



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO



**José Salviano Borges**

**APLICAÇÃO DOS MECANISMOS DE LOCOMOÇÃO DO TIPO JANSEN  
EM CADEIRAS DE RODAS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

CATALÃO – GO, 2016

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

**1. Identificação do material bibliográfico:**       **Dissertação**       **Tese**

**2. Identificação da Tese ou Dissertação**

Autor (a):	José Salviano Borges		
E-mail:	jsborgesjr@gmail.com		
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? <input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não			
Agência de fomento:	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás	Sigla:	FAPEG
País:	Brasil	UF:	GO
		CNPJ:	
Título:	Aplicação dos Mecanismos de Locomoção do Tipo Jansen em Cadeiras de Rodas		
Palavras-chave:	Otimização Multiobjetivo; Modelagem Matemática; Cadeira de Rodas; Máquinas Móveis; Mecanismos Jansen; Método da Soma Ponderada com Pareto.		
Título em outra língua:	Application of the Locomotion Mechanisms type Jansen in Wheelchairs		
Palavras-chave em outra língua:	Multiobjective Optimization; Mathematical Modeling; Wheelchair; Mobile Machines; Mechanisms Jansen; Method Weighted Sum Pareto.		
Área de concentração:	Modelagem e Otimização		
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	09/03/2016		
Programa de Pós-Graduação:	Modelagem e Otimização		
Orientador (a):	Marcelo Henrique Stoppa		
E-mail:	mhstoppa@gmail.com		

**3. Informações de acesso ao documento:**

Concorda com a liberação total do documento  SIM       NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

José Salviano Borges  
Assinatura do (a) autor (a)

Data: 29 / 03 / 2016

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

JOSÉ SALVIANO BORGES

APLICAÇÃO DOS MECANISMOS DE LOCOMOÇÃO DO TIPO JANSEN  
EM CADEIRAS DE RODAS

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem e Otimização pela Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão.

Orientador:  
Prof. Dr. Marcelo Henrique Stoppa

CATALÃO – GO

2016

Ficha catalográfica elaborada automaticamente  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob orientação do Sibi/UFG.

Borges, José Salviano  
Aplicação dos Mecanismos de Locomoção do Tipo Jansen em  
Cadeiras de Rodas [manuscrito] / José Salviano Borges. - 2016.  
193 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Henrique Stoppa.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Regional  
Catalão, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Modelagem e  
Otimização, Catalão, 2016.

Bibliografia. Anexos. Apêndice.

Inclui tabelas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.


1. Otimização Multiobjetivo. 2. Modelagem Matemática. 3. Cadeira  
de Rodas. 4. Máquinas Móveis. 5. Mecanismos Jansen. 6. Método da  
Soma Ponderada com Pareto. I. Stoppa, Marcelo Henrique, orient. II.  
Título.

JOSÉ SALVIANO BORGES

APLICAÇÃO DOS MECANISMOS DE  
LOCOMOÇÃO DO TIPO JANSEN EM  
CADEIRAS DE RODAS

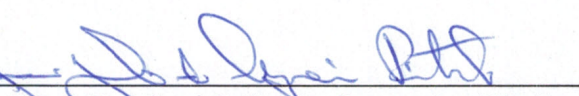
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-  
Graduação em Modelagem e Otimização da  
Universidade Federal de Goiás – Regional  
Catalão.

Trabalho **aprovado** em 09 de março de 2016.



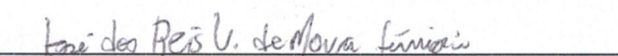
---

**Prof. Dr. Marcelo Henrique Stoppa**  
Orientador



---

**Prof. Dr. José Julio de Cerqueira Pituba**  
FENG/UFG-RC



---

**Prof. Dr. José dos Reis V. de Moura Júnior**  
PPGMO/UFG-RC

Catalão – GO  
2016

*Dedico este trabalho primeiramente à Deus, meu fiel amigo, que me auxiliou nos momentos mais difíceis, a minha família, em especial: minha mãe Sirley, meu pai José, minhas irmãs Ana Paula e Aline, meu cunhado Bruno César, minhas avós Alda e Ana e ao meu tio Ronaldo, pela motivação, apoio e compreensão ao longo de todo o mestrado. Aos meus afilhados Isabella e Lázaro, por toda a alegria que me proporcionam. Aos meus primos: Marcelo, Lucas, Luan, Gabriel, Gustavo, Fernanda, Lorena, Isadora, Ludmila, Leandro e Leonardo, pela amizade e carinho.*

*Dedico (in memoriam) aos meus avôs Salviano e João, que foram morar junto de Deus.*



---

# Agradecimentos

---

Agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG), pelo auxílio financeiro que viabilizou o bom êxito desta pesquisa.

Agradeço também à Ação Social de Catalão juntamente com o Rotary Club, por ceder a cadeira de rodas utilizada neste trabalho.

Agradeço ao Prof. Dr. Marcelo H. Stoppa, por me acompanhar ao longo de toda minha graduação e agora, também em meu mestrado. Obrigado pela paciência, pelo auxílio e principalmente pela amizade.

Agradeço ao Fábio J. de Camargo e ao Gilson, da UTFPR, pelas normas ABNT.

Agradeço ainda ao Prof. Dr. Marcos Napoleão Rabelo, pelo auxílio prestado durante o processo de modelagem do mecanismo Jansen.

Agradeço aos meus amigos, Bruno Maia, Daniel, Tatiane, Alcione, Raina, Rosane, Lucelma, Stefany, Ludimila, André Geus, Edson Amado, Lucas Fonseca, Paulo, Mateus, Cleisla, Renan, Júlio César, Lucas Drigo, Van e Jean pelo companheirismo, amizade e paciência.



*“Descobrir consiste em olhar para  
o que todo mundo está vendo e  
pensar uma coisa diferente.”*

---

*(Roger Von Oech)*



# RESUMO

BORGES, J. S. . *Aplicação dos Mecanismos de Locomoção do Tipo Jansen em Cadeiras de Rodas*. 2016. 193 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem e Otimização) – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

Para ampliar a participação ativa de indivíduos com deficiência na sociedade, alguns mecanismos foram desenvolvidos, como muletas e cadeiras de rodas. As cadeiras de rodas são bastante utilizadas, seja temporariamente ou até mesmo permanentemente, permitindo uma maior mobilidade e independência do indivíduo. Contudo, a mesma encontra-se sujeita às limitações físicas das rodas, necessitando de terrenos regulares e rígidos para garantir uma melhor locomoção. Assim, alguns estudos sugeriram a substituição das rodas por pernas, uma vez que as mesmas fazem parte do processo evolutivo de muitos animais terrestres e permite movimentos inviáveis para as rodas. Os mecanismos dotados de pernas receberam o nome de máquinas móveis. Dentre as máquinas móveis mais famosas encontram-se as desenvolvidas pelo físico holandês Theo Jansen, denominadas por *Strandbeest*. Este trabalho avalia a substituição das rodas das cadeiras de rodas por pernas, procurando ampliar a sua utilização em terrenos menos regulares. É apresentado também o modelo da estrutura de locomoção desenvolvida por Jansen, além do desenvolvimento de uma estrutura similar à de Jansen, utilizando métodos de otimização multiobjetivo com o intuito de se garantir uma nova configuração ótima, obtendo uma proposta de protótipo a ser acoplado em uma cadeira de rodas convencional. Durante o trabalho propõe-se o método da Soma Ponderada com Pareto, método este relacionado à unidimensionalização de objetivos. Apresenta-se também uma breve comparação com outros dois métodos - Soma Ponderada e Ordenação de Pareto.

**Palavras-chaves:** Otimização Multiobjetivo, Modelagem Matemática, Cadeira de Rodas, Máquinas Móveis, Mecanismos Jansen, Método da Soma Ponderada com Pareto.



# ABSTRACT

BORGES, J. S. . *Application of the Locomotion Mechanisms type Jansen in Wheelchairs*. 2016. 193 f. Master Thesis in Modelling and Optimization – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

To enlarge the active participation of individuals with disabilities in society, some mechanisms have been developed, such as crutches and wheelchairs. Wheelchairs are widely used, either temporarily or even permanently, allowing greater mobility and independence of the individual. However, the same is subject to the physical limitations of the wheels, requiring regular and hard ground to ensure better mobility. Thus, some studies have suggested replacing the wheels on the legs, since the same part of the evolutionary process allows many terrestrial animals and viable movement to the wheels. The mechanisms with legs given the name of mobile machines. Among the most famous mobile machines are developed by the Dutch physicist Theo Jansen, called by Strandbeest. This study evaluates the replacement of the wheels of wheelchairs, for legs, trying to extend its use in less regular land. Also shown is the pattern of locomotion structure developed by Jansen and the development of the Jansen similar structure using multiobjective optimization methods in order to ensure a new optimum configuration, and obtain a prototype proposed to be coupled in a conventional wheelchair. During the work it is proposed the method of weighted sum with Pareto, this method related to onedimensionalization objectives. It also presents a brief comparison with two other methods – Weighted Sum and Pareto Ordination.

**Keywords:** Multiobjective Optimization, Mathematical Modeling, Wheelchair, Mobile Machines, Mechanisms Jansen, Method Weighted Sum Pareto.



---

# LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1 – <i>Strandbeest</i> de Theo Jansen . . . . .	30
Figura 2 – Disposição geométrica de uma perna no mecanismo Jansen . . . . .	32
Figura 3 – Disposição simétrica proposta por Jansen . . . . .	32
Figura 4 – Disposição geométrica e " <i>Holy Numbers</i> " de Jansen . . . . .	33
Figura 5 – Primeiro dispositivo de locomoção interna . . . . .	37
Figura 6 – Gravura que representa a primeira cadeira de rodas . . . . .	38
Figura 7 – "A Fonte da Juventude" de Lucas Cranach - Óleo em Painel . . . . .	38
Figura 8 – Esboço da cadeira do rei Felipe II, construída por Jehan Lhermite . . . . .	39
Figura 9 – Cadeira de Stephan Farfler . . . . .	40
Figura 10 – Cadeira Dobrável . . . . .	40
Figura 11 – Exemplos de Cadeira de Rodas . . . . .	42
Figura 12 – Componentes básicos de uma cadeira de rodas . . . . .	42
Figura 13 – Dimensões Brasileiras para Cadeira de Rodas . . . . .	45
Figura 14 – Espaço ocupado por uma Cadeira de Rodas . . . . .	45
Figura 15 – Área para manobras sem deslocamento em Cadeira de Rodas . . . . .	46
Figura 16 – Área para manobras com deslocamento em Cadeira de Rodas . . . . .	46
Figura 17 – Coluna Vertebral Humana . . . . .	47
Figura 18 – Exemplo: Cruzamento de um ponto . . . . .	53
Figura 19 – Exemplo: Cruzamento Multiponto . . . . .	54
Figura 20 – Exemplo: Cruzamento Segmentado . . . . .	54
Figura 21 – Exemplo: Cruzamento uniforme . . . . .	54
Figura 22 – Exemplo: Mutação <i>flip</i> . . . . .	55
Figura 23 – Exemplo: Mutação Por troca . . . . .	55
Figura 24 – Método da Penalidade Exterior . . . . .	56
Figura 25 – Mecanismo de Locomoção do Tipo Jansen . . . . .	61
Figura 26 – Localização do sistema de coordenadas . . . . .	62
Figura 27 – Trajetória do Nó A . . . . .	63
Figura 28 – Configuração Geométrica para o nó B' . . . . .	64
Figura 29 – Triângulo I usado para determinação das coordenadas de B' . . . . .	65

Figura 30 – Triângulo II usado para determinação das coordenadas de B' . . . . .	65
Figura 31 – Configuração na qual $y_a > 0$ . . . . .	66
Figura 32 – Configuração na qual $y_a < 0$ . . . . .	66
Figura 33 – Configuração geométrica para o nó B' . . . . .	67
Figura 34 – Configuração geométrica para o nó D' . . . . .	68
Figura 35 – Triângulo B'C'D' . . . . .	68
Figura 36 – Configuração Geométrica do Nó E' . . . . .	69
Figura 37 – Triângulo AC'E' . . . . .	70
Figura 38 – Configuração na qual $y_a > 0$ . . . . .	70
Figura 39 – Configuração na qual $y_a < 0$ . . . . .	71
Figura 40 – Configuração geométrica para o nó E' . . . . .	72
Figura 41 – Configuração geométrica para o nó F' . . . . .	73
Figura 42 – Reta r' em configuração de ângulos alternos-internos . . . . .	73
Figura 43 – Quadrilátero C'D'E'F' . . . . .	74
Figura 44 – Configuração geométrica para o nó F' . . . . .	75
Figura 45 – Configuração geométrica para o nó G' . . . . .	76
Figura 46 – Triângulo E'F'G' . . . . .	76
Figura 47 – Configuração geométrica para determinação do ângulo $\rho$ . . . . .	77
Figura 48 – Configuração Geométrica para o nó B . . . . .	78
Figura 49 – Representação do ângulo $\mu$ para determinação das coordenadas de B . . . . .	79
Figura 50 – Configuração Geométrica para o nó D . . . . .	79
Figura 51 – Configuração considerada - nó D . . . . .	80
Figura 52 – Configuração Geométrica do Nó E . . . . .	81
Figura 53 – Configuração Modelada – Nó E . . . . .	81
Figura 54 – Configuração geométrica para o nó F . . . . .	82
Figura 55 – Reta r em configuração de ângulos alternos-internos . . . . .	83
Figura 56 – Quadrilátero CDEF . . . . .	83
Figura 57 – Configuração para determinação do ângulo $\lambda$ . . . . .	84
Figura 58 – Configuração geométrica para o nó G . . . . .	85
Figura 59 – Configuração para determinação do ângulo $\rho$ . . . . .	86
Figura 60 – Trajetória de cada nó . . . . .	88
Figura 61 – Diagrama para os Objetivos . . . . .	90
Figura 62 – Objetivos para verificação . . . . .	103
Figura 63 – Movimento dos Pés – Comparativo (Função Ordenação Pareto) . . . . .	106
Figura 64 – Movimento dos Pés – Comparativo (Função SP) . . . . .	107
Figura 65 – Movimento dos Pés – Comparativo (Função SP2) . . . . .	108
Figura 66 – Movimento dos Pés – Comparativo . . . . .	110
Figura 67 – Cadeira de Rodas considerada no estudo . . . . .	113
Figura 68 – Cadeira de rodas - medidas consideradas . . . . .	114

Figura 69 – Vista frontal: mecanismo com três pernas . . . . .	114
Figura 70 – Protótipo Completo . . . . .	115
Figura 71 – Conector - Cadeira . . . . .	116
Figura 72 – Virabrequim . . . . .	117
Figura 73 – Triângulo BCD - Coxa . . . . .	118
Figura 74 – Triângulo EFG - Pé . . . . .	118
Figura 75 – Manivelas . . . . .	119
Figura 76 – Conjunto par de pernas . . . . .	119
Figura 77 – Montagem Completa - Perspectiva . . . . .	165
Figura 78 – Montagem Completa - Vista Frontal . . . . .	166
Figura 79 – Montagem Completa - Vista Lateral . . . . .	166
Figura 80 – Conector Cadeira . . . . .	167
Figura 81 – Adaptador VB . . . . .	168
Figura 82 – Conector Fixo . . . . .	168
Figura 83 – Conector - O . . . . .	169
Figura 84 – Conector Fixo EB . . . . .	170
Figura 85 – Conector - G . . . . .	170
Figura 86 – Conector - E . . . . .	171
Figura 87 – Conector - B . . . . .	171
Figura 88 – Coxa - Dimensões . . . . .	172
Figura 89 – Coxa - Raios . . . . .	173
Figura 90 – Pé - Dimensões . . . . .	174
Figura 91 – Pé - Raios . . . . .	175
Figura 92 – Manivela Maior . . . . .	176
Figura 93 – Manivela Menor . . . . .	177
Figura 94 – Joelho Maior . . . . .	178
Figura 95 – Joelho Menor . . . . .	179
Figura 96 – Virabrequim - Frente . . . . .	180
Figura 97 – Virabrequim - Trás . . . . .	181
Figura 98 – Virabrequim - Lado . . . . .	182
Figura 99 – Ligação MC - Dimensões . . . . .	183
Figura 100 – Ligação MC - Raios . . . . .	184
Figura 101 – Peça Interna - Frontal . . . . .	184
Figura 102 – Peça Interna - Superior . . . . .	185
Figura 103 – Fixação Motor - Frontal . . . . .	185
Figura 104 – Fixação Motor - Superior . . . . .	186
Figura 105 – Caixa Motor - Superior . . . . .	186
Figura 106 – Caixa Motor - Frontal . . . . .	187



---

# LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1 – Valores apresentados por Jansen . . . . .	33
Tabela 2 – Características de Relevância em um Indivíduo . . . . .	52
Tabela 3 – Variáveis de Projeto . . . . .	95
Tabela 4 – Variáveis do AG . . . . .	96
Tabela 5 – Parâmetros considerados . . . . .	104
Tabela 6 – Comparação entre Métodos . . . . .	104
Tabela 7 – Comparação Solução Jansen com Soluções pela Ordenação de Pareto . . . . .	105
Tabela 8 – Comparação entre cada objetivo (Função Ordenação de Pareto) . . . . .	105
Tabela 9 – Comparação Solução Jansen com Soluções pela Soma Ponderada . . . . .	106
Tabela 10 – Comparação entre cada objetivo (Função SP) . . . . .	107
Tabela 11 – Comparação Solução Jansen com Soluções pelo SP2 . . . . .	108
Tabela 12 – Comparação entre cada objetivo (Função SP2) . . . . .	109
Tabela 13 – Comparação entre os melhores Objetivos . . . . .	109
Tabela 14 – Soluções Candidatas (mm) . . . . .	110
Tabela 15 – Soluções Consideradas(mm) . . . . .	111
Tabela 16 – Componentes da Montagem . . . . .	115



---

# LISTA DE ALGORITMOS

---

Algoritmo 1 – Algoritmo Genético . . . . .	51
Algoritmo 2 – Ordenação Pareto . . . . .	59
Algoritmo 3 – Soma Ponderada com Pareto (SP2) . . . . .	101



---

# LISTA DE CÓDIGOS

---

Código 1 – Primeiro Objetivo . . . . .	90
Código 2 – Segundo Objetivo . . . . .	90
Código 3 – Terceiro Objetivo . . . . .	90
Código 4 – Quarto Objetivo . . . . .	90
Código 5 – Restrições de Igualdade . . . . .	91
Código 6 – Restrições de Desigualdade . . . . .	92
Código 7 – Restrições de Desigualdade - Variáveis . . . . .	93
Código 8 – Solução da Função Objetivo . . . . .	98
Código 9 – Função Penalidade . . . . .	98
Código 10 – Função gera_populacao . . . . .	99
Código 11 – População Final . . . . .	102
Código 12 – Função simpleXOVER . . . . .	189
Código 13 – Função Parse . . . . .	190
Código 14 – Função maxGenterm . . . . .	190
Código 15 – Função Roleta . . . . .	191
Código 16 – Função Delta . . . . .	191
Código 17 – Função Inicializega . . . . .	192
Código 18 – Função nonUnifMutation . . . . .	193



---

# SUMÁRIO

---

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>29</b>
1.1	Máquinas Móveis	30
1.2	Objetivos	34
1.3	Trabalhos na Área	34
1.4	Organização do Trabalho	36
<b>2</b>	<b>CADEIRA DE RODAS</b>	<b>37</b>
2.1	História	37
2.2	Tecnologia Assistiva	41
2.3	Cadeiras de Rodas e Atualidade	41
2.4	Princípios Ergonômicos	42
2.4.1	Ergonomia em Cadeiras de Rodas	43
<b>3</b>	<b>CONCEITOS DE OTIMIZAÇÃO</b>	<b>49</b>
3.1	Algoritmo Genético (AG)	50
3.1.1	Avaliação	52
3.1.2	Seleção	52
3.1.3	Cruzamento	53
3.1.4	Mutação	55
3.1.5	Atualização e Finalização	55
3.2	Método da Penalidade Exterior	56
3.3	Métodos Multiobjetivos e suas Classificações	57
3.4	Ótimo de Pareto	58
3.5	Método da Soma Ponderada	59
<b>4</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO</b>	<b>61</b>
4.1	Sistema de Coordenadas	62
4.2	Coordenadas do Nó A	62
4.3	Perna Esquerda ( $x_c < 0$ )	63
4.3.1	Coordenadas do Nó B'	63
4.3.2	Coordenadas do Nó D'	67
4.3.3	Coordenadas do Nó E'	69
4.3.4	Coordenadas do Nó F'	72

4.3.5	Coordenadas do Nó G' . . . . .	75
4.4	Perna Direita ( $x_c > 0$ ) . . . . .	78
4.4.1	Coordenadas do Nó B . . . . .	78
4.4.2	Coordenadas do Nó D . . . . .	79
4.4.3	Coordenadas do Nó E . . . . .	80
4.4.4	Coordenadas do Nó F . . . . .	82
4.4.5	Coordenadas do Nó G . . . . .	85
4.5	Função Principal . . . . .	86
5	PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO . . . . .	89
5.1	Objetivos . . . . .	89
5.2	Restrições . . . . .	91
5.2.1	Restrições de Igualdade . . . . .	91
5.2.2	Restrições de Desigualdade . . . . .	92
6	ALGORITMO EVOLUTIVO MULTIVARIÁVEL . . . . .	95
6.1	Metodologia e Implementação do Algoritmo . . . . .	95
6.1.1	Função Principal . . . . .	95
6.1.2	Função Objetivo . . . . .	97
6.1.3	Restrições . . . . .	98
6.1.4	População Inicial . . . . .	99
6.1.5	Método da Soma Ponderada com Pareto . . . . .	99
6.1.6	Algoritmo Genético . . . . .	102
6.1.7	População Final . . . . .	102
6.2	Análise da Eficiência do SP2 . . . . .	103
6.3	Resultados Obtidos . . . . .	110
7	PROTÓTIPO CINEMÁTICO . . . . .	113
8	RESULTADOS E CONCLUSÕES . . . . .	121
REFERÊNCIAS . . . . .		123
APÊNDICE A	FUNÇÃO PRINCIPAL . . . . .	127
APÊNDICE B	GERA POPULAÇÃO . . . . .	131
APÊNDICE C	FUNÇÃO OBJETIVO . . . . .	133
APÊNDICE D	FUNÇÃO RESTRIÇÃO . . . . .	139
APÊNDICE E	MÉTODO DA SOMA PONDERADA COM PARETO . . . . .	145

<b>APÊNDICE F</b>	<b>ALGORITMO GENÉTICO . . . . .</b>	<b>149</b>
<b>APÊNDICE G</b>	<b>FUNÇÃO GRÁFICO . . . . .</b>	<b>153</b>
<b>APÊNDICE H</b>	<b>FUNÇÃO CLASSIFICADOR . . . . .</b>	<b>157</b>
<b>APÊNDICE I</b>	<b>FUNÇÃO DISTÂNCIA . . . . .</b>	<b>159</b>
<b>APÊNDICE J</b>	<b>FUNÇÃO PARETO . . . . .</b>	<b>161</b>
<b>APÊNDICE K</b>	<b>FUNÇÃO SOMA PONDERADA . . . . .</b>	<b>163</b>
<b>APÊNDICE L</b>	<b>MONTAGEM PROTÓTIPO . . . . .</b>	<b>165</b>
<b>APÊNDICE M</b>	<b>COMPONENTES DA MONTAGEM . . . . .</b>	<b>167</b>
<b>ANEXO A</b>	<b>FUNÇÕES DO GAOT . . . . .</b>	<b>189</b>



## Capítulo 1

---

# INTRODUÇÃO

---

Desde eras mais remotas existe uma relação intrínseca do homem com o movimento, seja saltar, correr, pular, nadar ou até mesmo voar. Devido a esta relação, certamente motivado pela necessidade e inquietude evolutiva, o homem primitivo desenvolveu um mecanismo de locomoção que perdura até os tempos atuais: a roda.

A roda é considerada uma das maiores invenções da humanidade, devido ao grande auxílio que fornece em relação aos transportes em geral. As rodas são aplicadas em diversos equipamentos, contudo apresentam limitações funcionais, uma vez que apresentam instabilidade em terrenos irregulares ou até mesmo macios, dificultando sua aplicação a terrenos que não permitam contato contínuo com o solo (INGRAM, 2004).

Os registros históricos frequentemente apontam deficiências físicas em alguns indivíduos durante o processo evolutivo da humanidade, e em paralelo, a busca por formas que permitissem a estes, algum tipo de locomoção, prestando-lhes certa autonomia no direito de ir e vir. A história sugere que o primeiro dispositivo para locomoção de deficientes tenha sido uma maca, tal suposição é reforçada pela figura entalhada em um vaso grego do século VI a. C., que retrata uma cama com rodas (KAMENETZ, 1969). Acredita-se que outros dispositivos, como carrinhos de mão, também foram utilizados no transporte de deficientes físicos ao longo da história (SILVA; DEL'ACQUA, 2010).

À medida que a humanidade evoluía, os dispositivos de locomoção para deficientes também se transformavam, e o mais comum utilizado tem sido a cadeira de rodas, tais como conhecidas hoje. A cadeira de rodas apresenta grande importância, uma vez que restaura parte da mobilidade perdida à pessoa com deficiência, permitindo que esta tenha uma maior inclusão social. Deve-se ressaltar contudo, que a cadeira de rodas está sujeita as limitações da roda, além de limitações relacionadas ao espaço e transporte (MINKEL, 2000).

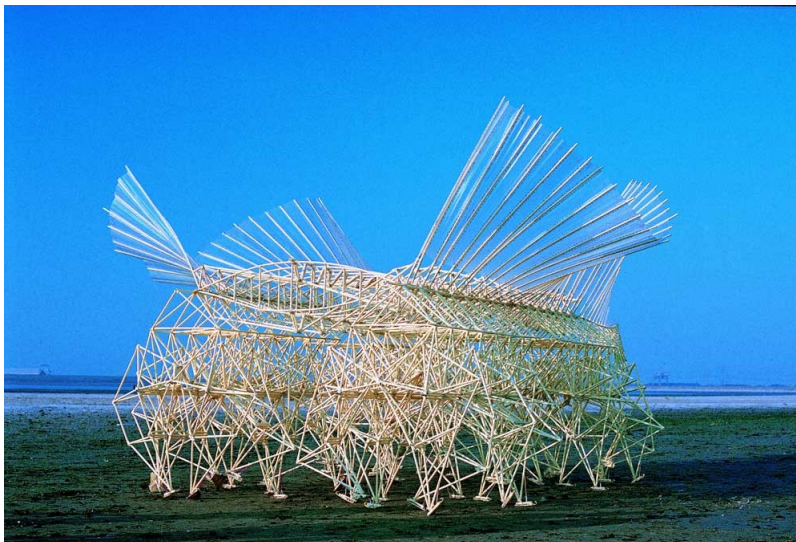
Nota-se que a roda não faz parte do processo evolutivo das espécies, de forma que, a grande maioria dos animais terrestres foram equipados com pernas, sendo estas estruturas de grande adaptabilidade e complexidade – devido a presença de juntas rotativas que

permitem uma gama de movimentos – saltar, correr, nadar, entre outros (DAWKINS, 1997).

Devido à grande adaptabilidade apresentada pelas pernas, análises relacionadas às máquinas móveis, têm por objetivo minimizar as dificuldades apresentadas nos dispositivos de locomoção baseados em rodas. Estas estruturas que se locomovem utilizando pernas mecânicas são similares muitas das vezes às pernas de insetos, pois, em se tratando de locomoção, estão dentre os mais evoluídos animais terrestres (ALEXANDER; GOLDSPIK, 1977).

As máquinas móveis que inspiraram esta pesquisa foram desenvolvidas pelo físico holandês Theo Jansen, que em 1990, apresentou-as como as *Strandbeest* - Animais de Praia - (Fig. 1). Estas máquinas móveis que apresentam um dispositivo de locomoção eficiente, em se tratando de movimento, pois se movimentam utilizando apenas a força do vento (HOLLAND; JANSEN; ROTTERDAM, 2002).

Figura 1 – *Strandbeest* de Theo Jansen



Fonte: ARTFUTURA, 2005

## 1.1 Máquinas Móveis

A evolução das espécies equipou a maioria dos animais terrestres com pernas, as quais possuem uma grande adaptabilidade de movimentos, devido a presença de juntas rotativas. Desta forma, as pernas se tornaram estruturas complexas que permitem muitos movimentos, como saltar, andar, correr, nadar, dentre outros (DAWKINS, 1997).

Contudo, a evolução não equipou qualquer animal com rodas, sendo as mesmas desenvolvidas pelo homem afim facilitar sua locomoção, principalmente com transporte de cargas. A roda é considerada uma das maiores invenções da humanidade, presente na quase totalidade dos meios de transportes terrestres. Contudo, a mesma apresenta certas limitações em seu uso, uma vez que demonstra instabilidade em terrenos irregulares e macios

(como neve, grama ou areia), ou seja, a utilização da roda requer contato contínuo com o solo (INGRAM, 2004).

Com o intuito de reduzir as limitações apresentadas pelas rodas, têm sido propostos alguns protótipos, comumente chamados máquinas móveis, sendo em sua maioria, inspirados no sistema de locomoção dos insetos. Estes animais apresentam uma evolução maior em seu sistema locomotor, comparado aos dos demais animais terrestres, pois apresentam juntas esféricas que permitem um movimento tridimensional relativo. Suas pernas que são compostas por quatro ou mais segmentos, interligados por articulações e uma complexa musculatura, permitindo assim, uma enorme flexibilidade no movimento (ALEXANDER; GOLDSPIK, 1977).

Contudo, protótipos com tais características (análogos às pernas de insetos) apresentam limitações práticas em sua construção, uma vez que possuem um grande número de graus de liberdade, se considerar as pernas como uma cadeia de segmentos interconectados (KNOX, 1997).

Em 1990, o físico holandês Theo Jansen apresentou o resultado de um estudo, de cerca de dez anos, onde construiu estruturas complexas batizadas por *Strandbeest* – em tradução livre, Animais de Praia – (HOFLAND; JANSEN; ROTTERDAM, 2002).

Theo Jansen nasceu em 1948 em Scheveningen (Holanda) e estudou física na Universidade Tecnológica de Delf. Após deixar a faculdade, iniciou sua carreira como pintor, na década de 70, tornando-se mais tarde, interessado em áreas como aeronáutica e robótica. No início dos anos 80, Jansen começou a criar programas de simulação algorítmica de vida artificial.<sup>1</sup>

O interesse de Jansen na criação de organismos autônomos, via software, levaram-no a um estudo que durou dez anos, resultando numa série de esculturas cinéticas denominadas por ele como *Strandbeest*, (Fig. 1) o que lhe deu reconhecimento internacional. Inicialmente, Jansen utilizou apenas tubos amarelos e fita adesiva para confecção de suas esculturas (ARTFUTURA, 2005).

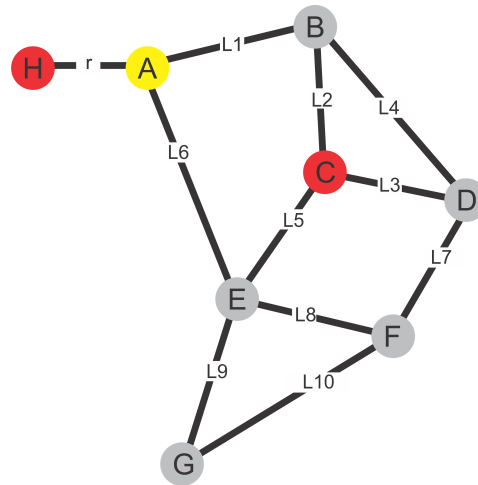
As *Strandbeest* são compostas por inúmeros conjuntos de pernas e não possuem motores ou sensores, locomovendo-se apenas com a força dos ventos e a areia molhada que encontram em seu “habitat”. Tais estruturas são resultado de algoritmos computacionais e, o maior desejo de Jansen é que tais estruturas um dia, sejam capazes de evoluir naturalmente (sem sua interferência), podendo continuar suas “vidas” como qualquer outro organismo (ARTFUTURA, 2005).

O mecanismo de locomoção, utilizado nas *Strandbeest* é composto por onze barras, interligadas por nós, numa disposição específica (Fig. 2), onde seis destes nós são móveis (A, B, D, E, F e G) e dois fixos (C, H). O movimento é realizado por uma manivela (segmento

<sup>1</sup> STRANDBEEST.ES <<http://www.strandbeest.es/strandbeest/theo-jansen/>>

$\overline{HA}$ ) centrada em H, sendo a estrutura apoiada no ponto C.

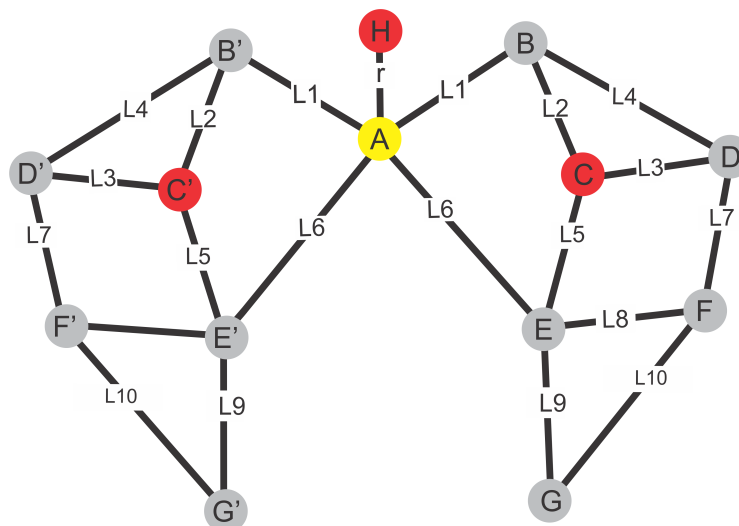
Figura 2 – Disposição geométrica de uma perna no mecanismo Jansen



Fonte: o autor

Esta disposição geométrica das barras e interconexão dos nós (juntas rotacionais), faz com que o conjunto realize um movimento satisfatório, simulando muito bem o movimento de uma perna (HOFLAND; JANSEN; ROTTERDAM, 2002). Deve-se ressaltar que uma estrutura completa é composta por conjuntos de pares de pernas, – pares estes interligados pela mesma manivela e dispostos simetricamente (Fig. 3).

Figura 3 – Disposição simétrica proposta por Jansen



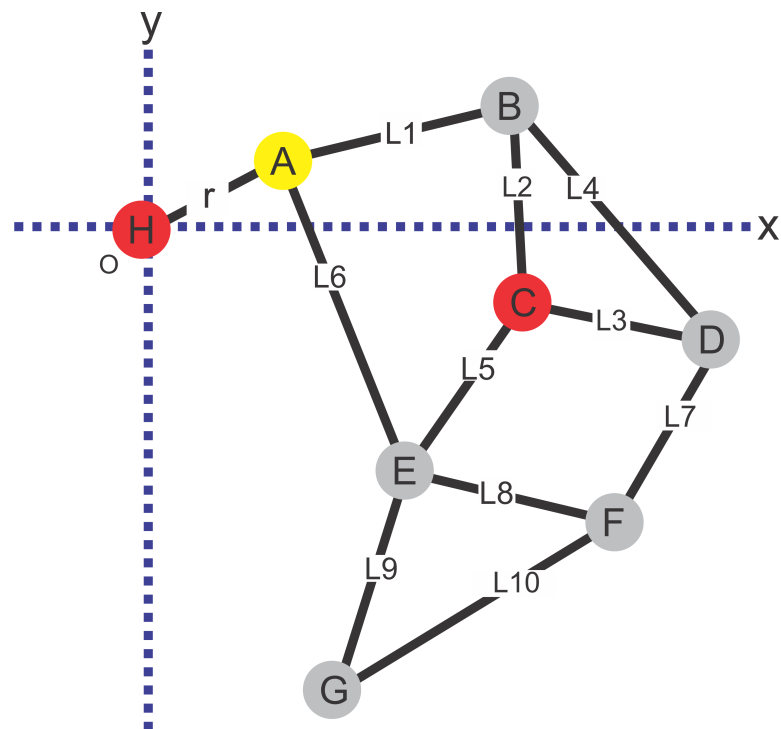
Fonte: o autor

Jansen exibiu seu trabalho no livro *The Great Pretender*, onde apresenta os materiais utilizados e as estratégias de montagem. Porém, ele não apresenta o equacionamento (modelo matemático) utilizado, ou mesmo o algoritmo Genético utilizado para determinação da

configuração geométrica utilizada e seus "Holy Numbers - "Números Sagrados" em tradução livre (JANSEN, 2007).

A configuração geométrica dos mecanismos de locomoção, desenvolvidos por Jansen, é apresentado na Fig. 4.

Figura 4 – Disposição geométrica e "Holy Numbers" de Jansen



Fonte: o autor

Sendo as dimensões das barras, juntamente com as coordenadas dos nós fixos, apresentados na Fig. 4, são apresentados na Tabela 1 (JANSEN, 2007).

Tabela 1 – Valores apresentados por Jansen

<b>Comprimento das barras (Adimensional)</b>										
r	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>	L <sub>7</sub>	L <sub>8</sub>	L <sub>9</sub>	L <sub>10</sub>
15	55.8	41.5	40.1	55.8	39.3	61.9	39.4	36.7	49.0	65.7
<b>Coordenada dos Nós Fixos (Adimensional)</b>										
H					C					
(0, 0)					(38, 7.8)					

Adaptado de Jansen (2007).

Diante do exposto, serão exibidos os esforços dispensados para construção do modelo matemático desta configuração e otimização da trajetória do pé (nó G), detalhadamente nos próximos capítulos.

## 1.2 Objetivos

A motivação desta pesquisa é aplicar mecanismos de locomoção similares aos desenvolvidos por Theo Jansen, em cadeiras de rodas, ampliando a capacidade de transposição a superfícies, facilitando sua mobilidade. Além disso, avalia-se a possibilidade de agregar valor, diante da sua aplicação em cadeiras rodas convencionais ou elétricas existentes no mercado e aumentar a acessibilidade devido à busca por um produto de baixo custo.

Para tanto, é realizada a modelagem do dispositivo de locomoção proposto por Jansen, obtendo uma função objetivo que descreve o movimento da estrutura, por meio das coordenadas das juntas rotacionais variáveis e de dois pontos fixos, cujas coordenadas são conhecidas.

Busca-se desenvolver um método que permita adaptar o *Genetic Algorithm Optimization Toolbox*(GAOT) à problemas multiobjetivo, permitindo determinar as dimensões ótimas dos elementos que compõem o novo mecanismo, garantindo um movimento satisfatório e fluidez no movimento dos nós móveis, e consequente passo com melhor alcance.

## 1.3 Trabalhos na Área

Em 2007, Jansen apresenta em seu livro *The Great Pretender* uma descrição de suas *Strandbeest*, incluindo materiais utilizados na confecção, algoritmos utilizados nas simulações e os denominados “*Holy Numbers*”, apresentando os comprimentos ótimos de cada barra que compõem mecanismo de locomoção. Contudo, Jansen não apresenta o modelo matemático, ou mesmo qual variação do Algoritmo Genético fora considerado na obtenção dos “*Holy Numbers*”. Ele também não patenteou seu mecanismo, permitindo assim que outras pessoas pudessem estudá-los e aprimorá-los (JANSEN, 2007).

Geus e Stoppa (2012) apresentaram um modelo matemático que representa o movimento de cada nó móvel da estrutura de Jansen, utilizando a fórmula de Heron e interseção de circunferências, utilizando os valores dos “*Holy Numbers*” para validação de seu modelo. Apresentaram ainda, como resultado de seus estudos, um código computacional dotado de uma interface gráfica que permite verificar o movimento de cada nó móvel, além de permitir a variação do comprimento das barras, permitindo então a realização de simulações, com estruturas similares às de Jansen.

Ingram (2004), Ingram (2006) apresenta um estudo sobre máquinas móveis e o sistema de locomoção de alguns animais terrestres, aprofundando seu estudo nas *Strandbeest* de Jansen, com um estudo sobre o movimento do mecanismo e a busca de um modelo matemático que simule o movimento determinado por Jansen. O mesmo autor (2006), buscou otimizar a trajetória do pé, utilizando para isso algoritmos evolutivos.

