 17 alunos, tendo permanecido 4 participantes efetivos até o final. Além deste, um estudante que se ausentou por razões pessoais durante os cenários da robótica e matemática, permaneceu envolvido, tanto que participou do campeonato de cubo de Rubik ocorrido após findar todos os cenários. Uma das estudantes de sexto ano desligou-se do projeto no cenário aprofundando no aprendizado do cubo de Rubik por meio da Robótica educacional. Durante as análises de dados deste cenário será mencionado o motivo, ela não será caracterizada nas informações que se seguem. Caracterizam-se os participantes a seguir:

- **Aluno 01:** é aluno do 8º ano, antes mesmo de iniciar o projeto, já se dedicava a aprender como montar o cubo de Rubik. Sempre muito curioso buscou aprender outros métodos de montagem deste quebra-cabeças.
- **Aluno 02:** aluno do 8º ano e sua motivação para participar foi aprender a montar o cubo em companhia dos seus amigos Aluno 01 e Aluno 03.
- **Aluno 03:** também é aluno do 8º ano, veio pela amizade que possui com Aluno 01 e Aluno 02, mas acabou gostando de montar o cubo de Rubik. Seu maior objetivo é montar o quebra-cabeças em menos tempo. Participante não efetivo em todos os cenários de pesquisa, mas permaneceu envolvido no projeto.
- **Aluno 04:** aluna do 6º ano, achou a montagem do cubo um desafio e como gosta de desafios procurou participar do projeto.
- **Aluno 05:** aluno do 5º ano, envolveu-se com o projeto porque seu irmão está participando e comentou que é muito bom montar o cubo de Rubik.

3.5 RECURSOS

Para o desenvolvimento desta pesquisa alguns recursos materiais foram fundamentais além de todos os que já estavam disponíveis na própria escola, ou seja, foi preciso fazer um investimento em aquisição do próprio cubo e dos kits de robótica os quais seriam utilizados na pesquisa. Para tanto, a bolsa de mestrado foi fundamental para subsidiar a compra e a execução da pesquisa. Mais que uma pesquisa, é um projeto que almeja transformação de todos os envolvidos, assim, a bolsa convertida em material e apoio à pesquisa é, na minha visão, um processo natural e justo.

Os cubos utilizados foram profissionais e semiprofissionais, variando entre vinte e cinquenta reais. O mais caro foi o kit de robótica educacional produzido e comercializado pela LEGO® EV3. O kit possui motores, sensores, brick (cérebro), vigas, pinos entre outras peças. Para registro, foi preciso filmadora. Além disso, outra aquisição para pesquisa foi um robô controlado por uma placa Arduino, importado do site www.linksprite.com. Todos esses gastos chegaram a quase sete mil reais como pode ser visto no quadro a seguir.

Quadro 1 - Orçamento

Identificação de Orçamento	Tipo	Valor em Reais (R\$)
Combustível para Veículo	Custeio	R\$600,00
Materiais diversos de papelaria.	Custeio	R\$400,00
Kit LEGO Mindstorms EV3 Education mais expansão e fonte chaveada (cód.: 45544 e 4560)	Outros	R\$3.811,00
Kit Arduino	Outros	R\$1000,00
Cubos de Rubik (profissional e semiprofissional) e recipiente para armazenamento.	Outros	R\$1000,00
Tripé filmadora	Outros	R\$120,00
Total em R\$	-----	R\$6.931,00

Fonte: Próprio autor

4 ANÁLISE DE DADOS

A construção desta pesquisa não foi uma ação individual e isolada. Quando tecemos a ideia de trabalhar com o cubo e a tecnologia, qual seria o local de pesquisa, o pesquisador que aqui lhe escreve se vinculou a grupo de pesquisa no qual um dos integrantes tem conhecimento sobre o cubo e também tecnologias. Assim, essa pesquisa contou com a parceria de um projeto do professor mestre Alexandre Henrique Afonso Campos¹. O referido professor é um exímio competidor de cubo mágico em diversas categorias, sendo que na categoria 3x3x3 com menos movimentos se encontra no ranking mundial da World Cube Association como décimo sexto (16º) colocado.

A contribuição do professor Alexandre nesta pesquisa veio de uma necessidade também dele de desenvolver com crianças uma formação em resolução do cubo. A proposta do projeto de sua autoria previa a difusão dos saberes, advindos do cubo associados ao raciocínio lógico dos estudantes da Educação infantil e Ensino Fundamental, já que a prefeitura de Uberlândia não contempla o Ensino médio.

Devidamente autorizado pela prefeitura para desenvolver as atividades o professor Alexandre buscou o Centro Municipal de Estudos e Projetos Educacionais Julieta Diniz – CEMEPE visando contato com professores de matemática interessados em participar de seu projeto. Todos os professores que foram contatados mostraram interesse em participar das atividades previstas, mas nem todos seriam contemplados devido a limitações de horários de atendimento do professor Alexandre. Nós, esse professor e eu, fazemos parte do mesmo grupo de pesquisa denominado NUPEME (Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação). Contudo, na investigação, assumimos papéis distintos, ele como professor do grupo pesquisado e eu como pesquisador. A aplicação do projeto foi no contra turno, dessa forma, nasceu a união de um trabalho cujo objeto comum era o cubo de Rubik.

Para a execução do projeto foi utilizada uma apostila, elaborada por Alexandre, inspirada no método de resolução do cubo mágico conhecido por método de camadas, porém resolvido somente por dois tipos de movimentos como proposto por Gabriel Dechichi Barbar².

¹ Segundo Campos (2018), ele possui: Graduação em Matemática (UFU - 2012), mestrado em Matemática (UFU - 2014). Atualmente, professor de matemática e leciona nos ensinos superior e médio. Já atuou nas linhas de pesquisa de Robótica Educacional, criação de objetos de aprendizagem na área da educação matemática. Em matemática pura, trabalhou com teoria dos códigos, mais especificamente esteganografia. Possui interesse também em geometria hiperbólica e programação em geral. Em anexo se encontra a autorização de publicação de dados para esta dissertação.

² Segundo Barbar (2018), ele é Graduando em Engenharia Mecatrônica na Universidade Federal de Uberlândia. Experiência profissional como programador na área de Web e Jogo, com ênfase no uso da linguagem C#, LINQ e

Foi combinado também que seriam necessárias aproximadamente oito (8) aulas para findar o cenário: aprendendo a resolver o cubo de Rubik.

O método de camadas utilizado durante o projeto se diferencia do método de camadas tradicional e é intitulado método de camadas com dois movimentos. O professor Alexandre e Gabriel disponibilizaram, por meio de vídeos e apostila, o material necessário para o aprendizado desse método que é mais simples em relação ao método de camada tradicional. Essa simplicidade está justamente na forma como é ensinado e no manuseio do cubo de Rubik.

Durante o desenvolvimento da pesquisa foram constituídos três grandes cenários de aprendizagem. Na aplicação da formação de como resolver o cubo percebemos que o cenário era mais para o lúdico, em outro momento tivemos espaço para trabalhar tecnologia no processo de resolução do cubo e por fim, a matemática que pode ser trabalhada dentro do projeto. Assim, os dados desta pesquisa foram analisados em três óticas: Matemática, Lúdica e Tecnológica.

4.1 CENÁRIO 1: NOÇÕES MATEMÁTICAS

Além de trabalhar com cubo de forma lúdica, usando tecnologia, ficava como elemento importante e indispensável relacionar a parte Matemática ao seu uso. Em todos os momentos estiveram presentes esses conhecimentos, mas é interessante para essa pesquisa tornar explícitos conhecimentos matemáticos relacionados ao cubo. Assim, decidimos que seriam aplicados exercícios de verificação de transferência de conhecimento adquirido, a partir do manuseio do cubo mágico, para noções de geometria.

Para isso, organizamos questões que foram aplicadas aos estudantes do ensino fundamental participantes dessa pesquisa, as quais foram extraídas de concursos, tendo em vista a real necessidade de despertar nos jovens estudantes, dentre outros, o interesse em prestar concurso. Além do objetivo principal já citado, outro pareceu estratégico: a atenção para o fato de que os alunos estavam resolvendo questões popularmente tidas como difíceis para incentivá-los a se sentirem capazes de enfrentar um leque cada vez maior de opções de mudança, propiciando melhor autoestima e realizações em suas vidas.

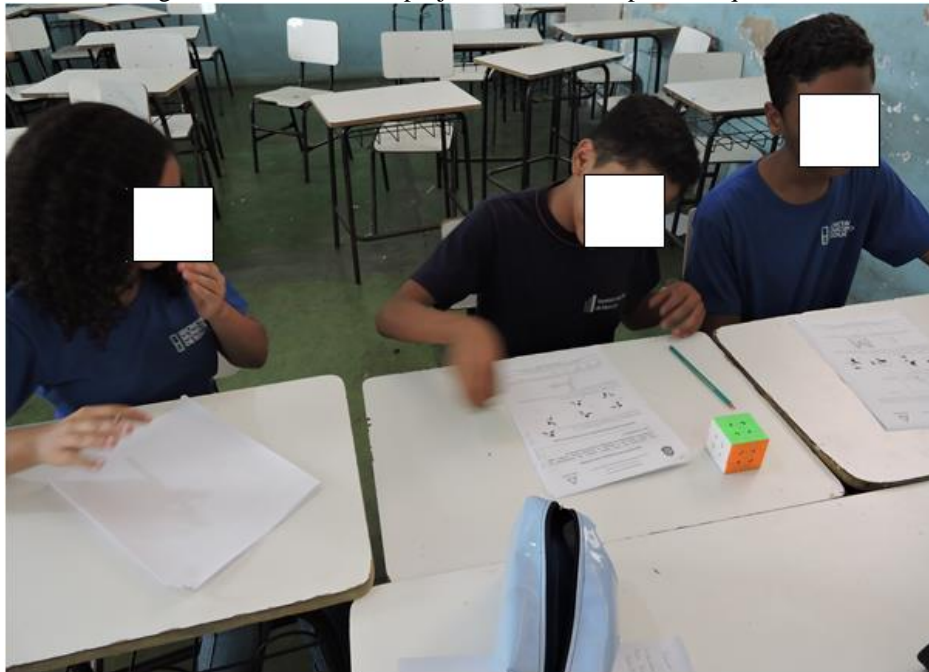
Não se aplicou um teste anterior e um posterior às atividades com o cubo para comparação, porque esse não era o objetivo deste trabalho. As questões foram resolvidas uma

utilização da engine Unity3D. Atuação no desenvolvimento de sistemas de interação, treinamento e simulação em Realidade Virtual para pesquisa. Temas: Realidade Virtual, Treinamentos Virtuais, Simulação de sistemas de engenharia. Em anexo se encontra a autorização de publicação de dados para esta dissertação.

por uma, sendo que o cubo se encontrava disponível aos alunos para movimentação ou para auxiliá-los no raciocínio durante a resolução das questões. Além disso, as correções das questões aplicadas foram fontes de muito diálogo. Iniciamos a resolução destas na forma de uma aula tradicional, em que o docente apresenta a solução no quadro, mas elas se desenvolveram a partir da dinâmica em grupo, com a apresentação dos conceitos matemáticos que foram surgindo e serão apresentados como veremos a seguir.

Busquei trazer questões mais próximas das realidades dos alunos, mas nem sempre foi possível, pois como será possível perceber, a conexão com o cubo afastava um pouco deste propósito. As questões foram liberadas uma a uma e discutidas ao final de cada resolução. Ao todo foram discutidas vinte questões.

Figura 8 - Estudantes do projeto resolvendo a primeira questão



Fonte: Próprio autor

A seguir serão apresentadas algumas das 20 questões selecionadas por meio de sites de concursos especializados neste meio. Todas as questões constam no anexo. Foram utilizados dois destes sites: qconcursos.com/ e aprovaconcursos.com.br. Estas questões foram trabalhadas com os estudantes de forma a associar os conteúdos matemáticos e os aprendizados provenientes do cubo de Rubik. Uma destas questões é do concurso de ITAIPU, que trabalha a questão de rotação. Pode parecer complexo usar deste tipo de questão, mas vejam o problema e a explicação a seguir.

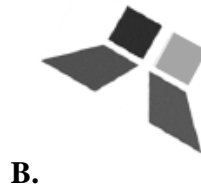
Ano: 2017, Banca: NC / UFPR, Concurso: ITAIPU Binacional

1) Qual das figuras abaixo corresponde a uma rotação de 270° na figura ao lado?

Figura 9 - Concurso Itaipu



Fonte: NC/ UFPR (2017)



Durante a resolução desta questão, foi explicado aos alunos que para obter uma rotação de 270° da figura ilustrada acima faríamos giros de 90° em 90° , sendo que com três giros de 90° obteríamos 270° . Poderíamos também, efetuar um giro de 180° (duas vezes 90°) no sentido anti-horário, obtendo a figura da letra D, posteriormente mais um giro de 90° nesse mesmo sentido, obtendo a figura da letra C. Observou-se ainda que independente do sentido horário ou anti-horário a figura em seu estado final, após os giros de 180° seriam as mesmas, mas que os giros de 90° dependem do sentido a serem girados. A alternativa correta para esta questão é a letra C.

Ano: 2010, Banca: CESGRANRIO, Concurso: IBGE

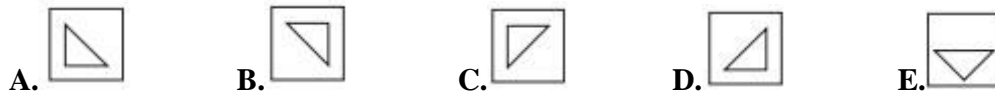
10)

Figura 10 - Concurso IBGE



Fonte: CESGRANRIO (2010)

Um cartão foi preso a uma parede, como ilustrado na figura acima. Virando-o de cabeça para baixo, diante de um espelho plano, qual a imagem vista?



Comentário:

Para se resolver esta questão foi usado um pedaço de papel com a imagem desenhada e passo a passo foi ilustrado o que estava ocorrendo. Primeiramente ilustrou-se o cartão de cabeça para baixo:

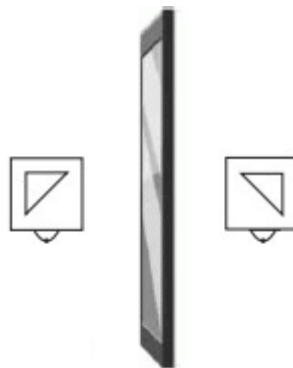
Figura 11 - Concurso IBGE



Fonte: CESGRANRIO (2010) / montagem das imagens: próprio autor

Após esse passo ilustrou-se a reflexão da imagem:

Figura 12 - Concurso IBGE



Fonte: CESGRANRIO (2010) / montagem das imagens: próprio autor

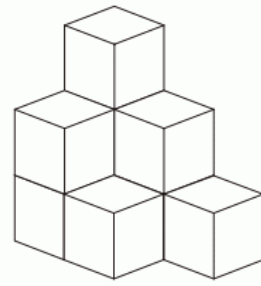
Assim a alternativa correta foi a letra C.

Em alguns dos métodos de resolução do cubo de Rubik é necessário efetuar operações de translação, reflexão e rotação.

Ano: 2006, **Banca:** FCC, **Concurso:** TCE/BA

16) A figura seguinte mostra uma pilha de cubos de mesmas dimensões.

Figura 13 - Concurso TCE/ BA



Fonte: FCC (2006)

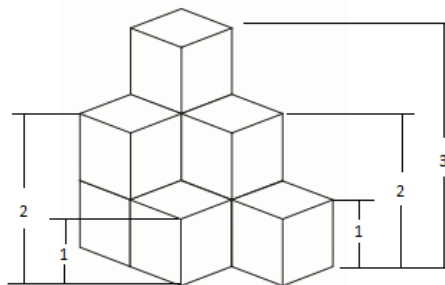
O número de cubos que foram usados na montagem dessa pilha é

- A.8 B.9 C.10 D.11 E.12

Comentário:

Neste problema foi feita a contagem na própria figura observando o número de cubos empilhados na vertical, deste modo o número de cubos total (C), foi calculado do seguinte modo:

Figura 14 - Concurso TCE/ BA



Fonte: FCC (2006)/ montagem da imagem: próprio autor

$$C = 3 + 2 + 1 + 2 + 1 = 9 \text{ cubos}$$

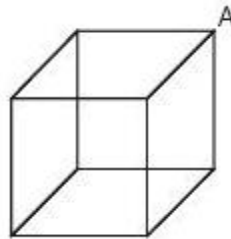
Portanto a alternativa correta marcada foi a letra B.

De forma similar ao empilhamento de cubinhos que ocorre no cubo de Rubik, temos os empilhamentos nesta questão.

Ano: 2006, Banca: FCC, Concurso: TCE/PB

17) Uma estrutura feita de arame tem a forma de um cubo cujo lado mede 40 cm. Uma formiga encontra-se sobre um vértice do cubo (ponto A), conforme é mostrado na figura abaixo.

Figura 15 - Concurso TCE/PB



Fonte: FCC (2006)

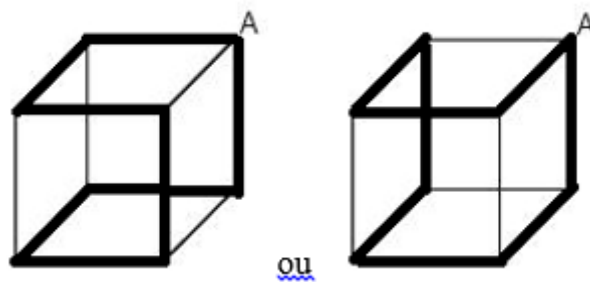
Observou-se que: essa formiga saiu do ponto A, foi caminhando ao longo do fio e, após ter percorrido a maior distância possível, retornou ao ponto de partida. Se ela passou uma única vez sobre cada vértice, é correto afirmar que a distância que percorreu, em centímetros, era

A.80 **B.160** **C.240** **D.320** **E.400**

Comentário:

Utilizando o cubo do problema número 11 resolvemos esta questão. Durante a correção foi dito que para esta questão as possíveis soluções são:

Figura 16 - Concurso TCE/PB



Fonte: FCC (2006) / montagem das imagens: próprio autor

Em ambas as soluções temos que a formiga percorre (F_p) oito arestas de 40 cm cada. Logo temos:

$$F_p = 8 \times 40 = 320 \text{ cm}$$

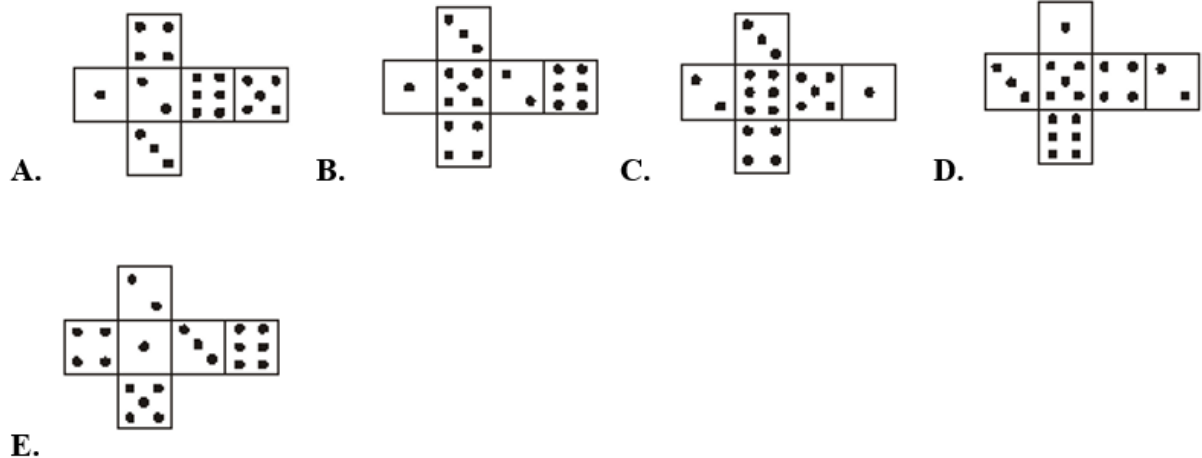
Portanto a alternativa correta a este problema é a letra D.

No Cubo de Rubik, os cubinhos se deslocam para outras posições de acordo com um movimento qualquer e ao mantermos esse movimento retornam ao mesmo ponto de partida.

Ano: 2006, Banca: FCC, Concurso: TRT 6ª

19) Sabe-se que os pontos marcados nas faces opostas de um dado devem somar 7 pontos. Assim sendo, qual das figuras seguintes NÃO pode ser a planificação de um dado?

Figura 17 - Concurso: TRT 6ª

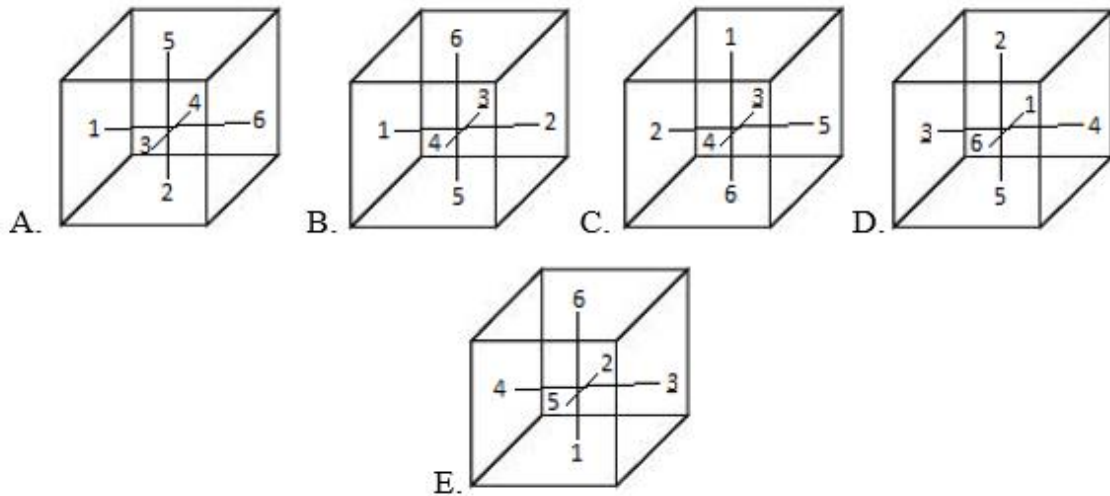


Fonte: FCC (2006)

Comentário:

Analisou-se, nesta questão todos os itens sendo que nas alternativas A, C, D e E estão corretas, mas a letra B está incorreta. Para as referidas análises foram utilizados o cubo construído no problema 11. Observe as ilustrações de cada alternativa, analisadas (montagem das imagens: próprio autor):

Figura 18 - Concurso TRT 6ª



Fonte: FCC (2006) / montagem das imagens: próprio autor

Observe que na letra B as faces 1 e 2 nas laterais esquerda e direita, respectivamente, não somam sete; além disso as faces superior e inferior, 6 e 5 respectivamente, também não possui soma igual a sete. Para todas as demais alternativas não temos soma entre as faces opostas diferente de sete. Logo a alternativa a ser marcada se encontra na letra B.

Em alguns métodos de resolução do cubo de Rubik é necessário saber quais cores estão opostas para finalizar o quebra-cabeças. Envolvendo noções de rotação, translação, reflexão, volume, área, perímetro e planificação, as fontes das questões permitiram também discussões associadas à vida dos educandos, como por exemplo, o que gostariam de ser quando crescessem e até quando pretendiam estudar.

Outro saber de que não posso duvidar um momento sequer na minha prática educativo-crítica é o de que, como experiência especificamente humana, a educação é uma forma de intervenção no mundo. Intervenção que além do conhecimento dos conteúdos bem ou mal ensinados e/ou aprendidos implica tanto o esforço de *reprodução* da ideologia dominante quanto o seu *desmascaramento*. Dialética e contraditória, não poderia ser a educação só uma ou só a outra dessas coisas. Nem apenas *reprodutora* nem apenas *desmascaradora* da ideologia dominante. (FREIRE, 2002 p.39)

Intervir como “prática educativo-crítica” é também trabalhar o raciocínio lógico matemático dos educandos. Por meio desta intervenção e de outras experiências trazidas em diversos tipos de projetos que se agregam a este na escola-alvo da pesquisa é que se propõe uma intervenção no mundo.

Neste cenário de pesquisa, ampliar os horizontes buscando uma educação transformadora é um importante objetivo que se junta ao conhecimento matemático em si. É um cenário que nos remete a pequenas proposições que podem apegar-se de forma enraizada na mente desses jovens estudantes e levá-los a algo novo em suas vidas.

A nossa capacidade de aprender, de que decorre a de ensinar, sugere ou, mais do que isso, implica a nossa habilidade de *apreender* a substantividade do objeto aprendido. A memorização mecânica do perfil do objeto não é aprendizado verdadeiro do objeto ou do conteúdo. Neste caso, o aprendiz funciona muito mais como *paciente* da transferência do objeto ou do conteúdo do que como sujeito crítico, epistemologicamente curioso, que constrói o conhecimento do objeto ou participa de sua construção. É precisamente por causa desta habilidade de *apreender* a substantividade do objeto que nos é possível reconstruir um mal aprendido, o em que o aprendiz foi puro paciente da transferência do conhecimento feita pelo educador. (FREIRE, 2002 p.28)

A curiosidade em se resolver um problema tem, em si mesma, uma motivação que movimenta o estudante em busca da solução: “*apreender* a substantividade do objeto aprendido”. Quando esta curiosidade não está presente fica o seguinte questionamento: O que fazer para que os jovens se articulem e se envolvam para solucionar ou produzir algo? A resposta a esta pergunta se encontra também no inter-relacionamento originário nas relações existentes no meio em que se discutem os assuntos em questão. Assim, foi possível permitir algumas liberdades que somente projetos no contra turno podem trazer como, por exemplo, manter, no projeto, uma estrutura livre de quantificar o desempenho do estudante por meio de uma nota pronta e acabada. Não se trata de um processo de construção de saberes em que a avaliação também é necessária, mas acontece de diferentes maneiras visando melhorar o crescimento intelectual dos jovens educandos.

Desenvolver uma atividade como esta é ter a oportunidade de, além de dar asas ao conhecimento dos estudantes, ensiná-los a voar, permitir que eles se acostumem com o voo e sintam prazer em voar. Apesar da forma tradicional de ensinar ainda estar enraizada em mim enquanto educador, entender o quanto posso melhorar é fonte motivadora para continuar este processo de quebra de paradigmas. Não se tem um caminho pronto a seguir, mas caminhos possíveis que permitem uma construção efetiva de saberes. Sendo que a difusão de conhecimentos passa por diversos recursos.

Para esta pesquisa, a ludicidade presente nos desafios pertinentes à resolução do cubo de Rubik foram fonte motivadora para resolução de diversos problemas matemáticos. Deste modo, como resultado gratificante desta pesquisa, ficam ainda alguns anseios que me motivam a continuar projetos dessa natureza no futuro: Ser consciente de que existem recursos que

podem contribuir para o ensino/aprendizagem da matemática de forma lúdica, os quais poderei utilizar em atividades futuras ou mesmo na rotina de sala de aula.

Ao ser perguntado sobre a importância em fazer esse tipo de atividade, o Aluno 01 diz que:

Figura 19 - Entrevista

A photograph of a handwritten note on a light blue background. The text is written in cursive and reads: "R: me ajudou a descobrir novas respostas que os cubos pode ter".

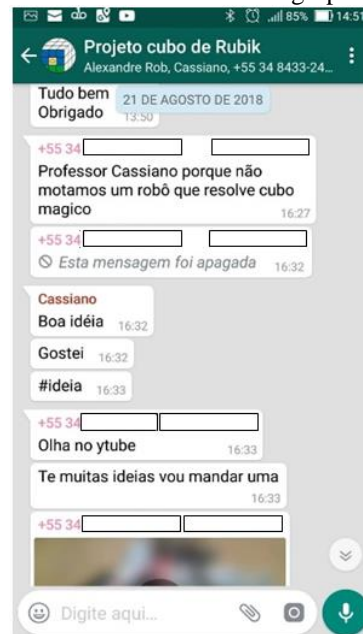
Fonte: Manuscrito aluno01 (2018)

Possibilitar aos estudantes uma forma de aprender por meio da ludicidade, para mim, enquanto educador, abriu mais uma aba de um leque de possibilidades a ser explorado para se aprender matemática. É também, por meio destas atividades que (re)descobrimos diversos meios de conduzir e ser conduzido no caminho que leva ao aprendizado. Trazer o estudante para dentro do problema nem sempre é tarefa fácil, mas com materiais manipulativos temos uma gama de possibilidades que, posteriormente, podem levar os estudantes a abstrações tão almeçadas no âmbito da matemática.

4.2 CENÁRIO 2: APROFUNDANDO NO APRENDIZADO DO CUBO DE RUBIK, POR MEIO DA ROBÓTICA EDUCACIONAL

A construção de um robô que resolvesse o cubo mágico era uma proposta que estava nos planos da pesquisa. Na própria internet temos uma gama de robôs tanto feitos de LEGO® como de outros materiais que fazem esse feito em pouco tempo. O momento para essa ação era para ser mais ao final do projeto e era uma ideia não revelada aos participantes, no entanto partiu de um dos participantes desta pesquisa a mesma ideia, como podemos ver no seguinte diálogo no grupo do *whatsapp*.