Ghassaei (2011) apresenta um novo mecanismo de locomoção para terreno variável,

de modo que este tenha maior eficiência energética e capaz de evitar obstáculos, além de apresentar estabilidade durante o movimento sendo barato e resistente. Como base comparativa, estudou os mecanismos de Jansen confrontando-o com seu protótipo proposto.

Diante da proposta de aplicação dos mecanismos de Jansen a cadeiras de rodas, é necessário avaliar as estruturas de cadeiras de rodas existentes, funcionalidade, características construtivas e aplicabilidade, dentre outros aspectos.

Allsteel, Allsteel *et al.* (2006) apresenta *design* relacionado à ergonomia, além de referências sobre dimensionamento de cadeiras de rodas (padrão americano), estudos relacionados a regiões de conforto e stress, que devem ser avaliadas a fim de garantir um maior conforto e adaptabilidade dos indivíduos deficientes. São avaliadas limitações estruturais dos locais, o que muitas vezes, impede locomoção de cadeirante. Neste sentido, apresenta as medidas necessárias para que os mesmos possam transitar, com mínima dificuldade. Por fim, são exibidas a ergonomia e o espaço de trabalho, de modo que cadeiras de rodas proporcionem um arranjo ergonômico confortável e o cadeirante execute suas atividades profissionais sem prejuízo à sua saúde.

Carriel (2007) apresenta um estudo ergonômico de cadeiras de rodas, e recomendações considerando usuários idosos, além da história da cadeira de rodas e a alteração do projeto ao longo do tempo, além dos ganhos ergométricos adquiridos.

Souza (2011) propõe um projeto de cadeira de rodas inteligente adaptada ao usuário, juntamente com um estudo sobre a história da cadeira de rodas. Ali são propostos os itens necessários para confecção de uma cadeira motorizada, que incluía ainda, controles, telas, câmeras, microfones e sensores. O autor realizou também um estudo antropométrico, para garantir que a cadeira se ajustaria bem aos usuários, de modo a prevenir áreas de stress para o corpo.

A Federação Brasileira de Bancos FEBRABAN (2008) apresentou o manual de acessibilidade para agências Bancárias, onde apresenta algumas Normas Técnicas Brasileiras, sobre espaço ocupado por deficientes – incluindo os cadeirantes. Além das dimensões brasileiras de cadeiras de rodas, que são consideradas para fazer valer o direito dos cadeirantes, em ambientes públicos e privados.

A norma regulamentada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), de número 9050 do ano de 2004, apresenta as regras que garantem acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos, a qual, deve ser considerada na confecção de cadeiras de rodas, garantindo que estas adequem-se ao país onde serão utilizadas. Ali são apresentados parâmetros antropométricos considerando pessoas em pé e sentadas, parâmetros relacionados à área de circulação, além de larguras relacionadas a deslocamento e transposição de obstáculos. Podem ser encontrados também, informações sobre áreas de aproximação e alcance manual, dimensões referenciais para o alcance manual, e dados so-

bre mobilidade e alcance, visual ou manual (ABNT NBR 9050:2004, 2004).

A norma brasileira *International Organization for Standardization* (ABNT NBR ISO 7176) sobre cadeiras de rodas, apresenta todos os requisitos necessários para confecção destas, tais como, sistema de frenagem, capacidade de transposição de obstáculos, velocidade máxima, aceleração e desaceleração em cadeiras de rodas motorizadas, procedimentos de ajuste, dentre outros. São exibidos dados sobre as medidas nacionais consideradas, e as formas de execução de testes de ensaio, simulando situações do cotidiano às quais um cadeirante está sujeito (ABNT NBR ISO 7176:2009, 2009).

## 1.4 Organização do Trabalho

O trabalho está organizado em capítulos a seguir:

- **Introdução:** apresenta um breve resumo do trabalho, a motivação para sua realização e os principais referenciais teóricos encontrados na literatura além dos conceitos de máquinas móveis e os mecanismos de locomoção desenvolvidos por Theo Jansen;
- **Cadeiras de Rodas:** apresenta a história das cadeiras de rodas, sua evolução ao longo do tempo, os conceitos fundamentais para confecção das mesmas, normas brasileiras que regem sua confecção e ergonomia;
- **Conceitos de Otimização:** são apresentadas as definições de otimização, concernentes a otimização multiobjetivo, conceito de dominância de Pareto, métodos evolutivos e estratégias utilizadas para resolução de problemas multiobjetivo;
- **Modelo Matemático:** é apresentada a modelagem matemática do mecanismo de locomoção proposto por Jansen e como consequência, obtida a função objetivo utilizada posteriormente no problema de otimização;
- **Problema de Otimização:** aqui é encontrada a nova configuração geométrica resultante da solução de problema de otimização levado em consideração e as restrições para o problema;
- **Algoritmo Evolutivo Multivariável:** neste capítulo, apresenta-se o algoritmo evolutivo multivariável aplicado neste trabalho, além de sua validação. É apresentado também a solução ótima que melhor representa a nova configuração geométrica;
- **Protótipo:** neste é apresentado o protótipo desenvolvido, baseado na solução ótima determinada.
- **Resultados e Conclusões:** aqui apresentam-se todos os resultados obtidos nesta pesquisa, além das conclusões sobre a mesma.

## Capítulo 2

---

# CADEIRA DE RODAS

---

Uma vez que este estudo propõe a aplicação das estruturas de Jansen a cadeiras de rodas, será apresentada uma contextualização por meio da história das cadeiras de rodas e sua evolução ao longo do tempo. Na sequência, abordando a parte técnica construtiva, serão exibidos os conceitos fundamentais para confecção das cadeiras de rodas, incluindo as normas com as diretrizes para sua confecção e garantia de ergonomia.

### 2.1 História

O primeiro instrumento utilizado para locomoção de deficientes foi provavelmente a maca, a qual é uma estrutura leve, de simples confecção e que poderia ser carregada por qualquer pessoa. O primeiro registro de um dispositivo de locomoção interno, é retratado em um vaso grego do século VI a.C., que retrata (Fig. 5) uma cama de criança com rodas (KAMENETZ, 1969).

Figura 5 – Primeiro dispositivo de locomoção interna



Fonte: [Kamenetz \(1969\)](#)

Provavelmente, o registro mais antigo de uma cadeira de rodas é uma escultura em pedra (Fig. 6) entalhada mil anos mais tarde (525 d.C.), na China, que foi o único país da metade oriental da Ásia a utilizar cadeiras com rodas antes dos tempos modernos (KAMENETZ, 1969).

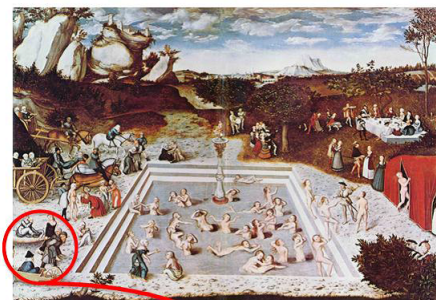
Figura 6 – Gravura que representa a primeira cadeira de rodas



Adaptado de: <http://tetraplegicos.blogspot.com.br/2010/01/historia-da-pessoa-com-deficiencia.html>

O carrinho de mão surgiu na idade Média – criado por volta do século III d.C. e até hoje utilizado devido a sua eficiência no mais variados tipos de transportes. São diversas as suas aplicabilidades, inclusive, pode ter sido utilizado no transporte de doentes e deficientes. Tal suposição baseia-se na famosa pintura “A Fonte da Juventude”, de Lucas Cranach (Fig. 7), de 1546, que retrata idosos e deficientes físicos a caminho da fonte da juventude, sendo transportados em ombros, carruagens, macas e até mesmo carrinhos de mão.

Figura 7 – “A Fonte da Juventude” de Lucas Cranach - Óleo em Painel



Fonte: Silva e Del'Acqua (2010)

Com o passar dos séculos, pequenas rodas ou rolos eram colocados em algumas peças do mobiliário, como cadeiras, o que dava um maior conforto aos idosos e deficientes, permitindo uma maior mobilidade, de modo que eles não mais ficassem confinados em suas camas. A partir do século XVI muitos outros acessórios foram adicionados às cadeiras, de modo aumentar o conforto do usuário. Tais cadeiras apresentavam costas reclináveis, apoios para cabeça e braço. As cadeiras eram feitas de formas individuais, próprias para seu dono (WILSON; MCFARLAND, 1986).

O rei da Espanha Felipe II (1527 – 1598) utilizou essas cadeiras em sua vida. O modelo de sua cadeira é relatado nos registros de Jehan Lhermite, que construiu a cadeira em 1595, e apresentam uma detalhada descrição da cadeira do rei com cinco desenhos acompanhados das legendas (Fig. 8). O modelo da cadeira de Felipe II apresenta várias características que só apareceriam três séculos mais tarde, como movimento em quatro rodas, costas reclináveis além de um descanso reclinável para os pés e várias posições para costas e pernas, sendo ainda coberta por um colchão com crina de cavalo, para garantir o conforto de sua Majestade (KAMENETZ, 1969).

Figura 8 – Esboço da cadeira do rei Felipe II, construída por Jehan Lhermite



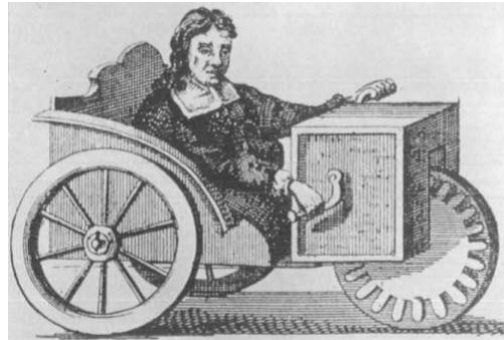
Fonte: Kamenetz (1969)

Com o tempo, os construtores de cadeiras de rodas passaram a buscar um maior conforto para as mesmas, o que acabou gerando um grande interesse acerca dos contornos corporais e, com isso, as cadeiras receberam várias adaptações, como braços adaptados às formas do corpo humano.

Apesar de todas as modificações na mesma, ainda havia um problema, as cadeiras de roda necessitavam de alguém para empurrá-las. Em 1655, o relojoeiro alemão Stephan Farfler (1633 – 1689), que era paraplégico, fez uma cadeira de rodas para uso próprio de

modo que a mesma não necessitava ser empurrada por ninguém (Fig. 9). Em uma de suas rodas, foi adicionada uma roda dentada ligada a duas manivelas (KAMENETZ, 1969).

Figura 9 – Cadeira de Stephan Farfler



Fonte: Kamenetz (1969)

Após a invenção de Stephan, muitas outras surgiram, até que, em 1792, Thomas Rowlandson inventou um tipo de cadeira de rodas que apresentava rodas grandes o suficiente para autopropulsão, além de permitir serem empurradas. Tal cadeira pode ser considerada a ancestral das cadeiras de rodas do século XX (KAMENETZ, 1969; SAWATZKY, 2002).

No final do século XIX as rodas das bicicletas foram substituídas por aros e raios de metal, além de ganhar uma cobertura com pneu de borracha. As cadeiras de roda seguiram esta tendência, cujas rodas eram adquiridas dos mesmos fabricantes de bicicletas (KAMENETZ, 1969; SAWATZKY, 2002).

Após algumas décadas, as cadeiras de rodas sofreram a maior de suas revoluções: começaram a ser confeccionadas para serem dobráveis (Fig. 10) e com materiais mais leves (SAWATZKY, 2002).

Figura 10 – Cadeira Dobrável



Fonte: Silva e Del'Acqua (2010)

## 2.2 Tecnologia Assistiva

O termo “Tecnologia Assistiva” surgiu em 1988, para fins jurídicos de legislação. Alguns anos depois, o termo foi normalizado pela *Internacional Organizacional for Standardization* (ISO) como: “Qualquer produto, instrumento, equipamento ou sistema técnico usado por uma pessoa deficiente, especialmente produzido ou disponível que previne, compensa, atenua ou neutraliza a incapacidade” (BERSCH, 2008).

A norma foi regulamentada pela ISO 9999:2007, apresentando definições do que possa ser tecnologia assistiva, tais como, próteses e órteses, auxílios para mobilidade, auxílios para cuidados domésticos, auxílios para comunicação, informação e sinalização, Mobiliários e adaptações para habitações e outros locais, dentre outros.

O termo “Tecnologia Assistiva” ainda não está completamente consolidado no Brasil. Contudo, o mesmo vem sendo adotado pela sociedade científica para especificar objetos que auxiliam pessoas. No Brasil, Tecnologia assistiva apresenta como sinônimo o termo “ajudas técnicas”, sendo apresentado pelo Decreto nº. 5.296, de 2 de dezembro de 2004, cujo Artigo 61 especifica: “(...) *consideram-se ajudas técnicas, os produtos, instrumentos, equipamentos ou tecnologias adaptados ou especialmente projetados para melhorar a funcionalidade da pessoa portadora de deficiência ou com mobilidade reduzida, favorecendo a autonomia pessoal, total ou assistida*”.

Com isto, cadeiras de rodas são consideradas como Tecnologia Assistiva, uma vez que a esta é caracterizada como auxílio para mobilidade (CARRIEL, 2007).

## 2.3 Cadeiras de Rodas e Atualidade

Atualmente, existem vários modelos de cadeiras de rodas (Fig. 11), dos mais variados tipos e para diferentes fins. Exemplos de cadeiras atuais são as cadeiras dobráveis, as de propulsão manual, as elétricas, as esportivas, as reclináveis e as semi-reclináveis (BROMLEY, 2006).

Em geral, cadeiras de rodas apresentam estética semelhante, tendo por variação as operações mecânicas que executam, onde tais operações estão ligadas às necessidades do cadeirante. As cadeiras de rodas apresentam alguns componentes-padrão (Fig. 12): braços de apoio, proteção lateral, encaixe da pedaleira, pedaleira, suporte para calcanhar, rodas, aros, travão das rodas, roda de direcionamento, encosto, pegadores e almofadas para assento (BROMLEY, 2006).

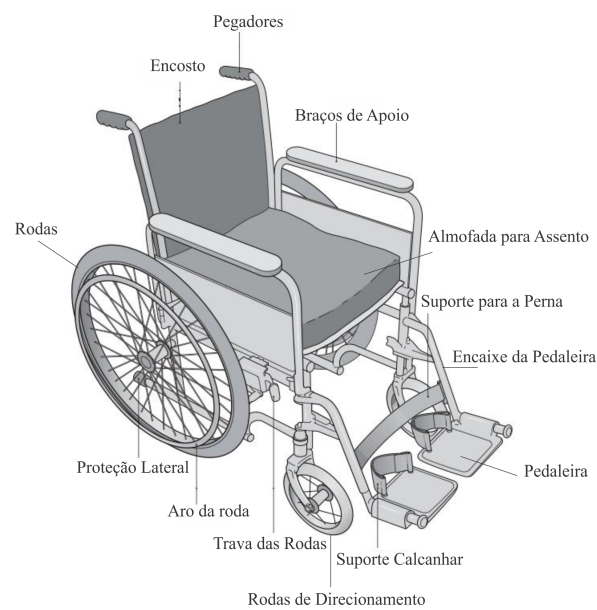
A cadeira de rodas tem grande importância devido a não apenas proporcionar apoio ao esqueleto, como também restaurar parte da mobilidade perdida, permitindo uma maior participação social do indivíduo (MINKEL, 2000).

Figura 11 – Exemplos de Cadeira de Rodas



Fonte: ORTOBRAS. Disponível em: <http://www.ortobras.com.br/solucoes/cadeiras-de-rodas>

Figura 12 – Componentes básicos de uma cadeira de rodas



Fonte: Bromley (2006)

## 2.4 Princípios Ergonômicos

Cadeiras de rodas devem seguir algumas normas ergométricas, para garantir conforto do indivíduo. Ergonomia, segundo o dicionário Aurélio<sup>1</sup>, é o conjunto dos estudos cujo objetivo é a organização do ambiente de trabalho, com o intuito de oferecer uma melhor adaptação ao trabalho humano.

A ergonomia é a ciência aplicada ao projeto de máquinas, equipamentos, sistemas e tarefas, como o intuito de melhorar a segurança, a saúde, o conforto e a eficiência no ambi-

<sup>1</sup> Disponível em: <http://www.dicionariodoaurelio.com/ergonomia>; Acessado em 01/12/2015 às 20:18 h.

ente de trabalho (DUL; WEERDMEESTER, 2000).

A ergonomia fundamenta-se em várias disciplinas como: fisiologia, anatomia, antropologia, biomecânica, medicina industrial e a psicologia experimental. Todas essas disciplinas se inter-relacionam com o intuito de fornecer informações acerca do funcionamento do corpo humano, como relação de suas medidas com o conforto, além de limites de esforço e fadiga, seja física ou mental (CARRIEL, 2007).

A interdisciplinaridade citada anteriormente, figura com o objetivo de se obter um tratamento ergonômico mais adequado, seja para aperfeiçoamento ou criação da interface homem-tecnologia, garantindo assim uma confiabilidade e eficiência maior do equipamento em sua usabilidade (CARRIEL, 2007).

Segundo Hendrick (1993), a ergonomia está relacionada ainda ao *design* (projeto), uma vez que, com o *design* correto, consegue-se um ganho ergonômico maior.

O foco da ergonomia é o ser humano, suas habilidades, capacidades e limitações. Porém, existem fatores externos que interferem nesse contexto, como ruídos e temperaturas, além de fatores sociais e psicológicos, o que podem alcançar solução através do *design*, uma vez que, conhecendo os fatores que interferem na adaptação humana, os mesmos podem ser aplicados no *design* ergonômico de um sistema humano-tecnologia que melhor se adapte a tais necessidades, favorecendo o conforto, segurança e o melhor desempenho desse indivíduo (CARRIEL, 2007).

Para um estudo ergométrico, inicialmente deve-se realizar um estudo antropométrico – sendo antropometria a ciência de mensuração do corpo humano, de modo a estabelecer a geometria física, as propriedades de massa e a capacidade física de cada humano, sendo tal ciência divididas em duas: a antropometria estática (mensuração que considera o corpo parado) e antropometria dinâmica - mensuração que considera os movimentos realizados pelo corpo humano (AÑEZ, 2000).

A antropometria tem grande aplicabilidade no estudo do *design* ergonômico, pois, através das informações obtidas em tais medidas, pode-se buscar um *design* que melhor se adeque ao corpo do cadeirante, garantindo maior conforto e melhor adaptação à cadeira de rodas (SOUZA, 2011).

### 2.4.1 Ergonomia em Cadeiras de Rodas

Estudos voltados ao desenvolvimento de produtos para reabilitação (tecnologia assistiva) mostram que há pouco desenvolvimento no Brasil, principalmente na integração entre Design e Ergonomia (BALTAR, 2006).

Contanto, devido à carência de produtos, especificamente, as cadeiras de rodas, e a alta demanda do mercado atual, uma família completa com quatro modelos de cadeira de

rodas foi desenvolvida. São elas: dobrável com acionamento manual, rígidas, motorizada e assistencial, que permitem altos níveis de adaptação ergonômica, mecânica e tecnológica, acabando por diminuir os custos do produto (BALTAR, 2006).

Os estudos de Ramos, Ripper e Nojima (2003), apresentam duas grandes demandas para o projeto de cadeira de rodas no Brasil, a forma (*design*), que deve atender-se as variações dimensionais e angulares, prevendo distintas situações posturais e, uma análise das funções e das necessidades dos usuários em potencial.

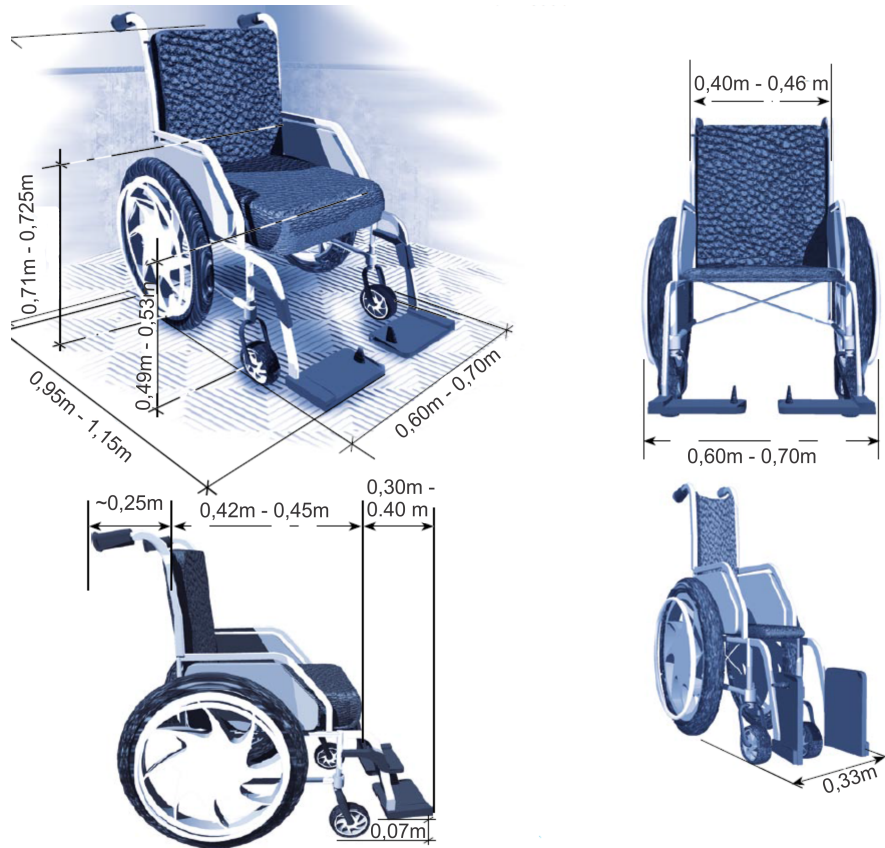
Com isto, para o desenvolvimento do *design* de uma cadeira de rodas, torna-se necessário trabalhar com as medidas antropométricas dos usuários. O estudo destas medidas e de elementos estruturais de uma cadeira de rodas, como por exemplo os braços, devem levar em consideração os limites biomecânicos do indivíduo, para que o projeto seja melhor adaptável (DAS; KOZEY, 1999).

Torna-se necessário então, estabelecer categorias para o desenvolvimento de cadeiras de rodas, além do que, as características do *design* ergonômico devem ser baseadas nas necessidades do indivíduo, afim de garantir conforto, eficiência, segurança e compatibilidade ao usuário. Para um bom desempenho na usabilidade de cadeira de rodas, torna-se necessário que a mesma apresente três qualidades básicas: a força motora, o equipamento e a interação do usuário com a cadeira de rodas (RAMOS; RIPPER; NOJIMA, 2003).

Infelizmente, por mais que os estudos acerca de cadeiras de rodas tenham avançado, as mesmas ainda não consideram as particularidades de cada usuário, levando em consideração apenas, particularidades de uma população de indivíduos (CARRIEL; PASCHOARELLI, 2005). Se tais particularidades fossem levadas em consideração nas técnicas de projeto ergonômico, seria conseqüente uma melhor condição de vida e adaptação do usuário (CARRIEL; PASCHOARELLI, 2005 apud MORAES; MELO; PUERARI, 2004).

No Brasil, as cadeiras de rodas são regulamentadas pela norma ABNT NBR ISO 7176:2009 (2009), enquanto que, o direito a acessibilidade, é regulamentado pela norma ABNT NBR 9050:2004. Desta forma, uma cadeira de rodas deve seguir alguns requisitos básicos para adequar-se à norma regulamentadora da acessibilidade. Uma cadeira de rodas manual deve apresentar massa entre 12 Kg e 20 Kg, já no caso das motorizadas, no máximo 60 Kg. A Fig. 13 apresenta as dimensões ideais, para garantir a acessibilidade de cadeirantes no país (ABNT NBR 9050:2004, 2004).

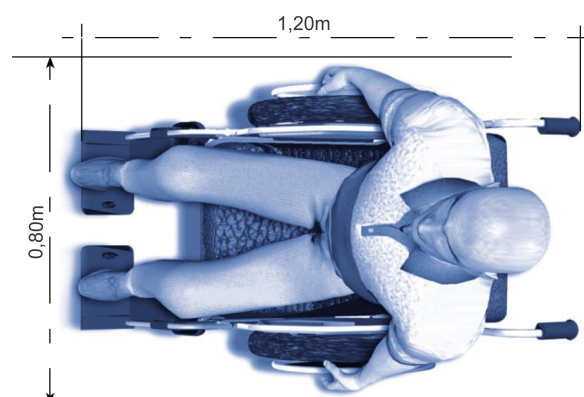
Figura 13 – Dimensões Brasileiras para Cadeira de Rodas



Adaptado de: FEBRABAN (2008)

O espaço planar ocupado por uma cadeira de rodas, em condições normais de uso é apresentado na Fig. 14.

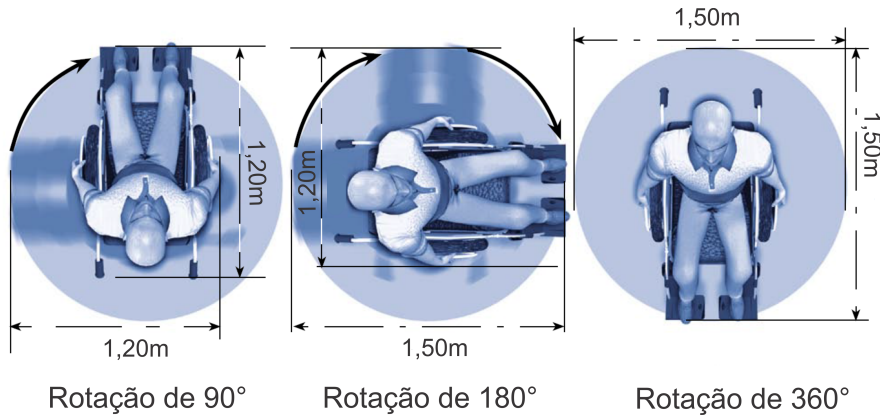
Figura 14 – Espaço ocupado por uma Cadeira de Rodas



Adaptado de: FEBRABAN (2008)

A área necessária para manobras da cadeira de rodas, sem deslocamento, é apresentada na Fig. 15.

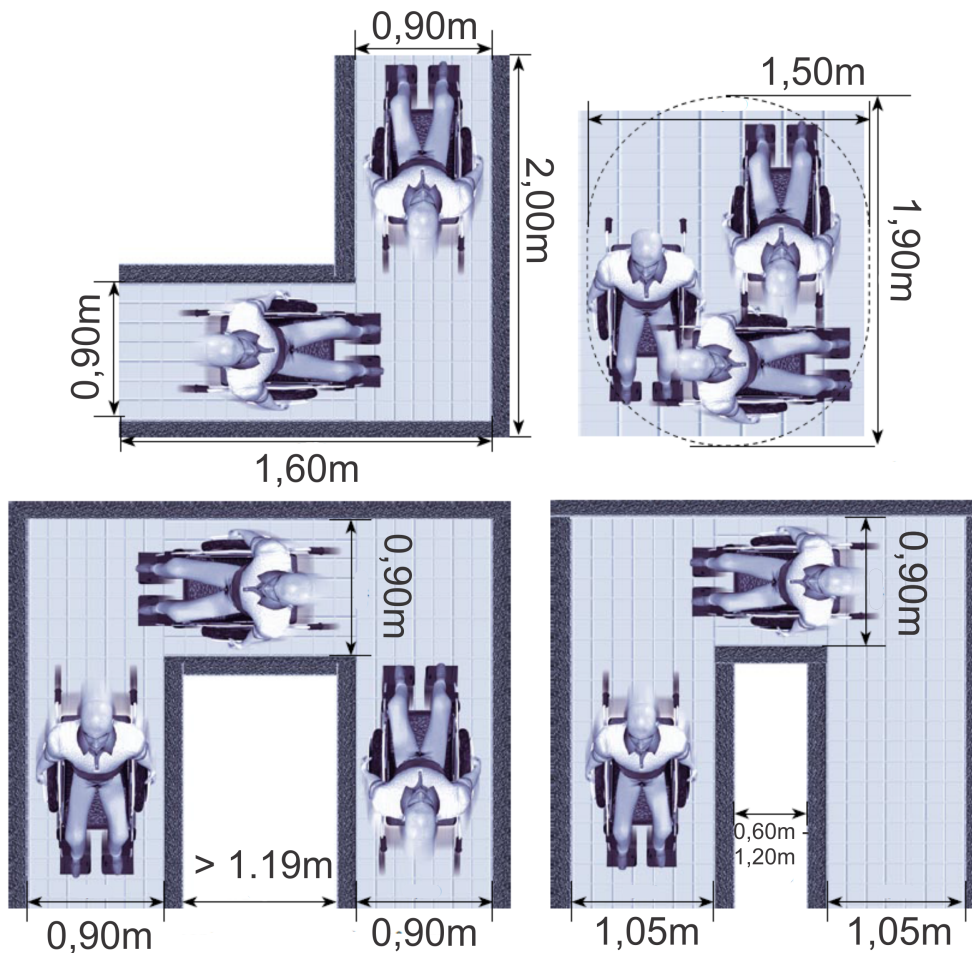
Figura 15 – Área para manobras sem deslocamento em Cadeira de Rodas



Adaptado de: FEBRABAN (2008)

No caso de manobras com deslocamento, as dimensões sofrem alterações, como mostrado na Fig. 16.

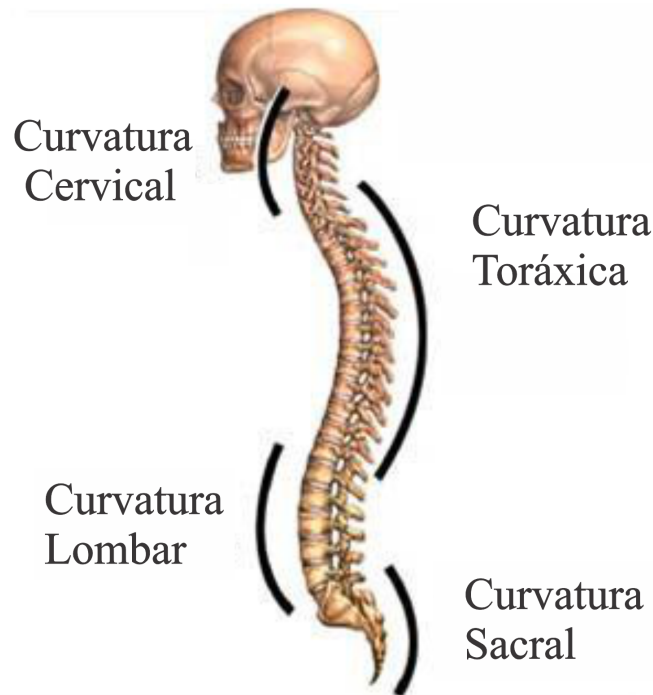
Figura 16 – Área para manobras com deslocamento em Cadeira de Rodas



Adaptado de: FEBRABAN (2008)

Outro fator de grande importância em cadeiras de rodas é a postura, pois uma má postura pode ocasionar vários problemas de saúde. Para alcançar uma postura ideal torna-se necessário um estudo antropométrico. Um ajuste ergométrico adequado, consiste na busca pelo conforto e uma melhor postura, onde as cadeiras devem proporcionar apoio lombar adequado, de modo que, a coluna vertebral apresente sua curvatura normal (Fig. 17), como se o indivíduo estivesse em pé (ALLSTEEL; ALLSTEEL *et al.*, 2006).

Figura 17 – Coluna Vertebral Humana



Adaptado de: [https://www.nlm.nih.gov/medlineplus/spanish/ency/esp\\_imagepages/19463.htm](https://www.nlm.nih.gov/medlineplus/spanish/ency/esp_imagepages/19463.htm); Acessado em: 02/12/2015 às 00:53 h.

O sacro encontra-se, basicamente, ligado a pélvis, seguindo então os movimentos deste. Assim, o estado (posição e ângulo) da pelve determina o estado da coluna vertebral e, assim, a posição e o ângulo da cabeça. Muito especula-se sobre a postura adequada em cadeiras de rodas, porém a melhor e mais adequada é aquela que não coloca *stress* sobre as nádegas, costas ou músculos do braço, além de permitir que os pés do usuário toquem o chão (ALLSTEEL; ALLSTEEL *et al.*, 2006).

Cadeiras cujo assento não são ergométricos podem causar problemas a longo prazo. Uma cadeira de uso temporário não deve ser utilizada em casos de tratamento longo, pois, em sua maioria, não são ergonômicas. Assim, cabe ao cadeirante reposicionar seu corpo para aliviar a pressão sobre as partes citadas anteriormente, principalmente os glúteos, uma vez que uma pressão mal distribuída pode ocasionar ulcerações, principalmente nas nádegas<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Disponível em: [www.karmaMedical.com](http://www.karmaMedical.com); Acessado em: 07/05/2014 às 13:32h.

Iida (2000) sugere que o estofamento dos assentos apresente uma dureza intermediária, ou seja, que o mesmo não seja nem muito rígido e nem muito macio, e deve apresentar uma espessura que varie entre dois e três centímetros, apoiado sobre uma prancha rígida. Isto ajudaria a distribuir a pressão na região das nádegas, oferecendo maior estabilidade e contribuindo para uma redução da pressão aplicada sobre as mesmas.

## Capítulo 3

---

# CONCEITOS DE OTIMIZAÇÃO

---

A otimização consiste na busca da solução ótima (pontos de máximo ou mínimo global) para uma função ou conjunto de funções, de modo que a mesma satisfaça o problema de otimização (VANDERPLAATS, 1984).

O conhecimento dos algoritmos de otimização necessita do conhecimento de alguns conceitos e definições, sendo alguns deles (HOLTZ, 2005):

- **Variáveis de Projeto:** Variáveis que se alteram durante o processo de otimização, ou seja, aquilo que deseja-se otimizar;
- **Restrições:** São funções que limitam as variáveis de projeto durante o processo de otimização, evitando situações indesejáveis. Tais funções podem ser de igualdade ou desigualdade;
- **Espaço de Busca:** Espaço ou região que contempla as soluções possíveis ou viáveis do projeto a ser otimizado. Tal espaço é limitado pelas funções de restrição;
- **Função Objetivo:** A função a qual deseja-se otimizar (determinar máximos ou mínimos);
- **Ponto Ótimo:** O ponto de máximo ou mínimo que satisfaz as restrições;
- **Valor Ótimo:** Valor da função objetivo no ponto ótimo.

Sendo os problemas de otimização, comumente são representados por (HOLTZ, 2005):

*Minimizar/Maximizar  $f(X)$*

*Sujeita a  $X \in S$*

onde:

- $f$ : Corresponde a função objetivo ( $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ );
- $X$ : Variáveis de projeto ( $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ );
- $S \subset \mathbb{R}^n$ : Conjunto factível (restrições do modelo).

Em otimização, o número de variáveis é diretamente proporcional à dificuldade de resolução, ou seja, à medida que o número de variáveis e funções aumenta, a dificuldade em obter o ótimo da função também aumenta, sendo então necessário desenvolver técnicas matemáticas e computacionais que refinem o processo de otimização (SARAMAGO; STEFFEN JÚNIOR, 2008).

Os métodos de otimização são divididos em dois grupos, sendo eles métodos baseados no cálculo (*Deterministic Optimization*) – utilizam dos conceitos de derivada, necessitando então continuidade nas funções objetivo (Métodos de Newton e Quase-Newton e Método de Powell são alguns exemplos) – e os métodos aleatórios randômicos (*Randon Strategies*) – métodos que não utilizam do conceito de derivada, muitas vezes baseados nos processos biológicos e comportamento de animais ou matéria, podendo ser utilizados em funções que apresentam descontinuidade, tendo por exemplo o Algoritmo Genético, *Simulated Annealing*, Redes Neurais Artificiais e Evolução Diferencial – (BASTOS, 2004).

Problemas de otimização que apresentam funções de restrição, necessitam de métodos próprios para determinar o ponto ótimo, diferente dos problemas de otimização irrestrita. Como métodos de otimização restrita, pode-se citar os métodos indiretos (como exemplo tem-se o Método Sequencial) e os métodos diretos (como exemplo, cita-se o método da Penalidade Exterior) (SARAMAGO; STEFFEN JÚNIOR, 2008).

Deve-se observar que, são raras as exceções onde pode-se garantir a existência e a/ou unicidade de um projeto ótimo, uma vez que, um problema de otimização pode admitir várias soluções, apresentar mal condicionamento do método ou até mesmo uma convergência lenta (SARAMAGO; STEFFEN JÚNIOR, 2008).

### 3.1 Algoritmo Genético (AG)

O Algoritmo Genético (AG) consiste de técnicas de otimização inspiradas nos princípios de sobrevivência e reprodução de indivíduos mais aptos, propostos por Darwin (1859) – “*Quanto melhor um indivíduo se adaptar ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes*”. Tais algoritmos utilizam de mecanismos de busca paralela e adaptativa, ou seja, o algoritmo avalia simultaneamente vários indivíduos do espaço de busca, separando os mais adaptados. O AG foi proposto por (HOLLAND, 1975) na década de 70, sendo amplamente aplicado em problemas de otimização (GOLDBERG, 1989; HOLLAND, 1975).

O AG explora o espaço de busca relativo (delimitado pelas condições de contorno) a uma função através de uma população, usando uma evolução simulada, que permite a sobrevivência dos indivíduos mais aptos, onde tais indivíduos, no geral, sobrevivem e reproduzem, melhorando a próxima geração. O AG é utilizado tanto no tratamento de funções lineares, como não lineares, e explora todas as regiões do espaço de busca, determinando as regiões mais promissoras através de cruzamentos e operações de seleção – operações estas aplicadas aos indivíduos da população (MICHALEWICZ, 1994).

O AG é descrito no Algoritmo 1:

---

**Algoritmo 1** – Algoritmo Genético

---

**Require:** Geração Máxima ( $G_{max}$ )

- 1: Geração  $G = 0$
  - 2: População Inicial (P)
  - 3: Avaliação dos Indivíduos Iniciais
  - 4: **repeat** ▷ Repete-se até satisfazer o critério de parada
  - 5:   Seleção
  - 6:   Cruzamento
  - 7:   Mutação
  - 8:   Avaliação da nova Popu o
  - 9:   Atualização de P
  - 10:    $G \leftarrow G + 1$
  - 11: **until**  $G > G_{max}$  **return** P
- 

Adaptado de: Holtz (2005 apud BÄCK; HAMMEL; SCHWEFEL, 1997)

A população inicial é gerada aleatoriamente, buscando abranger todo o espaço de busca. Esta população será então submetida ao processo evolutivo, descrito (LUCENA, 2013) pela ordem:

- **Avaliação:** verifica a aptidão de cada indivíduo;
- **Seleção:** escolhe dentre os indivíduos da população, os mais aptos para a reprodução;
- **Cruzamento:** os indivíduos selecionados são cruzados, gerando novos indivíduos que comporão a nova população;
- **Mutação:** alguns indivíduos sofrem alterações em suas características, com o intuito de manter a diversidade da população;
- **Finalização:** verifica se a condição de parada do algoritmo fora satisfeita, e em caso afirmativo, o algoritmo é encerrado, caso contrário, o algoritmo retorna ao processo de avaliação.

Os indivíduos representam os candidatos à solução do problema e na maioria dos casos, são representados em forma binária (constituídos por sequências de 0 ou 1) ou real (GOLDBERG, 1989).

As características de maior relevância (LUCENA, 2013) em um indivíduo são (Tabela.2):

- Genótipo: informação presente na estrutura de dados do indivíduo (Ex. a forma binária do indivíduo);
- Fenótipo: resultado da decodificação do indivíduo (Ex. a forma decimal do indivíduo);
- Grau de adaptação (*fitness*): representa o grau de resposta do indivíduo para o problema, sendo dado pela função objetivo para aquele indivíduo.

Tabela 2 – Características de Relevância em um Indivíduo

Genótipo	Fenótipo	Grau de Adaptação ( $f(x) = x^2 - 3$ )
00000	0	-3
00001	1	-2
00010	2	1

Fonte: o autor

### 3.1.1 Avaliação

Nesta etapa, os indivíduos gerados de forma aleatória são avaliados, determinando seus respectivos graus de adaptação. Isto ocorre por meio da função objetivo do problema de otimização. A medida que a população se altera durante o processo de otimização, o cálculo da função objetivo também deve ser atualizado, durante todo o processo de otimização (GOLDBERG, 1989; DAVIS, 1991).