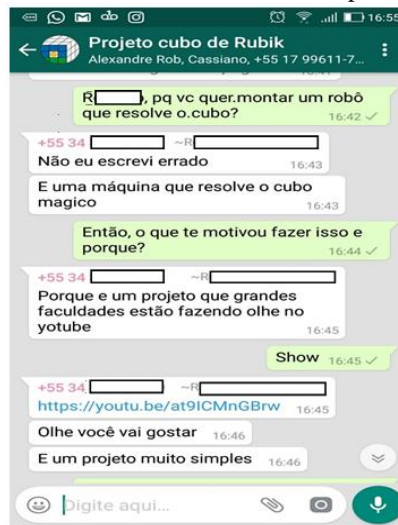
Figura 20 - Conversa com Aluno 01 - grupo de WhatsApp



Fonte: Grupo de WhatsApp

Em 21 de agosto, com essa motivação, o aluno começa a fomentar o grupo com vídeos sobre montagens. Dessa motivação nasceram algumas curiosidades: mas por que montar esse robô? Qual era sua motivação? Essas questões foram apresentadas no grupo. Vejam as respostas a seguir:

Figura 21 - Conversa com Aluno 01 – Grupo de WhatsApp



Fonte: Grupo de WhatsApp

É possível perceber que a maior motivação está no fato de grandes faculdades realizarem projeto similar. Mesmo sendo questionado, a resposta não é objetiva, mas aponta outras duas respostas, ou seja, o fascínio de ver uma máquina conseguir resolver e o segundo, o papel e a interpretação do participante quanto a função/status de uma faculdade (termo usado pelo participante que entendo se referir a universidade) enquanto ambiente de produção científica, onde estão os cientistas. Fazer algo que cientistas estão fazendo é uma motivação.

Esse cenário foi iniciado com cinco estudantes. Para que essa atividade pudesse ser realizada foram adquiridos dois kits Lego Mindstorms® EV3, um deles é o Home set 31313 e o outro Education sets 45544 além da expansão 45560. Esse cenário constituiu-se da construção do robô MindCub3r® para Lego Mindstorms® EV3 para solucionar o cubo de Rubik. Para realização dessa construção foram seguidas instruções disponibilizadas via internet, pelo site MindCuber.com, por meio de uma apostila.

Figura 22 - Robô MindCub3r – Soluciona o Cubo de Rubik



Fonte: GILDAY (2013, p.1)

Quando os estudantes souberam que este cenário partiria da construção de um Robô, surgiu em todos uma grande empolgação pela construção de algo que até então não estava acessível a eles: um Robô. Como seria isso? O que ele faz? Será difícil? Eram as indagações deles. Após a apresentação aos jovens de como seria iniciado este cenário de pesquisa, o Aluno 01 apresentou uma sugestão de que fosse construído um robô de palito de picolé e robótica livre³.

Trabalhar com cubo e robótica segue o mesmo princípio de Quadros e Quadros (2015), ou seja, levar uma ferramenta mais próxima da realidade deles. Pode parecer que a robótica está longe, mas nosso cotidiano está imerso em recursos robóticos. O que buscamos nesse processo é justamente ajudar na aprendizagem dos participantes, agregando uma nova tecnologia.

A maioria dos alunos da escola são de classe média baixa, dos quais poucos chegam às universidades. Neste contexto, ver o Aluno 01 mostrando essa expectativa foi muito gratificante e fonte motivacional para continuidade da pesquisa. Desenvolver esse cenário foi um desafio tão grande quanto o cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik, mas com uma diferença centrada na forma de ensino/ aprendizagem. Enquanto no cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik as questões-chaves foram desenvolvidas por educadores, nesse cenário as questões objeto de estudo provinham de uma máquina. Mesmo que essa máquina fosse fruto da construção dos educandos, por uma questão de pouco aprofundamento dos comandos necessários ao funcionamento do robô, sua programação se tornava obscura aos estudantes. A busca em desenvolver as atividades que poderiam emanar dos cenários é pessoal, em concordância com Freire:

É próprio do pensar certo a disponibilidade ao risco, a aceitação do novo que não pode ser negado ou acolhido só porque é novo, assim como o critério de recusa ao velho não é apenas o cronológico. O velho que preserva sua validade ou que encarna uma tradição ou marca uma presença no tempo continua novo. (FREIRE, 2002 p. 17).

Para construção de dois Robôs foram criadas, pelos próprios estudantes, duas equipes – **equipe 6** e **equipe 8**. Os jovens escolheram o critério de afinidade para formar as equipes – uma equipe de sexto ano e outra de oitavo ano. Existiu uma busca pelo novo, por algo diferente, por uma identidade própria, mas não deixaram a segurança de estar entre seus pares pelo risco

³ Segundo César (2013, p.55-56) “os hardwares livres são produtos construídos a partir de soluções livres e que seguem as quatro liberdades (liberdade de uso, estudo e modificação, distribuição e redistribuição das 56 melhorias) da filosofia do Software Livre. Assim, o hardware livre também está protegido por licenças que garantem as liberdades e lhe dão a cobertura legal (Exemplos: a GPL e a Copyleft).”

em se expor perante os outros estudantes. As duas equipes tiveram acesso à apostila de montagem dos Robôs por meio de laptop e smartphone. Apesar dos Robôs serem um pouco distintos, o nível de dificuldade de montagem é o mesmo para ambos. Enquanto a equipe 6 utilizou o kit Home set 31313 a equipe 8 fez uso do kit Education sets 45544 com a expansão 45560.

Figura 23 - Equipes 6 e 8: Uso das TIC's



Fonte: Próprio autor

Uma regra principal foi sugerida: zelo pelo material que estavam utilizando, as demais foram estabelecidas pelos próprios educandos à medida que surgia algum impasse ou necessidade.

Normas e regras, por sua vez, são aqui entendidas como dispositivos que orientam padrões de conduta a serem definidos e compartilhados pelos membros de um grupo. Os valores orientam as ações e possibilitam fazer juízo crítico sobre o que se toma como objeto de análise. Vale lembrar que existem diferenças e até conflitos entre sistemas de normas na sociedade, que respondem de maneiras diversas às diferentes visões e interpretações do mundo. (BRASIL, 1997, p.33).

O trabalho em grupo foi fundamental na parte da montagem dos Robôs, durante essa atividade foi observado que a vontade em ver o projeto pronto e funcionando foi a principal motivação dos grupos. Nesse sentido, foi bastante estimulada a (re)construção da autonomia, ou seja, a capacidade de governar-se pelos próprios meios em cada jovem. Esses estímulos ocorreram com o não estabelecimento de uma regra imposta para formação da equipe e por não serem estabelecidas regras para resolver conflitos.

A autonomia pressupõe uma relação com os outros. Não existe a autonomia pura, como se fosse uma capacidade absoluta de um sujeito isolado. Nesse sentido, trata-se da perspectiva da construção de relações de autonomia. Por isso só é possível realizá-la como processo coletivo que implica relações de poder não-autoritárias. (BRASIL, 1997, p.35).

Em concordância com Brasil (1997, p.35), “outra questão fundamental para o contexto escolar é a da relação entre autonomia e autoridade: permitir que valores e normas sejam discutidos, avaliados e reformulados não significa abolir, negar ou qualificar negativamente a autoridade dos educadores.” Um certo grau de autoridade foi necessária na resolução de alguns conflitos. Essa autoridade foi utilizada para resolução de impasses entre os grupos, tais como cor de peças que seriam utilizadas por cada equipe; quem faria a montagem principal do kit e quem buscaria as peças nas embalagens que as acondicionavam. Buscaram-se regras que permitissem balancear as participações dos envolvidos e no caso das cores, a sorte por meio do acaso (utilizou-se par ou ímpar).

A apostila utilizada nas montagens da equipe 6 possui um total de cento e quinze montagens. Após alcançarem a montagem trinta e oito, a equipe 6 apresentou desinteresse e, mesmo após muita insistência pela parte do presente pesquisador, foi interrompida a montagem do Kit de Robô 31313. Uma das alunas saiu do projeto e a Aluna 04 foi integrada, por sua própria vontade, à equipe 8. Segundo a aluna desistente, ela estava achando “chato” a montagem, mas iria participar do campeonato de cubo de Rubik nos dias 24 e 25 de novembro. Os demais estudantes seguem interessados e empolgados nesse cenário.

Figura 24 - Final da montagem do Robô MindCub3r



Fonte: Grupo de WhatsApp / próprio autor

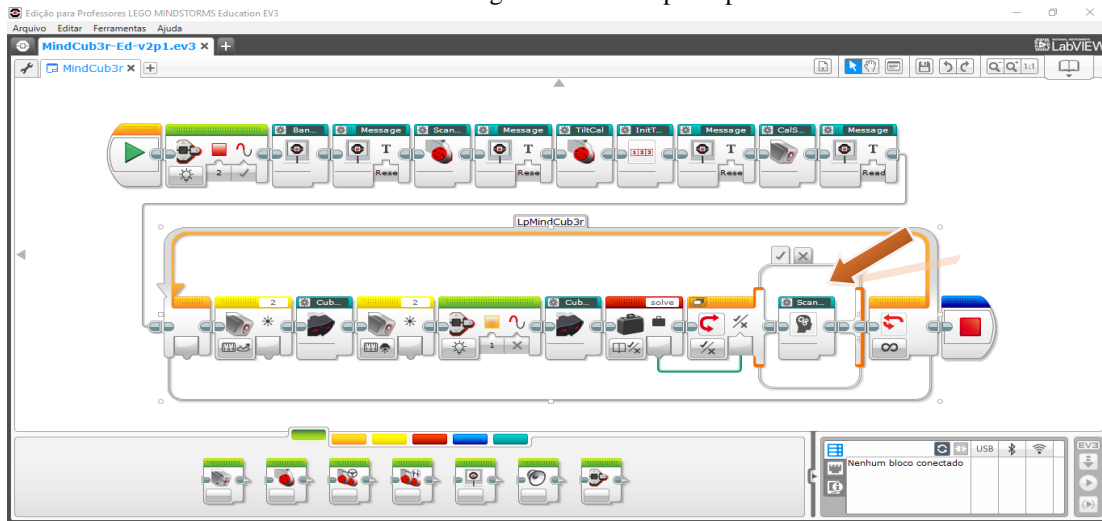
Ao final da construção do Robô MindCub3r foi feita a seguinte indagação: Qual o método de resolução utilizado pelo Robô para resolver o cubo de Rubik? Liberei o acesso à internet pelo smartphone para que os estudantes tivessem acesso a outros métodos de resolução do cubo, além dos já conhecidos por eles advindos do cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik. As observações levantadas não foram conclusivas, mas muitas conjecturas foram elaboradas nesse processo de busca de soluções.

Segundo o criador do robô MindCub3r, David Gilday, o robô MindCub3r resolve o cubo de Rubik em quatro estágios: 1. bloco 2x2x2. 2. Bloco 2x2x2 diagonalmente oposto nas mesmas duas camadas. 3. Dois pares F2L 4. Última camada.

De acordo com o blog Mindstormideas (2015) “o programa não é o habitual conjunto de blocos, mas sim uma junção disso com um código compilado em C++, que é o cérebro deste robô”. Sobre a lógica de funcionamento, existe uma preparação inicial do tijolo inteligente lego. Após esta preparação, coloca-se o cubo em um compartimento específico, após detectada a presença do cubo por sensor infravermelho, o sensor de cor começa a ler as faces do cubo. Caso tenha ocorrido alguma falha na leitura, as faces são lidas novamente. Este processo de erro ocorre até no máximo três vezes. Após a leitura de todas as seis faces o programa calcula o número de movimentos necessários para montar o cubo. Logo em seguida começa a movimentação das rotações no intuito de resolver o cubo.

Observe a programação e uma de suas linhas lógicas em blocos. Na figura seguinte observa-se o bloco principal de programação, aberto com o programa Lego Mindstorms Ev3[®] edição para professores. A programação é estruturada em bloco e não em linha, ou seja, utiliza-se de ícones que são configurados e colocados em uma lógica, levando a construção da programação. Clicando-se duas vezes com o mouse sobre a aba *Scan And Solve*, indicada pela seta abaixo, abre-se, de um em um, mais três blocos de programação.

Figura 25 - Bloco principal



Fonte: GILDAY (2013, p.1)

A exemplo de ícones, temos a figura 25, onde podemos destacar os comandos de operações matemáticas, de comparar e operações lógicas, respectivamente, utilizados pela linguagem lego. Observe em destaque abaixo estes comandos:

Figura 26 - Comandos Matemáticos



Fonte: Montagem – GILDAY (2013, p.1)

Na imagem anterior pode-se observar que, para montar a programação que resolve o cubo de Rubik utilizando o robô Lego Mindcub3r, é necessário ter conhecimentos lógicos/matemáticos. Em entrevista, o estudante Aluno 01 emitiu sua opinião sobre este cenário, como podemos observar a seguir:

Pesquisador: *O que achou de montar um robô que resolve o cubo? Justifique.*

Aluno 01: *Muito legal porque eu descobri que existe um robô que sabe montar o cubo.*

Pesquisador: *O que foi ruim? Por quê?*

Aluno 01: *Podia ter o projeto com robôs com mais alunos de outras idades.*

Pesquisador: *O que foi bom? Por quê?*

Aluno 01: *Foi bom porque nós entendemos cada função das peças lego.*

Pesquisador: *Você entendeu a programação? O que foi difícil? O que foi fácil?*

Aluno 01: *Mais ou menos. A montagem foi difícil e a programação. Se todo mundo tivesse colaborado teria sido mais fácil.*

A importância em se ter um grupo maior é um fator interessante para o jovem Aluno 01. Talvez esse seja um indicativo que não somente os laços familiares sejam suficientes em sua formação enquanto sujeito. Um grupo formado com mais alunos de outras idades, como diz Aluno 01, nos remete ao exercício dos papéis sociais que o jovem possa ter e é neste momento que os amigos passam a ter maior importância.

Neste cenário, o papel de liderança assumido pelo jovem Aluno 01 destacou-se. Por meio desta liderança, foi possível uma melhor interação entre os jovens participantes, mas mesmo assim, em alguns momentos, como mencionado por ele sobre a programação “se todo mundo tivesse colaborado teria sido mais fácil” o que indica certa insatisfação do estudante naquele momento. A dicotomia em ser diferente do grupo que lidera e ao mesmo tempo ser igual a todos para não se afastar do grupo é uma das observações que este pesquisador relata como dificuldade gerencial observada no estudante sobre a liderança do grupo neste cenário. Não se viu uma hierarquia enquanto grupo, mas uma ação de liderança buscando dividir as tarefas, motivado pela construção dos robôs.

Entender o funcionamento de algumas das peças componentes da lego na programação foi algo interessante para os meninos, mesmo que não tenhamos construído outros tipos de robôs com estas peças. Para que se entenda a lógica de programação é fundamental entender o funcionamento de cada um dos componentes lego e, principalmente, a teoria matemática necessária para resolver. Se voltarmos aos trabalhos de Silva Junior (2016) e Lima e Santos Junior (2017), temos que o processo de resolução pode ser por teoria de grupos, conhecimento esse ensinado no ensino superior. Assim, a tecnologia foi motivadora, mas a compreensão da parte abstrata da resolução do cubo ainda precisa de construção de outras bases de conhecimento para se efetivar.

4.3 CENÁRIO 3: APRENDENDO A RESOLVER O CUBO DE RUBIK

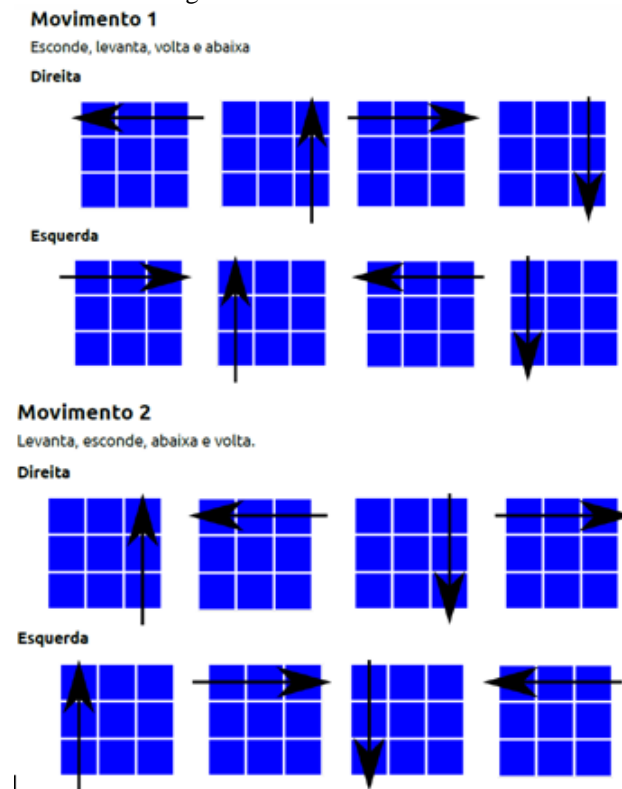
Diante das situações-problema de jogo que se apresentam ao sujeito, quando ele age sobre o jogo e o constante desafio em vencê-lo, novos espaços para a elaboração de estratégias de jogo são abertos. A análise de possibilidades é marcada por tomada de decisões sobre quais estratégias poderiam ser eficazes. É possível ao sujeito, que não domina um jogo, estabelecer jogadas extremamente aleatórias, sem realmente refletir sobre suas ações. Mas jogar operatorialmente um jogo de regras, significa ser capaz de analisar as possibilidades de jogadas, elaborar estratégias, testá-las e avaliá-las. (GRANDO, 2000, p.40).

Nesse cenário coube ao professor Alexandre o papel de ministrar as aulas sobre o método de resolução do cubo de Rubik intitulado de método de camadas apenas com dois movimentos, por meio da apostila elaborada por ele e Gabriel Barbar. Coube-me auxiliá-lo nesse processo e analisar as relações decorrentes das interações entre estudantes-educador-estudantes desse cenário.

Para realização deste foram adquiridos cubos de Rubik e porta cubos de tecido na quantidade necessária a todos. Dessa forma, todos os estudantes puderam ter um cubo para participar da pesquisa, podendo inclusive levar esse material para suas residências a fim de desenvolver a resolução do cubo da melhor forma que lhes conviesse. Com o intuito de divulgar e tirar dúvidas à medida que estas surgissem, foi criado um grupo de WhatsApp.

Esse cenário foi iniciado com dezessete (17) jovens. Primeiramente foi trabalhado por meio da apostila exposta em datashow os movimentos 1 e 2 de forma a substituir os dizeres tradicionais nos movimentos do cubo (R-right, L-left, U-up, D-down, F-front, B-back) por:

Figura 27 - Movimentos 1 e 2



Fonte: Apostila Professor Alexandre/ Gabriel

Após treinar estes movimentos foi a hora de aprender a montar a “cruz branca na face amarela”. Esta etapa consiste em montar uma cruz de meio amarelo e o restante com partes na cor branca. Após ensinar os movimentos os dois professores se dedicaram a ajudar cada um dos jovens individualmente.

Os alunos se mostraram empolgados em descobrir como montar o cubo, mesmo sem concluir todas as fases naquele encontro, inclusive alguns deles terminaram a etapa com maior antecedência e se mostraram ansiosos em descobrir as etapas seguintes. Ao final desse encontro todos os estudantes presentes conseguiram alcançar êxito nas atividades propostas.

No encontro seguinte a estes aprendizados foi a hora de montar a “cruz branca”. A fim de montar a cruz branca na face branca, ou seja, peça central branca, as peças de bordo adjacentes a ela brancas e as peças de canto de cores quaisquer.

À medida que os participantes avançaram no conhecimento de montagem do cubo de Rubik pode-se observar uma melhora na manipulação da estrutura do cubo e a cada momento a atividade parecia mais prazerosa aos estudantes. A noção espacial de como movimentar adequadamente o cubo, observando-o com a face amarela para cima (uma das condições para o método utilizado) e sem a necessidade de conferir visualmente se uma peça está em seu devido lugar também foi se tornando uma prática entre os estudantes.

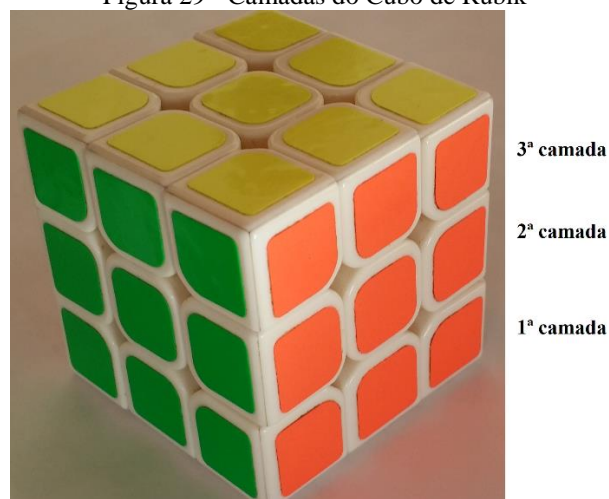
Figura 28 - Prof. Alexandre – Uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)



Fonte: Próprio autor

Sabendo que o cubo possui três camadas, observadas como “andares de um prédio”, iniciemos o terceiro aprendizado.

Figura 29 - Camadas do Cubo de Rubik



Fonte: Próprio autor

Este aprendizado consiste em finalizar a primeira camada, contada de baixo do cubo para cima, essa camada refere-se à face branca que se encontra voltada para o chão. Nela, uma cruz branca já estava em seu devido lugar, bastava colocar os quatro cantos de cor branca nesta face. Para isso deve-se utilizar o primeiro movimento à direita, ou à esquerda, dependendo da posição que esteja a peça que se deseja posicionar.

O aprendizado geométrico foi cada vez mais afluído a partir da noção do movimento de cada cubinho que compõe o cubo de Rubik, sendo que esses movimentos se fazem necessários para se colocar a peça no local desejado. Alguns dos estudantes já se encontravam com uma certa destreza ao desenvolver o movimento 1.

Como cada peça central do cubo indica a cor da face, então a etapa de montar a segunda camada consiste em colocar, nos devidos lugares, quatro cubinhos de canto que compõem essa camada. Para isso, novamente foi utilizado o movimento 1 à direita ou à esquerda a depender da posição em que a peça se encontra na terceira camada. Observe que efetuando esse movimento a peça do meio da fileira externa “cai” para a segunda camada, mas deve-se alinhar a cor da face com a cor da lateral do cubinho que se deseja posicionar.

Figura 30 - Equipe cubo de Rubik



Fonte: Próprio autor

A maioria dos estudantes não conseguia organizar o cubo de Rubik quando erravam o movimento. Então, nesses casos, era necessário reiniciar desde a primeira etapa de resolução do cubo de Rubik. Dessa forma, acontecia sempre uma revisão de todas as etapas anteriores a que estava sendo aprendida. A respeito do erro, temos uma lição muito bonita.

O que poderia significar “errar” num jogo de estratégia? Talvez o fato de não fazer uma boa jogada? Nem sempre...É possível a um jogador “errar” em uma jogada, não optando pela melhor, e, obter a vitória no jogo, ou seja, resolver sua situação-problema de jogo que é vencer. Por outro lado, a constatação sobre o conjunto de jogadas mal realizadas, ao final de um jogo em que o sujeito perde para o adversário, pode levá-lo a refletir sobre ações realizadas e elaborar estratégias a fim de vencer o jogo, resolver o problema. (GRANDO, 2000, p.41)

Na resolução do cubo é sempre uma oportunidade de revisar os passos e entender cada um, até que seja bem executado. Na etapa da “cruz amarela”, o objetivo é montar uma cruz amarela na face amarela. Ressalta-se que a face amarela deverá estar posicionada para cima voltada para o teto. Para essa montagem, deve-se girar a frente (planificação – vista frontal do cubo) no sentido horário, depois realiza-se o movimento 1 à direita e em seguida girar a frente (planificação – vista frontal do cubo) no sentido anti-horário. Na face amarela pode aparecer uma barra amarela, um L amarelo ou direto formar uma cruz, quando formar um L, coloque-o como 9 horas do relógio e faça a sequência de movimento descrita acima, obtendo assim a cruz amarela desejada.

Até esse momento, em todas as etapas anteriores o cubo de Rubik se encontrava com a face amarela voltada para cima e a face branca (oposta à amarela) voltada para baixo. Para se resolver a etapa da “camada amarela” o cubo deveria ser posicionado de forma contrária ao que até então era praxe, ou seja, a face amarela deveria estar voltada para baixo e a branca para cima. Como a cruz amarela se encontra pronta, falta posicionar os quatro cantos da face amarela. Para posicionar esses cantos da face amarela repete-se o movimento 1 à direita até que a peça amarela se posicione de forma desejada, gira-se a planificação da base no sentido horário e efetua o movimento um à direita até que o próximo canto também esteja na posição desejada. Após efetuar essa sequência de movimentos a face de centro amarelo se encontrará toda amarela, mas não necessariamente com os cantos em seus devidos lugares.

Etapas de “arrumar os cantos”. Nesta etapa será utilizado o movimento 2. Observando de frente o cubo, se tivermos duas peças de mesma cor na camada de cima forma-se o chamado farol. Se quatro faróis estiverem prontos então não há o que se fazer nesta etapa, ela já está pronta. Dessa forma, passe para próxima fase. Caso contrário, com a face amarela voltada para baixo, de forma que um farol fique voltado para trás, efetue a seguinte sequência de movimentos: (movimento 1 à direita) + (girar a camada da base duas vezes no sentido horário) + (movimento 2 à direita) + (girar a camada da base uma vez no sentido horário) + (movimento 1 à direita) + (girar a camada da base uma vez no sentido horário) + (movimento 2 à direita). Ao final dessa sequência de movimentos os quatro cantos estarão montados, mas os meios externos possivelmente ainda não.

Nesta última etapa arrumou-se os meios para terminar a montagem do cubo. Sabendo que uma barra são 3 cubos em sequência da mesma cor na camada da face amarela (terceira e última camada), deixe a face amarela voltada para cima e uma barra à sua frente e faça a seguinte sequência de movimentos: (movimento 2 à direita) + (movimento 2 à esquerda) + (movimento 1 à direita) + (movimento 1 à esquerda). Efetue essa sequência de movimentos até obter quatro barras, ajuste o cubo de acordo com a cor das faces laterais e assim findou-se a montagem do cubo.

Ao final desta fase da pesquisa restaram cinco estudantes, sendo que um deles destacou-se pelo seu autodidatismo em relação aos aprendizados inerentes ao cubo de Rubik. Mesmo antes de começar esse cenário, assim que o aluno 01 ficou sabendo sobre o cubo, ele buscou conhecimento na internet sobre o mesmo. Seus responsáveis providenciaram um cubo de Rubik para ele e posterior a esse momento bons resultados passaram a ser produzidos no desenvolvimento da pesquisa.

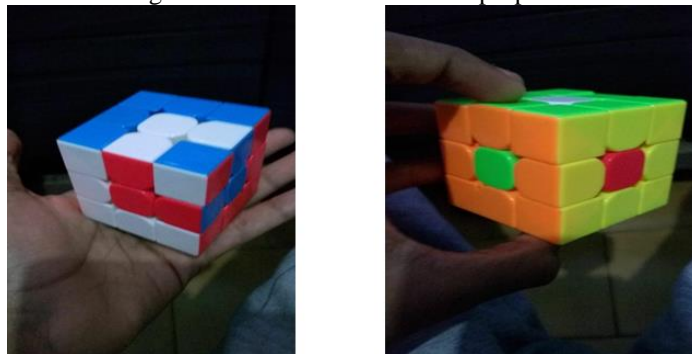
Figura 31 - Aluno 01 – Método de Fridrich



Fonte: Próprio autor

O estudante 01 buscou aprender outros métodos para resolver o cubo mágico mais rápido do que utilizando do método de camadas resolvido por dois movimentos, pois esse método o limitava em relação ao tempo. Encontrou o método de Fridrich, imprimiu o método e trouxe ao conhecimento do professor Alexandre para que o mesmo lhe tirasse algumas dúvidas. Este método é conhecido por suas características em se resolver o cubo mais rápido, se comparado a outros métodos de resolução do cubo.

Figura 32 - Aluno 01 – Desafios propostos



Fonte: Aluno 01 – Grupo de WhatsApp

Como os estudantes 01 e 02 são da mesma turma na escola, eles trocavam bastante informação sobre o que aprenderam em sala de aula. Em uma das aulas de geometria, o professor presenciou o aluno 01 desafiando o aluno 02 a deixar o cubo de Rubik da mesma forma que está ilustrada nas fotografias acima.

A curiosidade como inquietação indagadora, como inclinação ao desvelamento de algo, como pergunta verbalizada ou não, como procura de esclarecimento, como sinal de atenção que sugere alerta faz parte integrante do fenômeno vital. Não haveria criatividade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos. (FREIRE, 2002, p.15)

Buscando dar visibilidade aos seus cubos de Rubik o aluno 01 buscou na internet como construir suportes com material reciclado.

Figura 33 - Aluno 01 – Construções de suporte com materiais reciclados



Fonte: Aluno 01 – Grupo de WhatsApp

Após as construções dos suportes, expôs no rack da sala de sua casa participando a família da sua alegria em participar da pesquisa.