### 3.1.2 Seleção

A seleção dos indivíduos é probabilística e baseada na aptidão de cada indivíduo, de modo que os mais aptos apresentam uma maior probabilidade de serem selecionados. O método de seleção permite que um indivíduo seja selecionado mais de uma vez, e que todos os indivíduos da população tenham chance de ser selecionados para constituir a nova população. Existem várias técnicas de seleção de indivíduos, tendo como alguns exemplos a seleção por roleta e torneios (GOLDBERG, 1989; MICHALEWICZ, 1994).

O primeiro método de seleção, nomeado por roleta foi desenvolvido por Holland (1975). A cada indivíduo é atribuída uma probabilidade de seleção  $P_i$ , sendo  $i$  a posição do indivíduo na população. A probabilidade do indivíduo  $i$  ser selecionado é definida pela

Equação 3.1.

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{j=1}^n F_j} \quad (3.1)$$

onde  $F_i$  é a forma decimal do indivíduo  $i$ ,  $n$  é o tamanho da população e  $P_i$  é a probabilidade do indivíduo  $i$  ser selecionado para a nova população.

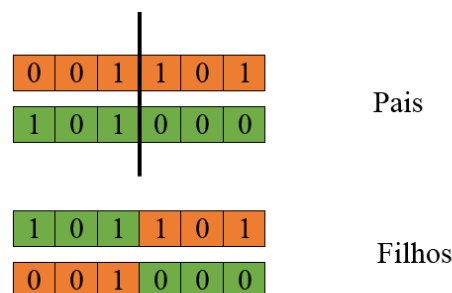
A utilização do método da roleta limita o AG à maximização, uma vez que a função de avaliação mapeia as soluções para um conjunto totalmente ordenado de valores de  $\mathbb{R}^+$ . Uma série de números aleatórios  $N$  é gerada e são comparados com suas probabilidades acumulativas  $C_i = \sum_{j=1}^i P_j$ . O indivíduo é considerado apto para pertencer a nova população se  $C_{i-1} < U(0,1) \leq C_i$ , sendo  $U$  um valor entre o conjunto fechado  $(0, 1)$  (HOLLAND, 1975).

### 3.1.3 Cruzamento

Após a seleção dos indivíduos, os mesmos são submetidos ao cruzamento (*crossover*). Nesta etapa, os indivíduos são organizados em pares, seus genes são utilizados para geração de um novo indivíduo (filho), que será agregado à população, substituindo os indivíduos descartados no processo de seleção. Os operadores de cruzamento (GOLDBERG, 1989; DAVIS, 1991) mais utilizados são:

- Cruzamento de um ponto: Neste tipo de cruzamento é determinado um ponto de corte nos genomas dois pais, de forma que o filho herde parte do genoma de cada um dos pais, como pode ser visto na Fig. 18:

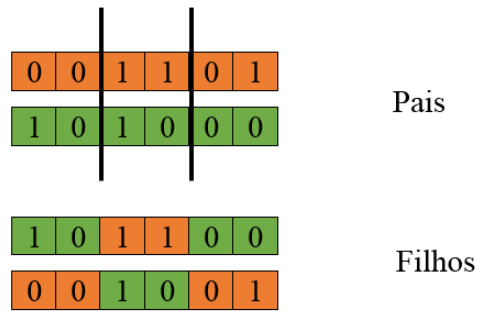
Figura 18 – Exemplo: Cruzamento de um ponto



Fonte: o autor

- Cruzamento multiponto: Nesta forma de cruzamento, escolhe-se  $n$  pontos de cortes ( $n$  um ponto fixo), sendo que o filho recebe parte do genoma de cada um dos pais, como pode ser visto na Fig. 18 (considerando  $n = 2$ ):

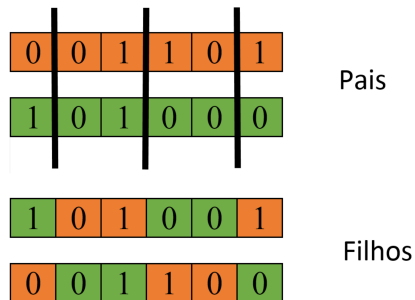
Figura 19 – Exemplo: Cruzamento Multiponto



Fonte: o autor

- Cruzamento segmentado: Semelhante ao cruzamento multiponto, porém o número  $n$  é alterado todas as vezes que o método é executado, como ilustrado na Fig. 20 (considerando como sorteio  $n = 3$ ):

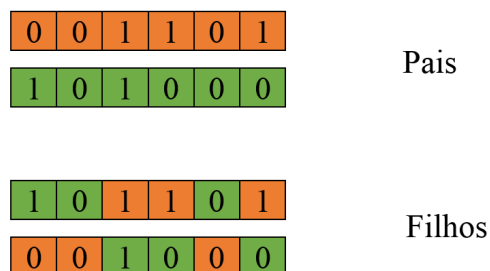
Figura 20 – Exemplo: Cruzamento Segmentado



Fonte: o autor

- Cruzamento uniforme: Neste cruzamento, cada gene do filho será escolhido como sorteio, recebendo genes de cada um dos pais, como mostrado na Fig. 21:

Figura 21 – Exemplo: Cruzamento uniforme



Fonte: o autor

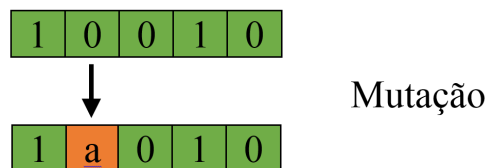
### 3.1.4 Mutação

A mutação consiste na introdução de pequenas perturbações na população, alterando assim a estrutura de alguns indivíduos. Este é um processo importante, pois garante a diversidade da população, permitindo uma maior exploração do espaço de busca, também contando como estratégia para fuga de mínimos locais. Porém, deve-se determinar corretamente a taxa de mutação da população, uma vez que, taxas muito altas podem acarretar em perda de características fundamentais da população (GOLDBERG, 1989; DAVIS, 1991; GEYER-SCHULZ, 1997).

Os operadores de mutação mais conhecidos são:

- Mutação *flip*: O gene a sofrer mutação é substituído por um valor, determinado aleatoriamente, dentro de um conjunto de valores válidos, como mostrado na Fig. 22, onde  $a \in A = 0, 1$  corresponde a um valor aleatório;

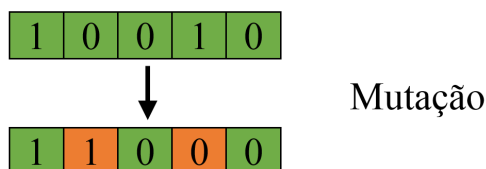
Figura 22 – Exemplo: Mutação *flip*



Fonte: o autor

- Mutação por Troca:  $n$  genes são sorteados e permutados entre si, como mostrando na Fig. 23 abaixo ( $n = 2$ ):

Figura 23 – Exemplo: Mutação Por troca



Fonte: o autor

### 3.1.5 Atualização e Finalização

Após a realização das etapas anteriores, torna-se necessário atualizar a população para a próxima geração. Na forma tradicional do AG, o número de indivíduos da população mantém-se fixo ao longo de todo o processo de otimização, sendo que, em cada geração os

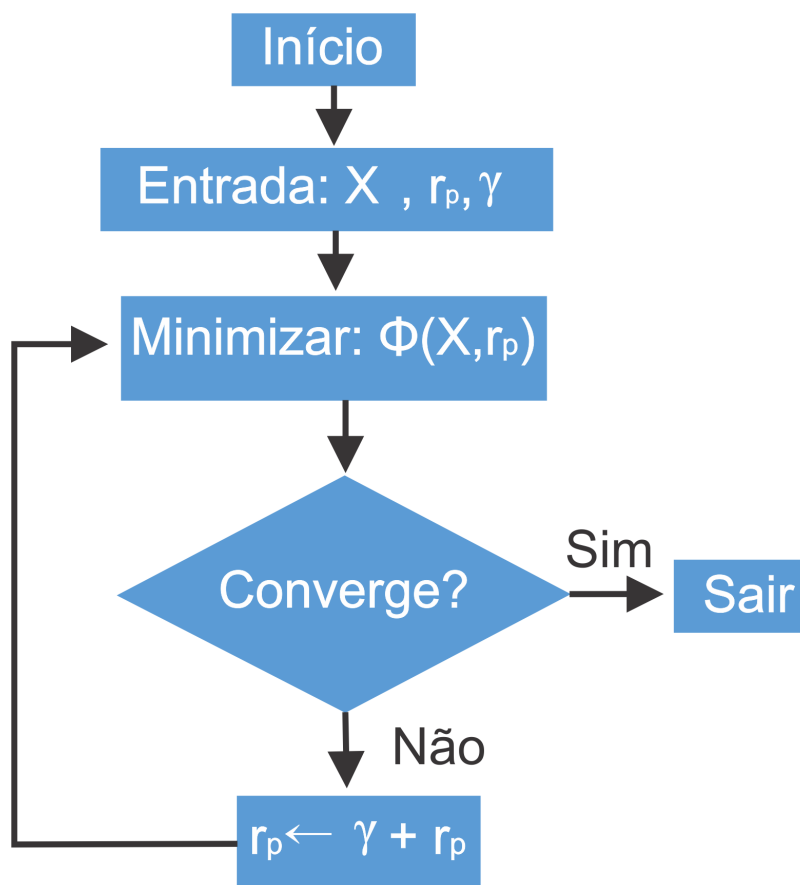
novos indivíduos gerados e os indivíduos selecionados, substituem totalmente a população anterior (GOLDBERG, 1989; DAVIS, 1991).

O critério de parada não está ligado a algum operador genético. Os critérios de parada mais adotados nos AG são número de gerações realizadas ou o grau de convergência da população atual, porém o critério de parada está intimamente ligado ao tipo de problema a ser resolvido (GOLDBERG, 1989).

### 3.2 Método da Penalidade Exterior

O método da penalidade exterior é um método utilizado para tratamento de restrições, de forma que o mesmo penaliza a função objetivo, todas as vezes em que uma restrição é violada (VANDERPLAATS, 1984). O fluxograma do método da penalidade exterior é exibido pela Fig. 24.

Figura 24 – Método da Penalidade Exterior



Adaptado de: (VANDERPLAATS, 1984)

onde:

- $\Phi(X, r_p)$ : é chamada função pseudo objetivo, sendo dada pela Equação 3.2;

$$\Phi(X, r_p) = F(X) + r_p P(X) \quad (3.2)$$

- $P(X)$  é denominada função penalidade, sendo a mesma apresentada pela Equação 3.3;

$$P(X) = \sum_{j=1}^m \{\max[0, g_j(X)]\}^2 + \sum_{k=1}^l [h_k(X)]^2 \quad (3.3)$$

- $r_p$  corresponde ao peso;
- $g_j (g_j \leq 0, \forall j = 1, 2, 3, \dots, m)$  são as restrições de desigualdade do problema;
- $h_k (h_k \leq 0, \forall k = 1, 2, 3, \dots, l)$  são as restrições de igualdade do problema.

A função a ser otimizada, no método da Penalidade Exterior é a função Pseudo-Objetivo, de modo que a mesma é penalizada pelo valor da Função Penalidade, multiplicado por  $r_p$ , toda vez que ocorre violação das restrições. A variável  $r_p$  inicia-se com valores pequenos (uma penalização mais branda), e tem seu valor aumentado segundo uma constante  $\gamma$ . Valores baixos de  $r_p$  permitem uma violação das restrições, enquanto que valores altos, podem impedir que a função se aproxime dos limites de busca, ocasionando problemas na convergência do método, fazendo com que a escolha de  $r_p$  e  $\gamma$  cruciais para uma boa convergência do algoritmo - sendo os mesmos determinados experimentalmente (VANDERPLAATS, 1984).

### 3.3 Métodos Multiobjetivos e suas Classificações

Problemas de otimização multiobjetivo são aqueles que envolvem a minimização ou maximização simultânea de um conjunto de objetivos, satisfazendo as restrições do problema (ARROYO, 2002). Na maioria dos casos, tais objetivos são conflitantes, o que faz que, geralmente, não apresente apenas uma solução ótima e sim, um conjunto de soluções eficientes (TICONA, 2008).

Para muitos autores, como (ARROYO, 2002) e (VELDHUIZEN; LAMONT, 2000), é possível classificar os métodos de otimização multiobjetivos em três categorias, método a-priori; método a-posteriori e método iterativo.

No método a-priori, a busca por soluções é realizada antes da resolução do problema. Para isto pode-se utilizar duas configurações distintas. A primeira configuração consiste em combinar os objetivos em um único objetivo, sendo explicitada a preferência por cada objetivo através de pesos, permitindo assim, utilizar de métodos tradicionais para resolução de problemas mono-objetivos. A segunda configuração consiste em uma classificação ordinal de preferências, onde, considera-se apenas o primeiro objetivo, resolvendo o problema

para apenas este. Logo em seguida, resolve-se o problema para o segundo objetivo, sendo a mesma sujeita a solução encontrada anteriormente, e assim sucessivamente, até que não restem mais objetivos a serem otimizados (PANTUZA JÚNIOR., 2011).

No método a-posteriori, a decisão é feita após a realização da busca das soluções Pareto-ótimas, ou seja, após a busca da solução ótima, obtém-se um conjunto de soluções, denominadas Pareto-ótimas, no qual, o decisor, deverá selecionar a solução mais adequada ao seu problema. Neste caso, considera-se que todos os objetivos apresentam a mesma relevância para o problema (PANTUZA JÚNIOR., 2011).

Finalmente, no método iterativo, ocorre interferência do decisor durante o processo de busca da solução ótima, objetivando-se direcionar a busca a regiões onde existam soluções relevantes. Tal interferência pode-se ocorrer durante cada iteração, de forma que o decisor, antes de cada processo iterativo, guie a busca a partir de um conjunto de soluções conflitantes (PANTUZA JÚNIOR., 2011).

### 3.4 Ótimo de Pareto

Problemas de otimização multiobjetivo (*Multiobjective Optimization*, MOO) necessitam de técnicas distintas, diferentes das utilizadas em problemas com apenas um objetivo, uma vez que, frequentemente ocorrem conflitos entre os objetivos de modo que a melhora de um implica na deterioração do outro. Nota-se que, havendo dois objetivos a serem otimizados, é possível determinar, individualmente, uma solução ótima para o primeiro objetivo e, outra solução que melhore o segundo objetivo (MICHALEWICZ, 1994) ou seja, enquanto na otimização mono-objetivo a solução ótima é determinada, na otimização multiobjetivo geralmente tem-se um conjunto de alternativas, conhecidas como soluções Pareto-ótimas, também denominadas como soluções eficientes ou conjunto admissível do problema (FONSECA; FLEMING, 1995).

O conceito de Pareto-ótimo constitui a origem da busca na otimização multiobjetivo, podendo descrever as soluções ótimas de Pareto como sendo um problema de minimização, onde todas as funções objetivos devem ser minimizadas pelas seguintes definições (PARETO, 1964):

**Definição 1:** Um ponto  $A(a_1, a_2, a_3, \dots, a_m)$  domina um ponto  $B(b_1, b_2, b_3, \dots, b_m)$  se:  $\forall i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}: f_i(A) \leq f_i(B)$  e  $\forall j \in \{1, 2, 3, \dots, m\}: f_j(A) < f_j(B)$ ;

**Definição 2:** Um ponto  $A$  é uma solução não dominada e pertence à fronteira de Pareto se, não existe nenhum outro ponto  $B$ , tal que  $B$  domine  $A$ .

Em geral, para cada região viável, existe um conjunto de soluções não dominadas, conhecidas como ótimas de Pareto (VITA, 2009).

O ranqueamento de Pareto, que indica o grau de dominância de um indivíduo é dado

pelo Algoritmo 2.

---

**Algoritmo 2** – Ordenação Pareto
 

---

**Require:** N ▷ Tamanho da população a ser ordenada.

- 1:  $N' \leftarrow N$ ;
- 2: Rank\_atual  $\leftarrow 1$ ;
- 3: **while**  $N \neq 0$  **do** ▷ Verifica a existência de pontos a serem classificados.
- 4:   **for**  $i \leftarrow 1, N'$  **do**
- 5:     **if** rank( $y_i$ ) = Rank\_atual **then**
- 6:       Armazena  $y_i$  em um conjunto temporário;
- 7:        $N \leftarrow N-1$ ;
- 8:     **end if**
- 9:   **end for**
- 10: Rank\_atual  $\leftarrow$  Rank\_atual+1;
- 11:  $N' \leftarrow N$ ;
- 12: **end while**

---

Adaptado de: [Veldhuizen e Lamont \(2000\)](#)

### 3.5 Método da Soma Ponderada

A maioria dos problemas reais, envolvem otimização de vários objetivos, porém a grande maioria dos métodos de otimização para estes problemas, evita a complexidade oriunda de problemas multiobjetivos. Muitos métodos foram desenvolvidos a fim de converter problemas multiobjetivos para mono-objetivos ([DEB, 2001](#)).

O método da Soma Ponderada consiste na transformação do problema multiobjetivo em um problema mono-objetivo, atribuindo a cada objetivo um peso correspondente. Por exemplo, para um problema de minimização tem-se:

$$\text{minimizar } f(X) = \sum_{i=1}^j w_i f_i(X) \quad (3.4)$$

onde  $w_i$  é o peso associado ao objetivo  $f_i$ , sendo  $i = 1, 2, \dots, r$ , a quantidade de objetivos a serem otimizados. O vetor de pesos  $W = (w_1, w_2, \dots, w_r)$  é definido pelo usuário, de acordo com a importância de cada objetivo ([PANTUZA JÚNIOR., 2011](#)).

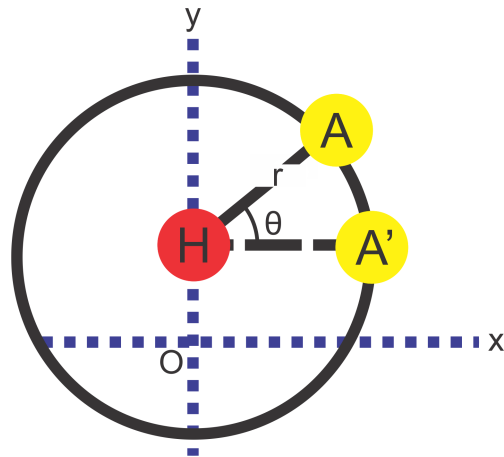
Para que os pesos reflitam a importância de cada objetivo, torna-se necessária a normalização destes, ou seja, devem estar todos em uma mesma escala ou ordem de grandeza ([PANTUZA JÚNIOR., 2011](#)) o que permite que o método possa ser aplicado à problemas de otimização multiobjetivo.







Figura 27 – Trajetória do Nó A



Fonte: o autor

Desta forma, pode-se definir a trajetória do nó A através de suas coordenadas polares, ou seja, a posição de A é dada por:

$$A: \begin{aligned} x_A &= x_H + r \cos(\theta) \\ y_A &= y_H + r \sin(\theta) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Sendo  $x_H = 0$ , a coordenada do nó A pode ser definida como:

$$A: \begin{aligned} x_A &= r \cos(\theta) \\ y_A &= y_H + r \sin(\theta) \end{aligned} \quad (4.2)$$

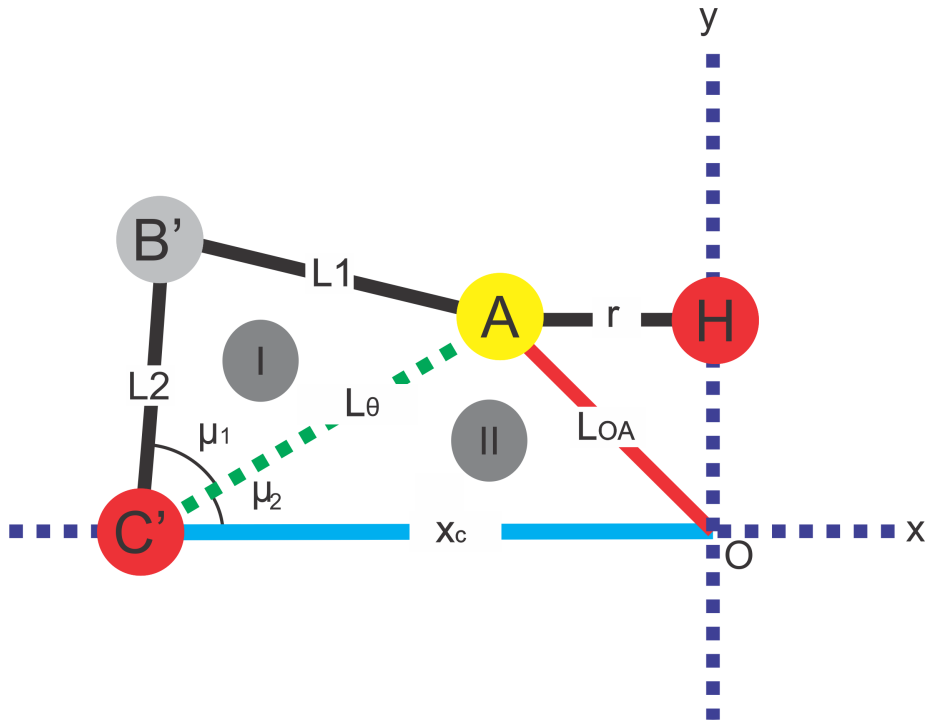
### 4.3 Perna Esquerda ( $x_c < 0$ )

A perna esquerda encontra-se nos quadrantes II e III, logo, o ponto  $x_c$  apresenta abscissa negativa, com isto, para a modelagem desta estrutura, considerou  $x_c < 0$ .

#### 4.3.1 Coordenadas do Nó B'

Considerando a configuração geométrica ilustrada na Fig. 28:

Figura 28 – Configuração Geométrica para o nó B'



Fonte: o autor

Tem-se:

- $L_{OA}$ : Corresponde à distância cartesiana da origem do sistema de coordenadas cartesiano ao ponto A (variável em função de  $\theta$ ), sendo dada por:

$$L_{OA} = \sqrt{r^2 \cos^2 \theta + (y_H + r \operatorname{sen} \theta)^2} \quad (4.3)$$

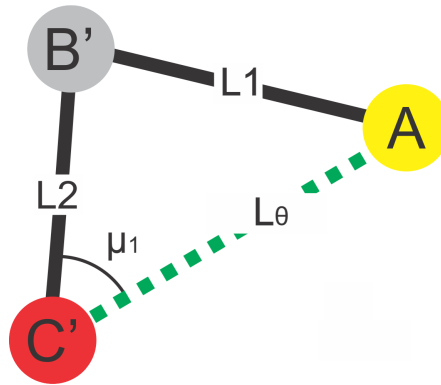
- $L_\theta$ : Corresponde à distância cartesiana do ponto A ao ponto C', variável segundo  $\theta$ , representada por:

$$L_\theta = \sqrt{(r \cos \theta - x_{C'})^2 + (y_H + r \operatorname{sen} \theta)^2} \quad (4.4)$$

- $\mu$ : Ângulo entre  $L_2$  e o eixo-x;
- $x_{C'}$ : Distância cartesiana entre a origem do sistema e o ponto C', fixa (independente de  $\theta$ ).

Para determinar as coordenadas do nó B' no movimento, torna-se necessário determinar o ângulo  $\mu$ . Para isto, considera-se o Triângulo I (Fig. 29).

Figura 29 – Triângulo I usado para determinação das coordenadas de B'



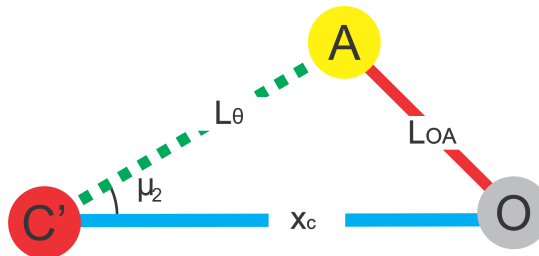
Fonte: o autor

Considerando a lei dos cossenos, determina-se o ângulo  $\mu_1$  como sendo:

$$\mu_1 = \cos^{-1} \left( \frac{L_2^2 + L_\theta^2 - L_1^2}{2L_\theta L_2} \right) \quad (4.5)$$

Deve-se considerar agora o Triângulo II, ilustrado pela Fig. 30:

Figura 30 – Triângulo II usado para determinação das coordenadas de B'



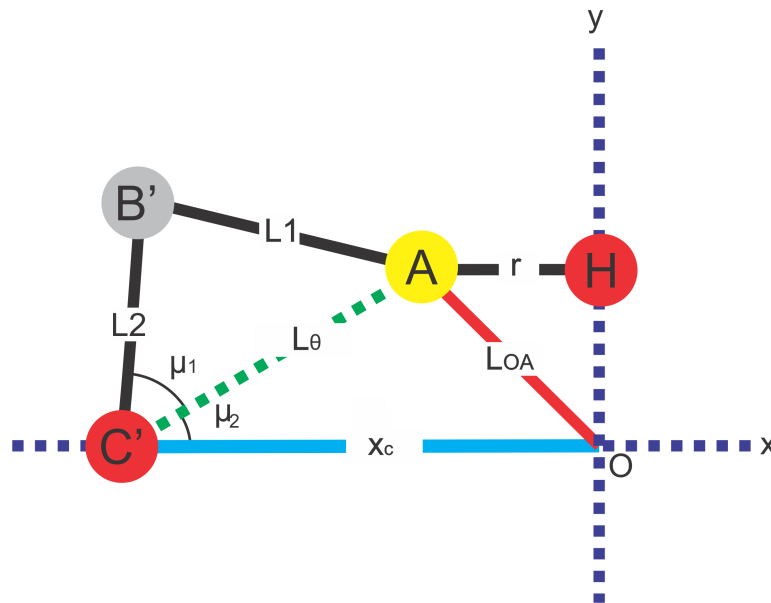
Fonte: o autor

Pela lei dos cossenos, tem-se:

$$\mu_2 = \cos^{-1} \left( \frac{L_\theta^2 + x_c^2 - L_{OA}^2}{2L_\theta |x_c|} \right) \quad (4.6)$$

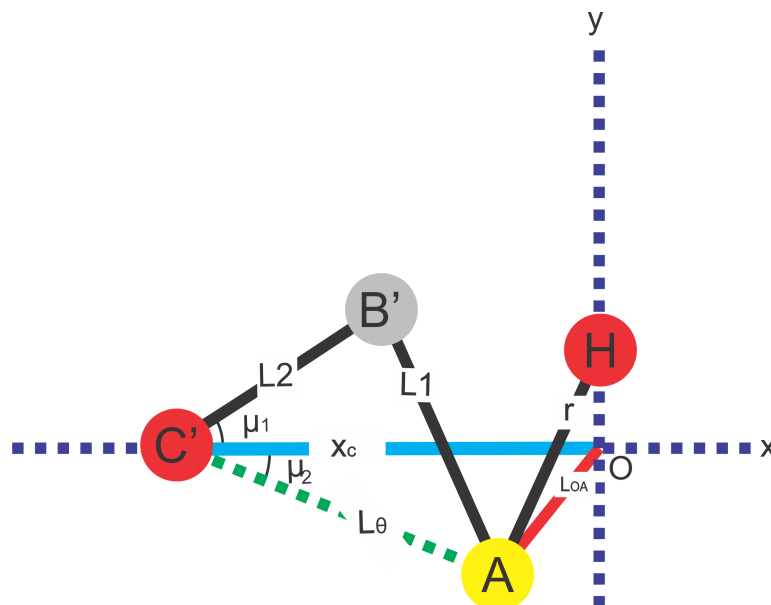
O ângulo  $\mu$  está sujeito as variações angulares de  $\mu_1$  e  $\mu_2$  (ocasionadas por  $\theta(t)$ ). Desta forma:

- Quando  $y_a$  é maior que zero (Fig. 31),  $\mu = \mu_1 + \mu_2$ ;

Figura 31 – Configuração na qual  $y_a > 0$ 

Fonte: o autor

- Quando  $y_a$  é igual a zero,  $\mu = \mu_1$ , pois  $\mu_2 = 0$ ;
- Quando  $y_a$  é menor que zero (Fig. 32),  $\mu = \mu_1 - \mu_2$ ;

Figura 32 – Configuração na qual  $y_a < 0$ 

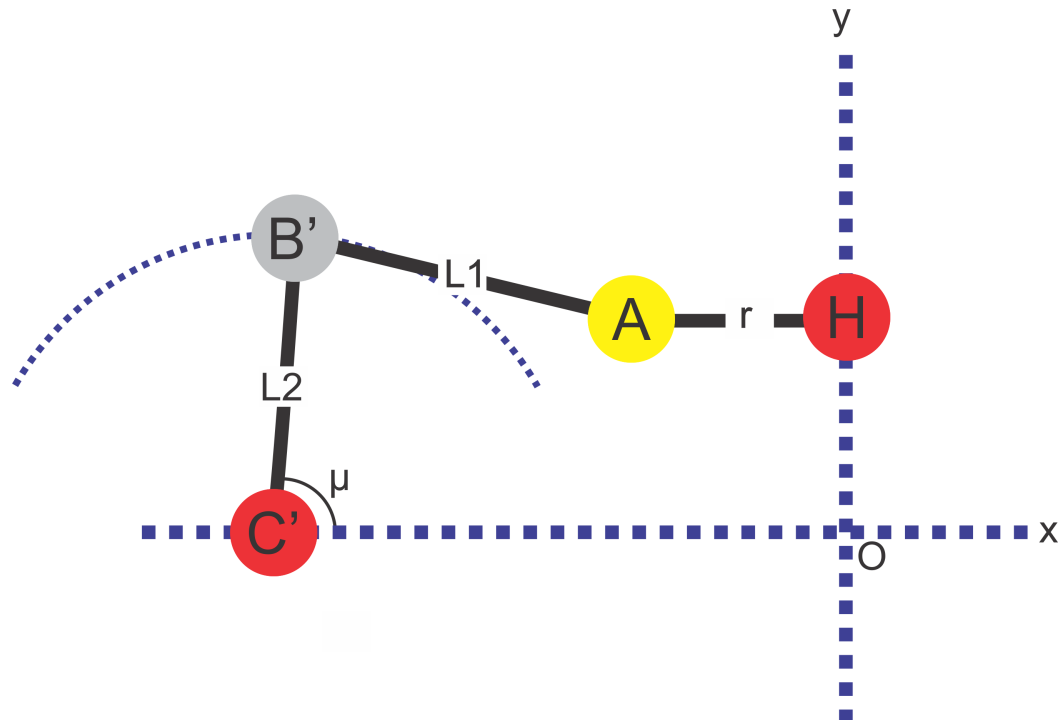
Fonte: o autor

O ângulo  $\mu$  é definido como:

$$\mu = \begin{cases} \mu_1 + \mu_2 & y_a \geq 0 \\ \mu_1 - \mu_2 & y_a < 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

Considera-se  $L_2$  como sendo o raio de uma circunferência centrada em  $C'$  (Fig. 33):

Figura 33 – Configuração geométrica para o nó  $B'$



Fonte: o autor

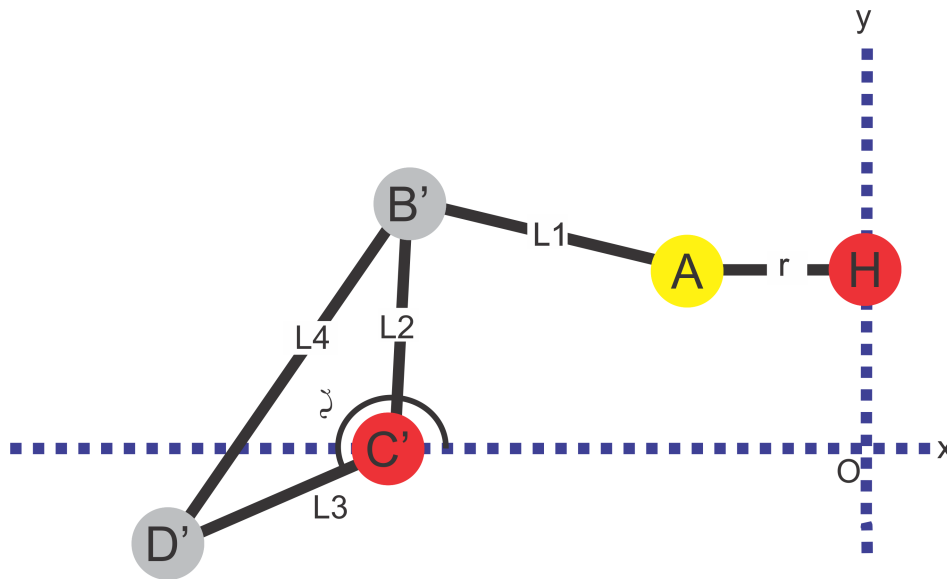
E então, as coordenadas do nó  $B'$  no movimento, são dadas por:

$$B' : \begin{cases} x_{B'} = x_{C'} + L_2 \cos(\mu) \\ y_{B'} = y_{C'} + L_2 \text{sen}(\mu) \end{cases} \quad (4.8)$$

### 4.3.2 Coordenadas do Nó $D'$

A Fig. 34 ilustra a configuração geométrica considerada para determinação das coordenadas do nó  $D'$  no movimento.

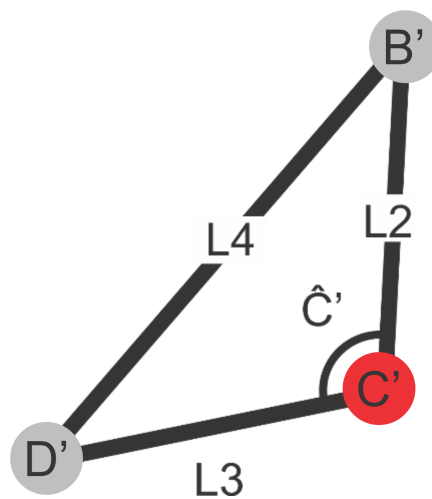
Figura 34 – Configuração geométrica para o nó D'



Fonte: o autor

Os nós B' e D' sofrem a mesma variação angular, uma vez que ambos são vértices do triângulo B'C'D' (Fig. 35).

Figura 35 – Triângulo B'C'D'



Fonte: o autor

Pela lei dos cossenos, o ângulo  $\hat{C}'$  é definido como:

$$\hat{C}' = \cos^{-1} \left( \frac{L_2^2 + L_3^2 - L_4^2}{2L_2L_3} \right) \quad (4.9)$$

Determina-se o ângulo  $\zeta$  como:  $\zeta = \hat{C}' + \mu$ . Considerando  $L_3$  como sendo o raio de

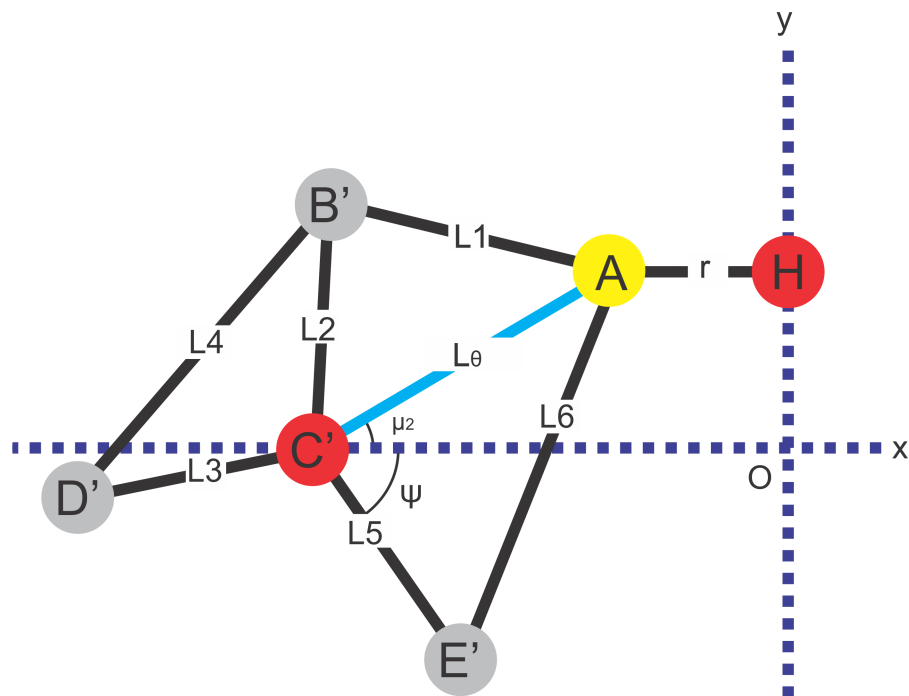
uma circunferência centrada em  $C'$ , as coordenadas do nó  $D'$  no movimento são dadas por:

$$D': \begin{aligned} x_{D'} &= x_{C'} + L_3 \cos(\zeta) \\ y_{D'} &= y_{C'} + L_3 \sin(\zeta) \end{aligned} \quad (4.10)$$

### 4.3.3 Coordenadas do Nó $E'$

Considere a configuração geométrica ilustrada na Fig. 36:

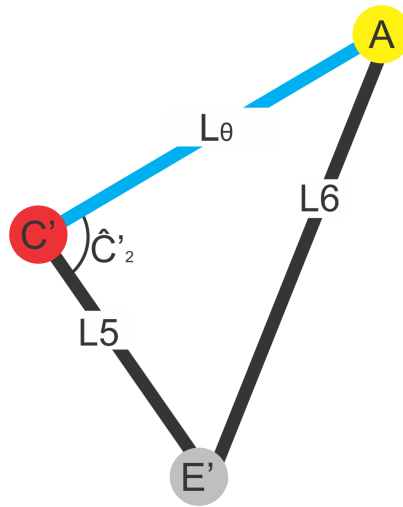
Figura 36 – Configuração Geométrica do Nó  $E'$



Fonte: o autor

Considerando o triângulo  $AC'E'$  ilustrado na Fig. 37:

Figura 37 – Triângulo AC'E'



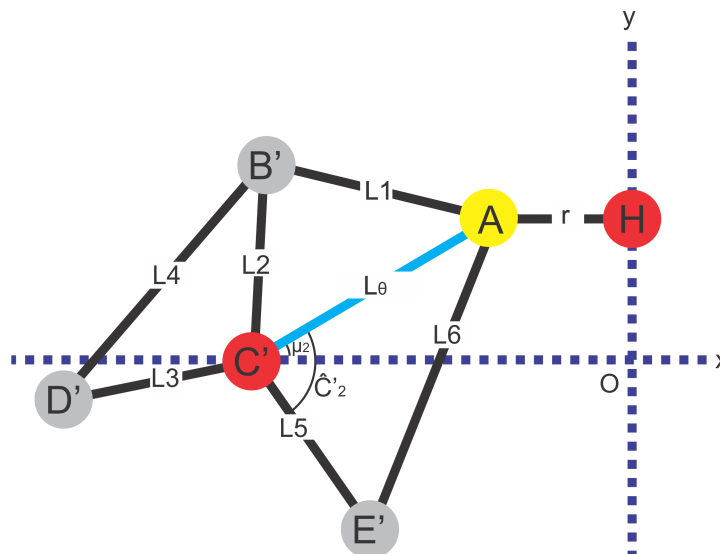
Fonte: o autor

o ângulo  $\hat{C}'_2$  é obtido através da lei dos cossenos:

$$\hat{C}'_2 = \cos^{-1} \left( \frac{L_5^2 + L_\theta^2 - L_6^2}{2L_5L_\theta} \right) \quad (4.11)$$

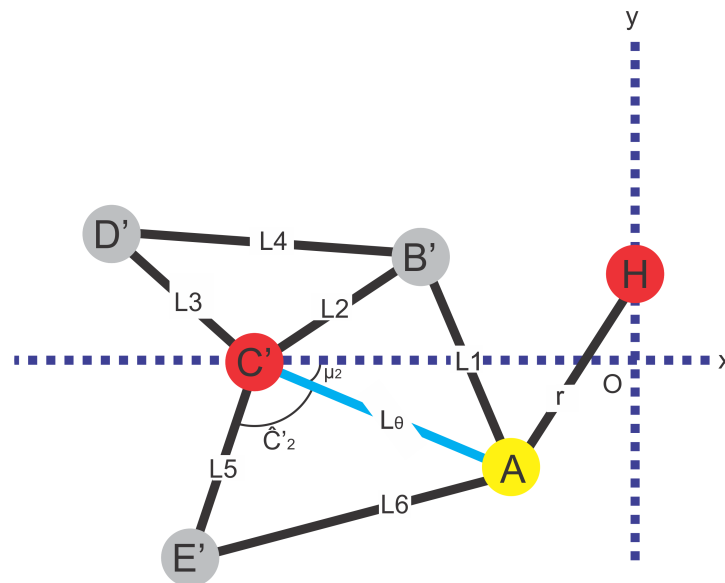
Para determinar o ângulo  $\Psi$  – ângulo entre  $L_5$  e o eixo x – é importante observar que:

- $\Psi$ : é o ângulo entre a barra  $L_5$  e o eixo-x do plano cartesiano e é definido por uma operação de soma ou subtração entre  $\mu_2$  e  $\hat{C}'_2$ ;
- Quando  $y_a > 0$  (Fig. 38),  $\Psi = \hat{C}'_2 - \mu_2$

Figura 38 – Configuração na qual  $y_a > 0$ 

Fonte: o autor

- Quando  $y_a = 0$ ,  $\Psi = \hat{C}'_2$ ;
- Quando  $y_a < 0$  (Fig. 39),  $\Psi = \hat{C}'_2 + \mu_2$

Figura 39 – Configuração na qual  $y_a < 0$ 

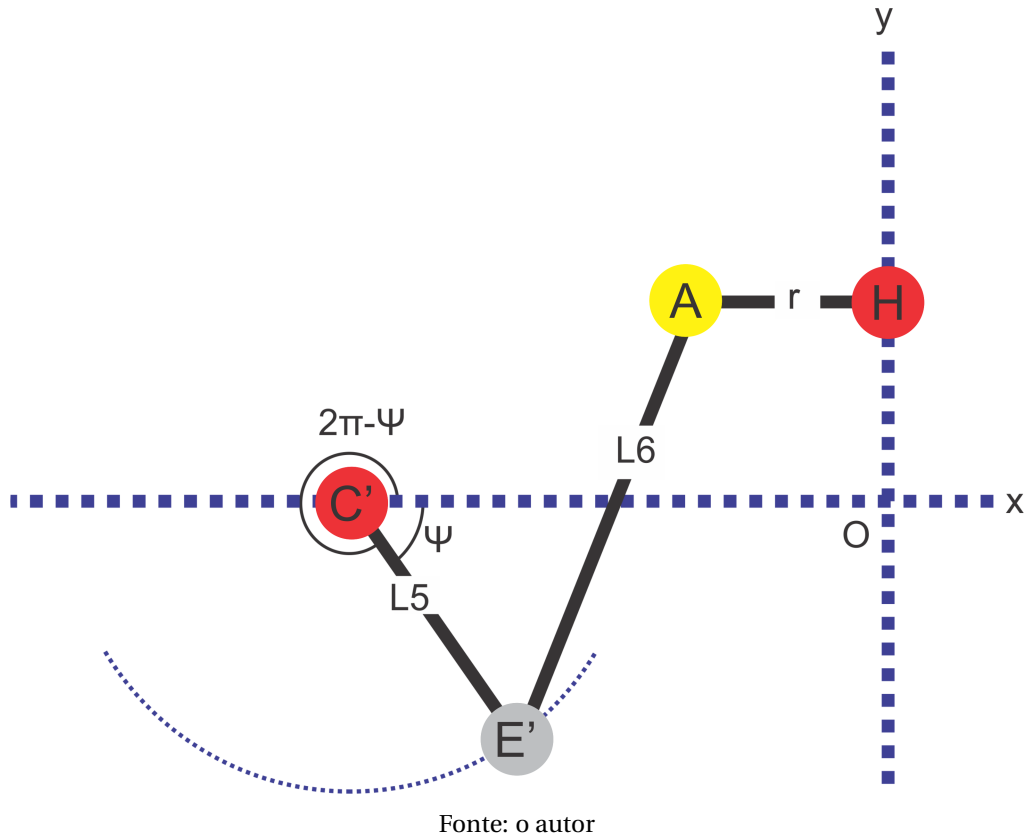
Fonte: o autor

Desta forma, o ângulo  $\Psi$  será definido por:

$$\Psi = \begin{cases} \hat{C}'_2 - \mu_2, & y_a \geq 0 \\ \hat{C}'_2 + \mu_2, & y_a < 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

Considerando  $L_5$  como sendo o raio de uma circunferência cujo centro é o ponto C' (Fig. 40):

Figura 40 – Configuração geométrica para o nó E'



São determinadas as coordenadas do nó E' no movimento:

$$E' : \begin{cases} x_{E'} = x_{C'} + L_5 \cos(2\pi - \Psi) \\ y_{E'} = y_{C'} + L_5 \text{sen}(2\pi - \Psi) \end{cases} \quad (4.13)$$

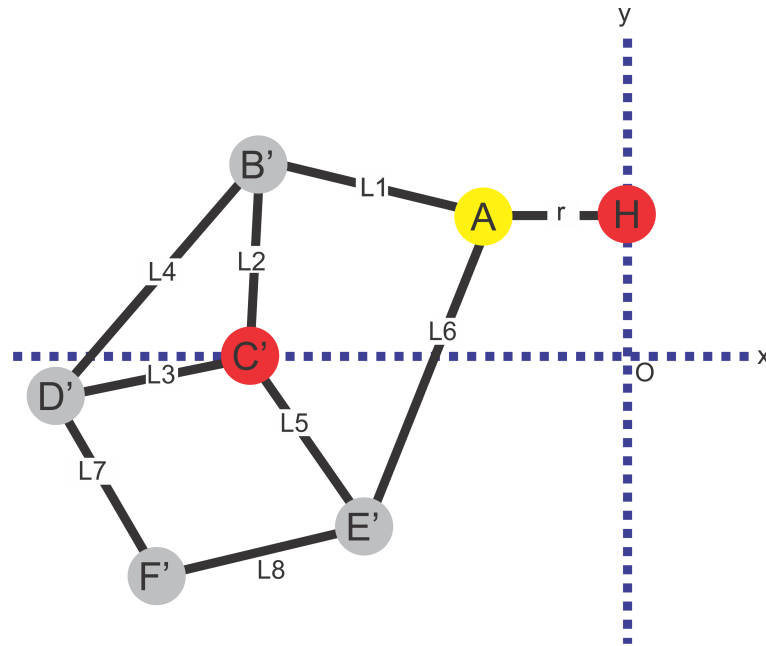
Pode-se reescrever a Eq. 4.13, utilizando definições de soma e subtração de arcos trigonométricos, na forma:

$$E' : \begin{cases} x_{E'} = x_{C'} + L_5 \cos(\Psi) \\ y_{E'} = y_{C'} - L_5 \text{sen}(\Psi) \end{cases} \quad (4.14)$$

#### 4.3.4 Coordenadas do Nó F'

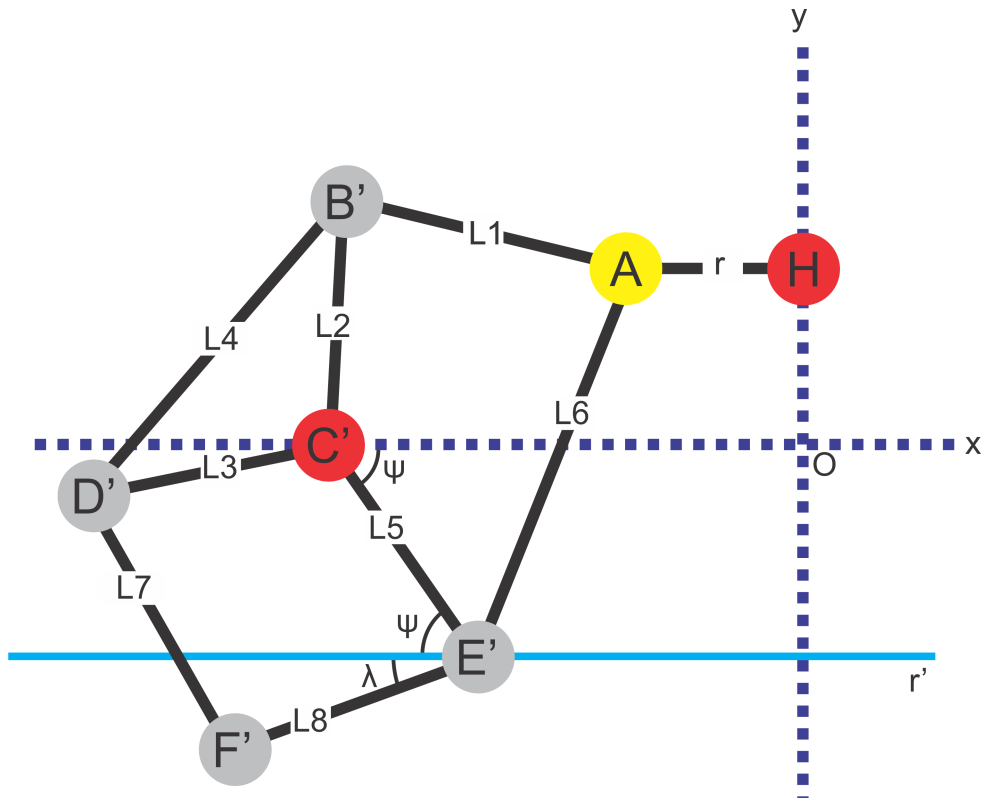
Para a determinação das coordenadas do nó F' no movimento, considera-se o modelo geométrico exibido na Fig. 41:

Figura 41 – Configuração geométrica para o nó F'



Fonte: o autor

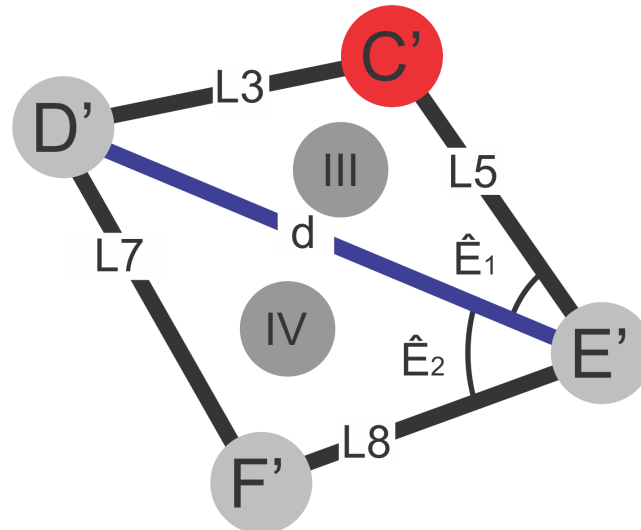
Traçando uma reta  $r'$ , por  $E'$ , paralela ao eixo-x, pelo lema dos ângulos alternos internos, o ângulo entre  $L_5$  e a reta  $r'$ , tem valor igual ao ângulo entre  $L_5$  e o eixo-x (Fig. 42).

Figura 42 – Reta  $r'$  em configuração de ângulos alternos-internos

Fonte: o autor

Para determinar o ângulo  $\hat{E}'$  considera-se a configuração geométrica ilustrada na Fig. 43.

Figura 43 – Quadrilátero C'D'E'F'



Fonte: o autor

Assim, a diagonal (d) do quadrilátero C'D'E'F' corresponde a distância cartesiana entre os pontos E' e D', sendo que, esta é variável segundo o ângulo  $\theta$ .

Considerando o Triângulo III (E'D'C'), pela lei dos cossenos, o ângulo  $\hat{E}_1$  é determinado por:

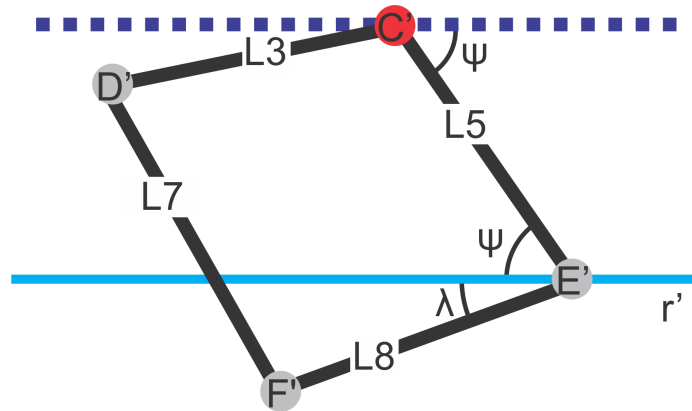
$$\hat{E}_1 = \cos^{-1} \left( \frac{L_5^2 + d - L_3^2}{2L_5d} \right) \quad (4.15)$$

Agora, considerando o triângulo IV (E'F'D'), o ângulo  $\hat{E}_2$ , de maneira similar é obtido pela lei dos cossenos:

$$\hat{E}_2 = \cos^{-1} \left( \frac{L_8^2 + d - L_7^2}{2L_8d} \right) \quad (4.16)$$

Com isto, define-se o ângulo  $\hat{E}'$  é dado por  $\hat{E}' = \hat{E}_1 + \hat{E}_2$ . Conhecido  $\hat{E}'$ , torna-se possível determinar o ângulo  $\lambda$  considerando a configuração geométrica dada pela Fig. 44, onde a reta  $r'$  por E' é paralela ao eixo-x.

Figura 44 – Configuração geométrica para o nó F'



Fonte: o autor

O ângulo  $\lambda$  é tal que  $\lambda = \hat{E}' - \Psi$ .

Considerando agora uma circunferência de raio  $L_8$  centrada em  $E'$ , pode-se determinar as coordenadas de  $F'$  para cada ângulo da manivela AH, como:

$$F' : \begin{aligned} x_{F'} &= x_{E'} + L_8 \cos(\lambda + \pi) \\ y_{F'} &= y_{E'} + L_8 \text{sen}(\lambda + \pi) \end{aligned} \quad (4.17)$$

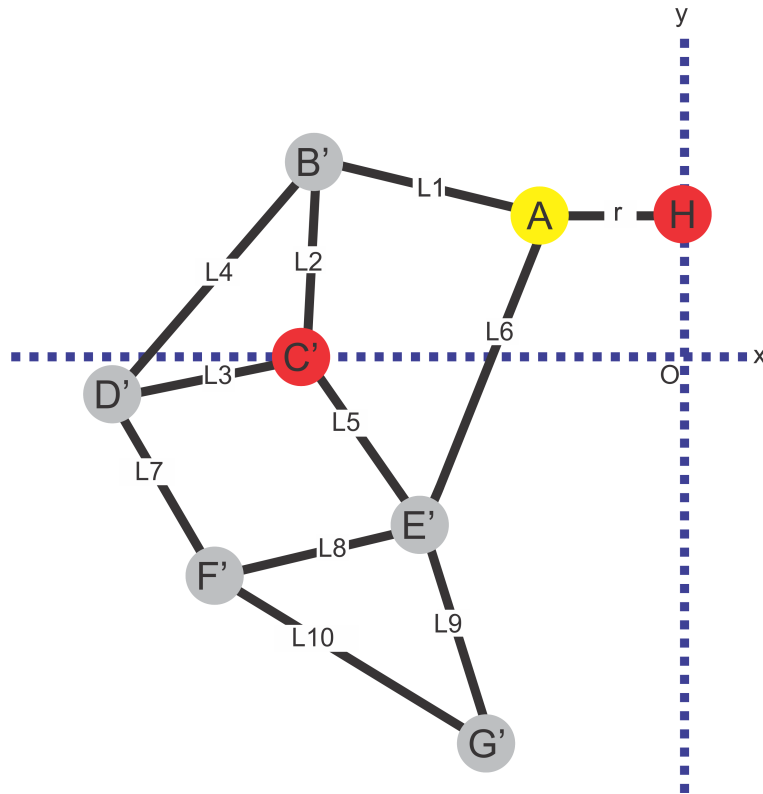
Pode-se reescrever a Eq. 4.18, utilizando definições de soma e subtração de arcos trigonométricos, na forma:

$$F' : \begin{aligned} x_{F'} &= x_{E'} + L_8 \cos(\lambda) \\ y_{F'} &= y_{E'} + L_8 \text{sen}(\lambda) \end{aligned} \quad (4.18)$$

### 4.3.5 Coordenadas do Nó G'

A determinação das equações do movimento do nó  $G'$ , que é o pé da perna esquerda, toma por base, a configuração geométrica ilustrada na Fig. 45.

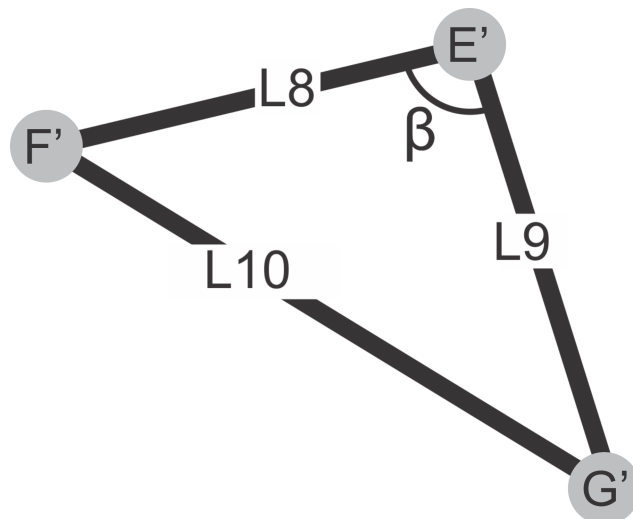
Figura 45 – Configuração geométrica para o nó G'



Fonte: o autor

Considera-se então o triângulo E'F'G' (Fig. 46):

Figura 46 – Triângulo E'F'G'



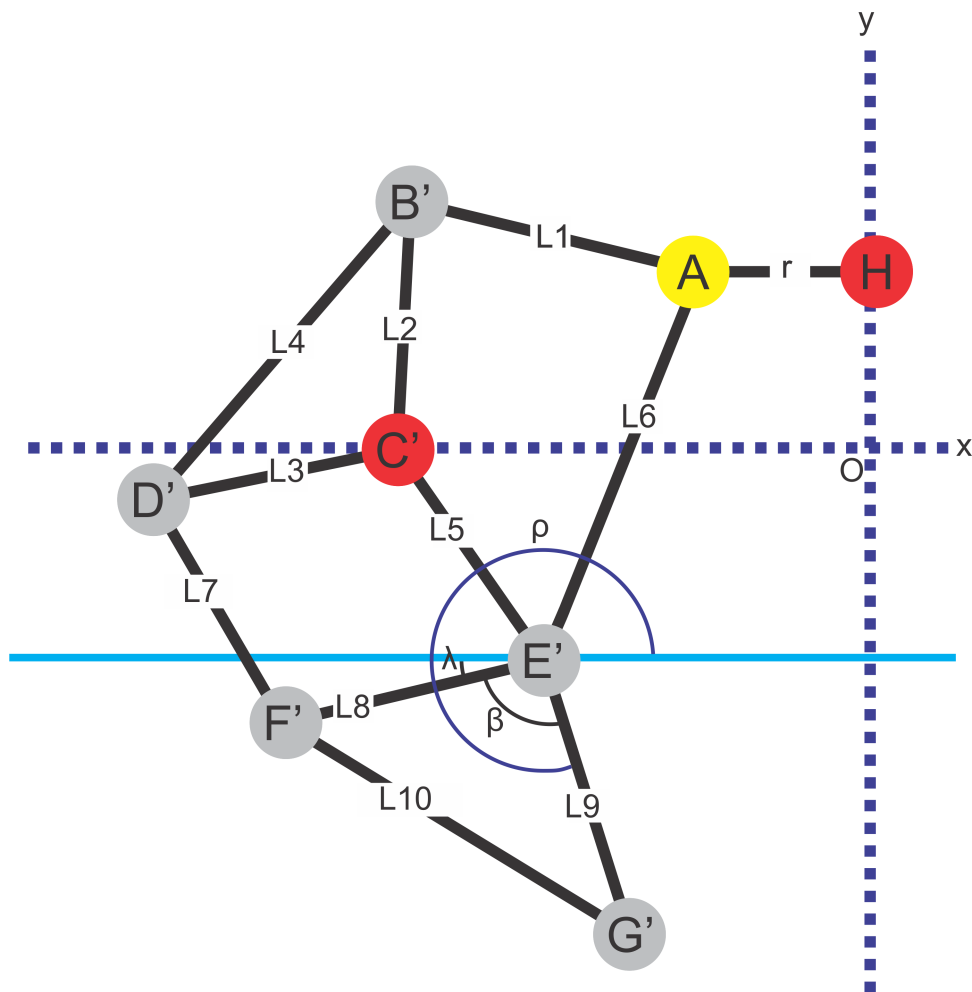
Fonte: o autor

É possível determinar o ângulo  $\beta$  através da lei dos cossenos:

$$\beta = \cos^{-1} \left( \frac{L_8^2 + L_9^2 - L_{10}^2}{2L_8L_9} \right) \quad (4.19)$$

O triângulo  $E'F'G'$  está sujeito às variações angulares de  $\lambda$ . Desta forma a variação angular do nó  $G'$  é dada por  $\rho = \pi + \beta + \lambda$  (Fig. 47).

Figura 47 – Configuração geométrica para determinação do ângulo  $\rho$



Fonte: o autor

Considerando  $L_9$  o raio de uma circunferência centrada em  $E'$ , as coordenadas do nó  $G'$  no movimento, serão dadas por:

$$G' : \begin{cases} x_{G'} = x_{E'} + L_9 \cos(\rho) \\ y_{G'} = y_{E'} + L_9 \text{sen}(\rho) \end{cases} \quad (4.20)$$

Pode-se reescrever a Eq. 4.20, utilizando definições de soma e subtração de arcos

trigonométricos, na forma:

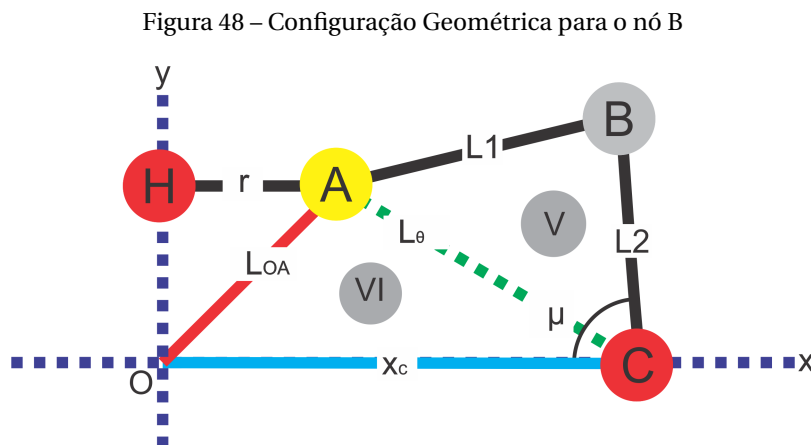
$$G' : \begin{cases} x_{G'} = x_{E'} + L_9 \cos(\lambda + \beta) \\ y_{G'} = y_{E'} + L_9 \operatorname{sen}(\lambda + \beta) \end{cases} \quad (4.21)$$

## 4.4 Perna Direita ( $x_c > 0$ )

A perna direita encontra-se nos quadrantes I e IV, logo, o ponto  $x_c$  apresenta abscissa positiva, logo o processo de modelagem de tal estrutura, leva em consideração  $x_c > 0$ .

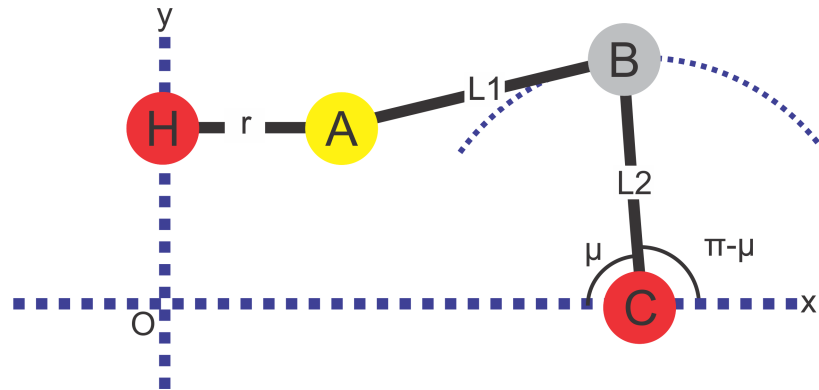
### 4.4.1 Coordenadas do Nó B

A configuração geométrica observada na Fig. 48, auxilia na determinação das coordenadas do nó B.



Fonte: o autor

O ângulo  $\mu$  necessário para determinar as coordenadas do nó B, é dado pela Eq. 4.7, devido à simetria existente entre cada par de pernas. Desta forma, as coordenadas do nó B no movimento, pode ser determinada tomando-se por base a configuração geométrica seguinte (Fig. 49).

Figura 49 – Representação do ângulo  $\mu$  para determinação das coordenadas de B

Fonte: o autor

Com isso, as coordenadas do nó B no movimento, são dadas por:

$$B: \begin{aligned} x_B &= x_C + L_2 \cos(\pi - \mu) \\ y_B &= y_C + L_2 \text{sen}(\pi - \mu) \end{aligned} \quad (4.22)$$

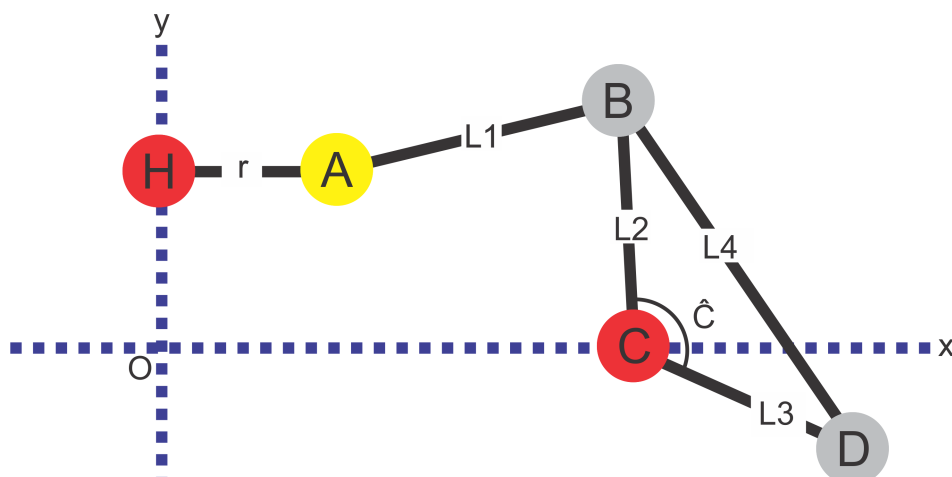
As quais podem ser reescritas como:

$$B: \begin{aligned} x_B &= x_C - L_2 \cos(\mu) \\ y_B &= y_C + L_2 \text{sen}(\mu) \end{aligned} \quad (4.23)$$

#### 4.4.2 Coordenadas do Nó D

A Fig. 50 ilustra a configuração geométrica considerada para determinação das coordenadas do nó D no movimento.

Figura 50 – Configuração Geométrica para o nó D



Fonte: o autor

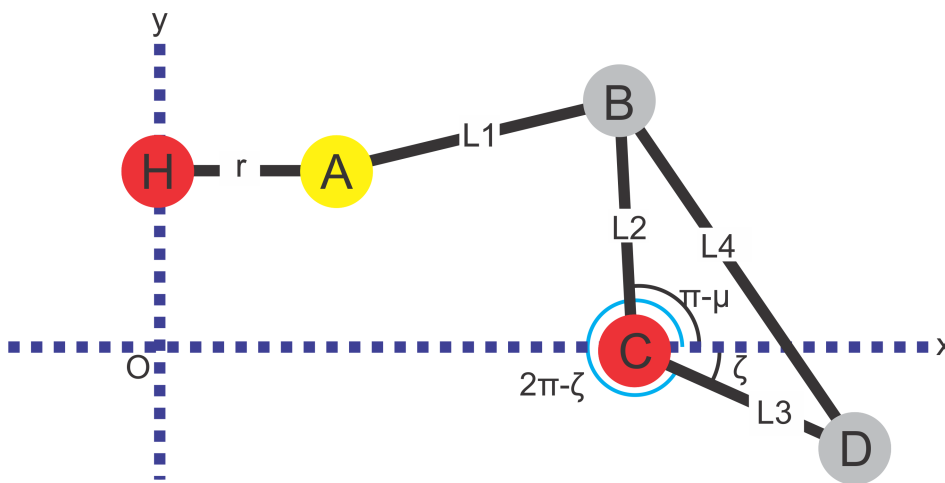
Nota-se que os nós B e D sofrem a mesma variação angular, uma vez que ambos são vértices do triângulo definido pelos pontos BCD.

Com isso, pela lei dos cossenos, o ângulo  $\hat{C}$  é dado por:

$$\hat{C} = \cos^{-1} \left( \frac{L_2^2 + L_3^2 - L_4^2}{2L_2L_3} \right) \quad (4.24)$$

O ângulo  $\zeta$  (Fig. 51), desta forma, será:  $\zeta = \hat{C} + \mu - \pi$  ou,  $\zeta = \hat{C} - (\pi - \mu)$ .

Figura 51 – Configuração considerada - nó D



Fonte: o autor

Considerando  $L_3$  como sendo o raio de uma circunferência centrada em C, são determinadas as coordenadas do nó D no movimento:

$$D: \begin{aligned} x_D &= x_C + L_3 \cos(2\pi - \zeta) \\ y_D &= y_C + L_3 \sen(2\pi - \zeta) \end{aligned} \quad (4.25)$$

As quais podem ser reescritas como:

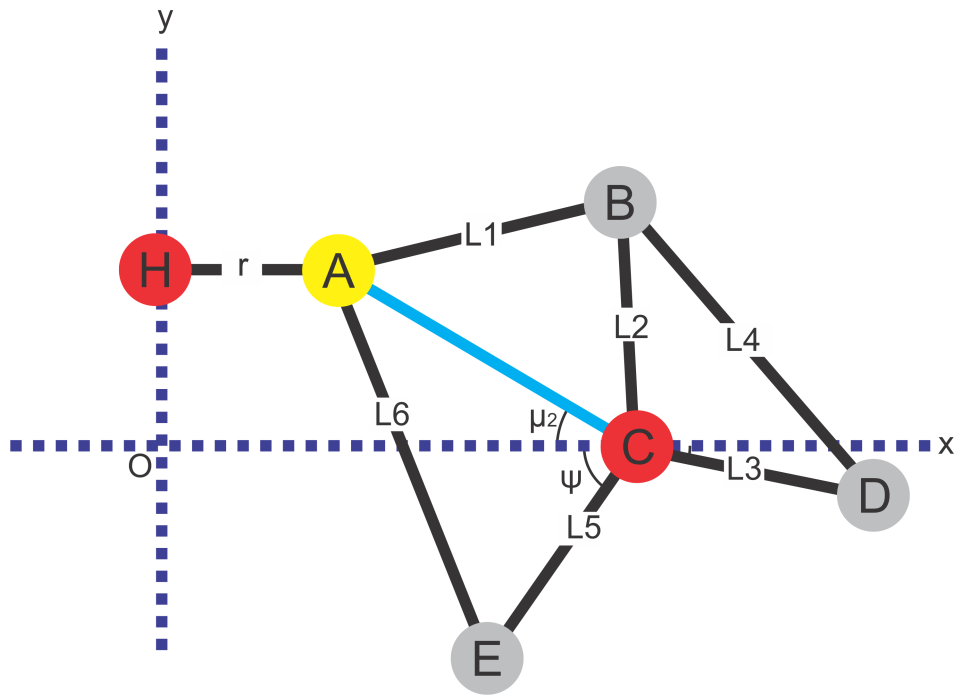
$$D: \begin{aligned} x_D &= x_C - L_3 \cos(\zeta) \\ y_D &= y_C + L_3 \sen(\zeta) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Onde  $\zeta = \hat{C} + \mu$ .

#### 4.4.3 Coordenadas do Nó E

Para a determinação das coordenadas do nó E no movimento, considera-se a configuração geométrica ilustrada na Fig. 52.

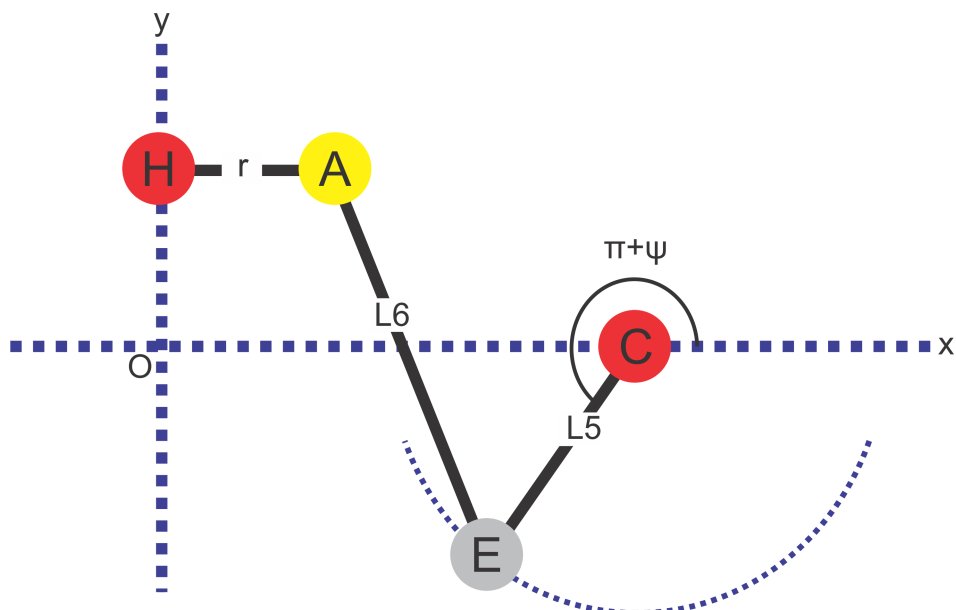
Figura 52 – Configuração Geométrica do Nó E



Fonte: o autor

Considerando a simetria existente no modelo, o ângulo  $\Psi$  é dado pela Eq. 4.12. Desta forma, considerando uma circunferência de raio  $L_5$  centrada em C (Fig. 53):

Figura 53 – Configuração Modelada – Nó E



Fonte: o autor

Determinam-se as coordenadas do nó E no movimento:

$$E: \begin{aligned} x_E &= x_C + L_5 \cos(\pi + \Psi) \\ y_E &= y_C + L_5 \text{sen}(\pi + \Psi) \end{aligned} \quad (4.27)$$

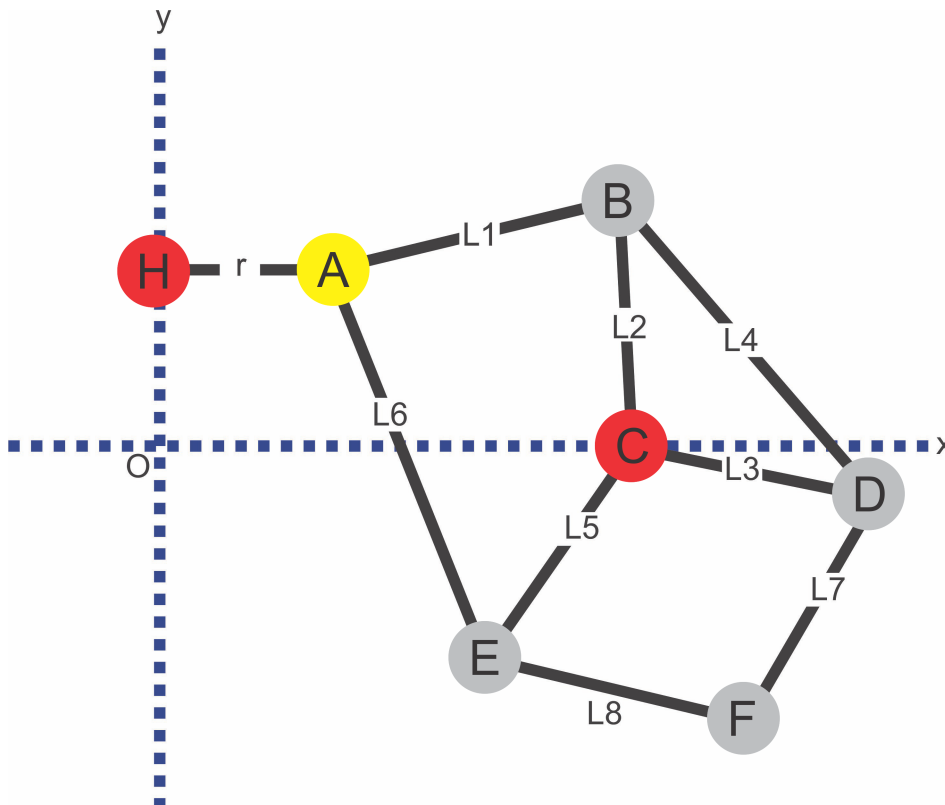
As quais são reescritas na forma:

$$E: \begin{aligned} x_E &= x_C - L_5 \cos(\Psi) \\ y_E &= y_C - L_5 \text{sen}(\Psi) \end{aligned} \quad (4.28)$$

#### 4.4.4 Coordenadas do Nó F

Para a determinação das coordenadas do ponto F, considera a geometria ilustrada na Fig. 54:

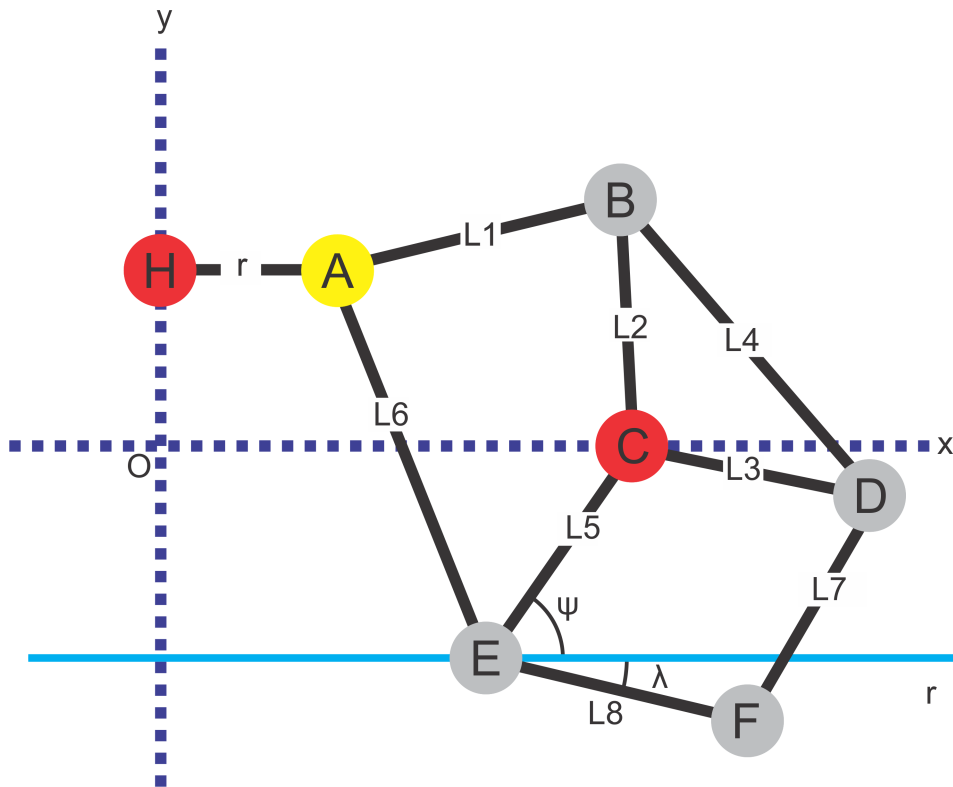
Figura 54 – Configuração geométrica para o nó F



Fonte: o autor

Considera-se por E, uma reta  $r$  paralela ao eixo-x e, pelo lema dos ângulos alternos internos, o ângulo entre  $L_5$  e a reta  $r$ , tem a mesma medida do ângulo entre  $L_5$  e o eixo-x (Fig. 55).

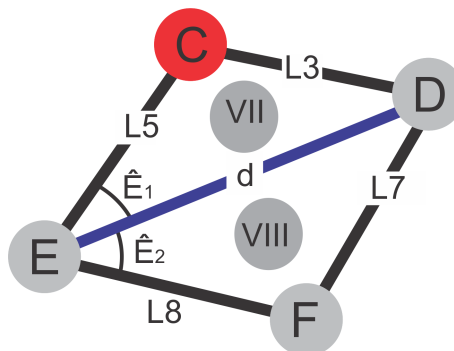
Figura 55 – Reta r em configuração de ângulos alternos-internos



Fonte: o autor

Para determinar o ângulo  $\hat{E}$  considerou-se a quadrilátero ECDF ilustrado na Fig. 56.