Figura 34 - Aluno 01 – Exposição dos cubos no rack da sala



Fonte: Aluno 01 – Grupo de WhatsApp

Terminamos este cenário com cinco jovens, conforme já relatado. Entender por que doze estudantes desistiram é importante para a continuidade de outras pesquisas desta natureza. Ao buscar o motivo das desistências descobri que dois deles mudaram de escola. Pode-se observar que fatores pessoais e situacionais, tais como facilidade em ir às aulas, disponibilidade de horários de atendimento, relação professor/aluno, grau de dificuldade das aulas e outros podem ser conclusivos na continuidade ou não em decifrar o quebra-cabeças cubo de Rubik. Contudo, de comum acordo com Larrosa (2004, p.165), “Na paixão se dá uma tensão entre

liberdade e escravidão, no sentido de que o que quer o sujeito passional é precisamente permanecer cativo, viver seu cativo, sua dependência daquilo que lhe apaixona”, ou seja, a permanência neste trabalho está relacionada ao participante permitir-se apaixonar pelo cubo de Rubik, e desta relação passional, permanecer cativo ao projeto até seu final. Ainda à luz de Larrosa (2004, p.163), “É experiência aquilo que nos passa, ou nos toca, ou nos acontece, e ao nos passar nos forma e nos transforma”, restou aos que participaram até o final deste trabalho uma experiência, que de forma passional marcou suas vidas.

Quando temos paixão por algo, queremos que todos vejam, como podemos ver na exposição do cubo sobre o rack proposta pelo Aluno 01. O prazer é imenso e você quer que outros sintam o mesmo, tanto que um dos participantes desta pesquisa, o último a ingressar, veio a convite de outro participante. A paixão se torna contagiosa e ganha força quando ela é nutrida e aprovada pela família.

A experiência com o cubo é o que Larrosa (2004) ressalta, uma questão de paixão. Tivemos um índice alto de evasão, infelizmente nem todos nutriram a mesma paixão pelo desafio imposto pelo cubo. Percebemos que o sucesso está naqueles que se apaixonam, pois há um maior empenho destes no processo de aprendizagem, um envolvimento, levando a uma experiência marcante.

Continuando, com objetivo de satisfazer a curiosidade do grupo de jovens praticantes nas artes de resolução do cubo de Rubik foi realizada uma simulação de campeonato, utilizando-se das regras oficiais da World Cube Association – WCA.

Figura 35 - Simulação de campeonato com regras oficiais da WCA



Fonte: Próprio autor

Ficou prevista a participação do grupo da escola-alvo de cubo de Rubik no campeonato Uberlândia Open 2018. Esse campeonato ocorreu nos dias 24 e 25 de novembro de 2018. Para

esse evento foram confeccionadas camisetas como forma de valorizar a participação dos jovens entusiastas na referida competição.

Participamos do Campeonato Uberlândia Open 2018 de cubo de Rubik na modalidade 3x3x3 no dia 25 de novembro de 2018, pois no dia 24 de novembro de 2018 não ocorreu nenhuma das modalidades por nós inscritos.

Figura 36 - Participação do Campeonato Uberlândia Open 2018



Fonte: Próprio autor

Ver o brilho nos olhos de cada um dos participantes do campeonato neste dia foi espetacular. Entender o significado desta participação para a vida deles é compreender a real necessidade da criação de oportunidades como essa e que elas possam ser ofertadas não só a este grupo de estudantes, mas para todos os estudantes da escola-alvo que se interessarem em participar. A aprendizagem do cubo reverberou neles, na sua forma de aprender e na constituição da primeira equipe de cubo mágico 3x3x3 da escola, sendo uma menina e três meninos. É preciso crescer, tanto a equipe, quanto o projeto na escola, principalmente agora que já reconhecemos melhor o que precisamos e o que podemos fazer de diferente e de forma mais aconselhável.

Após a participação no campeonato supracitado, foi feita uma entrevista com os estudantes sobre este cenário de pesquisa, e transcrevemos algumas respostas a seguir.

Pesquisador: *O que foi bom?*

Aluno 01: *Porque nós fomos ao campeonato e vimos o que tínhamos de melhorar.*

Mesmo sendo uma resposta isolada, podemos reconhecer que a pesquisa possibilitou aos envolvidos irem além de um curso, propiciou a capacidade de testarem, reconhecerem e

analisarem suas potencialidades. Apesar de não ganharem premiações de primeiro ao terceiro lugar, participaram de um novo ambiente de aprendizagem. No primeiro *round*, as posições da equipe variaram, tendo um participante entre os 19 melhores. Nos jogos, o perder também possibilita aprendizagem e é importante que o participante seja instruído a identificar neste momento o que precisa aprender e melhorar. É preciso que nesses momentos o professor ou responsável saiba administrar e orientar seus pupilos que, neste caso, foram vitoriosos, pois tiveram a coragem de participar e aprender: a controlar suas emoções, a respirar, a concentrar, a estudar seus adversários, a se preparar para outro ambiente de competição, a reconhecer seus erros, a estudar novas possibilidades de competição.

Pesquisador: *O que foi ruim?*

Aluno 01: *Não teve outras modalidades diferentes* (referindo-se às modalidades diferentes da 3x3x3 comum).

Esse fato, deve-se muito à questão de recursos e de organização do projeto com os alunos, aumentar o número de modalidades de cubo, a princípio, era uma opção que poderia gerar confusão na aprendizagem. Além disso, na pesquisa, não teve espaço de tempo para gerir esse tipo de ação. Fica para um futuro projeto pensar em qual cubo começar e talvez levar os outros, propiciar que os alunos interessados sejam despertados em sua curiosidade a buscar aprender. Talvez, fazendo contato com mais de um cubo, cada aluno se identifique e desenvolva melhor com um e não com outro. Isso ainda é uma investigação, uma possibilidade para nova pesquisa.

Pesquisador: “O que espera no futuro?”

Aluno 01: *Muitos campeonatos e outras modalidades.*

Mesmo com essa nova meta, precisamos divulgar e conquistar mais adeptos ao projeto.

Pesquisador: “*E você o que te motivou a participar do projeto com o cubo?*”

Aluna 04: *Não sei, várias coisas. Eu gosto de desafios.*

Durante as entrevistas sobre o que foi bom, o que motivou, as outras respostas foram gerais. O projeto com cubo é um desafio, poder resolver algo que sempre tentávamos e não

compreendíamos é superar um desafio pessoal. O gosto pelos desafios é um elemento motivacional, em Papert (2008) ele fala referente a robótica justamente, que não é a complexidade do problema, mas sim o desafio que motiva a superar desafios. Observem o diálogo a seguir:

Pesquisador: *O que te motivou a aprender?*

Aluno 05: *Ah eu aprendi por aprender, meu irmão falou que era bom então eu fui aprender.*

Percebemos que o interesse do aluno 5, estava ligado à influência motivadora do aluno 1, pois ambos são irmãos, ou seja, foi a convite de seu irmão que surgiu o interesse de ir e participar do projeto. O envolvimento nesse tipo de desafio, segundo os participantes tem levado às seguintes manifestações:

Aluno 01: *A memorização e ajuda na matemática.*

Aluno 05: *Melhora na matemática, faz lembrar as contas.*

Pesquisador: *Quais contas? Explique esta história.*

Aluno 05: *Tipo assim, meu irmão ele era muito ruim em Matemática aí ele fez um negócio lá, era para fazer um negócio de uma multiplicação e uma divisão aí ele lembrou tirou vinte e cinco (valor total do bimestre na escola-alvo da pesquisa)*

Aluno 04: *Serviu para me relaxar pois sou muito nervosa.*

Pesquisador: *Mesmo? O cubo relaxa!? Como você se sente relaxada ao resolver o cubo?*

Aluno 04: *Porque tem que concentrar mais. Se você não tiver calma você não consegue montar.*

Os diálogos anteriores nos mostram que, na percepção dos participantes, o projeto ajudou na aprendizagem de matemática, na organização do pensamento, no controle de ansiedade e a melhorar a concentração. Silva (2015) já dizia que os jogos trabalham questões emocionais, cognitivas, motoras. Com envolvimento dos participantes, puderam vivenciar um conjunto de experiências que possibilitou acionar suas emoções, trabalhando desde a frustração até o sucesso. Além disso, desenvolver seu raciocínio e coordenação motora, pois os campeonatos envolvem tempo e o jogo é cinestésico como nos ensinou Silva (2017).

Mais que acionar essas questões internas e externas ao participante, o grande desafio estava em construir um equilíbrio, pois há o desequilíbrio no processo de aprendizagem do cubo e essa estabilidade só se alcança quando há aprendizagem. Mesmo assim, o desafio de ser cada vez melhor no que se faz leva a um novo desequilíbrio, que é emocional e de raciocínio. O jogador está sempre buscando ser melhor, levando a novas aprendizagens e reconhecimento de suas próprias limitações, e trabalhando para resolver e superar suas frustrações.

O que ficou a desejar no projeto foi a adesão de mais pessoas, o que talvez seja viabilizado em uma próxima oportunidade fazendo com que os participantes que continuaram até o final da pesquisa assumam o papel de professores. A viabilidade de assumir este viés é corroborada pelos diálogos seguintes.

DIALOGO 1:

Pesquisador: *Ele que te ensinou a resolver o cubo?*

Aluno 05: *Meu irmão!?*

Pesquisador: *Sim.*

Aluno 05: *Meu irmão tentou me ensinar, mas é por que ele não sabe ensinar, por que ele faz muito rápido aí não dá para ver. Aí eu fui lá na escola para aprender e eu aprendi.*

Pesquisador: *O que te motivou a aprender?*

Aluno 05: *Ah eu aprendi por aprender, meu irmão falou que era bom então eu fui aprender.*

DIALOGO 2:

Pesquisador: *Você é boa professora? Sabe explicar? Eu tenho uma dúvida de como fazemos para descer essa peça aqui em cima para esta posição.*

Aluno 04: *Eu acho fácil. Essa aqui eu aprendi faz pouco tempo com o professor Alexandre.*

Aluno 04: *Você já sabe montar a Cruz? (Referindo-se a um dos passos aprendidos por ela)*

Pesquisador: *A cruz sim. Eu consigo montar a parte de baixo, descer as peças da primeira camada todas alinhadas, só que daí em diante eu não consigo...*

Aluno 04: *Ah é descer.*

Pesquisador: *Vai montando.*

Aluno 04: *(montando o cubo bem veloz)*

Pesquisador: *Você é rápida!*

Aluno 04: *Não, não sou.*

Pesquisador: *Muito mais do que eu. Fico horas montando ele.*

Aluno 04: *Tem gente que monta muito rápido.*

Pesquisador: *E agora nesta passagem, como é que é?*

Aluno 04: *Aqui!? Assim você combina as cores, tipo o verde com verde aí você faz isso aqui (mostrando como fazer com o cubo), aí eu faço assim (ainda mostrando como fazer com o cubo) aí você chega aqui, aí essa aqui está do lado direito, aí você gira ela para cá, gira assim, desce e volta assim e pronto a peça desceu.*

Pesquisador: *Tem outro jeito de fazer?*

Aluno 04: *Tem, gira ela para cá, gira assim desce volta assim e desceu.*

Pesquisador: *Vamos de novo. Tem outro jeito de fazer?*

Aluno 04: *Tem. Olha aqui ó, vira para cá. (Já apresentando outra técnica de resolução)*

Pesquisador: *Qual que tem que descer mesmo? Essa...*

Aluno 04: *Essa! Ó você esconde para cá, sobe, volta, gira, desce e só. Bem fácil.*

Pesquisador: *É, eu tenho muito que aprender.*

Os melhores professores, talvez sejam eles mesmos e colocá-los nesse papel é permitir que se sintam no poder. Essa ação será responsável por estimular e motivar a aprenderem mais e superar suas dificuldades, pois o ensinar exige deles a reflexão de suas ações e a revisão do que já sabem. Aqueles conhecimentos que não sabem, as respostas dos problemas e questões novas, geram momentos de instabilidade os quais os levarão a estudar para ensinar. Assim, em um projeto com dificuldade de conseguir mais professores, os alunos, à medida em que aprendem, podem ser multiplicadores, ensinar a outros o que já aprenderam usando de um elemento fundamental na aprendizagem, uma linguagem próxima de quem tem a mesma idade, gerando empatia entre aluno e professor. Silva (2017) já dizia, a aprendizagem também é auditiva, pois existe relação professor e aluno no processo de aprendizagem.

Despertar o gosto por este quebra-cabeças que é o cubo de Rubik foi um desafio, mas ver em cada uma das etapas ensinadas neste cenário o crescente gosto dos estudantes, que permaneceram até a conclusão dos ensinamentos, foi muito gratificante. Para que o projeto tenha continuidade deve-se estreitar ainda mais as relações existentes entre o jogo e o gosto em jogar, bem como refletir sobre os fatores já mencionados que explicam as desistências a fim de reduzi-las. A sugestão é que o projeto seja aplicado nos próximos anos letivos seguindo moldes

similares aos que foram aplicados agora, mas que se considere o acréscimo de mais modalidades como menciona o competidor Aluno 01.

O que aprendemos nesse processo foi que a paixão é diferente para cada um, podemos despertar em todos a paixão ou não, o que sabemos como já mencionaram Silva (2015) e Silva (2017) é que as potencialidades do ensino e aprendizagem do cubo modificam o participante na forma de raciocinar, de comunicar, de controle das emoções e como fala Moya (2015) para aprender, basta ter interesse, persistência e concentração nas dicas.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho objetivou-se analisar, compreender e responder à seguinte pergunta: Quais as contribuições para a educação matemática e tecnológica e as limitações existentes em um processo construtivo de investigação, utilizando o cubo de Rubik no contexto de uma escola pública? Para tal, esta análise apoiou-se em um conjunto de três cenários de pesquisa, pois desenvolvidos durante a intervenção.

Resolver um quebra-cabeça tem em si sua recompensa. Conseguir entender os pormenores de sua solução é tão emocionante e gratificante quanto chegar a um objetivo específico: quebra-cabeças solucionado. Compreender as etapas do processo que elucida o Cubo de Rubik e associá-lo a novos saberes perfaz caminhos lúdicos que, em diversas esferas, podem ser explorados e desbravados.

Em consonância com Larrosa (2004, p.154), “A experiência é o que nos passa, ou o que nos acontece, ou o que nos toca. Não o que passa ou o que acontece ou o que toca, mas o que nos passa, o que nos acontece ou nos toca. A cada dia passam muitas coisas, porém, ao mesmo tempo, quase nada nos passa”. Mesmo proporcionando acesso aos estudantes a diferentes fontes de tecnologia, como cubo de Rubik e kits de robótica Lego[®], a paixão pela montagem do cubo de Rubik foi essencial para a permanência por parte dos estudantes neste trabalho. Observar os apelos emocionais que as resoluções do cubo de Rubik proporcionam é algo ainda a se ressaltar. Errar, começar de novo, errar novamente, persistir e mesmo assim ainda errar na construção do quebra-cabeças é algo comum. O êxito na construção, na maioria das vezes, somente vem depois de muita persistência e dedicação, o que pode levar dias ou semanas para acontecer. Depois deste desafio ainda se encontra o de se resolver o quebra-cabeças mais rápido e a solução deste problema é também alcançada com novos métodos de solucionar o cubo, sendo exigidas assim mais dedicação e muita persistência.

Segundo Larrosa (2004, p.163), os sujeitos apaixonados que permaneceram neste trabalho até o fim puderam ter acesso a diferentes experiências que poderiam despertar o entusiasmo. A paixão se desenvolve a partir da experiência e quando se está apaixonado por aquilo que se propõe a fazer, aflora-se um maior interesse por aquilo que se está realizando. Percebemos esta paixão de maneira mais evidente quando um dos participantes constrói, com material reciclado, suportes para o cubo de Rubik e expõe diversos cubos na estante de sua casa, contagiando seus familiares. Estimulou inclusive seu irmão a participar das atividades desse trabalho.

No cenário noções matemáticas, foram trabalhadas questões de raciocínio lógico matemático com os estudantes de forma a associar os conteúdos matemáticos e os aprendizados provenientes do cubo de Rubik. Aqui foi possível observar que o uso do cubo de Rubik propiciou perspectivas diversas nos estudantes, tais como conceber a matemática de forma mais prazerosa, melhorar as relações existentes no grupo que compõe o cenário, melhoria na relação entre educador-estudante e/ou estudante-estudante. Advindo da utilização do quebra-cabeças pode-se notar ainda um melhor entendimento dos conhecimentos provenientes do raciocínio lógico matemático apresentado nesta etapa do trabalho.

O trabalho da Matemática associado ao cubo precisa ser melhor explorado em um contexto de sala de aula, onde as aprendizagens do cubo podem ser utilizadas para entender um problema, bem como ajudar na solução. Principalmente problemas que usem conceitos de rotação, translação, área, volume. Isso, pensando no ensino fundamental. Quando o grau de conhecimento é maior, podemos utilizar desde análise combinatória até teoria de grupos. Aprender a resolver o cubo, já dizia Silva (2015) e Silva (2017), ajuda na aprendizagem, trabalha questões emocionais, motoras e cognitivas. É preciso cuidado, para não tornar o cubo um instrumento de mais frustração no processo de aprendizagem matemática. O professor precisa ter atenção, quando e como fazer o uso dele em sala de aula com a Matemática. O caminho pode ser como propomos, de apresentar problemas e usar o cubo para entender, solucionar e aprender.

No cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik, além de se aprender a solucionar o cubo por um método estruturado em uma explicação simplificada de resolução, sendo esta proporcionada pelo método de camadas com apenas dois movimentos, aprofundaram-se os ensinamentos por outros métodos, como por exemplo o método de Fridrich. Das observações realizadas neste cenário, conclui-se que o uso do cubo de Rubik estimula o raciocínio lógico, a agilidade, o convívio com outros estudantes, melhora a coordenação motora, melhora a atenção no desenvolvimento de diversas atividades, além de proporcionar melhor tolerância às frustrações. Existem, nesse processo, limitações que podem ser de recursos, de motivação, de ferramentas por parte do professor em superar a falta de paixão por parte de alguns participantes. O trabalho com cubo é paixão à primeira vista, ou talvez não, mas quando há paixão, há persistência, disciplina, até que as frustrações sejam superadas e a aprendizagem atingida.

A relação entre professor e aluno é modificada, pois as dúvidas, as limitações de aprendizagem são superadas com diálogo. Só com a prática as dúvidas emergem, possibilitando um terreno fértil à aprendizagem. As questões lúdicas são fortes, mas as intervenções do

professor são importantes para que a frustração não destrua a paixão pelo brinquedo e pela aprendizagem.

No cenário aprofundando no aprendizado do cubo de Rubik por meio da Robótica educacional, foi proposta a construção de dois robôs MindCub3r[®] com kits Lego Mindstorms EV3[®]. Após a devida montagem foram feitas comparações na forma que o Robô monta o cubo com as metodologias de montagem vistas no cenário aprendendo a resolver o cubo de Rubik. Em última observação e análise deste, verificamos nos blocos de programação do robô MindCub3r[®] o uso de raciocínio lógico matemático. Neste cenário, concluiu-se que apesar do kit Lego Mindstorms EV3[®] utilizado para confecção do robô MindCub3r[®] ser bastante oneroso, tanto nas suas versões home quanto na versão Education, ele proporciona uma gama considerável de possibilidades de combinações. Essas possibilidades podem ser propiciadas por meio de modelos prontos ou criação autônoma por parte de seu usuário. Apresenta ainda uma linguagem de programação relativamente intuitiva para quem deseja trabalhar com ela embarcada no bloco de programação, ou até mesmo fora do bloco e traz os mesmos benefícios que os citados ao se utilizar o cubo de Rubik como instrumento lúdico. Cabe ainda ressaltar que no trabalho em grupo ficou evidenciado a necessidade de tarefas cooperadas ao se utilizar o kit Lego[®]. Em termos de tecnologia e aprendizagem matemática, detectamos um problema de conhecimento técnico no processo de desenvolver uma programação mais avançada, dificultando transpor a lógica de resolução do cubo, bem como interpretar e transmitir em uma linguagem mais clara essas informações às crianças participantes.

Por que não há, em inglês, uma palavra para a arte de aprender? O dicionário *Webster* diz que a palavra *pedagogia* significa a arte de ensinar. O que está faltando é uma palavra paralela para aprender. Nas faculdades de educação, as disciplinas sobre a arte de ensinar são em geral listadas apenas como “métodos”. Todos sabem que os métodos importantes na educação são os de ensino – essas disciplinas suprem o que se acredita ser necessário para formar um professor competente. E quanto aos métodos para aprender? Que disciplinas são oferecidas aos que desejam tornar-se aprendizes competentes? (PAPERT, 2008, p.87)

Em concordância com Papert (2008), que sugere a falta de “métodos para aprender”, este trabalho apresenta-se como contribuição aos meios científicos necessários ao desenvolvimento de estratégias de aprendizado voltados a estudantes da educação básica. Neste sentido, pretende-se contribuir para os “métodos para aprender”.

No âmbito escolar, o projeto contribuiu não somente de forma a integrar-se ao conjunto de projetos que a escola-alvo da pesquisa dispunha, mas também de trazer, por meio de um recurso lúdico, maior interação com novas tecnologias. Essas, advindas da robótica educacional

e seus benefícios, tais como desenvolver habilidades para solucionar situações adversas, estimular a criatividade, auxiliar no aprendizado de matemática, física e de outras disciplinas. Ainda pode ajudar na organização e aumentar o interesse pelo aprendizado.

A temática da Robótica Educacional é um campo fértil e por isso produziu frutos na escola onde se desenvolveu o trabalho, compactuando com as ideias de Simões et al (2010) e Moya (2015) de levar tecnologias pensando na cultura dos alunos, bem como estimulá-los a entrar neste mundo. Ficou evidente na disposição dos estudantes que chegaram ao final deste, que o tema pode ainda ser explorado de novas maneiras naquele ambiente. Deste modo, dada a importância do assunto e da maneira como foi trabalhado na escola-alvo, considera-se que muito há ainda que percorrer no campo da investigação, o que permite futuras atividades naquele universo.

Ao oferecer condições para que os estudantes estejam expostos a situações reais da necessidade do uso de diferentes estratégias para solucionar o quebra-cabeça, permite-se que eles produzam redes de conexões mentais para se chegar a alguma solução. Essa tarefa, trazida para o cotidiano deles pode levar a novas descobertas, sejam elas desde a solução para algum problema geométrico, quanto uma nova conquista para o meio científico. Dessa forma, estudantes de diferentes níveis de ensino podem ser inseridos em contextos que permitem contribuições para o aprendizado em educação matemática e tecnológica.

Como docente, afirmo que foi muito enriquecedor desenvolver um projeto desta natureza. No desenrolar deste trabalho pude observar o quanto estudos com essas características são importantes para o aprendizado dos educandos, trazendo diferentes benefícios. Para mim, os mais marcantes estão relacionados ao quanto os estudantes, daqueles se apaixonaram pelo quebra-cabeça cubo de Rubik e por isso chegaram até o final das atividades, se alegraram em participar. Até os seus familiares foram envolvidos, conforme relatos informais de pais e/ou responsáveis pelos participantes do projeto. Essa situação me permite sentir que nossa profissão de educador pode ir além dos muros da escola e transformar não apenas os processos de ensino-aprendizagem, mas também a vida daqueles que buscam no ambiente escolar mais do que aprender conteúdos, melhorar sua relação com a sociedade em que vive. Mesmo que essa transformação não tenha atingido a totalidade de estudantes esperada no início da pesquisa, essa experiência foi válida. Mesmo que despertasse a paixão pelo tema em um único estudante, teria sido gratificante, pois esse fascínio pelas atividades desenvolvidas poder levar o indivíduo a realizações tão intrínsecas que não se pode prever.

Para encerrar com os ensinamentos de Freire (2002, p.52), manifesto que educar é uma arte que se desenvolve e aperfeiçoa ao longo da própria caminhada enquanto educador. O

sentido da docência está enraizado no exercício da afetividade, nas relações interpessoais ligadas ao ensino/aprendizagem. Existe uma íntima relação entre a afetividade e a efetividade no aprendizado, mas é certo que o cumprimento ético e a seriedade docente são fundamentais às relações existentes na prática docente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBAR, Gabriel Dechichi. **Currículo Lattes**. 2018. Disponível em: <<http://lattes.cnpq.br/5107428411130067>>. Acesso em: 31 out. 2018.

BARBOSA, Fernando da Costa; SOUZA JUNIOR, Arlindo José de. *Informática na Educação Matemática*. In: IV SEMANA DE MATEMÁTICA, 7., 2004, Uberlândia. **Anais...**. Uberlândia: Ufu, 2004. p. 1 - 2. CD-ROM

BARBOSA, Fernando da Costa. *Rede de Aprendizagem em Robótica: Uma perspectiva educativa de trabalho com jovens*. 2016. 366 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/17564/1/RedeAprendizagemRobotica.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2017.

BARBOSA, Fernando Vieira. *O Cubo Mágico de Rubik: Teoria, Prática e Arte*. 2018. 64 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade de Brasília, Brasília, 2018. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160270183> Acesso em: 20 dez. 2018.

BEZERRA, Jeferson Saraiva. *Tópicos em Teoria de Grupos: O Desafio do Cubo de Rubik*. 2016. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=94719> Acesso em: 20 abr. 2017.

BRASIL. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, 20 dez. 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 05 jun. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). *Introdução. Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/SEF: 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>>. Acesso em: 01 jun. 2017.

CAMPOS, Alexandre Henrique Afonso – **Currículo Lattes**. Disponível em: <<http://lattes.cnpq.br/0733636190059354>>. Acesso em: 31 out. 2018

CERPE, Renan. **História do Cubo Mágico**. Cubo Velocidade. 2007 - 2015. Disponível em: <<http://www.cubovelocidade.com.br/info/historia-do-cubo-magico.html>>. Acesso em: 01 jun. 2017.

CESAR, Danilo Rodrigues. *Robótica pedagógica livre: uma alternativa metodológica para a emancipação sociodigital e a democratização do conhecimento*. Tese (doutorado multi-institucional e multidisciplinar) – Universidade Federal da Bahia – Universidade Estadual de Feira de Santana – Universidade do Estado da Bahia – Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia – Faculdade de Educação – Instituto de Humanidades Artes e Ciências. Bahia, BA. 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/16087/1/Tese_revisada_final.pdf> Acesso em: 28 abr. 2017.

CORALINA, Cora. *Vintém de cobre: meias confissões de Aninha*. Nota: Trecho de poema denominado "Exaltação de Aninha (O Professor) de Cora Coralina". Do livro: "Vintém de cobre: meias confissões de Aninha", 9ª ed São Paulo: Ed. Global Gaia, 2007.

FIRMINO, F. M.; SILVA, A. M. *Utilização do "Cubo Periódico" como Metodologia Lúdica para o Ensino de Tabela Periódica*. 54º Congresso Brasileiro de Química. Natal. 2014. ISBN 978-85-85905-10-1. Disponível em: <<http://www.abq.org.br/cbq/2014/trabalhos/6/6069-18943.html>>. Acesso em: 01 jun. 2017.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia* 25ª ed. Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra, 2002.

GILDAY, David. 2013. *Como construir MindCub3r para LEGO MINDSTORMS EV3*. Disponível em: <<http://mindcuber.com/mindcub3r/mindcub3r.html>>. Acesso em: 01 de mar. de 2018.

GRANDO, R. C.. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP: [s.n.], 2000.

GRIMM, Luis Gustavo Hauff Martins. *Cubo Mágico: Propriedades e Resoluções envolvendo Álgebra e Teoria de Grupos*. 2016. 83 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2016. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=84828> Acesso em: 20 abr. 2017.

LARA, Robson Guimarães de Miranda. *Álgebra e o Cubo de Rubik*. 2016. 66 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2016. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=95508> Acesso em: 20 abr. 2017.

LARROSA, Jorge. *Linguagem e educação depois de Babel*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 151 – 165

LIMA, Vinícius Loti de L.; SANTOS JUNIOR, Porfírio Azevedo dos. *Relacionando uma Solução do Cubo Mágico 5x5x5 e a Teoria de Grupos*. In: XXVII Semana do IME/UFG e IV Seminário de Pesquisa e Pós-Graduação do IME/UFG, p. 530-531, ISSN 2317-5591. Disponível em: <<https://semanadoime.mat.ufg.br/up/34/o/cubomagico.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2017.

LÜDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Ed. EPU, 1986.

MALIUK, Karina Disconsi. *Robótica Educacional Como Cenário Investigativo Nas Aulas De Matemática*. 2009. 91 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/17426/000710641.pdf?sequence=>>>. Acesso em: 09 jun. 2017.

MINDSTORMIDEAS. MINDCUB3R. 2015. Disponível em: <<http://mindstormideas.blogspot.com/2015/01/mindcub3r-versao-portuguesa.html>>. Acesso em: 01 mar. 2018.

MOYA, Cláudia Salomão. *Uma visão Matemática do Cubo Mágico*. 2015. 65 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2015. Disponível em: <https://sca.profnat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=74949> Acesso em: 20 abr. 2017.

NERY JUNIOR, Nelson. *Princípios do processo civil na constituição federal*. 5. ed. rev. e ampl. São Paulo: Revista dos Tribunais, 1999. p. 42-50.

OLIVEIRA, Christian Luz Pelissari de. SOUZA, Fernando Pereira de. *Análise Combinatória: Uma aprendizagem ao Cálculo Finito de Possibilidades do Cubo de Rubiks*. Colloquium Exactarum, vol. 8, n. Especial, Jul–Dez, 2016, p. 01-07. ISSN: 2178-8332. Disponível em: <<http://www.unoeste.br/site/enepe/2016/suplementos/area/Exactarum/Matem%C3%A1tica/ANALISE%20COMBINAT%C3%93RIA%20UMA%20APRENDIZAGEM%20AO%20CALCULO%20FINITO%20DE%20POSSIBILIDADES%20DO%20CUBO%20DE%20RUBIKS.pdf>> Acesso em: 20 abr. 2017.