Figura 56 – Quadrilátero CDEF



Fonte: o autor

A diagonal (d) do quadrilátero ECDF corresponde à distância cartesiana entre os pontos E e D, variando segundo o ângulo  $\theta$  – manivela.

Considerando o Triângulo VII (ECD), pela lei dos cossenos, pode-se determinar o ân-

gulo  $\hat{E}_1$  como:

$$\hat{E}_1 = \cos^{-1} \left( \frac{L_5^2 + d - L_3^2}{2L_5d} \right) \quad (4.29)$$

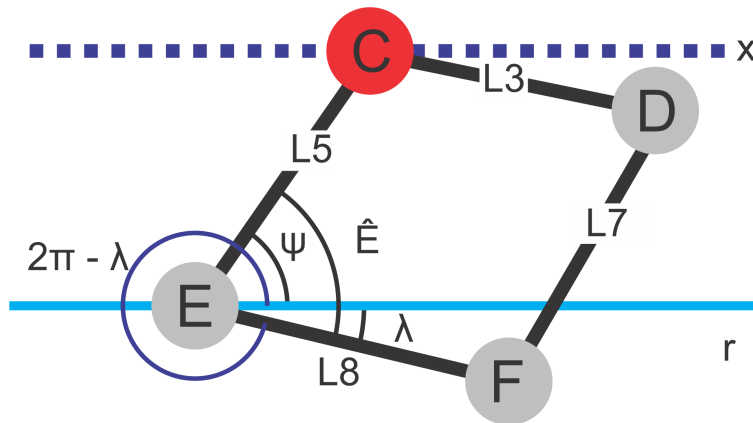
Considerando agora o triângulo VIII (EDF), o ângulo  $\hat{E}_2$  é determinado de maneira similar:

$$\hat{E}_2 = \cos^{-1} \left( \frac{L_8^2 + d - L_7^2}{2L_8d} \right) \quad (4.30)$$

donde o ângulo  $\hat{E}$  é dado por:  $\hat{E} = \hat{E}_1 + \hat{E}_2$ .

De posse do ângulo  $\hat{E}$ , determina-se  $\lambda$ , considerando a configuração geométrica exibida na Fig. 57.

Figura 57 – Configuração para determinação do ângulo  $\lambda$



Fonte: o autor

Assim, o ângulo  $\lambda$  é determinado por:  $\lambda = \hat{E} - \Psi$ .

Considerando uma circunferência de raio  $L_8$  com centro em E, determinam-se as coordenadas de F:

$$F: \begin{aligned} x_F &= x_E + L_8 \cos(2\pi - \lambda) \\ y_F &= y_E + L_8 \text{sen}(2\pi - \lambda) \end{aligned} \quad (4.31)$$

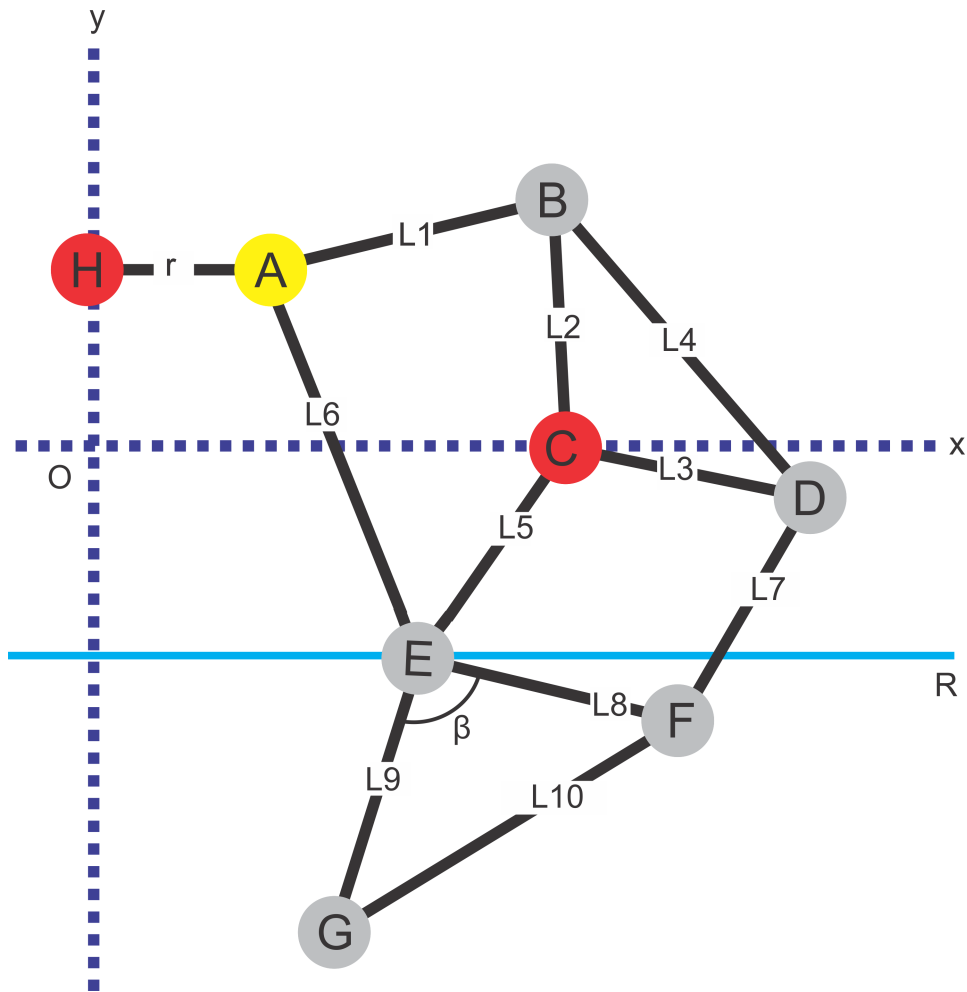
ou ainda:

$$F: \begin{aligned} x_F &= x_E + L_8 \cos(\lambda) \\ y_F &= y_E - L_8 \text{sen}(\lambda) \end{aligned} \quad (4.32)$$

#### 4.4.5 Coordenadas do Nó G

De modo similar ao processo para o pé G', a determinação das coordenadas do nó G no movimento, tomou por base a configuração geométrica dada pela Fig. 58.

Figura 58 – Configuração geométrica para o nó G



Fonte: o autor

Considerando o triângulo EFG, o ângulo  $\beta$  é determinado através da lei dos cossenos:

$$\beta = \cos^{-1} \left( \frac{L_8^2 + L_9^2 - L_{10}^2}{2L_8L_9} \right) \quad (4.33)$$

Nota-se que o triângulo EFG movimenta-se segundo o ângulo  $\lambda$ . Logo, a variação angular do nó G será dada por  $\rho = 2\pi - (\lambda + \beta)$ , como é apresentado na Fig. 59.



apresenta simetria entre suas pernas, a equação final do movimento é definida apenas para o lado direito da estrutura). Substituindo as equações (4.2), (4.23), (4.26), (4.28) e (4.32) na equação (4.35), por meio de operações trigonométricas e algébricas, encontram-se as seguintes equações que fornecem as coordenadas do movimento para o pé:

$$x_g = x_c + L_9 \cos \left( -\cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{L_8^2 + L_9^2 - L_{10}^2}{2L_8L_9} \right) + \Psi - \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} A \right) - \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} B \right) \right) - L_5 \cos \Psi \quad (4.36)$$

$$y_g = y_c - L_9 \sen \left( -\cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{L_8^2 + L_9^2 - L_{10}^2}{2L_8L_9} \right) + \Psi - \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} A \right) - \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} B \right) \right) - L_5 \sen \Psi \quad (4.37)$$

Com:

$$A = \frac{[L_3 \cos(C) - L_5 \cos \Psi]^2 - L_3^2 + L_5^2 + [L_3 \sen(C) + L_5 \sen \Psi]^2}{L_5 \sqrt{[L_3 \cos(C) - L_5 \cos \Psi]^2 + [L_3 \sen(C) + L_5 \sen \Psi]^2}} \quad (4.38)$$

$$B = \frac{[L_3 \cos(C) - L_5 \cos \Psi]^2 - L_7^2 + L_8^2 + [L_3 \sen(C) + L_5 \sen \Psi]^2}{L_8 \sqrt{[L_3 \cos(C) - L_5 \cos \Psi]^2 + [L_3 \sen(C) + L_5 \sen \Psi]^2}} \quad (4.39)$$

$$C = \mu + \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{L_2^2 + L_3^2 - L_4^2}{L_2L_3} \right) \quad (4.40)$$

Sendo:

$$\mu = \begin{cases} D + E & y_a \geq 0 \\ D - E & y_a < 0 \end{cases} \quad (4.41)$$

$$\Psi = \begin{cases} F - E & y_a \geq 0 \\ F + E & y_a < 0 \end{cases} \quad (4.42)$$

Com:

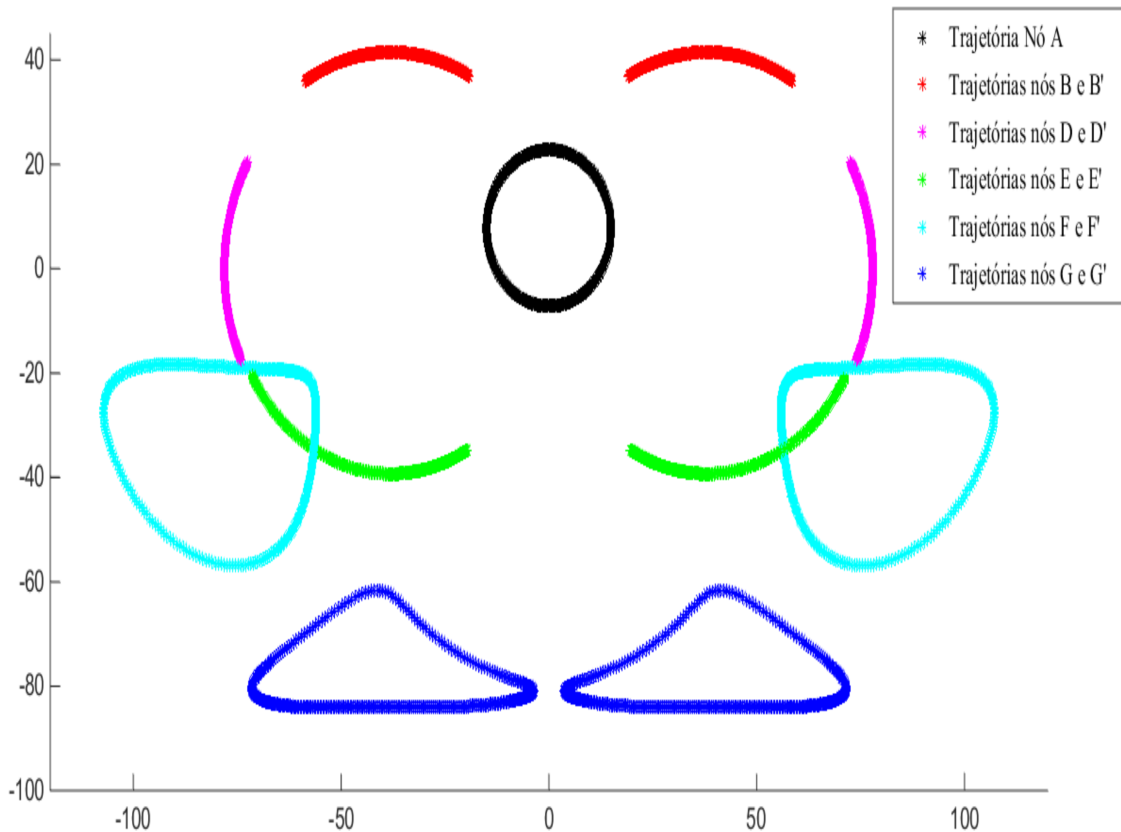
$$D = \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{(y_H - y_C + r \sen \theta)^2 - L_1^2 + L_2^2 + (x_C - r \cos \theta)^2}{L_2 \sqrt{(y_H - y_C + r \sen \theta)^2 + (x_C - r \cos \theta)^2}} \right) \quad (4.43)$$

$$E = \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{(y_H - y_C + r \sen \theta)^2 - r^2 \cos^2 \theta + x_C^2 + (x_C - r \cos \theta)^2 - (y_H + r \sen \theta)^2}{x_C \sqrt{(y_H - y_C + r \sen \theta)^2 + (x_C - r \cos \theta)^2}} \right) \quad (4.44)$$

$$F = \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \frac{(y_H - y_C + r \sen \theta)^2 + L_5^2 - L_6^2 + (x_C - r \cos \theta)^2}{L_5 \sqrt{(y_H - y_C + r \sen \theta)^2 + (x_C - r \cos \theta)^2}} \right) \quad (4.45)$$

As equações (4.36) e (4.37), estão sujeitas às variações de sinal de  $y_a$ . Uma vez obtidas, de forma recursiva, as equações para o modelo, utilizando do comprimento das barras (adimensional) propostos por Theo Jansen (JANSEN, 2007) é possível descrever as trajetórias de todos os nós móveis do mecanismo, sob a variação do ângulo da manivela (segmento HA). A Fig. 60, descreve estas trajetórias, para uma volta completa (360°) da manivela:

Figura 60 – Trajetória de cada nó



Fonte: o autor

Utilizando ainda do comprimento das barras, proposto por Theo Jansen, para o modelo determinado pelas equações (4.36) e (4.37), em função do movimento da manivela, obtêm-se o seguinte movimento:

## Capítulo 5

---

# PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

---

Jansen apresentou os “*Holy Numbers*” para seu mecanismo. Porém, aqui, objetiva-se uma configuração geométrica diferente da proposta por Jansen, de modo que os pontos fixos estejam sobre o mesmo eixo coordenado, mais precisamente, que o centro da manivela coincida com a origem do sistema cartesiano, o que gera uma geometria mais simples e redução de material na confecção do protótipo final.

Com isso, tem-se por constantes:  $H(0, 0)$  e  $y_C = 0$ , tornando-se variáveis de projeto o comprimento das barras  $L_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ) e do raio, além da abscissa do ponto C. Desta forma, conhecidas as Eqs. (4.36) e (4.37), torna-se possível determinar os objetivos e restrições, de modo a obter uma solução ótima que melhor se adeque as novas coordenadas dos pontos fixos.

### 5.1 Objetivos

O problema de otimização apresentado será multiobjetivo, uma vez que foram considerados no processo de otimização, quatro objetivos a serem satisfeitos simultaneamente.

**Objetivo 1:** O primeiro objetivo consiste em determinar a máxima quantidade de pontos do pé (G ou G’), que estejam em contato com o solo em uma volta da manivela. Sendo o solo referenciado pelo menor valor de  $y_G$  ( $\text{solo} = \min(y_G)$ ), e considerando uma tolerância de 0,1 mm, a quantidade de pontos em contato com o chão é determinada segundo código apresentado como Código 1, sendo a variável **cont** considerada como o primeiro objetivo (**ob1**).

**Objetivo 2:** O segundo objetivo consiste em maximizar a amplitude horizontal do passo. Para tanto, no laço de repetição apresentado no Código 1, fora adicionado um vetor (**V\_P**), sendo que o mesmo armazena a posição de cada ponto que encontra-se em contato com o solo, sendo a variável **amplitudexc** considerada o Segundo objetivo (**ob2**), onde o valor é obtido em valor absoluto (abs) por se tratar de medida de distância.

**Código 1** – Primeiro Objetivo

```

cont = 0;
for j=1:i-1
    if abs(yg(j) - solo) <= 0.
        cont=cont + 1;
        v_P(cont) = j;
    end
end

```

**Código 2** – Segundo Objetivo

```

amplitudexc = abs(xg(max(v_P)) - xg(min(v_P)));

```

**Objetivo 3:** O terceiro objetivo consiste em minimizar a altura entre a ordenada do ponto F (joelho da estrutura) e o ponto G (Pé da estrutura), descrito pelo Código 3.

**Código 3** – Terceiro Objetivo

```

ob3 = abs(max(yg) - min(yf));

```

Sendo tal objetivo obtido em sua forma absoluta por se tratar de uma medida de comprimento.

**Objetivo 4:** O quarto objetivo consiste em maximizar a distância entre o menor valor de  $y_F$  e o menor valor de  $y_G$ . O **ob4**, é determinado segundo a função apresentada no Código 4, também em valor absoluto.

**Código 4** – Quarto Objetivo

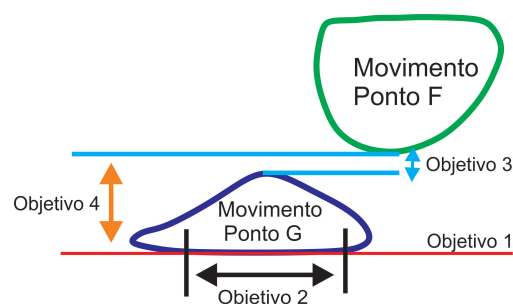
```

ob4 = abs(min(yg) - min(yf));

```

A Fig. 61 ilustra a atuação de cada objetivo, individualmente.

Figura 61 – Diagrama para os Objetivos



Fonte: o autor

## 5.2 Restrições

As restrições aplicadas ao modelo são restrições geométricas, resultado do método de modelagem utilizado neste trabalho. Desta forma, são consideradas 16 (dezesesseis) restrições, sendo 02 (duas) de igualdade (dada pela lei dos cossenos) e 14 (quatorze) restrições de desigualdade, tais que garantam a existência de um triângulo ( $|b-c| < a < (b+c)$ , com a, b e c vértices de um triângulo).

### 5.2.1 Restrições de Igualdade

As restrições de igualdade são aplicadas aos dois triângulos que não apresentam variações no comprimento de seus vértices (Figs. 35 e 46). Tais restrições seguem o princípio da lei dos cossenos, onde, sendo a, b e c vértices de um triângulo e  $\hat{C}$  o ângulo que se opõe ao vértice c, tem-se:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\hat{C}) \quad (5.1)$$

De forma que, a Equação 5.1 é transcrita como uma restrição de igualdade:

$$rei = c^2 - a^2 - b^2 + 2ab \cos(\hat{C}) \quad (5.2)$$

Sendo **rei** a variável que descreve cada restrição de igualdade, associada ao problema de otimização.

Desta forma, para o triângulo BCD (Fig. 35), têm-se:

$$rei_1 = L_4^2 - L_2^2 - L_3^2 + 2L_2L_3 \cos(\hat{C}) \quad (5.3)$$

Para o triângulo EFG (Fig. 46), tem-se a seguinte restrição de igualdade:

$$rei_2 = L_{10}^2 - L_9^2 - L_8^2 + 2L_9L_8 \cos(\hat{C}) \quad (5.4)$$

Onde **rei1** e **rei2** (Eqs. 5.3 e 5.4, respectivamente) são vetores com 360 posições – correspondente à variação angular da manivela. As restrições consideradas para o problema de otimização são determinadas como mostra o Código 5.

---

#### Código 5 – Restrições de Igualdade

---

$$\begin{aligned} REI1 &= \mathbf{max}(rei1); \\ REI2 &= \mathbf{max}(rei2); \end{aligned}$$


---

Sendo **REI1** e **REI2** as variáveis consideradas como restrições de igualdade para o problema.

### 5.2.2 Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade estão associadas à existência de triângulos, onde, considerando genericamente  $a$ ,  $b$  e  $c$  como vértices de um triângulo, a seguinte condição de existência deve ser satisfeita:

$$|b - c| < a < (b + c) \quad (5.5)$$

Desta forma, a cada triângulo de vértices variáveis, duas restrições de desigualdade devem ser satisfeitas:

$$\begin{aligned} |b - c| - a < 0 \\ a - (b + c) < 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

As restrições de desigualdade são apresentadas no Código 6.

---

#### Código 6 – Restrições de Desigualdade

---

```
red1=abs(L1-L2)-1t ;
red2=Lt-(L1+L2) ;

red3=abs(L2-L3)-1t ;
red4=L4-(L3+L2) ;

red5=abs(L5-L6)-1t ;
red6=Lt-(L5+L6) ;

red7=abs(L1-L2)-1t ;
red8=Lt-(L1+L2) ;

red9=abs(L5-L3)-d ;
red10=d-(L5+L3) ;

red11=abs(L7-L8)-d ;
red12=d-(L7+L8) ;

red13=abs(L8-L9)-1t ;
red14=L10-(L8+L9) ;
```

---

Onde  $red_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 14$ ) são vetores com 360 posições, que armazenam o valor das restrições de desigualdade para cada valor de  $\theta$ . Com isso, as variáveis consideradas para o problema de otimização, são apresentadas no Quadro no Código 7.

---

**Código 7** – Restrições de Desigualdade - Variáveis

---

```
RED1=max(red1) ;  
RED2=max(red2) ;  
  
RED3=max(red3) ;  
RED4=max(red4) ;  
  
RED5=max(red5) ;  
RED6=max(red6) ;  
  
RED7=max(red7) ;  
RED8=max(red8) ;  
  
RED9=max(red9) ;  
RED10=max(red10) ;  
  
RED11=max(red11) ;  
RED12=max(red12) ;  
  
RED13=max(red13) ;  
RED14=max(red14) ;
```

---

Com as variáveis  $RED_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 14$ ) armazenando os valores obtidos em cada restrição de desigualdade do problema.



## Capítulo 6

---

# ALGORITMO EVOLUTIVO MULTIVARIÁVEL

---

Para determinação da solução ótima do problema de otimização, apresentado no capítulo anterior, utilizou-se o *Genetic Algorithm Optimization Toolbox* (GAOT) (HOUCK; JOINES; KAY, 1995), que consiste de uma biblioteca contendo funções aplicadas ao Algoritmo Genético (AG), permitindo que o mesmo método seja utilizado para vários problemas. Para tanto, basta a alteração de alguns parâmetros, cujos códigos alterados são apresentados nos Apêndices deste trabalho. Por se tratar de um problema multivariável, utilizou-se do método da Soma Ponderada com Pareto, permitindo assim melhorar o desempenho na busca pela solução do problema. O método da Penalidade Exterior está contido no GAOT, permitindo assim a inserção das restrições ao problema.

## 6.1 Metodologia e Implementação do Algoritmo

Nesta parte do trabalho, será apresentado os algoritmos utilizados para escolha e otimização de uma nova estrutura, além de apresentar os critérios escolhidos para realizar o processo de otimização.

### 6.1.1 Função Principal

A função principal (Apêndice A), consiste na função em que se realiza alterações e agrega informações sobre o problema de otimização a ser resolvido. Os dados de entrada para o algoritmo são exibidos na Tab. 3.

Tabela 3 – Variáveis de Projeto

Variável	Valor Atribuído	Descrição
tp	50.000	Tamanho da População
Iteração	10	Quantidade de Iterações do AG

	$r = 10$ à $25$	
	$x_C = 28$ a $48$	
	$L_1 = 40$ a $60$	
	$L_2 = 30$ a $50$	
	$L_3 = 30$ a $50$	
	$L_4 = 45$ a $65$	
Intervalo	$L_5 = 29$ à $49$	Intervalo de busca para cada variável
	$L_6 = 51$ a $71$	
	$L_7 = 29$ a $49$	
	$L_8 = 26$ a $46$	
	$L_9 = 39$ a $59$	
	$L_{10} = 55$ a $75$	
Nvars	12	Números de Variáveis de Projeto
Nobjs	4	Número de Objetivos
P_DE_RES	1	1 para presença de restrições, 0 para ausência
peso	[0.2 0.3 0.25 0.25]	Pesos considerados ao Método da Soma Ponderada
rp	-10	Peso do Método das Penalidades Exteriores
options	[1e-6 1 0]	Opções consideradas no GAOT

Os intervalos escolhidos para comporem o espaço de busca, contemplam a solução ótima de Jansen. Após a determinação das variáveis de projeto, o próximo passo consiste na determinação da população inicial. Esta é gerada pela função **gera\_populacao**, considerando como variáveis de projeto **t\_p**, **intervalo**, **peso**, **Nvars**, **Nobjs**, **P\_DE\_RES** e **rp**. O processo de seleção avalia a população inicial, a fim de eliminar soluções candidatas mal comportadas. Os indivíduos aceitos para formarem a população inicial, são aqueles cujo o grau de adaptação assume valores maiores que zero.

Após a geração da população inicial, a função **algoritmo\_genetico** é inicializada conforme dados da Tab. 4.

Tabela 4 – Variáveis do AG

Variável de Projeto	Descrição
intervalo	–
initPop	População Inicial
options	–
'maxGenTerm'	Critério de parada
iteracao	–
'roleta'	Função de Seleção Roleta
[0.08]	Seleção Geométrica Normalizada
'simpleXover'	Cruzamento Simples

[20]	Cruzamento Heurístico
'nonUnifMutation'	Mutação Não Uniforme
[Iteracao3]	Mutação não Uniforme
peso	–
Nvars	–
Nobjs	–
P_DE_RES	–
rp	–

Por se tratar de um método multivariável, ele apresenta uma família de soluções. A população é organizada e apresentada pela função **populacao\_final**. O algoritmo finaliza apresentando o gráfico do movimento do nó G, para cada indivíduo pertencente a solução ótima.

### 6.1.2 Função Objetivo

A função objetivo (Apêndice B) organiza todos os objetivos do problema, onde  $x_H = 0$ ,  $y_H = 0$  e  $y_C = 0$  são constantes. Os objetivos são determinados após uma volta completa da manivela, ou seja,  $y_F$ ,  $x_G$  e  $y_G$  são vetores com 360 posições.

Durante os primeiros testes com o algoritmo, notou-se que, o método do GAOT determinava como soluções ótimas números complexos, o que na prática indica um mal comportamento da estrutura. Com isso, para contornar tal problema, duas soluções são admitidas na função objetivo, sendo elas:

- A cada objetivo, individualmente, é atribuído valor zero, (observando a variável **val**), gerando assim um vetor de soluções nulo, garantindo assim que tais indivíduos sejam eliminados no processo de seleção, tanto da população inicial, quanto no AG;
- A cada objetivo é atribuído seu respectivo valor, sendo o terceiro objetivo multiplicado por  $(-1)$ , uma vez que se trata de um problema de minimização e, como o método de seleção adotado é o da Roleta - método aplicado a problemas de maximização - torna-se necessário que todos os objetivos sejam de maximização.

Desta forma, a resposta obtida para cada um dos objetivos propostos neste trabalho é dada pela função objetivo e explicitada no Código 8.

**Código 8** – Solução da Função Objetivo

---

```

    if sum((imag(xg)))~=0 || sum((imag(yg)))~=0
    val=[0 0 0 0];
    else
    ob1=cont;
    ob2=amplitudexc;
    ob3= abs(max(yg) - min(yf));
    ob4=abs(min(yg)-min(yf));
    val=[ob1 ob2 -ob3 ob4];
    end

```

---

**6.1.3 Restrições**

A função de restrições (Apêndice C) organiza todas as restrições do problema, gerando a função penalidade - esta assemelha-se à função objetivo, com as mesmas constantes e técnica similar para geração dos vetores  $y_F$ ,  $x_G$  e  $y_G$ .

Conforme citado anteriormente, as restrições do modelo são geométricas, as de igualdade estão relacionadas à lei dos cossenos e as de desigualdade associadas aos critérios de existência de triângulos.

Por se tratar de um modelo iterativo, a cada valor de  $\theta$  os triângulos sofrem alterações em suas coordenadas, necessitando armazenar em vetores os valores das restrições para cada variação de  $\theta (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ .

Uma vez determinado o valor correspondente a cada variável de restrição, o próximo passo é determinar a função penalidade, a qual é descrita no Código 9.

**Código 9** – Função Penalidade

---

```

    ig = REI1^2 + REI2^2;

    des = max(0,RED1)^2 + max(0,RED2)^2 + max(0,RED3)^2 +
          max(0,RED4)^2 + max(0,RED5)^2 + max(0,RED6)^2 + max
          (0,RED7)^2 + max(0,RED8)^2 + max(0,RED9)^2 + max(0,
          RED10)^2 + max(0,RED11)^2 + max(0,RED12)^2 + max(0,
          RED13)^2 + max(0,RED14)^2;
    end

    fr=rp*(ig+des);

```

---

A variável **ig** corresponde ao somatório dos quadrados de todas as restrições de igualdade, enquanto que a variável **des** corresponde ao somatório dos quadrados de todas as restrições de desigualdade.

### 6.1.4 População Inicial

A população inicial é gerada através da função **gera\_populacao** (Código 10) cujas variáveis de projeto são **t\_p**, **intervalo**, **peso**, **Nvars**, **Nobjs**, **P\_DE\_RES** e **rp**.

---

#### Código 10 – Função gera\_populacao

---

```
function [pop] = gera_populacao(num, bounds, peso, Nvars, Nobjs, Nres,
    rp)
rng = (bounds(:,2)-bounds(:,1))';
Pop=zeros(num,Nvars);
Pop(:,1:Nvars)=(ones(num,1)*rng).*(rand(num,Nvars))+(ones(num,1)*_
    bounds(:,1))';
for i=1:num
    func=funcao_objetivo(Pop(i,:));
    mat(i,:)= [Pop(i,:) func];
end
pop=sp_com_pareto(mat,peso,Nvars,Nobjs,Nres,rp);
end
```

---

A população inicial é gerada de modo aleatório, onde a função geradora pertencente ao GAOT, tal como a incorporação do grau de aptidão de cada população.

A alteração incorporada ao GAOT reside na ação da função **sp\_com\_pareto**, que é responsável por transformar o problema multiobjetivo em mono-objetivo, no processo de otimização.

### 6.1.5 Método da Soma Ponderada com Pareto

O método das Soma Ponderada com Pareto (SP2) consiste na interação do método da Soma Ponderada (SP) e o método da Ordenação de Pareto (OP). O método foi proposto neste trabalho, uma vez que, em testes computacionais notou-se um mal comportamento do SP (Apêndice J), o qual não conseguia selecionar de maneira satisfatória, soluções candidatas no espaço de busca, apresentando indivíduos dominados como possíveis soluções candidatas, segundo as definições de Pareto.

Por outro lado, utilizando apenas o método da Ordenação de Pareto para classificar as soluções e unidimensionalizá-las (Apêndice K) utilizando o *rank* de cada solução, não foram encontradas soluções satisfatórias, uma vez que o algoritmo apresenta grande oscilação em suas soluções. O método ainda não apresenta um critério para classificar as soluções de cada região de dominância, ou seja, considera que todas as soluções apresentam mesma aptidão, o que na prática, impede soluções mais precisas e, muitas das vezes, apresenta ausência de soluções ótimas ou escassez de soluções candidatas.

O método SP2, por outro lado, apresentou-se bastante eficaz, permitindo uma convergência mais rápida e soluções candidatas mais satisfatórias.

A função **sp\_com\_pareto** (Apêndice D) proposta para unidimensionalizar os objetivos consiste de uma interação entre os dois métodos, de modo que, o resultado fornecido pela soma ponderada de cada indivíduo é penalizada pelo seu grau de dominância, garantindo que soluções ruins tenham menor probabilidade de serem selecionadas pelo método da roleta.

São variáveis de projeto, a **populacao**, os **pesos**, o número de variáveis (**Nvars**), número de objetivos (**Nobjs**), o valor de **rp** e a variável que verifica a existência de restrições no modelo (**P\_DE\_RES**).

Ao (**rank\_atual**) inicialmente é atribuído valor 1, indicando que os indivíduos nesta condição são soluções não-dominadas. O ranqueamento é feito sobre toda a população, onde a cada atualização do rank (seu valor é acrescido de um, indicando o quão dominada é a solução) duas populações são obtidas: a população dos indivíduos não-dominados naquela iteração e a população dos indivíduos dominados.

Deve-se salientar que o processo de ranqueamento, realizado pelos conceitos de Pareto, não considera  $f_j(A) < f_j(B)$ , uma vez que deseja-se manter a população constante e verificar o grau de convergência da solução ótima final.

Após cada ranqueamento, os indivíduos da população não-dominada são removidos para a população final, sendo atribuído a cada indivíduo o seu grau de adaptação. A aptidão, ou grau de adaptação, dos indivíduos é dada pela seguinte equação:

$$aptidao = \frac{sp}{rank\_atual} \quad (6.1)$$

onde *sp* corresponde ao valor obtido pelo método SP, *aptidão* corresponde ao grau de adaptação e **rank\_atual** é o rank atribuído à população naquela iteração, segundo os critérios de Pareto.

Para restrições ativas, a aptidão é dada pela equação:

$$aptidao = \frac{sp}{rank\_atual} + rp(ig + des) \quad (6.2)$$

onde a *aptidao* ou *fitness* é a função pseudo-objetivo do método da Penalidade Exterior, que foi agregado ao método de otimização sendo  $rp(ig + des)$  a função penalidade.

O Algoritmo 3 apresenta uma representação simplificada do SP2 - sem aplicação de restrições.

**Algoritmo 3** – Soma Ponderada com Pareto (SP2)**Require:** Populacao, Peso, Nvars, Nobjs

```

1: N ← tamanho da População;
2: N' ← N;
3: Rank_atual ← 1;
4: Posicao ← 1;
5: Populacao_Temporaria=Populacao;
6: while N ≠ 0 do
7:   Elementos_add ← 0;
8:   for i ← 1, N' do
9:     for k ← 1, Nobjs do
10:      f[k] = Populacao[i,Nvars+k];
11:    end for
12:    Verifica_dominancia ← 0;
13:    for j ← 1, N' do
14:      for k ← 1, Nobjs do
15:        y[k] = Populacao(j,Nvars+k);
16:      end for
17:      if i ≠ j then
18:        CONT=0;
19:        for k ← 1, Nobjs do
20:          if f[k] ≥ y[k] then
21:            CONT=CONT+1;
22:          end if
23:        end for
24:        if CONT > 0 then
25:          else
26:            Verifica_dominancia=1;
27:            Break
28:          end if
29:        end if
30:      end for
31:      if Verifica_dominancia = 0 then
32:        SP=0;
33:        for k ← 1, Nobjs do
34:          SP=SP+(Peso[k]*populacao[i,Nvars+k]);
35:        end for
36:        aptidao=SP/rank_atual;
37:        Nova_Populacao[posicao,:]=(populacao[i,1:Nvars] aptidao);
38:        N=N-1;
39:        Posicao=Posicao+1;
40:        Populacao_Temporaria[i-Elementos_add,:]=[Null];
41:        Elementos_add=Elementos_add+1;
42:      end if
43:    end for
44:    N'=N;
45:    Rank_atual ← Rank_atual+1;
46:    Populacao=Populacao_Temporaria;
47:  end while
48: return Nova_Populacao;

```

### 6.1.6 Algoritmo Genético

A função implementada para a execução do algoritmo genético (**algoritmo\_genetico**) é apresentada no Apêndice D deste trabalho e consiste em uma variação da função implementada pelo GAOT, adaptada para trabalhar com funções multiobjetivos. As variáveis de projeto do AG foram apresentadas na Tabela 3.

O algoritmo genético proposto no GAOT lida com funções mono-objetivos. Assim, a primeira alteração efetua a retirada de algumas linhas de código ligadas à convergência de apenas uma solução, uma vez que em problemas multiobjetivos apresentam famílias de soluções.

A segunda alteração relevante no método é a inserção do método **sp\_com\_pareto**, substituindo a atualização do grau de adaptação presente no método original. O critério de parada do algoritmo é o número máximo de iterações, fornecendo como solução final a população final, composta pela mesma quantidade de indivíduos da população inicial.

As funções **delta**, **initializega**, **maxGenTerm**, **nonUnifMtation**, **parse**, **roleta** e **simpleXorver** residentes no GAOT, não foram alteradas e estão disponíveis nos anexos deste trabalho. A função **distância** (Apêndice H) é responsável por determinar a distância cartesiana entre dois pontos, dependente das funções que necessitam do modelo matemático.

### 6.1.7 População Final

Uma vez gerada a população final, a função **populacao\_final** (Código 11) organiza os indivíduos da população gerada pelo AG, agrupando indivíduos iguais.

Uma vez organizada a população, a função gráfico (Apêndice F) apresenta o gráfico do movimento do pé para cada um dos valores ótimos obtido. A função classificador (Apêndice G) apresenta o valor de cada objetivo alcançado pelo método para a população final.

---

#### Código 11 – População Final

---

```
function [EndPop]=populacao_final(pop)

[t1] = size(pop,1);
posicao=1;
while t1>0
cont=1;
var_teste=pop(1,:);
z=1;
for j=2:t1
if pop(j,:) == var_teste
cont=cont+1;
else
```

---

```

newPop(z,:) = pop(j,:);
z=z+1;
end
end
finalPop(posicao,:) = [var_teste cont];
posicao=posicao+1;
pop=newPop;
newPop=[];
[t1] = size(pop,1);
end
EndPop=finalPop;
end

```

## 6.2 Análise da Eficiência do SP2

Para verificar a eficiência do método, foram realizados testes comparando os métodos SP2, Soma Ponderada (SP) e Ordenação de Pareto(OP), além de comparar as soluções encontradas com os valores exibidos por Jansen ("*Holy Numbers*").

Desta forma, tomou-se o seguinte problema de otimização irrestrito (Fig. 62):

Figura 62 – Objetivos para verificação



Fonte: o autor

onde:

- Objetivo 1: Maximizar a amplitude do passo,  $x_G$ ;
- Objetivo 2: Minimizar a amplitude de  $y_G$ ;
- Objetivo 3: Maximizar a quantidade de pontos em contato com o chão.

Os parâmetros exibidos na Tab. 5 foram considerados na função principal, para o processo de otimização.

Tabela 5 – Parâmetros considerados

Variável	Valor Atribuído
t_p	5.000
Iteração	10
	r = 14 à 17
	$x_C = 38$
	$L_1 = 48$ a 53
	$L_2 = 39$ a 43
	$L_3 = 38$ a 42
	$L_4 = 53$ a 57
intervalo	$L_5 = 37$ a 41
	$L_6 = 59$ a 63
	$L_7 = 37$ a 41
	$L_8 = 34$ a 39
	$L_9 = 47$ a 53
	$L_{10} = 63$ a 67
Nvars	12
Nobjs	3
P_DE_RES	0
peso	[0.4 0.2 0.4]
rp	0
options	[1e-6 1 0]

Os programas foram compilados em um computador Samsung ATIV BOOK 6, com processador Intel Core I5 - 3230M (2.60GHz), memória RAM de 8,00 GB e placa de vídeo AMD RADEON HD 8800M SERIES.

Todos os métodos foram executados uma vez, considerando os parâmetros da Tabela 5. A Tabela 6 apresenta um comparativo entre os métodos SP, SP2 e OP.

Tabela 6 – Comparação entre Métodos

	Pareto	Soma Ponderada	Soma Ponderada com Pareto
<b>Soluções Apresentadas (SA)</b>	887	648	86
<b>Soluções Candidatas (SC)</b>	5	28	14
<b>Proporção SC/SA</b>	0,56%	4,32%	16,28%

Devido à grande quantidade de soluções apresentadas pela Ordenação de Pareto e o método da Soma Ponderada, o computador teve de ser reiniciado durante o processo de impressão na tela das soluções, diferentemente do SP2, que executou sem nenhum problema à máquina. Com isto, percebe-se que os métodos OP e SP (Tabela 6) apresentam maior custo

computacional em relação ao SP2. Deve-se notar também que, por mais que o método da Soma Ponderada tenha apresentado o maior número de soluções candidatas, a proporção SC/SA favorece o SP2, ou seja, este foi capaz de reduzir a quantidade de soluções apresentadas com uma quantidade de soluções candidatas satisfatória.