PAPERT, Seymour. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artmed, 2008. 2014 (Ed. Ver.). Tradução Sandra Costa

QUADROS, João Roberto de Toledo, QUADROS, Laura Cristina de Toledo. *O Cubo de Rubik como Ferramenta de Suporte no aprendizado de programação*. XII SEGeT – Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia. 28-30 out. 2015. Disponível em: <<https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos15/6522300.pdf>> Acesso em: 20 abr. 2017.

REY, Fernando. González. *Pesquisa Qualitativa e Subjetividade: os processos de construção da informação*. [Tradução Marcel Aristides Ferrada Silva]. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

SARMENTO, M. J. *O Estudo de caso Etnográfico em Educação*. In: ZAGO, N. CARVALHO, M. P. VILELA, R. A. T. (Orgs). *Itinerários de Pesquisa: Perspectivas qualitativas em Sociologia da Educação*., Rio de Janeiro: DP&A, 2003

SILVA, Huérlle Vicente Lemos e. *O Uso do Cubo Mágico Para o Ensino da Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio*. 2017. 51 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2017. Disponível em: <https://sca.profnat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150230731> Acesso em: 20 nov. 2018.

SILVA, José Vinícius do Nascimento. *Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta – PB*. 2015. 71 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015. Disponível em: <https://sca.profnat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=82829> Acesso em: 20 abr. 2017.

SILVA JÚNIOR, Jocemar Esteves da. *Teoria de Grupo e o Cubo Mágico*. 2016. 99 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em:

<https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=81886> Acesso em: 20 abr. 2017.

SIMÕES, Walter. LUCENA JUNIOR, Vicente. COLLINS, Eliane. et. al. *Avaliação de Ambientes de Desenvolvimento Para Automação do Problema do Cubo Mágico Para o Robô Lego Mindstorms NXT*. Conference: V CONGRESSO NORTE-NORDESTE DE PESQUISA E INOVAÇÃO - CONNEPI 2010, At Maceió - AL – Brasil. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/324439227_AVALIACAO_DE_AMBIENTES_D E_DESENVOLVIMENTO_PARA_AUTOMACAO_DO_PROBLEMA_DO_CUBO_MAGI CO_PARA_O_ROBO_LEGO_MINDSTORMS_NXT> Acesso em: 20 abr. 2017.

SUSO. **Coscorrón de Razón**: Método Fridrich para cubo de Rubik 3x3. 2009. Disponível em: <encurtador.com.br/hK0X2>. Acesso em: 11 dez. 2018.

UBERLÂNDIA. **Histórico**. 2013. Disponível em: <<http://emafraniorodrigues.ntecemepe.com/home/historico>>. Acesso em: 11 dez. 2018.

ZANCAN, Glaci T.. *EDUCAÇÃO CIENTÍFICA uma prioridade nacional*. São Paulo Em Perspectiva, São Paulo, v. 1, n. 14, p.3-6, 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/spp/v14n3/9764.pdf>>. Acesso em: 13 mai. 2017.

7 ANEXO

7.1 QUESTÕES

Matemática com tecnologias: Cubo de Rubik e Robótica

Este questionário tem como objetivo conhecer seu conhecimento em matemática, sendo que a utilização de quaisquer dados contidos neste questionário resguardará sua identidade e será sem fins lucrativos.

Não se identifique!!!

Questionário: conhecimentos matemáticos em consonância com o projeto

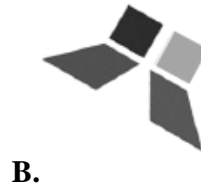
Ano: 2017, Banca: NC / UFPR, Concurso: ITAIPU Binacional

1) Qual das figuras abaixo corresponde a uma rotação de 270° na figura ao lado?

Figura 37 - Concurso Itaipu



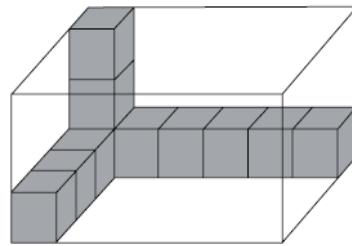
Fonte: NC/UFPR (2017)



Ano: 2017, **Banca:** VUNESP, **Concurso:** Câmara de Sumaré - SP

2) (Adaptado) A figura mostra cubinhos de madeira, todos de mesmo volume, posicionados em uma caixa com a forma de paralelepípedo reto retângulo.

Figura 38 - Concurso Câmara de Sumaré - SP



Fonte: VUNESP (2017)

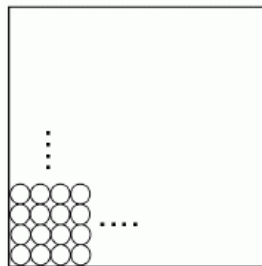
Se preencher a caixa, com todos os cubinhos de madeira possíveis o número de cubinhos total que estará dentro dessa caixa será igual a:

A.98. **B.82.** **C.72.** **D.75.** **E.85.**

Ano: 2014, **Banca:** CONSULPLAN, **Concurso:** MAPA

3) Sobre a superfície de uma mesa de forma quadrada, cujo perímetro mede 320 cm, foram colocadas várias fileiras de moedas dispostas lado a lado, conforme indicado na figura, e que se estenderam por toda a superfície da mesa. Se o diâmetro de cada moeda é igual a 2,5 cm e cada uma tem o valor de R\$ 0,25, então, as moedas totalizam:

Figura 39 - Concurso MAPA



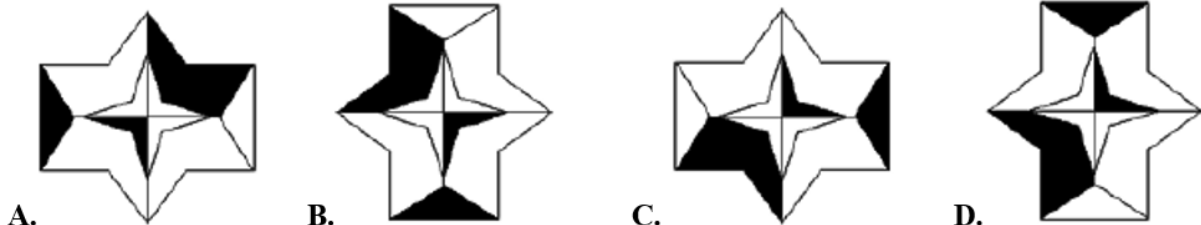
Fonte: CONSULPLAN (2014)

A.R\$ 240,00. **B.R\$ 256,00.** **C.R\$ 272,00.** **D.R\$ 280,00.**

Ano: 2014, Banca: CONSULPLAN, Concurso: MAPA

4) Qual das figuras é DIFERENTE das demais?

Figura 40 - Concurso MAPA



Fonte: CONSULPLAN (2014)

Ano: 2013, Banca: FGV, Concurso: MPE/MS

5) (Adaptado) A figura abaixo mostra um retângulo formado por 40 ladrilhos retangulares de três tipos: ladrilhos brancos, ladrilhos cinza e ladrilhos metade cinza e metade branco. Com esses ladrilhos foi formada a letra M.

Figura 41 - Concurso: MPE/MS



Fonte: FGV (2013)

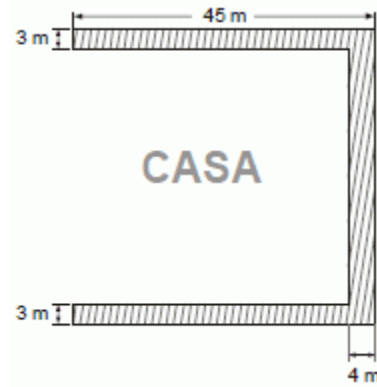
Unindo-se as metades dos ladrilhos na cor cinza e contando os ladrilhos inteiramente nesta cor, encontramos um número total de ladrilhos na cor cinza igual a:

A.14. B.15. C.17. D.20. E.16.

Ano: 2012, Banca: FCC, Concurso: SEPLAG/MG

6) Uma casa foi construída em um terreno de forma quadrada conforme a figura abaixo.

Figura 42 - Concurso SEPLAG/MG



Fonte: FCC (2012)

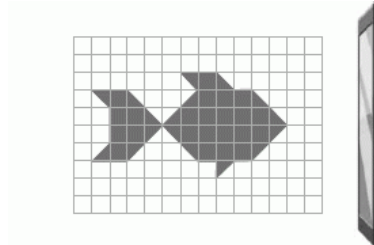
A área hachurada em torno da casa representa um gramado de área igual a:

- A. 535 m². B. 426 m². C. 356 m². D. 225 m².

Ano: 2012, Banca: VUNESP, Concurso: SEE/SP

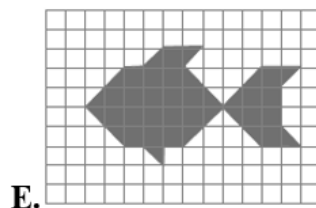
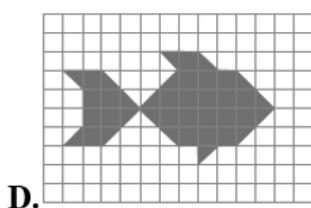
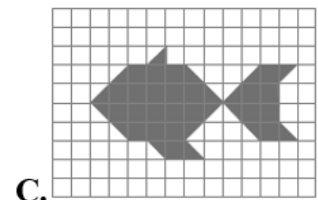
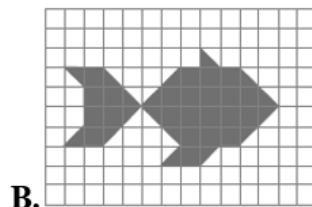
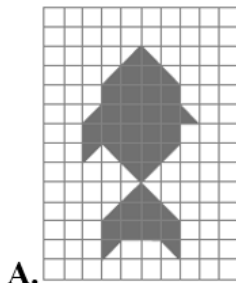
7) Indique a alternativa que melhor representa a imagem do seguinte peixe no espelho.

Figura 43 - Concurso SEE/SP



Fonte: VUNESP (2012)

Figura 44 - Concurso: SEE/SP



Fonte: VUNESP (2012)

Ano: 2012, **Banca:** Instituto Graça Aranha, **Concurso:** Prefeitura Vitorino Freire - MA

8) Jacinto observou atentamente a figura ao lado e escolheu a alternativa que contém a figura igual à que representa a figura abaixo rotacionada.

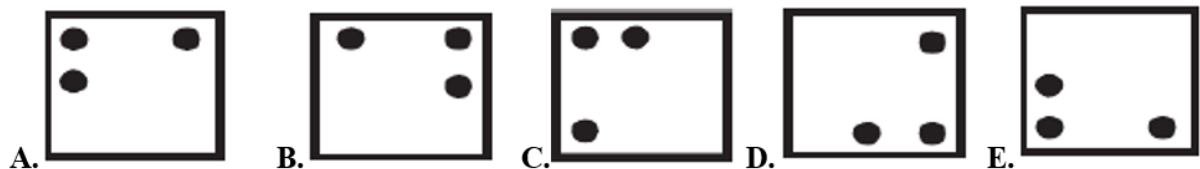
Figura 45 - Concurso Prefeitura Vitorino Freire - MA



Fonte: Instituto Graça Aranha (2012)

Qual foi a alternativa escolhida por Jacinto?

Figura 46 - Concurso Prefeitura Vitorino Freire - MA

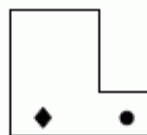


Fonte: Instituto Graça Aranha (2012)

Ano: 2010, **Banca:** FCC, **Concurso:** PM/BA

9) Considere a figura seguinte:

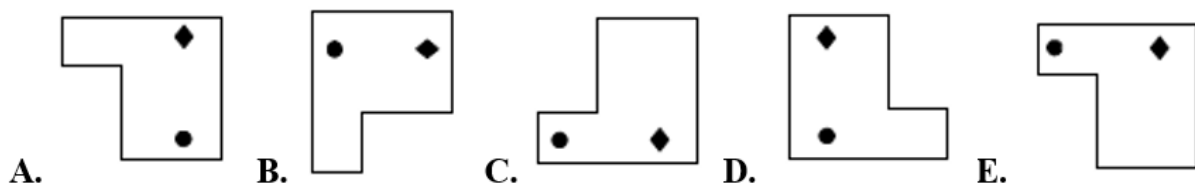
Figura 47 - Concurso: PM/BA



Fonte: FCC (2010)

Se fosse possível deslizar tal figura sobre a folha em que ela está desenhada, certamente ela coincidiria com a figura:

Figura 48 - Concurso: PM/BA



Fonte: FCC (2010)

Ano: 2010, Banca: CESGRANRIO, Concurso: IBGE

10)

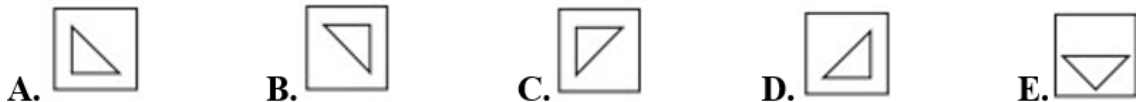
Figura 49 - Concurso: IBGE



Fonte: CESGRANRIO (2010)

Um cartão foi preso a uma parede, como ilustrado na figura acima. Virando-o de cabeça para baixo, diante de um espelho plano, qual a imagem vista?

Figura 50 - Concurso: IBGE

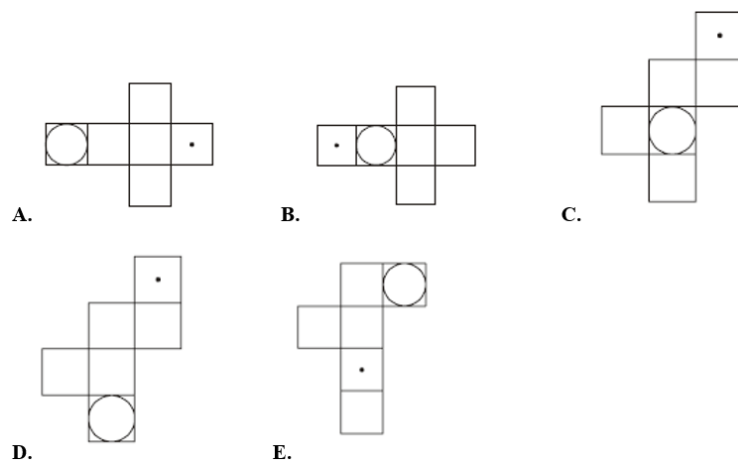


Fonte: CESGRANRIO (2010)

Ano: 2010, Banca: FCC, Concurso: SEE/SP

11) Um artista esculpe um cubo de pedra e, em seguida escava, em uma das faces, um cone circular reto. A base circular do cone está inscrita na face do cubo e o vértice do cone coincide com o ponto de encontro das diagonais da face oposta à face escavada do cubo. Uma planificação adequada da superfície externa dessa obra é

Figura 51 - Concurso: SEE/SP

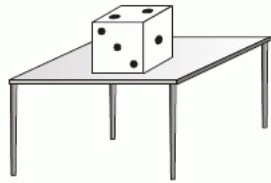


Fonte: FCC (2010)

Ano: 2009, Banca: FCC, Concurso: TCE/SP

12) (Adaptado) Sabe-se que, em um dado, a soma dos pontos de faces opostas é sempre igual a 7. Um dado é colocado sobre a superfície plana de uma mesa com a face "1" voltada para o leste, a "6" para o oeste, a "3" para o sul, a "4" para o norte, a "2" para cima e a "5" para baixo, da forma como é mostrado na figura seguinte.

Figura 52 - Concurso: TCE/SP



Fonte: FCC (2009)

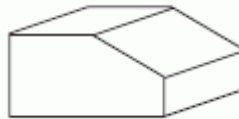
Considere que esse dado é submetido a quatro movimentos sucessivos, cada um dos quais consiste de uma rotação de 90° em torno de uma aresta que se apóia sobre a mesa. Se após cada movimento a face "1" passa a ficar voltada para baixo, então, ao fim do movimento, a face "5" estará voltada para

A.baixo. **B.**cima. **C.**o norte. **D.**o sul. **E.**o oeste.

Ano: 2008, Banca: CESGRANRIO, Concurso: CAPES

13)

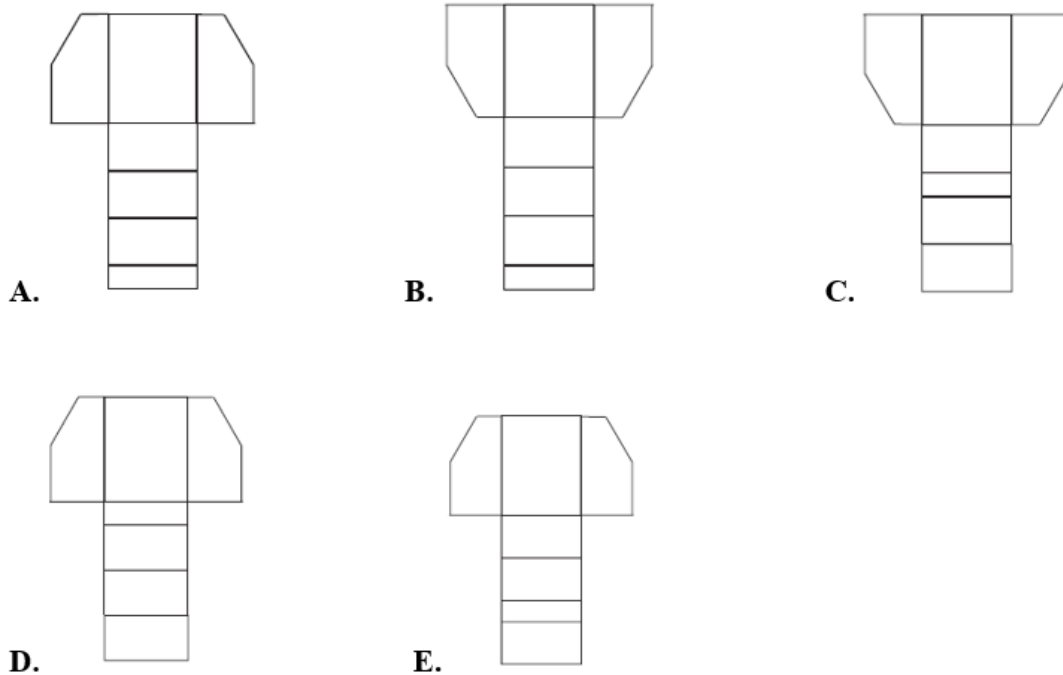
Figura 53 - Concurso: CAPES



Fonte: CESGRANRIO (2008)

A figura acima ilustra um sólido fechado. Sua planificação é

Figura 54 - Concurso: CAPES

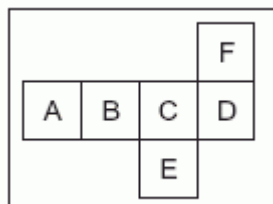


Fonte: CESGRANRIO (2008)

Ano: 2007, Banca: CESGRANRIO, Concurso: PETROBRÁS - REFAP

14) Certo jogo de tabuleiro utiliza um "dado" especial que vem impresso, planificado, em uma folha de papel cartão. A figura abaixo mostra a planificação do "dado", antes de ser montado.

Figura 55 - Concurso: PETROBRÁS - REFAP



Fonte: CESGRANRIO (2007)

Depois de montado, quais letras ficarão em faces opostas?

A.A e B

B.B e E

C.D e A

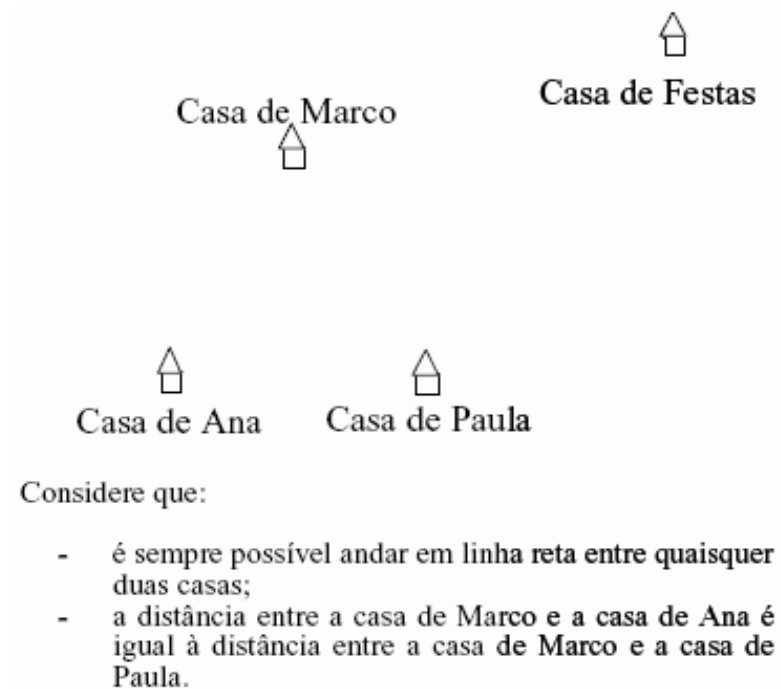
D.E e F

E.F e C

Ano: 2007, Banca: NCE, Concurso: ELETROBRÁS

15) Marco, Ana e Paula irão a uma festa caminhando. Para buscá-las, Marco irá primeiro à casa de uma, seguirão para a casa da outra e depois para a festa, que será em uma casa de festas (veja o mapa abaixo).

Figura 56 - Concurso: ELETROBRÁS



Fonte: NCE (2007)

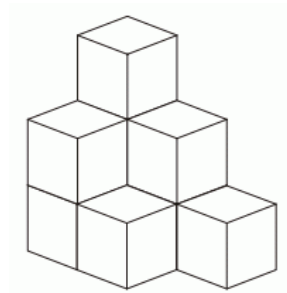
Sabendo-se que Marco deseja caminhar a menor distância possível, é correto afirmar que:

- A. é melhor que vá primeiro à casa de Ana.
- B. é melhor que vá primeiro à casa de Paula.
- C. tanto faz a que casa irá primeiro.
- D. é necessário que saiba qual a distância entre a casa das duas amigas para decidir a que casa irá primeiro.
- E. é necessário que saiba qual a distância entre a casa de cada amiga e a casa de festas, para decidir a que casa irá primeiro.

Ano: 2006, Banca: FCC, Concurso: TCE/BA

16) A figura seguinte mostra uma pilha de cubos de mesmas dimensões.

Figura 57 - Concurso: TCE/BA



Fonte: FCC (2006)

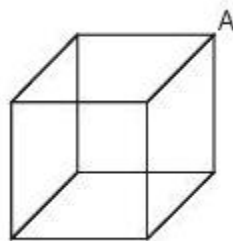
O número de cubos que foram usados na montagem dessa pilha é

- A.8 B.9 C.10 D.11 E.12

Ano: 2006, Banca: FCC, Concurso: TCE/PB

17) Uma estrutura feita de arame tem a forma de um cubo cujo lado mede 40 cm. Uma formiga encontra-se sobre um vértice do cubo (ponto A), conforme é mostrado na figura abaixo.

Figura 58 - Concurso: TCE/PB



Fonte: FCC (2006)

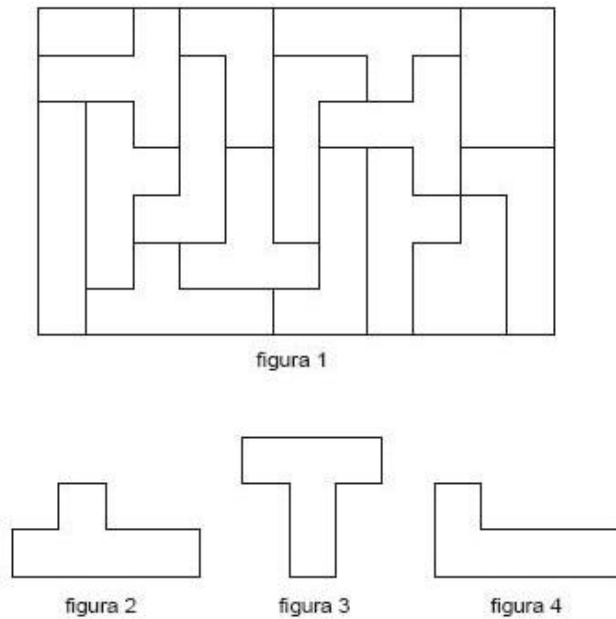
Observou-se que: essa formiga saiu do ponto A, foi caminhando ao longo do fio e, após ter percorrido a maior distância possível, retornou ao ponto de partida. Se ela passou uma única vez sobre cada vértice, é correto afirmar que a distância que percorreu, em centímetros, era

- A.80 B.160 C.240 D.320 E.400

Ano: 2006, Banca: FCC, Concurso: TCE/PB

18) Analise atentamente as figuras abaixo:

Figura 59 - Concurso: TCE/PB



Fonte: FCC (2006)

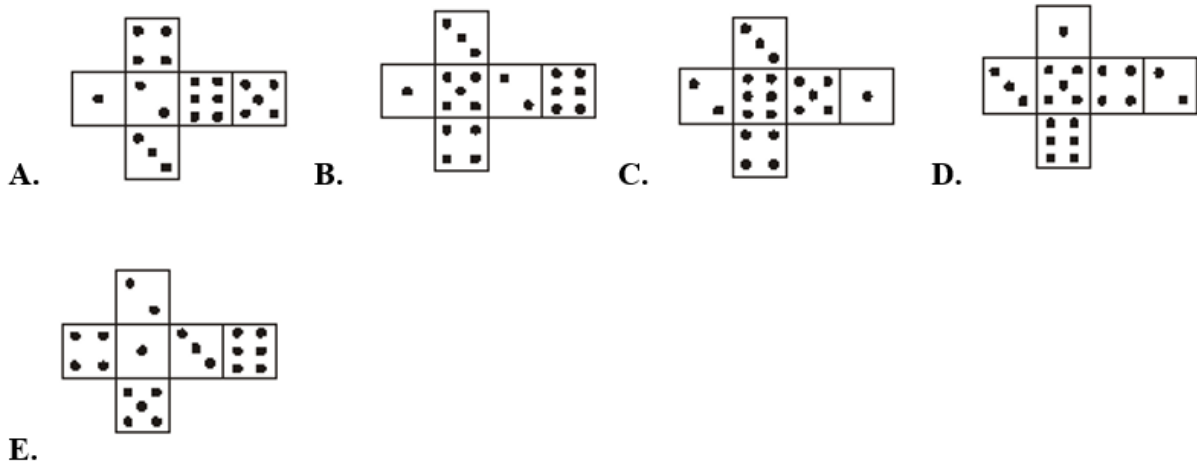
Os números de vezes que as figuras 2, 3 e 4 aparecem no interior da figura 1 são, respectivamente,

- A. 2, 3 e 3 B. 3, 3 e 4 C. 4, 3 e 3 D. 4, 3 e 4 E. 4, 4 e 3

Ano: 2006, Banca: FCC, Concurso: TRT 6ª

19) Sabe-se que os pontos marcados nas faces opostas de um dado devem somar 7 pontos. Assim sendo, qual das figuras seguintes NÃO pode ser a planificação de um dado?

Figura 60 - Concurso: TRT 6ª



Fonte: FCC (2006)

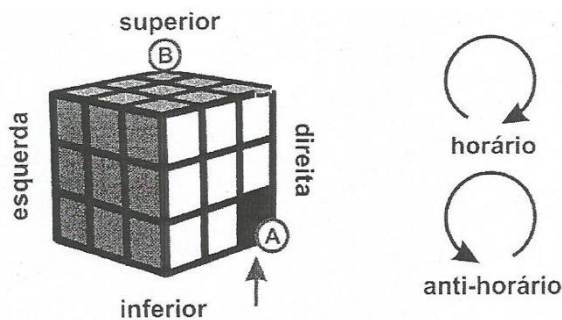
Ano: 2018, **Banca:** PAAE, **IN:** <http://simavebancodeitens.educacao.mg.gov.br>

20) Helena gosta de resolver o Cubo de Rubik (também chamado de cubo mágico). Uma das peças de seu cubo perdeu o adesivo e, com o manuseio, sua trajetória chama a atenção. Helena sempre vê o cubo de cima: do plano da face superior.

Com três movimentos, Helena levou o vértice A da peça sem adesivo para o ponto B. Para isso, rotacionou:

- 1) a face inferior no sentido horário;
- 2) a face lateral esquerda no sentido anti-horário;
- 3) a face lateral direita no sentido horário.

Figura 61 – Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública

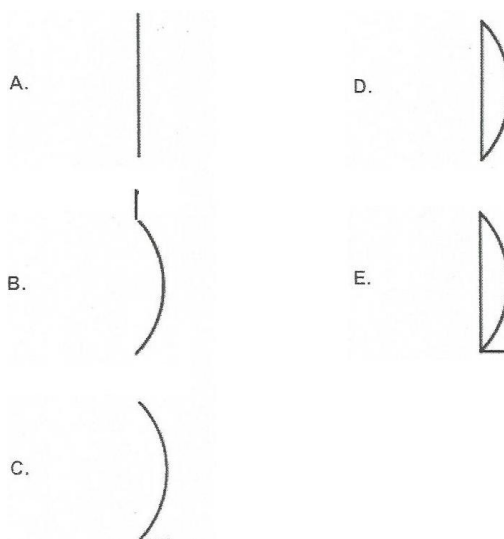


Fonte: PAAE (2018)

A trajetória do ponto A pode ser planejada em um plano α paralelo a base inferior.

A projeção ortogonal da trajetória do ponto A no plano α pode ser descrita por:

Figura 62 - Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública



Fonte: PAAE (2018)