Das soluções candidatas obtidas utilizando o OP as duas soluções que melhor se destacaram são comparadas com os valores obtidos por Jansen e apresentadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação Solução Jansen com Soluções pela Ordenação de Pareto

Variáveis	Jansen	Solução 1	Solução 2
$x_H$	0.0	0.0	0.0
$y_H$	7.8	7.8	7.8
$x_C$	38.0	38.0	38.0
$y_C$	0.0	0.0	0.0
r	15.0	15.2	14.7
$L_1$	50.0	51.0	51.6
$L_2$	41.5	41.5	41.1
$L_3$	40.1	41.8	40.4
$L_4$	55.8	54.1	55.9
$L_5$	39.3	37.1	37.8
$L_6$	61.9	59.1	59.7
$L_7$	39.4	40.0	38.7
$L_8$	36.7	38.8	38.3
$L_9$	49.0	48.5	52.4
$L_{10}$	65.7	64.8	66.2

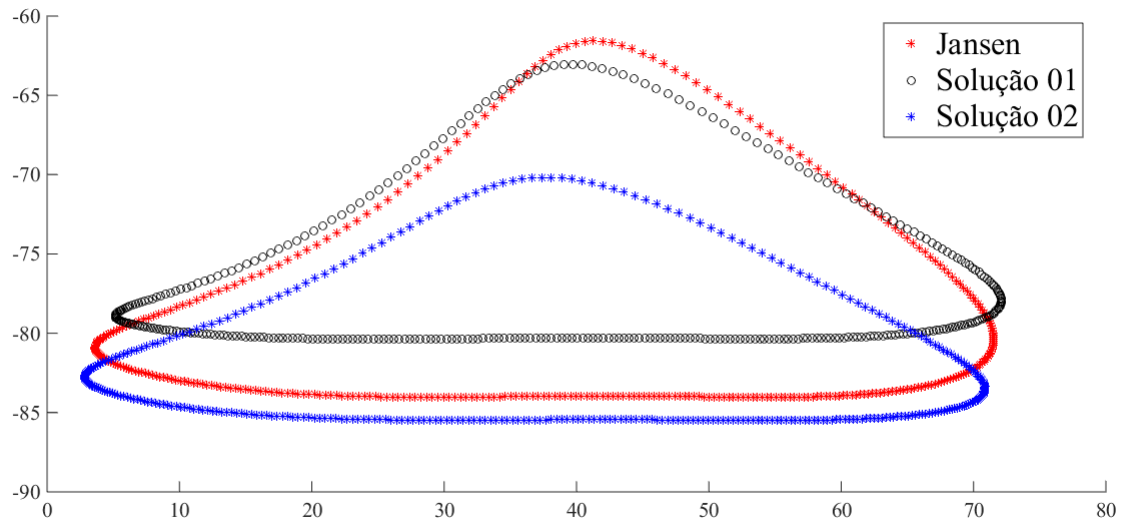
A Tab. 8 apresenta um comparativo entre os objetivos, individualmente, para cada solução apresentada na Tab. 7, sendo Dif. a diferença entre o valor determinado pelo algoritmo e os valores obtidos utilizando a configuração proposta por Jansen.

Tabela 8 – Comparação entre cada objetivo (Função Ordenação de Pareto)

Objetivos	Jansen	Solução 1	Dif. 1	Solução 2	Dif. 2
Amplitude em X	67.9082	66.9592	≈ -1	68.0469	≈ 1
Amplitude em Y	22.4568	17.3262	≈ -5	15.3182	≈ -7
Pontos em contado com o Chão	98.0000	113.0000	≈ 15	102.0000	≈ 4

Nota-se que a Solução 1, para o primeiro objetivo (Maximizar a Amplitude em X) apresentou Dif. negativa, o que indica que tal configuração não conseguiu ser melhor do que a proposta por Jansen. A Solução 2, por outro lado, mostrou-se ótima para todos os objetivos, sendo considerada a solução ótima considerando o OP.

Figura 63 – Movimento dos Pés – Comparativo (Função Ordenação Pareto)



Fonte: o autor

A Fig. 63 ilustra o movimento realizado pelo pé, para cada uma das soluções apresentadas na Tab. 7.

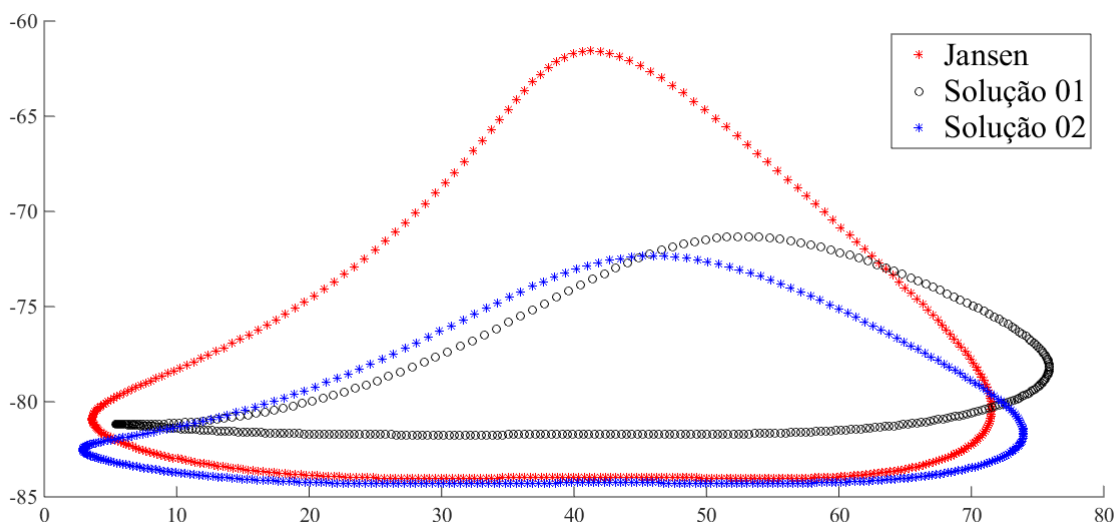
Para o Método da Soma Ponderada, as duas melhores soluções foram consideradas e comparadas aos valores de Jansen. Os resultados são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Comparação Solução Jansen com Soluções pela Soma Ponderada

Variáveis	Jansen	Solução 1	Solução 2
$x_H$	0.0	0.0	0.0
$y_H$	7.8	7.8	7.8
$x_C$	38.0	38.0	38.0
$y_C$	0.0	0.0	0.0
r	15.0	15.5	15.4
$L_1$	50.0	48.7	49.0
$L_2$	41.50	41.6	40.3
$L_3$	40.1	39.6	40.6
$L_4$	55.8	54.0	54.8
$L_5$	39.3	38.0	39.4
$L_6$	61.9	59.3	60.5
$L_7$	39.4	39.8	40.3
$L_8$	36.7	38.4	38.8
$L_9$	49.0	49.5	50.4
$L_{10}$	65.7	65.5	66.4

A Fig. 64 ilustra o movimento realizado pelo pé, para cada umas das soluções apresentadas na Tab. 7.

Figura 64 – Movimento dos Pés – Comparativo (Função SP)



Fonte: o autor

A Tab. 10 apresenta um comparativo entre os objetivos, individualmente, para cada solução apresentada na Tab. 7.

Tabela 10 – Comparação entre cada objetivo (Função SP)

Objetivos	Jansen	Solução 1	Dif. 1	Solução 2	Dif. 2
Amplitude em X	67.9082	70.4452	≈ 3	71.0667	≈ 4
Amplitude em Y	22.4568	10.4082	≈ -12	11.9632	≈ -11
Pontos em contado com o Chão	98.0000	97.0000	≈ -1	103.0000	≈ 5

Nota-se que a Solução 1 também não apresenta solução ótima melhor que o de Jansen, sendo a segunda solução determinada solução ótima, considerando o SP.

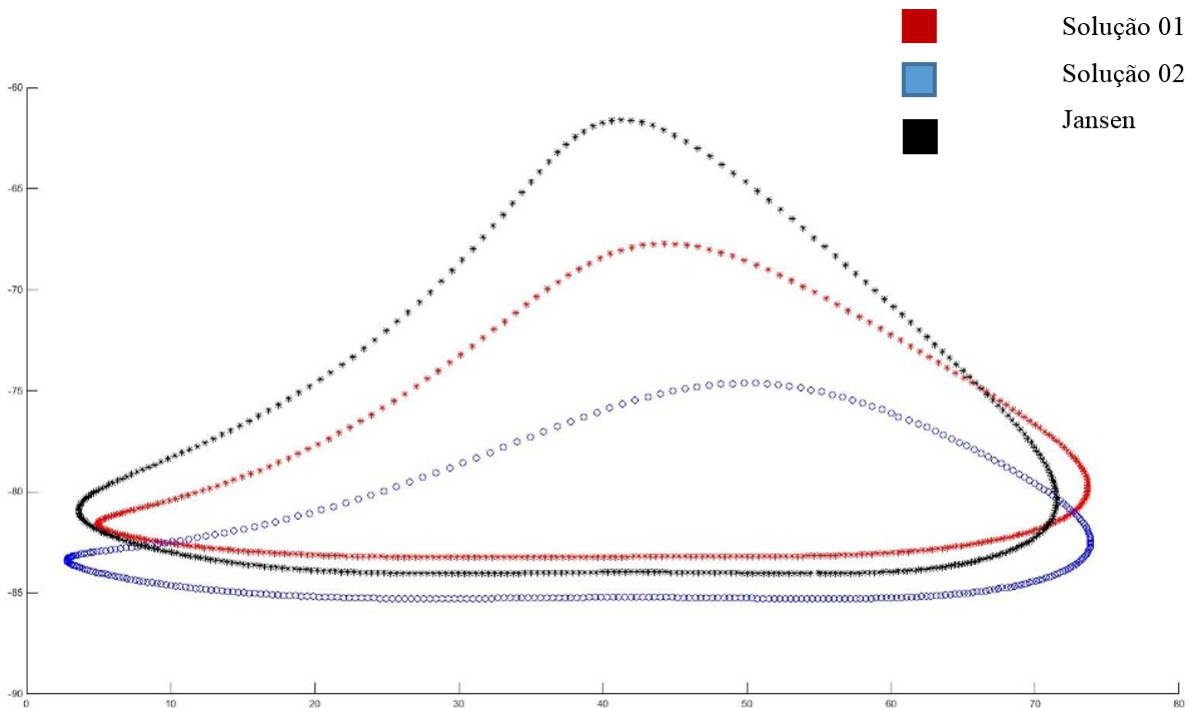
Para o Método da Soma Ponderada com Pareto (SP2), as duas melhores soluções foram consideradas, sendo as mesmas comparadas juntamente com os valores obtidos por Jansen. Os resultados são apresentados na Tabela 11.

A Fig. 65 ilustra o movimento realizado pelo pé, para cada umas das soluções apresentadas na Tab. 11.

Tabela 11 – Comparação Solução Jansen com Soluções pelo SP2

Variáveis	Jansen	Solução 1	Solução 2
$x_H$	0.0	0.0	0.0
$y_H$	7.8	7.8	7.8
$x_C$	38.0	38.0	38.0
$y_C$	0.0	0.0	0.0
r	15.0	15.1	15.2
$L_1$	50.0	49.7	51.5
$L_2$	41.5	42.9	42.6
$L_3$	40.1	39.7	39.5
$L_4$	55.8	54.8	56.8
$L_5$	39.3	39.5	39.9
$L_6$	61.9	61.3	61.0
$L_7$	39.4	42.5	39.0
$L_8$	36.7	35.8	37.8
$L_9$	49.0	48.6	50.6
$L_{10}$	65.7	63.9	65.6

Figura 65 – Movimento dos Pés – Comparativo (Função SP2)



Fonte: o autor

A Tab. 12 apresenta um comparativo entre os objetivos, individualmente, para cada solução apresentada na Tab. 11.

Tabela 12 – Comparação entre cada objetivo (Função SP2)

Objetivos	Jansen	Solução 1	Dif. 1	Solução 2	Dif. 2
Amplitude em X	67.9082	68.7525	≈ 1	71.0600	≈ 4
Amplitude em Y	22.4568	15.5169	≈ -7	10.6587	≈ -12
Pontos em contado com o Chão	98.0000	90.0000	≈ -8	104.0000	≈ 6

Assim como nos casos anteriores, a Solução 1 também não apresenta-se ótima, uma vez que não consegue otimizar os três objetivos com relação aos valores obtidos para o mecanismo de Jansen, enquanto que a Solução 2 apresenta valores ótimos melhores, em relação a Jansen, sendo assim definida solução ótima, considerando o SP2.

A tabela 13 apresenta as soluções ótimas obtidas em cada um dos algoritmos testados, além dos valores obtidos com os "Holy Numbers".

Tabela 13 – Comparação entre os melhores Objetivos

Jansen	Solução OP	Dif. 1	Solução SP	Dif. 2	Solução SP2	Dif. 3
67.9082	68.0469	≈ 1	71.0667	≈ 4	71.0600	≈ 4
22.4568	15.3182	≈ -7	11.9632	≈ -11	10.6587	≈ -12
98.0000	102.0000	≈ 4	103.0000	≈ 5	104.0000	≈ 6

Nota-se na Tabela 13 que, dentre a melhor solução de cada método, a solução do SP2 é a que apresenta maior diferença comparando suas soluções com as de Jansen. Com isto, o Método da Soma Ponderada com Pareto será utilizado no processo de otimização da nova estrutura a ser desenvolvida, devido a sua eficiência e ao baixo custo computacional.

Além dos objetivos considerados para o protótipo, o SP2 foi aplicado a outra função, apresentada por Gonçalves e Pacheco (2009), conforme a seguinte:

$$f_6 = 0.5 - \frac{\left(\text{sen}\sqrt{(x^2 + y^2)}\right)^2 - 0.5}{(1 + 0.001(x^2 + y^2))^2} \quad (6.3)$$

$$f_{6_{dest}} = 0.5 - \frac{\left(\text{sen}\sqrt{(x + 0.14)^2 + y^2}\right)^2 - 0.5}{(1 + 0.001((x + 0.14)^2 + y^2))^2} \quad (6.4)$$

Gonçalves e Pacheco (2009) utilizaram do AG para determinar a solução ótima do problema, que consistia em maximizar as funções 6.3 e 6.4. Para unidimensionalizar os objetivos, utilizaram de alguns métodos, dentre eles o da Soma Ponderada. Como solução ótima, foi encontrado  $(X, Y) = (-0.0726462, -2.38 * 10^{-5})$ , com  $f_6 = f_{6_{dest}} = 0.9951$ .

Foi aplicado aqui o GAOT juntamente com o SP e o SP2 para os mesmos valores de Gonçalves e Pacheco (2009). Nenhum dos dois, juntamente com o GAOT, aproximaram-se

da solução determinada. Numa análise do GAOT, notou-se que durante a geração da população inicial, nenhuma solução com escala de  $10^{-3}$  foi gerada, sendo o método executado dez vezes, para verificação. Cabe então, uma análise mais profunda, buscando verificar a sensibilidade do GAOT para soluções ótimas em escalas menores que  $10^{-3}$ , sendo este, um dos objetivos futuros relacionados a este trabalho.

### 6.3 Resultados Obtidos

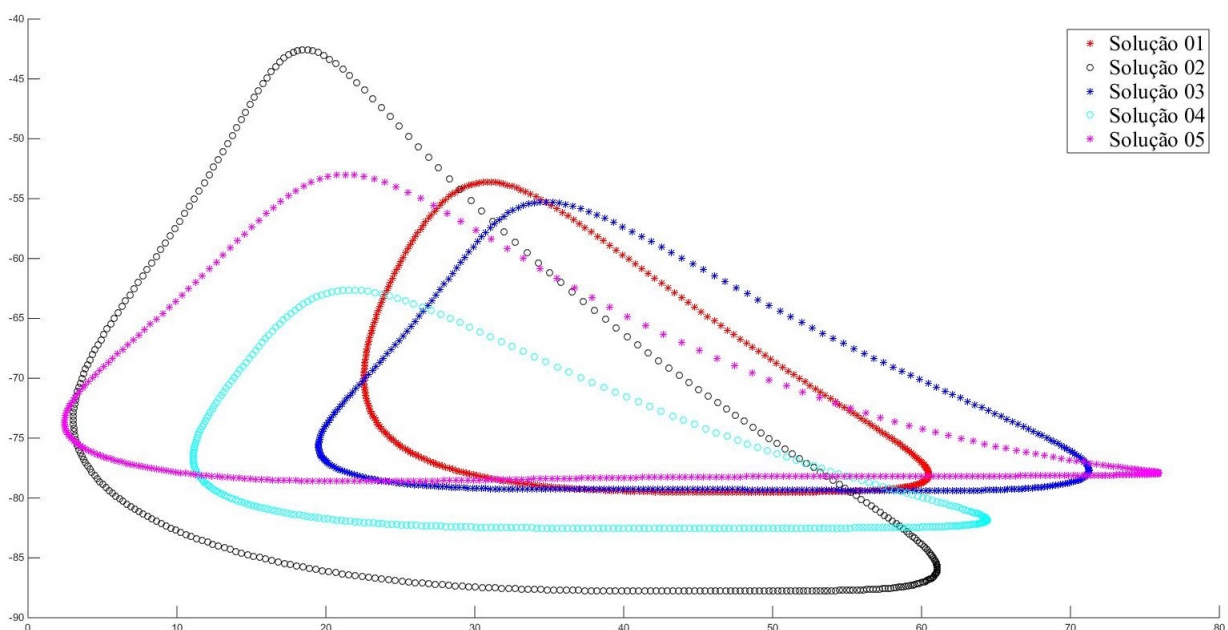
Utilizando dos parâmetros apresentados para resolução do problema de otimização proposto neste trabalho, obteve-se, como soluções candidatas os indivíduos apresentados na Tab. 14 - sendo as soluções candidatas aquelas que não violam as restrições.

Tabela 14 – Soluções Candidatas (mm)

Solução	r	$x_C$	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$	$L_6$	$L_7$	$L_8$	$L_9$	$L_{10}$
1	11	47	59	44	44	51	31	62	45	30	49	68
2	14	42	48	34	37	50	34	59	37	32	55	75
3	15	47	46	41	43	65	30	59	42	36	52	66
4	13	42	49	35	38	55	29	53	38	37	56	65
5	18	42	57	40	40	50	35	54	41	37	50	66

A Figura 66 apresenta a comparação gráfica entre as soluções candidatas, obtidas através do GAOT juntamente com o SP2.

Figura 66 – Movimento dos Pés – Comparativo



Fonte: o autor

A Tabela 15 apresenta o valor de cada objetivo considerado no processo de otimização, para as soluções candidatas determinadas.

Tabela 15 – Soluções Consideradas(mm)

<b>Solução</b>	<b>Objetivo 1</b>	<b>Objetivo 2</b>	<b>Objetivo 3</b>	<b>Objetivo 4</b>	<b>Amplitude <math>y_g</math></b>
1	58.0000	14.3841	-15.2861	41.2088	25.9228
2	63.0000	20.5893	-5.6188	39.5914	45.2102
3	50.0000	14.9886	-6.7996	30.9166	24.1171
4	98.0000	30.7101	-8.8267	28.7105	19.8838
5	32.0000	12.3328	-7.7872	17.8264	25.6136

O indivíduo 4 apresenta os melhores resultados para os Objetivos 1 e 2, enquanto que, o indivíduo 2 apresenta melhor resultado para o terceiro objetivo e, para o quarto objetivo, o indivíduo 1 apresenta-se melhor. Nota-se que o indivíduo 2 apresenta um resultado intermediário entre os objetivos, além de apresentar a maior amplitude em  $y_G$  para o pé, permitindo transpor maiores obstáculos. Assim foi considerado o resultado ótimo para este problema.



## Capítulo 7

---

# PROTÓTIPO CINEMÁTICO

---

Uma vez obtidas as dimensões ótimas do mecanismo bidimensional de locomoção similar ao de Jansen, é proposta uma estrutura de locomoção que possa ser acoplada a cadeiras de rodas convencionais (Fig. 67), melhorando sua mobilidade, com possibilidade de automação.

Figura 67 – Cadeira de Rodas considerada no estudo



Fonte: o autor

Para o desenvolvimento do protótipo, foram utilizadas as medidas apresentadas na Figura 68.

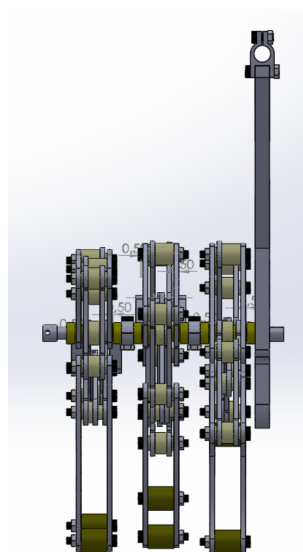
Figura 68 – Cadeira de rodas - medidas consideradas



Fonte: o autor

O protótipo desenvolvido consiste em uma estrutura que pode ser acoplada na parte inferior da cadeira de rodas de modo a substituir cada uma das rodas maiores por um conjunto formado por três pares de pernas (Fig. 69). A quantidade de pernas foi determinada via simulações numéricas – utilizando do modelo matemático proposto e as novas medidas determinadas, de forma a, cada iteração  $i$  adicionava-se uma perna e comparava-se a defasagem entre as pernas dianteiras e traseiras, buscando uma defasagem menor igual a 1mm – com o objetivo de reduzir trepidações. Todo o desenvolvimento do projeto tridimensional foi realizado em um software CAD 3D.

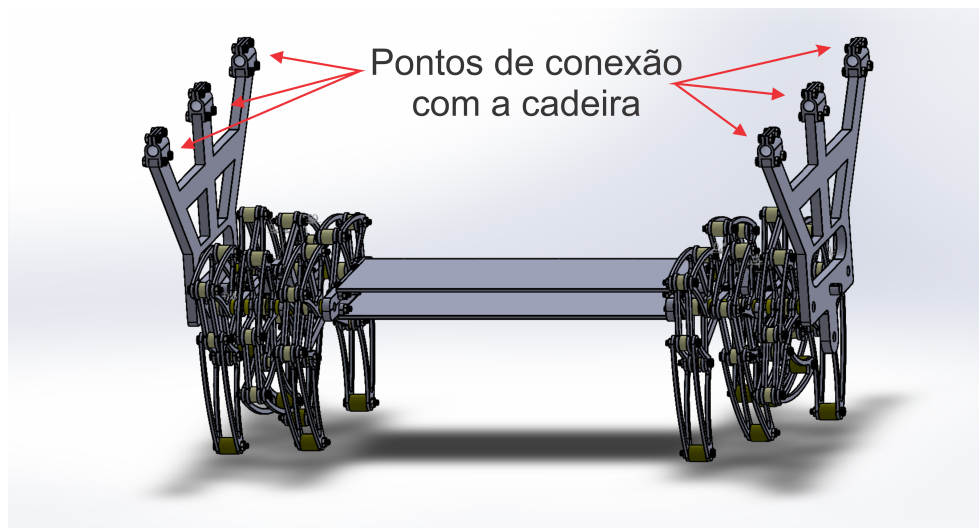
Figura 69 – Vista frontal: mecanismo com três pernas



Fonte: o autor

A Figura 70 apresenta o protótipo completo (Apêndice K), desenvolvido neste trabalho.

Figura 70 – Protótipo Completo



Fonte: o autor

Os componentes utilizados na montagem são listados na Tabela 16 e os detalhes de cada um podem ser vistos nos Apêndices L e M.

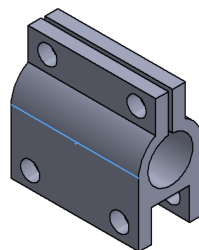
Tabela 16 – Componentes da Montagem

<b>Nome da peça</b>	<b>Descrição</b>	<b>Quantidade</b>
Conector Cadeira	Conector de Fixação do Protótipo à Cadeira	6
Ligação - MC	Peça de conexão entre o Mecanismo e a Cadeira	2
Virabrequim	Manivela	2
Joelho - Posterior	Barra L7	24
Joelho - Anterior	Barra L5	24
Manivela Maior	Barra L6	12
Manivela Menor	Barra L1	12
Conector - G	Conector Utilizado no nó G	12

Conector - E	Conector Utilizado no nó E	12
Conector - B	Conector Utilizado no nó B	12
Coxa	Triângulo BCD	24
Pé	Triângulo EFG	24
Conector - O	Conector Utilizado nos nós D e F	24
Conector Fixo	Conector Utilizado no nó C	24
Conector Fixo EB	Conector Utilizado juntamente com o Conector Fixo	12
Conector - VB	Conector Utilizado entre a Ligação MC e o Virabrequim	2
Peça Interna	Separa cada os pares de Perna	8
Caixa do Motor	Peça Para acoplamento do Motor Peça encaixada no final de cada	2
Fixação Motor	Peça de Ligamento, onde será acoplada a caixa do motor	4

O protótipo é acoplado na cadeira de rodas utilizando o **Conector - Cadeira** ilustrado pela Fig. 71.

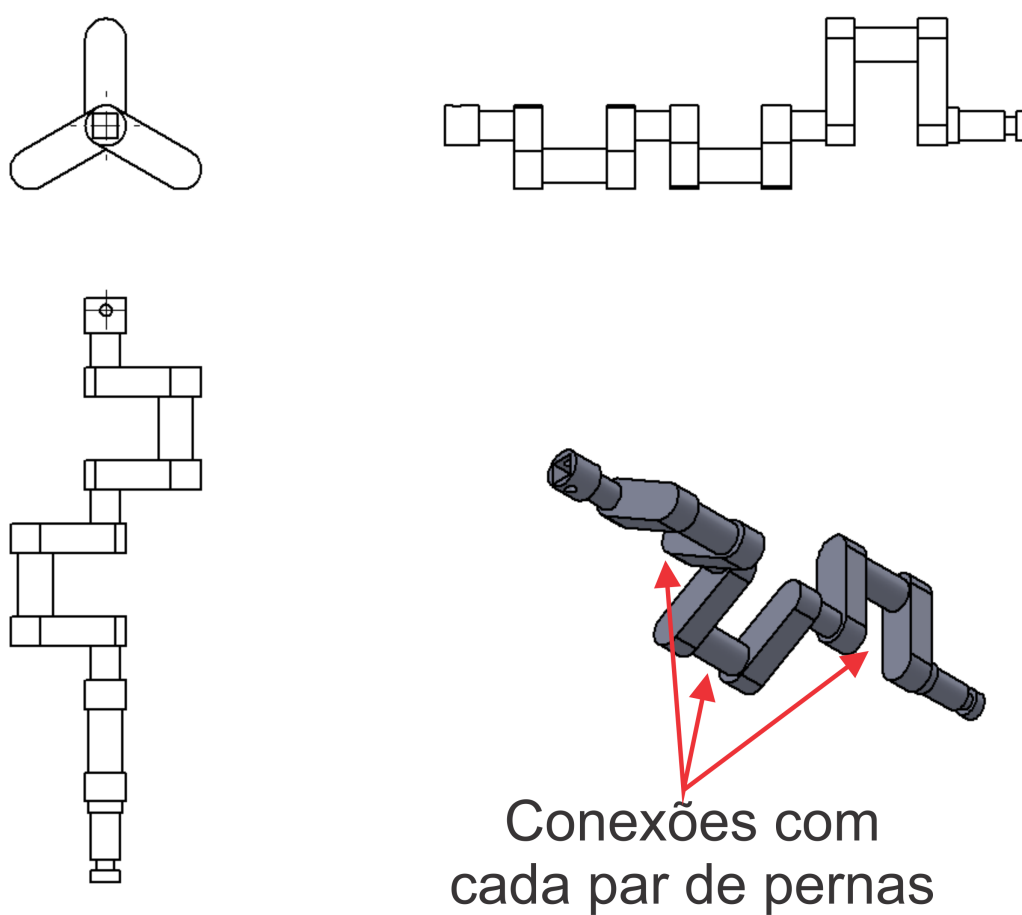
Figura 71 – Conector - Cadeira



Fonte: o autor

O segmento  $\overline{HA}$  apresentado no modelo bidimensional, no plano tridimensional corresponde a um Virabrequim (Fig.72), com variação angular de  $120^\circ$  entre cada manivela, para cada par de pernas.

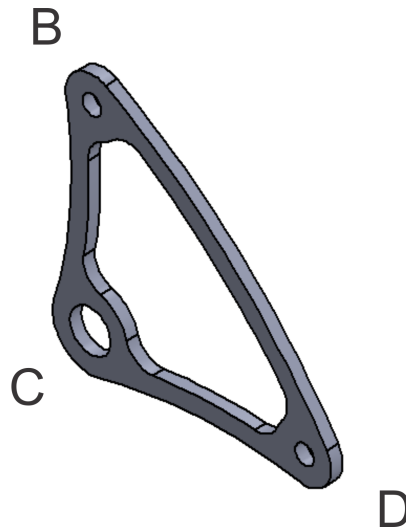
Figura 72 – Virabrequim



Fonte: o autor

O triângulo BCD, no protótipo desenvolvido, consiste em uma peça denominada de **Coxa**, sendo apresentada pela Fig. 73.

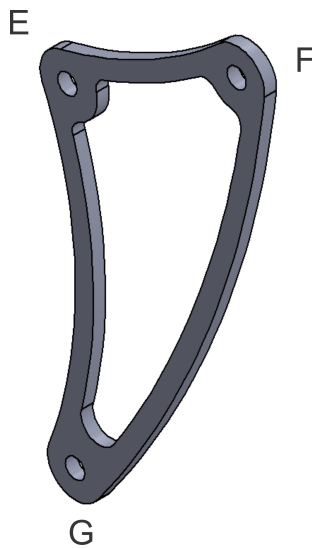
Figura 73 – Triângulo BCD - Coxa



Fonte: o autor

O triângulo EFG, por sua vez, também consiste em uma peça, denominada de pé (Fig. 74).

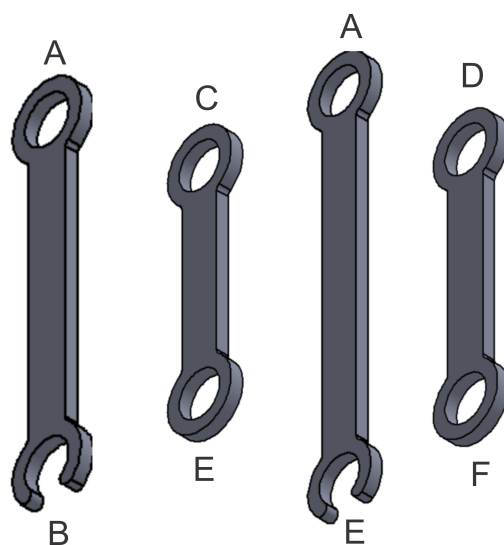
Figura 74 – Triângulo EFG - Pé



Fonte: o autor

As barras  $L_1$ ,  $L_5$ ,  $L_6$  e  $L_7$  são respectivamente denominadas no projeto tridimensional como: **Manivela Menor**, **Joelho - Anterior**, **Manivela Maior** e **Joelho - Posterior**, sendo apresentados, nesta ordem, na Figura 75.

Figura 75 – Manivelas

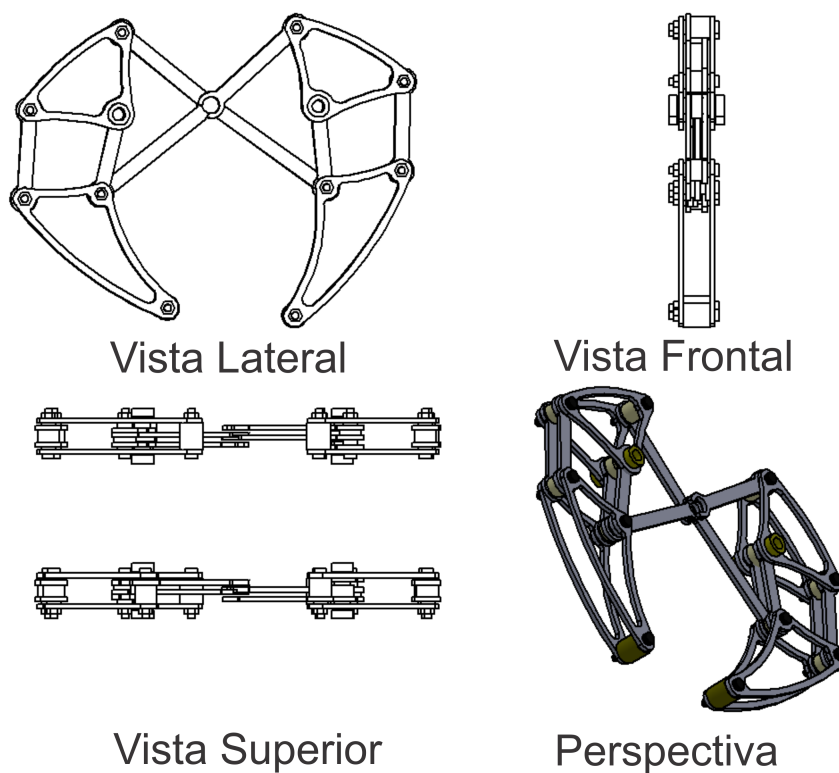


Fonte: o autor

Sendo a abertura presente nas Manivelas para encaixe com o Virabrequim.

A montagem completa de um par de pernas é ilustrada na Figura 76.

Figura 76 – Conjunto par de pernas



Fonte: o autor



## Capítulo 8

---

# RESULTADOS E CONCLUSÕES

---

Foi desenvolvido um modelo matemático para os dispositivos de locomoção do Tipo Jansen, utilizando de relações trigonométricas, o qual apresentou similaridade ao apresentado no livro *The Great Pretender* (JANSEN, 2007). Contudo, a comparação numérica não foi possível uma vez que Jansen não compartilhou o modelo matemático desenvolvido por ele.

O modelo matemático, aqui desenvolvido, possibilitou a determinação de uma equação geral do movimento dos nós G e G' com consequente determinação de uma função para otimização multiobjetivo.

Buscando determinar uma configuração diferente da proposta por Jansen, de forma que os nós fixos permanecessem sobre o mesmo eixo no plano cartesiano, (mais precisamente o nó H com coordenadas (0, 0)), quatro objetivos foram determinados, considerando quatorze restrições de desigualdade e duas de igualdade. Uma vez formulado o problema de otimização, utilizou-se o GAOT como método de otimização. Contudo, com o fato de o mesmo ser mono-objetivo, tornou-se necessária a escolha de um método para conversão de problemas multiobjetivos em mono-objetivos.

O primeiro método analisado foi método da Ordenação de Pareto. Ao ser validado para o problema com intervalos menores e objetivos mais simplificados, gerou um esforço computacional grande, comprometendo a máquina em que foram compilados os algoritmos, necessitando até mesmo reiniciá-la. O método mostrou-se inadequado, uma vez que não apresentava um critério de avaliação mais rigoroso para classificar os indivíduos da população, além de um custo computacional elevado e uma quantidade reduzida de soluções candidatas, dentre toda a população.

O segundo método analisado foi o método da Soma Ponderada, que apresenta uma forma mais criteriosa para classificar os indivíduos da população, contudo, não classifica os indivíduos segundo as definições de Pareto, fornecendo uma população final com soluções dominadas. Com isso, o método também se apresentou inadequado, além de também apresentar um alto custo computacional para uma quantidade reduzida de soluções candidatas.

O terceiro método, proposto neste trabalho, classifica os indivíduos pelo Método da Soma Ponderada e, divididos pelo Rank de cada indivíduo, ou seja, eram penalizados por sua dominância. O novo método apresentou-se bastante favorável, devido ao baixo custo computacional e uma quantidade considerável de soluções candidatas maior que os outros dois métodos. Com tais características, a junção de dois métodos individualmente inadequados constituiu um método simples e com relativo baixo custo computacional, que permitiu uma boa convergência.

Como trabalho futuro, além da análise de sensibilidade do GAOT como citado na seção 6.2, deseja-se realizar uma análise, em elementos finitos, do protótipo desenvolvido, buscando a escolha do material a ser utilizado, as dimensões finais das peças, possíveis falhas e pontos críticos, – sob uma análise estática do protótipo – de modo que seja confeccionado e acoplado em uma cadeira de rodas, para execução de teste práticos. De posse do protótipo, deve ser desenvolvido um sistema de automação, dotado de motores e sensores, para análise do movimento do protótipo, em situações reais.

Ao longo do desenvolvimento desta pesquisa, dois trabalhos foram publicados. No I Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão da Regional Catalão (I CONPEEX Regional Catalão) foi apresentado o artigo intitulado "Modelagem matemática de sistema de locomoção em máquinas móveis do tipo Jansen", que tratava temas como o modelo matemático e as técnicas de modelagem utilizadas. No I Workshop de Modelagem e Otimização (WMiMO'15) apresentou-se, como apresentação oral o trabalho intitulado "Modelagem matemática e otimização de sistemas de locomoção em máquinas móveis do tipo Jansen", de modo a apresentar o estudo inicial relacionado à otimização da estrutura, juntamente com o método da Soma Ponderada com Pareto.

Objetiva-se ao fim do mestrado a publicação de artigos em periódicos, revistas e jornais, apresentando os resultados obtidos e os que ainda serão estudados.

---

## REFERÊNCIAS

---

ALEXANDER, R. M.; GOLDSPINK, G. *Mechanics and energetics of animal locomotion*. [S.l.]: Chapman and Hall; Wiley, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.

ALLSTEEL, S. O.; ALLSTEEL, E. M. *et al. Ergonomics and Design a Reference Guide*. 2006. Disponível em: <[www.allsteeloffice.com/ergo](http://www.allsteeloffice.com/ergo)>. Acesso em: 03/03/2015. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 47.

AÑEZ, C. R. R. Antropometria na ergonomia. *Ensaio de Ergonomia*. Florianópolis, 2000. Citado na página 43.

ARROYO, J. E. C. Heurísticas e metaheurísticas para otimização combinatória multiobjetivo. Biblioteca Digital da Unicamp, 2002. Citado na página 57.

ARTFUTURA. *Strandbeest de Theo Jansen*. 2005. Disponível em: <[http://www.artfutura.org/02/05jansen\\_en.html](http://www.artfutura.org/02/05jansen_en.html)>. Acesso em: 06/05/2015. Citado na página 31.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 9050: Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos*. [S.l.], 2004. 97 p. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 44.

\_\_\_\_\_. *NBR ISO 7176: Cadeira de rodas, completo*. [S.l.], 2009. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 44.

BÄCK, T.; HAMMEL, U.; SCHWEFEL, H.-P. Evolutionary computation: Comments on the history and current state. *Evolutionary computation, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 1, n. 1, p. 3–17, 1997. Citado na página 51.

BALTAR, X. A. L. Metodologias y tecnologias de evaluación ergonômica. *6º ERGDSIGN, Universidade Estadual Paulista, Baurú - SP*, p. 6, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.

BASTOS, E. *Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos*. 2004. 168 f. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil)–COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004. Citado na página 50.

BERSCH, R. Introdução à tecnologia assistiva. *Porto Alegre: CEDI*, 2008. Citado na página 41.

BROMLEY, I. *Tetraplegia and paraplegia: a guide for physiotherapists*. [S.l.]: Elsevier Health Sciences, 2006. v. 6. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.

- CARRIEL, I. R. R. *Recomendações ergonômicas para o projeto de cadeira de rodas: considerando os aspectos fisiológicos e cognitivos dos idosos*. 245 p. Dissertação (Mestrado) — Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 35, 41 e 43.
- CARRIEL, I. R. R.; PASCHOARELLI, L. C. Design ergonômico de cadeira de rodas para idosos. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2005. Citado na página 44.
- DARWIN, C. The origin of species. reprint. *New York: Modern Library*, 1859. Citado na página 50.
- DAS, B.; KOZEY, J. W. Structural anthropometric measurements for wheelchair mobile adults. *Applied Ergonomics*, Elsevier, v. 30, n. 5, p. 385–390, 1999. Citado na página 44.
- DAVIS, L. Handbook of genetic algorithms. 1991. Citado 4 vezes nas páginas 52, 53, 55 e 56.
- DAWKINS, R. *Climbing mount improbable*. [S.l.]: WW Norton & Company, 1997. Citado na página 30.
- DEB, K. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001. v. 16. Citado na página 59.
- DUL, J.; WEERDMEESTER, B. *Ergonomia prática*. [S.l.]: Editora Edgard Blücher, 2000. Citado na página 43.
- FEBRABAN. *Manual de Acessibilidade para Agências Bancárias*. 2008. Disponível em: <[www.febraban.org.br](http://www.febraban.org.br)>. Citado 3 vezes nas páginas 35, 45 e 46.
- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *Evolutionary computation*, MIT Press, v. 3, n. 1, p. 1–16, 1995. Citado na página 58.
- GEUS, A. R. d.; STOPPA, M. H. A graphical interface for jansen's mechanism by recursive geometric determination of nodes. Dalhousie Computer Science IN-House Conference, Canada, 2012. Citado na página 34.
- GEYER-SCHULZ, A. *Fuzzy rule-based expert systems and genetic machine learning*. [S.l.]: Physica Verlag, 1997. v. 3. Citado na página 55.
- GHASSAEI, A. *The Design and Optimization of a Cranck-Based Leg Mechanism*. Tese (Doutorado) — Doctor Thesis, Pomona College Department of Physics and Astronomy, 2011. Citado na página 34.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. [S.l.]: Addison-Wesley, New York, 1989. Citado 5 vezes nas páginas 50, 52, 53, 55 e 56.
- GONÇALVES, L. B.; PACHECO, M. A. C. Estudo comparativo dos métodos de aptidão para problemas com múltiplos objetivos. *Revista ICA*, Nº. 2, 2009. Citado na página 109.
- HENDRICK, H. W. Macroergonomics: a new approach for improving productivity, safety and quality of work life. In: *Congresso Latinoamericano de Ergonomia*. [S.l.: s.n.], 1993. v. 2, p. 39–58. Citado na página 43.
- HOFLAND, H. J. A.; JANSEN, T.; ROTTERDAM, K. *Strandbeesten van Theo Jansen*. [S.l.]: Ludion, 2002. Citado 3 vezes nas páginas 30, 31 e 32.

HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. [S.l.]: U Michigan Press, 1975. Citado 3 vezes nas páginas 50, 52 e 53.

HOLTZ, G. C. d. C. *Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário*. 121 p. Tese (Doutorado) — Dissertação de Mestrado, Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 51.

HOUCK, C. R.; JOINES, J.; KAY, M. G. A genetic algorithm for function optimization: a matlab implementation. *NCSU-IE TR*, v. 95, n. 09, 1995. Citado na página 95.

IIDA, I. Ergonomia: projeto e produção. *Ergonomia: projeto e produção*. São Paulo: Edgard Blücher, 2000. Citado na página 48.

INGRAM, A. J. *Numerical kinematic and kinetic analysis of a new class of twelve bar linkage for walking machines*. 56 p. Tese (Doutorado) — RAND AFRIKAANS UNIVERSITY, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 29, 31 e 34.

INGRAM, A. J. *A new type of mechanical walking machine*. Tese (Doutorado) — UNIVERSITY OF JOHANNESBURG, 2006. Citado na página 34.

JANSEN, T. *The great pretender*. [S.l.]: 010 Publishers, 2007. Citado 4 vezes nas páginas 33, 34, 88 e 121.

KAMENETZ, H. L. A brief history of the wheelchair. *Journal of the history of medicine and allied sciences*, Oxford Univ Press, v. 24, n. 2, p. 205–210, 1969. Citado 5 vezes nas páginas 29, 37, 38, 39 e 40.

KNOX, P. *Neurally Inspired-Octopod-Locomotion*. Tese (Doutorado) — Rand Afrikaans University, 1997. Citado na página 31.

LUCENA, D. V. d. Algoritmos evolutivo multiobjetivo para seleção de variáveis em problemas de calibração multivariada. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Goiás, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.

MICHALEWICZ, Z. *Genetic algorithms+ data structures= evolution programs*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1994. Citado 3 vezes nas páginas 51, 52 e 58.

MINKEL, J. L. Seating and mobility considerations for people with spinal cord injury. *Physical therapy*, American Physical Therapy Association, v. 80, n. 7, p. 701–709, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 41.

MORAES, A.; MELO, C.; PUERARI, L. Ergonomia e envelhecimento: Um estudo dos acidentes nos lares e o uso de produtos domésticos por idosos na cidade do rio de janeiro. 2004. Citado na página 44.

PANTUZA JÚNIOR., G. Métodos de otimização multiobjetivo e de simulação aplicados ao problema de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto., 2011. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.

PARETO, V. *Cours d'économie politique*. [S.l.]: Librairie Droz, 1964. Citado na página 58.

- RAMOS, C. d. C.; RIPPER, J. L. M.; NOJIMA, V. L. M. d. S. Avaliação da venda de cadeiras de rodas. In: *Anais do II Congresso Internacional de Pesquisa em Design–Brasil*. Rio de Janeiro: ANPED. [S.l.: s.n.], 2003. Citado na página 44.
- SARAMAGO, S. P.; STEFFEN JÚNIOR, V. Introdução às técnicas de otimização em engenharia. *Horizonte científico*, v. 2, n. 2, 2008. Citado na página 50.
- SAWATZKY, B. Wheeling in the new millennium: The history of the wheelchair and the driving forces in wheelchair design today. *Vancouver, CA*, 2002. Citado na página 40.
- SILVA, O.; DEL'ACQUA, R. Cadeiras de rodas e sua evolução histórica. *Editores FASTER*. [Acesso em 15 jun de 2013]. Disponível em:< [http://www.crfaster.com.br/Cadeira% 20Rodas. htm](http://www.crfaster.com.br/Cadeira%20Rodas.htm), 2010. Citado 3 vezes nas páginas 29, 38 e 40.
- SOUZA, J. B. B. Concepção da estrutura do sistema tecnológico de uma cadeira de rodas inteligente adaptada ao utilizador. *Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, Portugal*, p. 99, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 43.
- TICONA, W. G. C. *Algoritmos evolutivos multi-objetivo para a reconstrução de árvores loge-néticas*. Tese (Doutorado) — Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, 2008. Citado na página 57.
- VANDERPLAATS, G. N. *Numerical optimization techniques for engineering design: with applications*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1984. v. 1. Citado 3 vezes nas páginas 49, 56 e 57.
- VELDHUIZEN, D. A. V.; LAMONT, G. B. Multiobjective evolutionary algorithms: Analyzing the state-of-the-art. *Evolutionary computation*, MIT Press, v. 8, n. 2, p. 125–147, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 59.
- VITA, S. S. B. V. Algoritmos genéticos multiobjetivos aplicados ao roteamento multicast com qualidade de serviço. 2009. Citado na página 58.
- WILSON, A. B.; MCFARLAND, S. R. *Wheelchairs: a prescription guide*. [S.l.]: Rehabilitation Press, 1986. Citado na página 39.

## APÊNDICE A

---

# Função Principal

---

```
function funcao_principal()

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Variáveis de Projeto %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all
clc

t_p = 50000;
iteracao = 10;
intervalo = [10 25
28 48
40 60
30 50
30 50
45 65
29 49
51 71
29 49
26 46
39 59
55 75];
Nvars = 12;
Nobjs = 4;
P_DE_RES = 1;
peso = [0.2 0.3 0.25 0.25];
rp = -10;
```







## APÊNDICE B

---

# Gera População

---

```
function [pop] = gera_populacao(num, bounds,  
peso,Nvars,Nobjs,Nres,rp)  
  
rng = (bounds(:,2)-bounds(:,1))'; %Tamanho dos intervalos de cada variável  
  
Pop = zeros(num,Nvars); %Gera uma matriz nula para a população  
Pop(:,1:Nvars)=(ones(num,1)*rng).*(rand(num,Nvars))  
+(ones(num,1)*bounds(:,1)'); %Gera a população  
  
for i=1:num %Adiciona a matriz os objetivos desejados  
func=funcao_objetivo(Pop(i,:));  
mat(i,:)= [Pop(i,:) func];  
end  
  
pop=sp_com_pareto(mat,peso,Nvars,Nobjs,Nres,rp);  
end
```





```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
for t=2*pi:-0.0174532925:0;
```

```
ya=r*sin(t)+ycir;
```

```
if ya>=0
```

```
Z=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 - r^2*cos(t)^2 + xc^2 + (xc -
r*cos(t))^2 - (ycir + r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir - yc +
r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2))) + acos(((ycir - yc +
r*sin(t))^2 - l1^2 + l2^2 + (xc - r*cos(t))^2)/(2*l2*((ycir
- yc + r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

```
psi=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 + l5^2 - l6^2 +
(xc - r*cos(t))^2)/(2*l5*((ycir - yc + r*sin(t))^2
+ (xc - r*cos(t))^2)^(1/2))) - acos(((ycir - yc +
r*sin(t))^2 - r^2*cos(t)^2 + xc^2 + (xc - r*cos(t))^2 -
(ycir + r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir - yc + r*sin(t))^2 +
(xc - r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

```
else
```

```
Z=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 - l1^2
+ l2^2 + (xc - r*cos(t))^2)/(2*l2*((ycir - yc + r*sin(t))^2
+ (xc - r*cos(t))^2)^(1/2))) - acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2
- r^2*cos(t)^2 + xc^2 + (xc - r*cos(t))^2 - (ycir +
r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir - yc + r*sin(t))^2 + (xc -
r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

```
psi=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 - r^2*cos(t)^2 + xc^2
+ (xc - r*cos(t))^2 - (ycir + r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir
- yc + r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2)))
+ acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 + l5^2 - l6^2 + (xc
- r*cos(t))^2)/(2*l5*((ycir - yc + r*sin(t))^2 + (xc -
r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

```
end
```

```
qsi=Z+can;
```

```

xd=xc-13*cos(qsi);
yd=yc+13*sin(qsi);

xe=xc-15*cos(psi);
ye=yc-15*sin(psi);

d=distancia(xd,xe,yd,ye);
ean=acos((15^2+d^2-13^2)/(2*15*d)) + acos((18^2+d^2-17^2)/(2*18*d));

beta=psi-ean;
yf(i)=ye+18*sin(beta);

xg(i) = xc + 19*cos(acos((18^2 + 19^2 - 110^2)/(2*18*19)) -
psi + acos(((13*cos(Z + acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) -
15*cos(psi))^2 - 13^2 + 15^2 + (13*sin(Z +acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)/(2*15*((13*cos(Z +
acos((12^2 +13^2 - 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 +
(13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)^(1/2))) + acos(((13*cos(Z +
acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 -
17^2 + 18^2 + (13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) +
15*sin(psi))^2)/(2*18*((13*cos(Z + acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 + (13*sin(Z + acos((12^2 +
13^2 -14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)^(1/2)))) -
15*cos(psi);

yg(i) = (yc - 15*sin(psi)) - 19*sin(acos((18^2 + 19^2 -
110^2)/(2*18*19)) - psi + acos(((13*cos(Z + acos((12^2
+ 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 - 13^2 + 15^2 +
(13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) +
15*sin(psi))^2)/(2*15*((13*cos(Z +acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 + (13*sin(Z +
acos((12^2 + 13^2
- 14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)^(1/2))) +
acos(((13*cos(Z + acos((12^2 + 13^2 -14^2)/(2*12*13)))
- 15*cos(psi))^2 - 17^2 + 18^2 + (13*sin(Z + acos((12^2
+ 13^2 -14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)/(2*18*((13*cos(Z
+ acos((12^2 + 13^2 -14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 +

```

```
(13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)^(1/2)))));
```

```
i=i+1;
```

```
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Objetivo 1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
amplitudey=max(yg)-min(yg);
```

```
%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Objetivo 2 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
minimoy=min(yg);
```

```
cont=0;
```

```
for j=1:i-1
```

```
if abs(yg(j)-minimoy)<=tol
```

```
cont=cont+1;
```

```
v_P(cont)=j;
```

```
end
```

```
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Objetivo 3 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
amplitudexc=abs(xg(max(v_P))-xg(min(v_P)));
```

```
%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Respostas %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
if sum((imag(xg)))~=0 || sum((imag(yg)))~=0
```

```
val=[0 0 0 0];
```

```
else
ob1=cont;
ob2=amplitudexc;
ob3= abs(max(yg) - min(yf));
ob4=abs(min(yg)-min(yf));
val=[ob1 ob2 -ob3 ob4];

end

end
```







---

```

- yc + r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2))) +
acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 + 15^2 - 16^2 + (xc -
r*cos(t))^2)/(2*15*((ycir - yc + r*sin(t))^2 +
(xc - r*cos(t))^2)^(1/2)))));

end

qsi=Z+can;

xd=xc-13*cos(qsi);
yd=yc+13*sin(qsi);

xe=xc-15*cos(psi);
ye=yc-15*sin(psi);

d=distancia(xd,xe,yd,ye);

ean=acos((15^2+d^2-13^2)/(2*15*d)) + acos((18^2+d^2-17^2)/(2*18*d));
beta=psi-ean;

i=i+1;

yf(i)=ye+18*sin(beta);

yg(i) = (yc - 15*sin(psi)) - 19*sin(acos((18^2 + 19^2 - 110^2)/(2*18*19))
- psi + acos(((13*cos(Z + acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13)))) -
15*cos(psi))^2 - 13^2 + 15^2 + (13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)/(2*15*((13*cos(Z + acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 + (13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2
- 14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)^(1/2)))) + acos(((13*cos(Z +
acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) -
15*cos(psi))^2 - 17^2 + 18^2 + (13*sin(Z +
acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)/(2*18*((13*cos(Z +
acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 + (13*sin(Z
+ acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)^(1/2)))));

%% Formação dos vetores de restrição desigualdade |b - c| < a < (b+c)

red1(i)=abs(l1-l2)-lt;

```

```

red2(i)=lt-(l1+l2);

red3(i)=abs(l2-l3)-l4;
red4(i)=l4-(l3+l2);

red5(i)=abs(l5-l6)-lt;
red6(i)=lt-(l5+l6);

red7(i)=abs(l1-l2)-lt;
red8(i)=lt-(l1+l2);

red9(i)=abs(l5-l3)-d;
red10(i)=d-(l5+l3);

red11(i)=abs(l7-l8)-d;
red12(i)=d-(l7+l8);

red13(i)=abs(l8-l9)-l10;
red14(i)=l10-(l8+l9);

%%restrições de igualdade  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\hat{C})$ 

rei1(i)=l4^2-l2^2-l3^2+2*l2*l3*cos(can);
rei2(i)=l10^2-l9^2-l8^2+2*l9*l8*cos(gama);

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Atribuição de Restrições %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

RED1=max(red1);
RED2=max(red2);

RED5=max(red5);
RED6=max(red6);

RED7=max(red7);
RED8=max(red8);

```

```
RED9=max(red9);
RED10=max(red10);
```

```
RED11=max(red11);
RED12=max(red12);
```

```
RED3=max(red3);
RED4=max(red4);
```

```
RED13=max(red13);
RED14=max(red14);
```

```
REI1 = max(rei1);
REI2 = max(rei2);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Solução das restrições %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
ig = REI1^2+REI2^2;
```

```
des = max(0,RED1)^2+max(0,RED2)^2+max(0,RED3)^2+max(0,RED4)^2+max(0,
RED5)^2+max(0,RED6)^2+max(0,RED7)^2+max(0,RED8)^2+max(0,RED9)^2
+max(0,RED10)^2+max(0,RED11)^2+max(0,RED12)^2+max(0,RED13)^2+
max(0,RED14)^2;
```

```
if imag(ig)~=0
```

```
ig=1;
```

```
end
```

```
if imag(des)~=0
```

```
des=1;
```

```
end
```

```
fr=rp*(ig+des);
```

```
end
```



*APÊNDICE E*

---

## Método da Soma Ponderada Com Pareto

---

```
function ot=sp_com_pareto(populacao,peso,Nvars,Nobjs,V_R,rp)

N = size(populacao,1);
Nnew=N;
rank_atual=1;
posicao=1;
populacaor=populacao;

if V_R<=0
while N~=0

elementos_add=0;

for i=1:Nnew
for k=1:Nobjs
f(k)=populacao(i,Nvars+k);
end

verifica_dominancia=0;

for j=1:Nnew

for k = 1: Nobjs
y(k)=populacao(j,Nvars+k);
end
```

```
if i~=j
CONT=0;
for k=1:Nobjs
if f(k)>=y(k)
CONT=CONT+1;
end
end

if (CONT>0)

else
verifica_dominancia=1;
break
end
end
end

if verifica_dominancia==0
SP=0;
for k=1:Nobjs
SP=SP+(peso(k)*populacao(i,Nvars+k));
end

aptidao=SP/rank_atual;

newpop(posicao,:)=[populacao(i,1:Nvars) aptidao];

N=N-1;
posicao=posicao+1;
populacaor(i-elementos_add,:)=[];
elementos_add=elementos_add+1;
end
end

Nnew=N;
rank_atual=rank_atual+1;
populacao=populacaor;
end
ot=newpop;
```

---

```
else

while N~=0

elementos_add=0;

for i=1:Nnew
for k=1:Nobjs
f(k)=populacao(i,Nvars+k);
end

verifica_dominancia=0;

for j=1:Nnew

for k = 1: Nobjs
y(k)= populacao(j,Nvars+k);
end

if i~=j
CONT=0;
for k=1:Nobjs
if f(k)>=y(k)
CONT=CONT+1;
end
end

if (CONT>0)

else
verifica_dominancia=1;
break
end
end
end

if verifica_dominancia==0
SP=0;
```

```
for k=1:Nobjs
SP=SP+(peso(k)*populacao(i,Nvars+k));
end

aptidao=(SP/rank_atual) + funcao_restricao(populacao(i,1:Nvars),rp);

newpop(posicao,:)=[populacao(i,1:Nvars) aptidao];

N=N-1;
posicao=posicao+1;
populacaor(i-elementos_add,:)=[];
elementos_add=elementos_add+1;
end
end

Nnew=N;
rank_atual=rank_atual+1;
populacao=populacaor;
end
ot=newpop;
end
end
```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Modelo Elitista %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

while(~done)

    [bval,bindx] = max(startPop(:,xZomeLength));
    best = startPop(bindx,:);
    if ( (abs(bval - oval)>epsilon) || (gen==1))
        if floatGA
            bPop(bFoundIn,:)= [gen startPop(bindx,:)];
        else
            bPop(bFoundIn,:)= [gen b2f(startPop(bindx,1:numVar),bounds,bits)
            startPop(bindx,xZomeLength)];
        end
        bFoundIn=bFoundIn+1;
        oval=bval;
    end

    endPop = feval(selectFN,startPop,[gen selectOps]);

    if floatGA
        for i=1:numXOvers,
            for j=1:xOverOps(i,1)
                a = round(rand*(popSize-1)+1);
                b = round(rand*(popSize-1)+1);
                xN=deblank(xOverFNs(i,:));

                [c1 c2] = feval(xN,endPop(a,:),endPop(b,:),bounds,[gen xOverOps(i,:)]);

                endPop(a,:)= c1;
                endPop(b,:)= c2;
            end
        end

        for i=1:numMuts,
            for j=1:mutOps(i,1),
                a = round(rand*(popSize-1)+1);
                c1 = feval(deblank(mutFNs(i,:)),endPop(a,:),bounds,[gen mutOps(i,:)]);
                endPop(a,:)=c1;
            end
        end
    end
end

```

---

```

end
end

else
for i=1:numXOvers,
xN=deblank(xOverFNs(i,:));
cp=find(rand(popSize,1)<xOverOps(i,1)==1);
if rem(size(cp,1),2) cp=cp(1:(size(cp,1)-1)); end
cp=reshape(cp,size(cp,1)/2,2);
for j=1:size(cp,1)
a=cp(j,1); b=cp(j,2);
[endPop(a,:) endPop(b,:)] = feval(xN,endPop(a,:),endPop(b,:),bounds,
[gen xOverOps(i,:)]);
end
end
for i=1:numMuts
mN=deblank(mutFNs(i,:));
for j=1:popSize
endPop(j,:) = feval(mN,endPop(j,:),bounds,[gen mutOps(i,:)]);
end
end
end

gen=gen+1;
done=feval(termFN,[gen termOps],bPop,endPop);

Pop=endPop;
Pop(:,13)=[];
for i=1:popSize
func=funcao_objetivo(Pop(i,:));
mat(i,:)= [Pop(i,:) func];
end
startPop=sp_com_pareto(mat,peso,Nvars,Nobjs,Nres,rp);

[bval,bindx] = min(startPop(:,xZomeLength));
startPop(bindx,:) = best;
end

end

```



## APÊNDICE G

---

# Função Gráfico

---

```
function grafico(sol)

xcir=0;
ycir=0;
yc=0;

r=sol(1);
xc=sol(2);
l1=sol(3);
l2=sol(4);
l3=sol(5);
l4=sol(6);
l5=sol(7);
l6=sol(8);
l7=sol(9);
l8=sol(10);
l9=sol(11);
l10=sol(12);

i=1;
for t=2*pi:-0.0174532925:0;

xa=r*cos(t)+xcir;
ya=r*sin(t)+ycir;

if ya>=0
```

```
Z=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 - r^2*cos(t)^2 + xc^2 +
(xc - r*cos(t))^2 - (ycir + r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir -
yc + r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2))) + acos(((ycir -
yc + r*sin(t))^2 - l1^2 + l2^2 + (xc - r*cos(t))^2)/(2*l2*((ycir
- yc + r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

```
psi=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 + l5^2 - l6^2 +
(xc - r*cos(t))^2)/(2*l5*((ycir - yc + r*sin(t))^2 + (xc -
r*cos(t))^2)^(1/2))) - acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 -
r^2*cos(t)^2 + xc^2 + (xc - r*cos(t))^2 - (ycir +
r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir - yc + r*sin(t))^2 + (xc -
r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

else

```
Z=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 - l1^2 + l2^2 +
(xc - r*cos(t))^2)/(2*l2*((ycir - yc + r*sin(t))^2 +
(xc - r*cos(t))^2)^(1/2))) - acos(((ycir - yc +
r*sin(t))^2 - r^2*cos(t)^2 + xc^2 + (xc - r*cos(t))^2
- (ycir + r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir - yc + r*sin(t))^2 + (xc -
r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

```
psi=acos(((ycir - yc + r*sin(t))^2 - r^2*cos(t)^2 + xc^2
+ (xc - r*cos(t))^2 - (ycir + r*sin(t))^2)/(2*xc*((ycir -
yc + r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2))) + acos(((ycir -
yc + r*sin(t))^2 + l5^2 - l6^2 + (xc - r*cos(t))^2)/(2*l5*((ycir
- yc + r*sin(t))^2 + (xc - r*cos(t))^2)^(1/2)));
```

end

```
xg(i) = xc + l9*cos(acos((l8^2 + l9^2 - l10^2)/(2*l8*l9))
- psi + acos(((l3*cos(Z + acos((l2^2 + l3^2 - l4^2)/(2*l2*l3))) -
l5*cos(psi))^2 - l3^2 + l5^2 + (l3*sin(Z + acos((l2^2 + l3^2 -
l4^2)/(2*l2*l3))) + l5*sin(psi))^2)/(2*l5*((l3*cos(Z +
acos((l2^2 + l3^2 - l4^2)/(2*l2*l3))) - l5*cos(psi))^2 +
(l3*sin(Z + acos((l2^2 + l3^2 - l4^2)/(2*l2*l3))) +
l5*sin(psi))^2)^(1/2)))) + acos(((l3*cos(Z + acos((l2^2 + l3^2
```

```

- 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 - 17^2 + 18^2 + (13*sin(Z
+ acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) +
15*sin(psi))^2)/(2*18*((13*cos(Z + acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 + (13*sin(Z + acos((12^2
+ 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)^(1/2)))) -
15*cos(psi);

```

```

yg(i) = (yc - 15*sin(psi)) - 19*sin(acos((18^2 + 19^2 -
110^2)/(2*18*19)) - psi + acos(((13*cos(Z + acos((12^2 + 13^2
- 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 - 13^2 + 15^2 + (13*sin(Z
+ acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) +
15*sin(psi))^2)/(2*15*((13*cos(Z + acos((12^2 +
13^2 - 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2 +
(13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13)))
+ 15*sin(psi))^2)^(1/2)))) + acos(((13*cos(Z +
acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2
- 17^2 + 18^2 + (13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 -
14^2)/(2*12*13))) + 15*sin(psi))^2)/(2*18*((13*cos(Z
+ acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) - 15*cos(psi))^2
+ (13*sin(Z + acos((12^2 + 13^2 - 14^2)/(2*12*13))) +
15*sin(psi))^2)^(1/2)))));

```

```

i=i+1;

```

```

end

```

```

plot(xg,yg,'ok')

```

```

end

```



*APÊNDICE H*

---

**Função Classificador**

---

```
function classificador(A)
N=size(A,1);
for i=1:N
disp([i funcao_objetivo(A(i,:))])
end
end
```



*APÊNDICE I*

---

**Função Distância**

---

```
function y=distancia(x1,x2,y1,y2)
y=sqrt((x2-x1)2+(y2-y1)2);
end
```



## APÊNDICE J

---

# Função Pareto

---

```
function ot=pareto(populacao,peso,Nvars,Nobjs,V_R,rp)

N = size(populacao,1);
Nnew=N;
rank_atual=10000;
posicao=1;
populacaor=populacao;

while N~=0

elementos_add=0;

for i=1:Nnew
for k=1:Nobjs
f(k)=populacao(i,Nvars+k);
end

verifica_dominancia=0;

for j=1:Nnew

for k = 1: Nobjs
y(k)=populacao(j,Nvars+k);
end

if i~=j
CONT=0;
```

```
for k=1:Nobjs
if f(k)>=y(k)
CONT=CONT+1;
end
end

if (CONT>0)

else
verifica_dominancia=1;
break
end
end
end

if verifica_dominancia==0

aptidao=rank_atual;

newpop(posicao,:)=[populacao(i,1:Nvars) aptidao];

N=N-1;
posicao=posicao+1;
populacaor(i-elementos_add,:)=[];
elementos_add=elementos_add+1;
end
end

Nnew=N;
rank_atual=rank_atual-1;
populacao=populacaor;
end
ot=newpop;
end
```

*APÊNDICE K*

---

**Função Soma Ponderada**

---

```
function ot=sp(populacao,peso,Nvars,Nobjs,V_R,rp)

N = size(populacao,1);

for i = 1:N
    SP=0;
    for k=1:Nobjs
        SP=SP+(peso(k)*populacao(i,Nvars+k));
    end
    newpop(i,:)=[populacao(i,1:Nvars) SP];
end
ot=newpop;
end
```



## APÊNDICE L

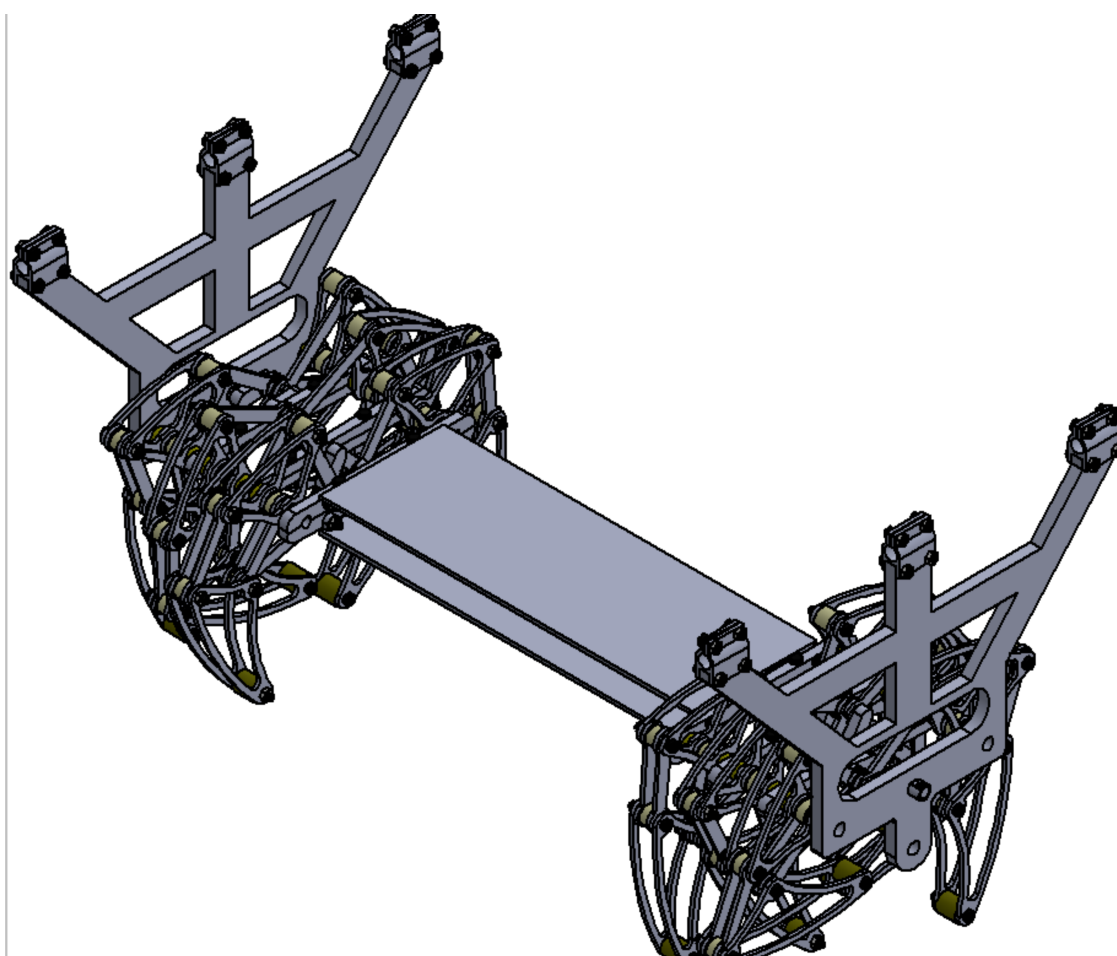
---

# Montagem Protótipo

---

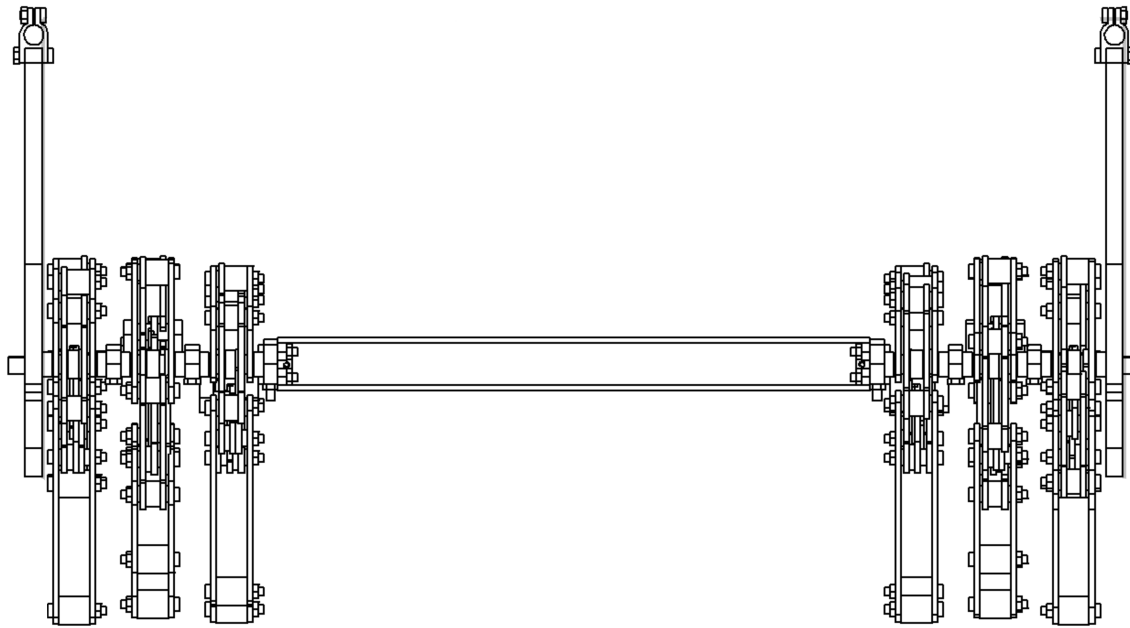
Todas as Medidas apresentadas estão em milímetros.

Figura 77 – Montagem Completa - Perspectiva



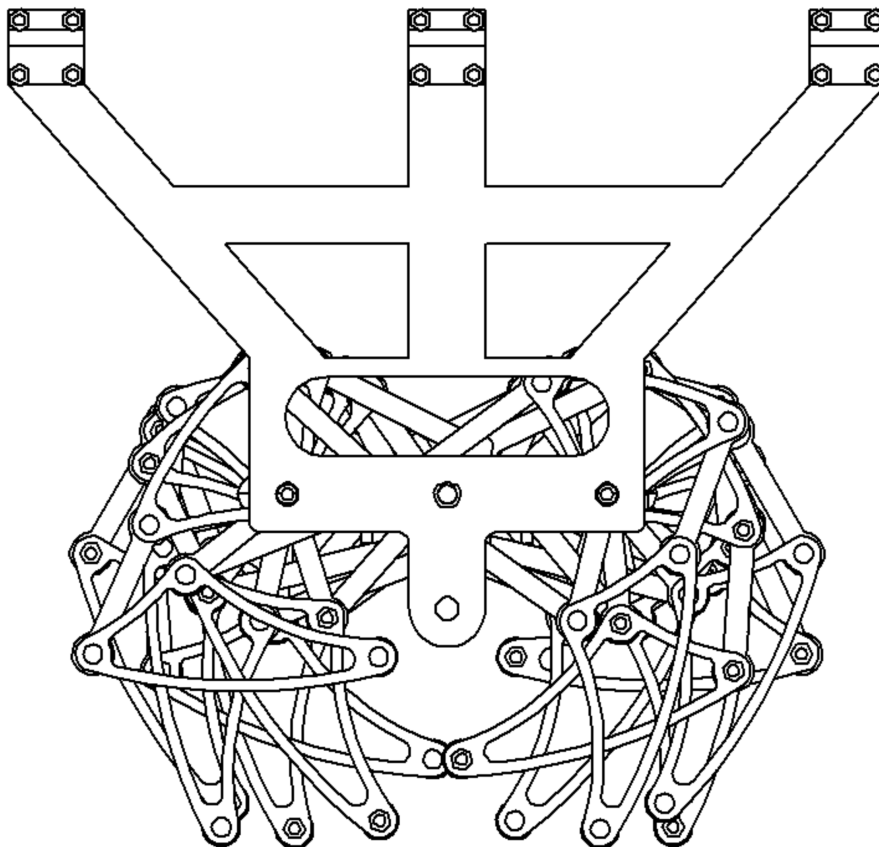
Fonte: o autor

Figura 78 – Montagem Completa - Vista Frontal



Fonte: o autor

Figura 79 – Montagem Completa - Vista Lateral

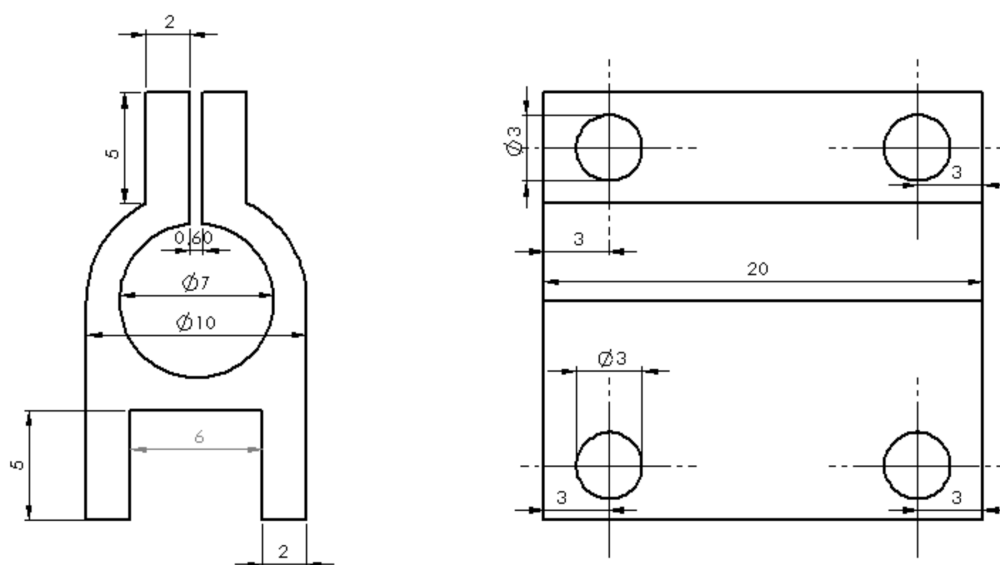


Fonte: o autor

*APÊNDICE M***Componentes da Montagem**

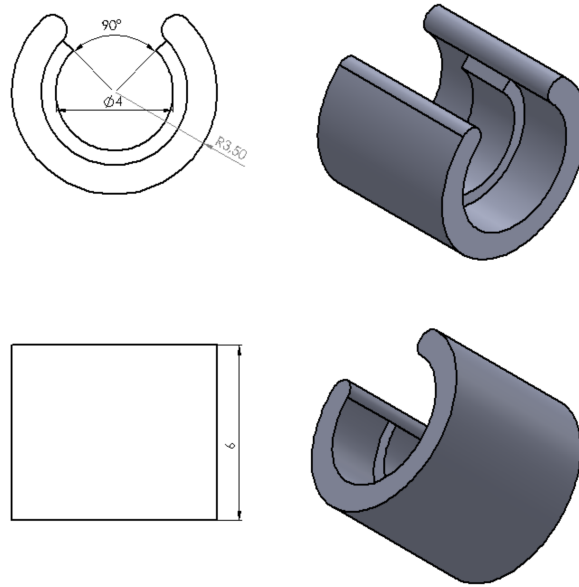
Todas as Medidas apresentadas estão em milímetros.

Figura 80 – Conector Cadeira



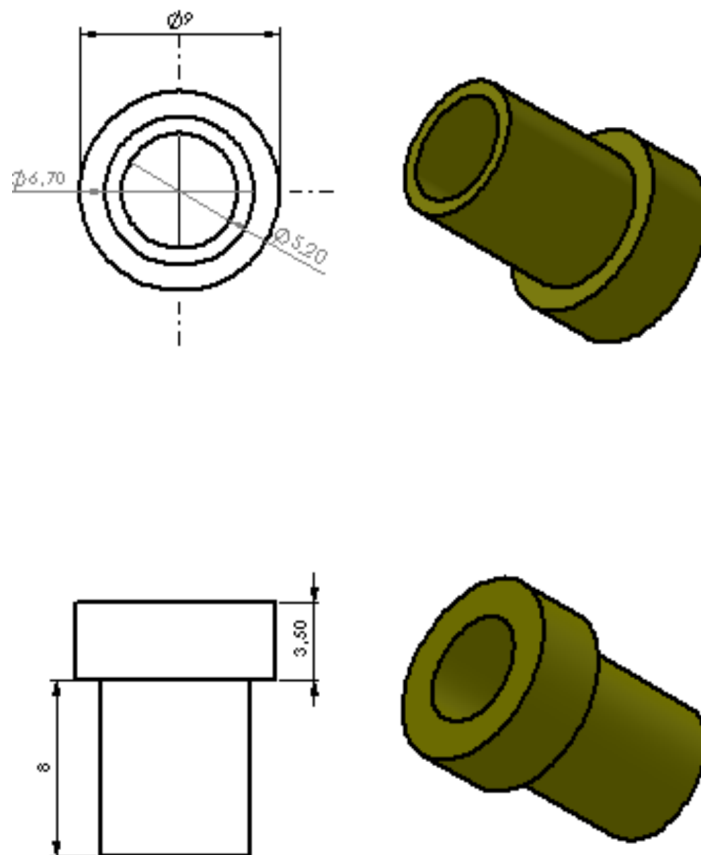
Fonte: o autor

Figura 81 – Adaptador VB



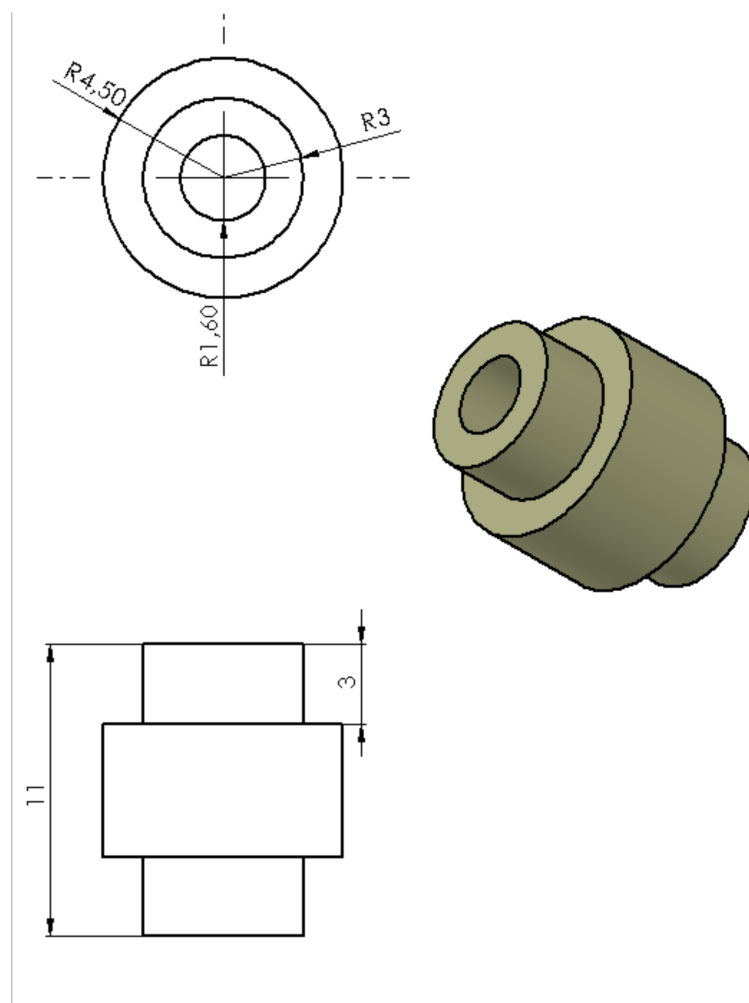
Fonte: o autor

Figura 82 – Conector Fixo



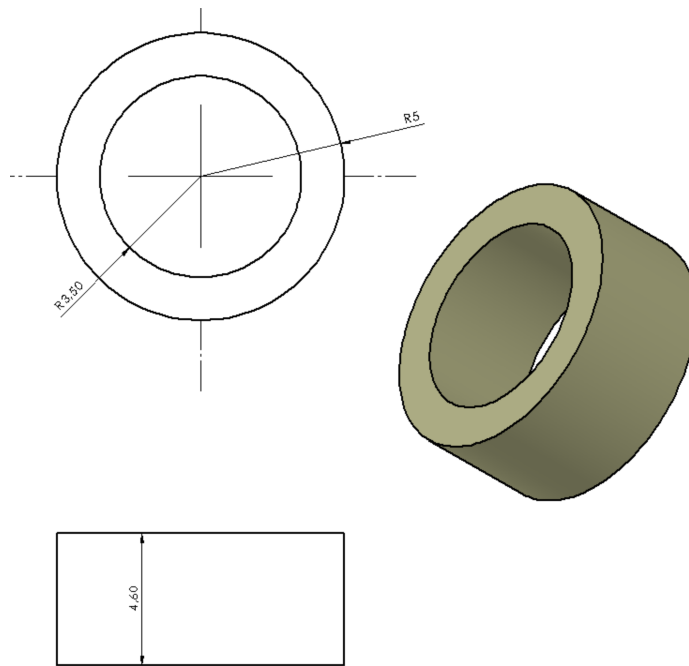
Fonte: o autor

Figura 83 – Conector - O



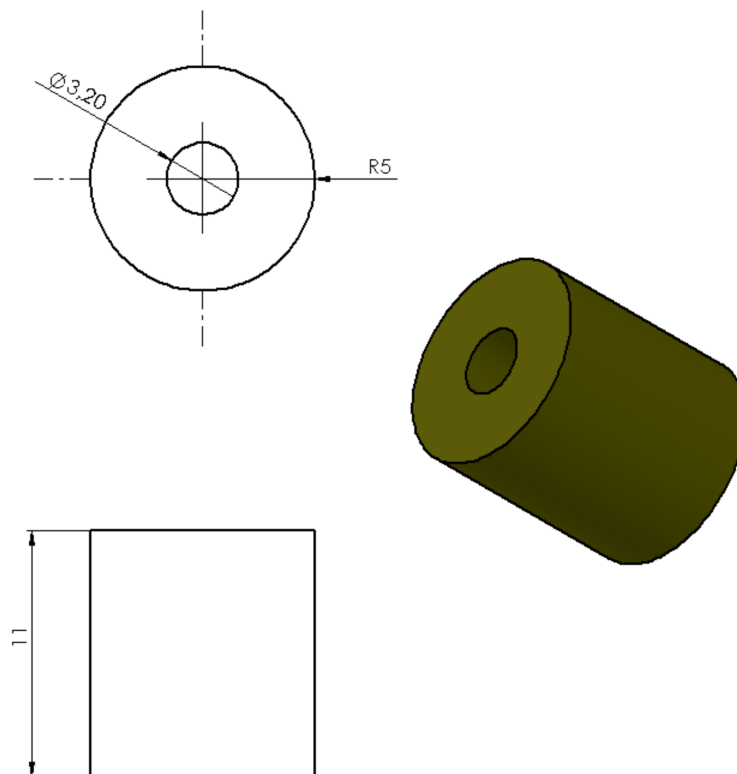
Fonte: o autor

Figura 84 – Conector Fixo EB



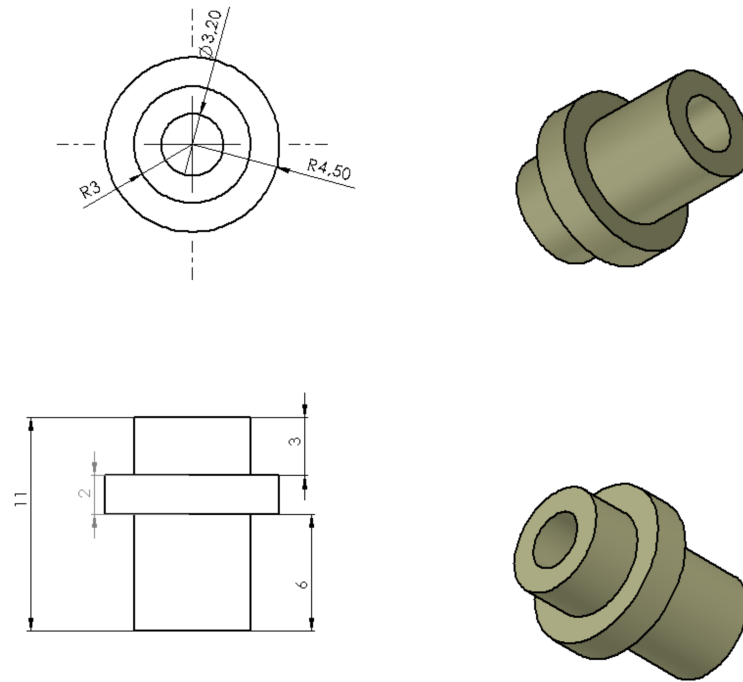
Fonte: o autor

Figura 85 – Conector - G



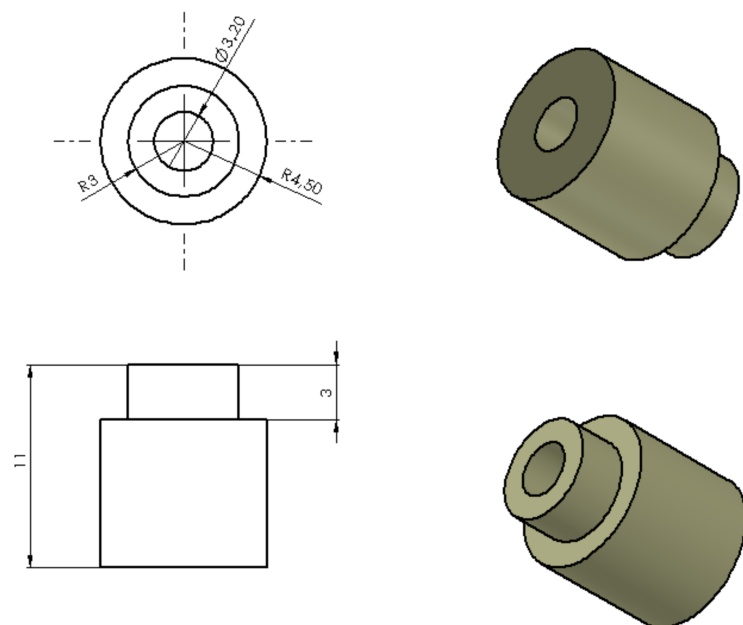
Fonte: o autor

Figura 86 – Conector - E



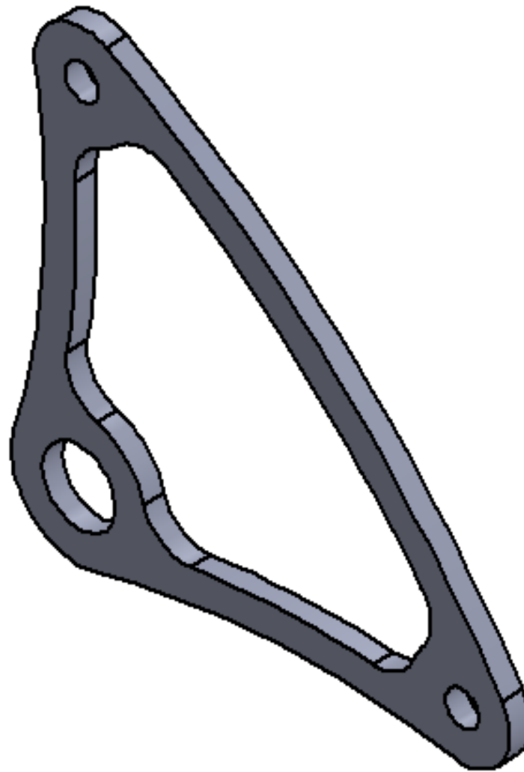
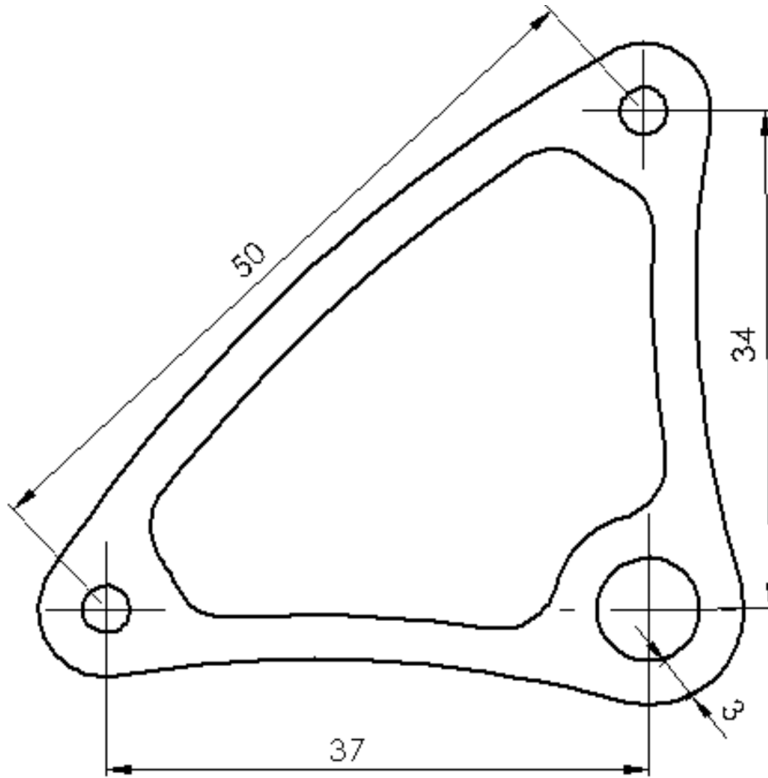
Fonte: o autor

Figura 87 – Conector - B



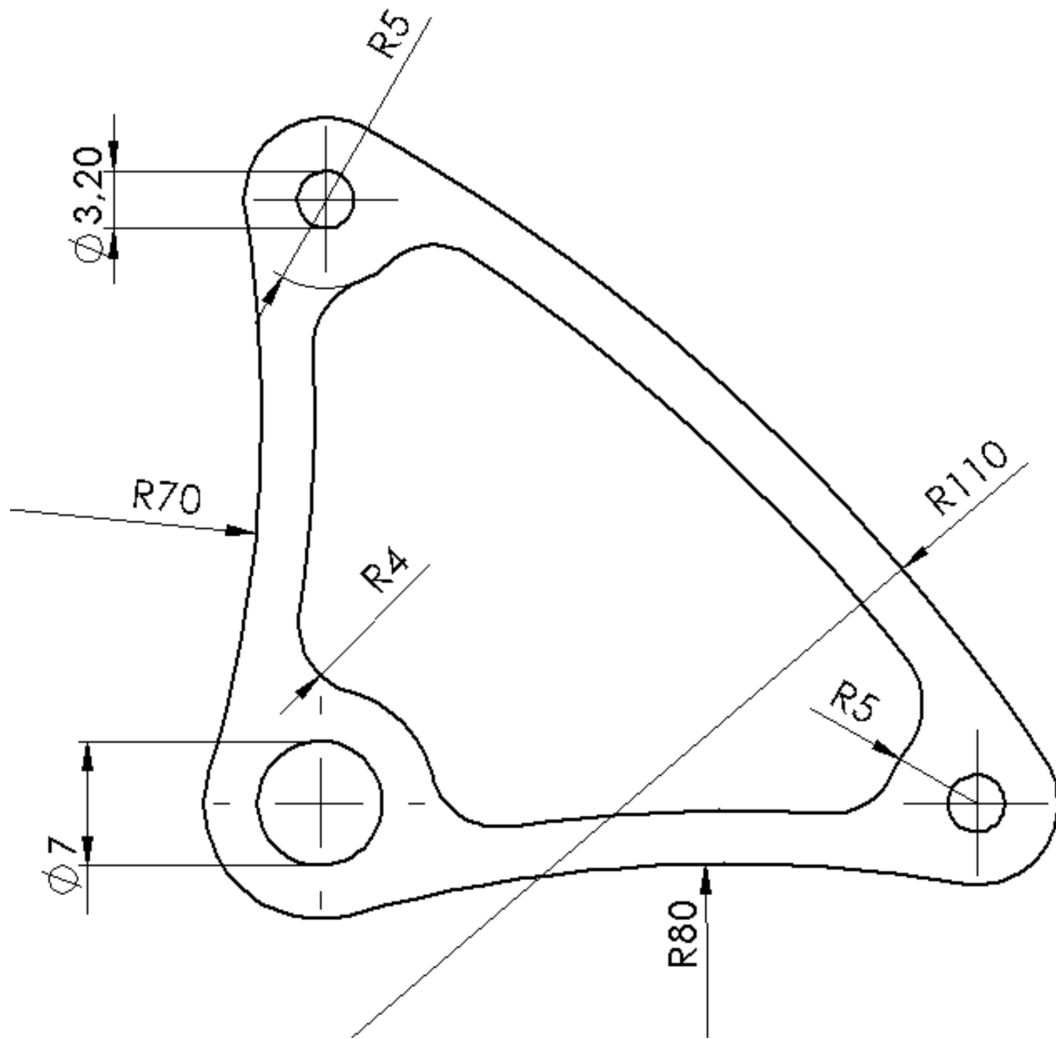
Fonte: o autor

Figura 88 – Coxa - Dimensões



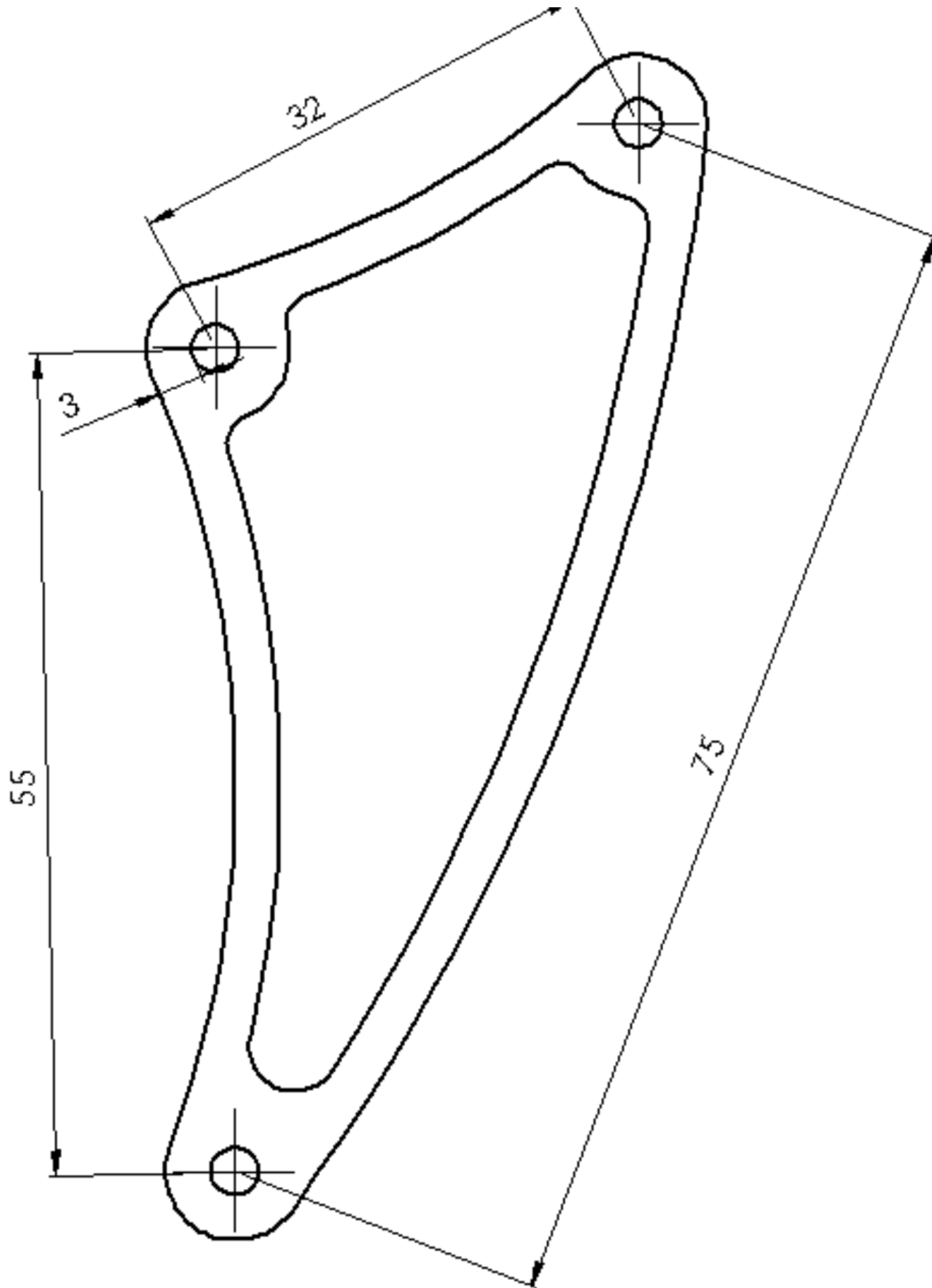
Fonte: o autor

Figura 89 – Coxa - Raios



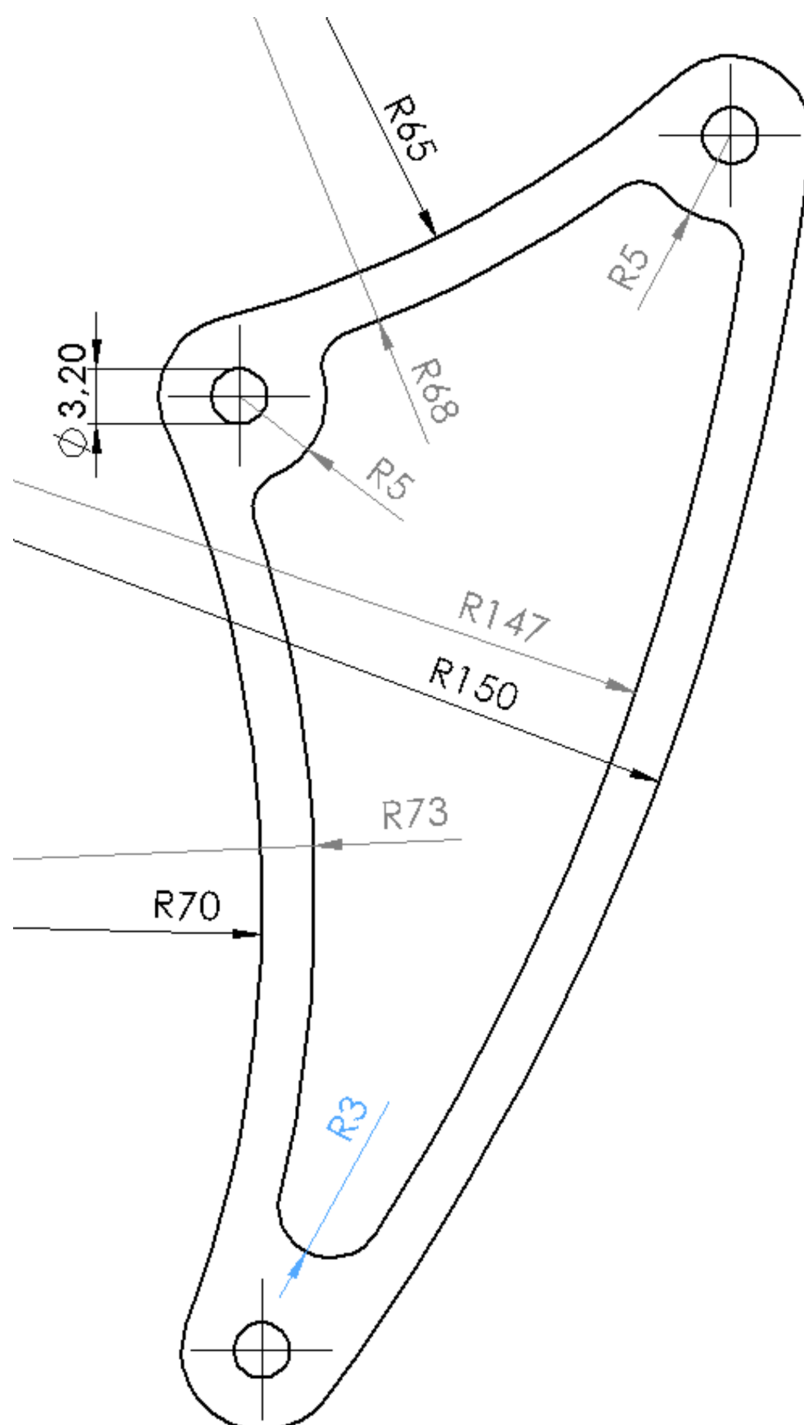
Fonte: o autor

Figura 90 – Pé - Dimensões



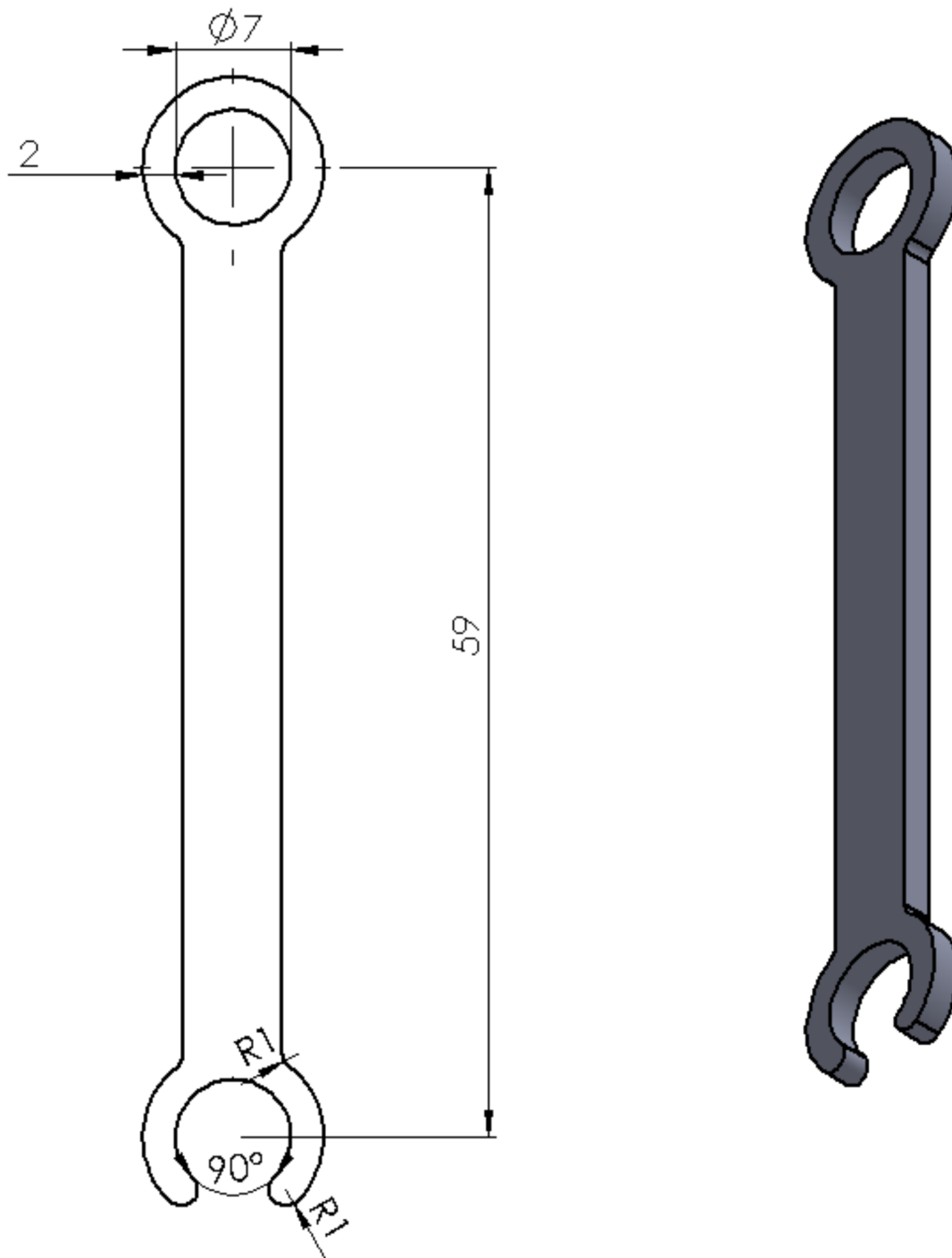
Fonte: o autor

Figura 91 – Pé - Raios



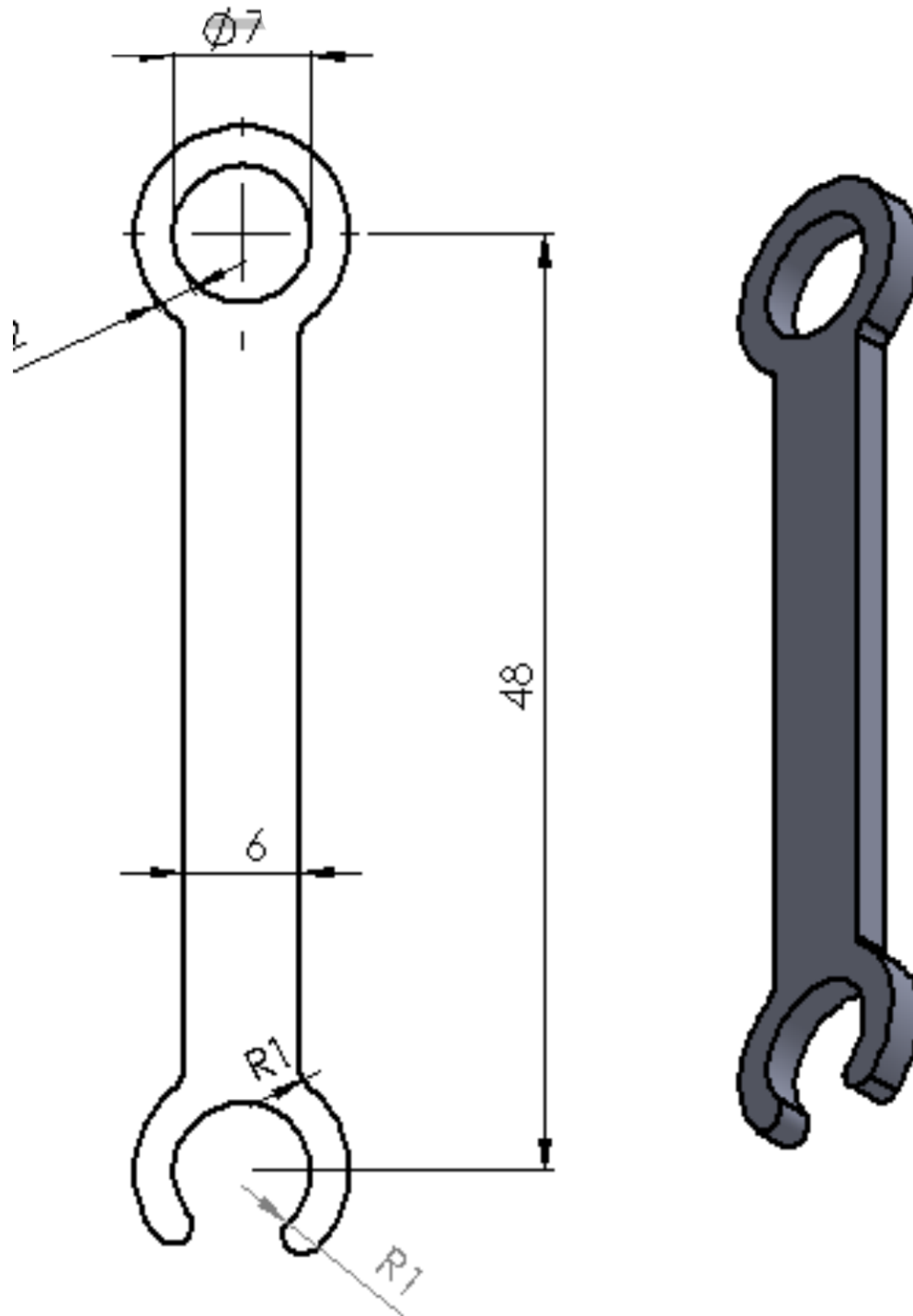
Fonte: o autor

Figura 92 – Manivela Maior



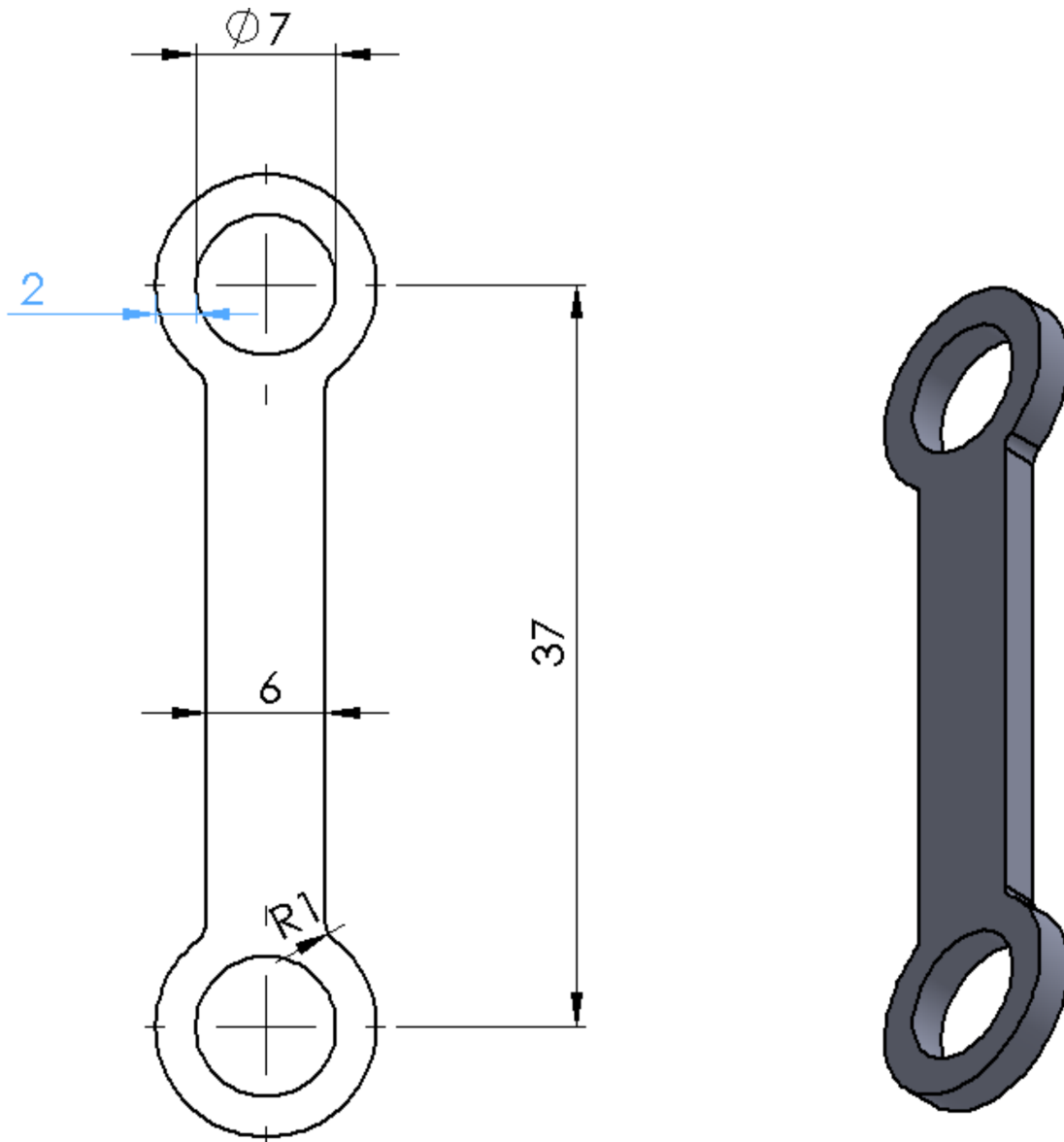
Fonte: o autor

Figura 93 – Manivela Menor



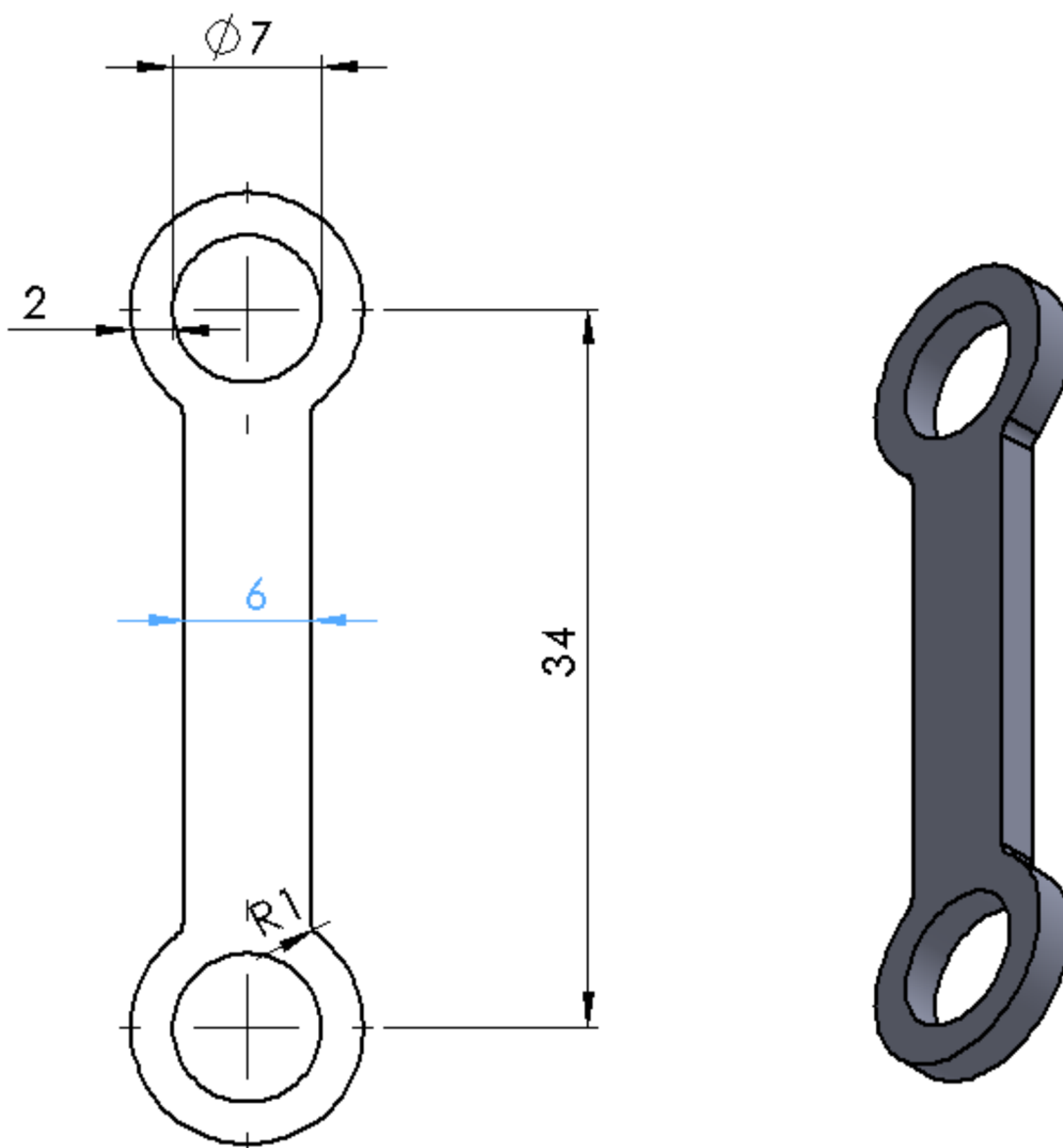
Fonte: o autor

Figura 94 – Joelho Maior



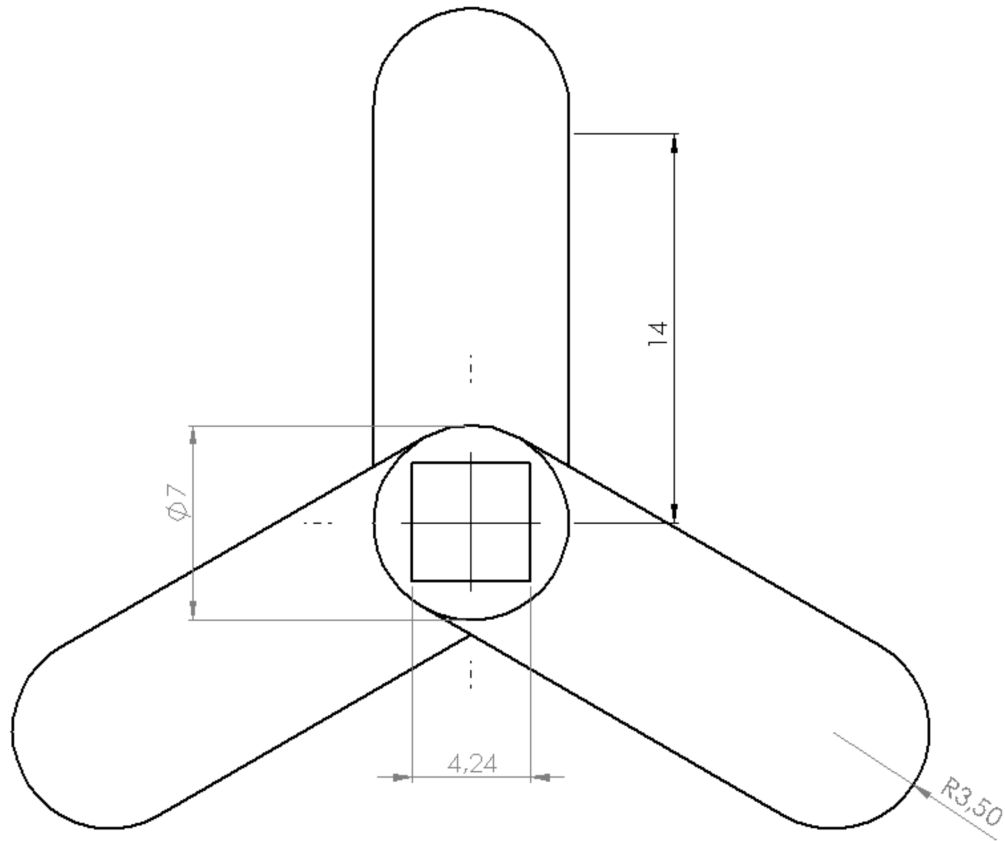
Fonte: o autor

Figura 95 – Joelho Menor



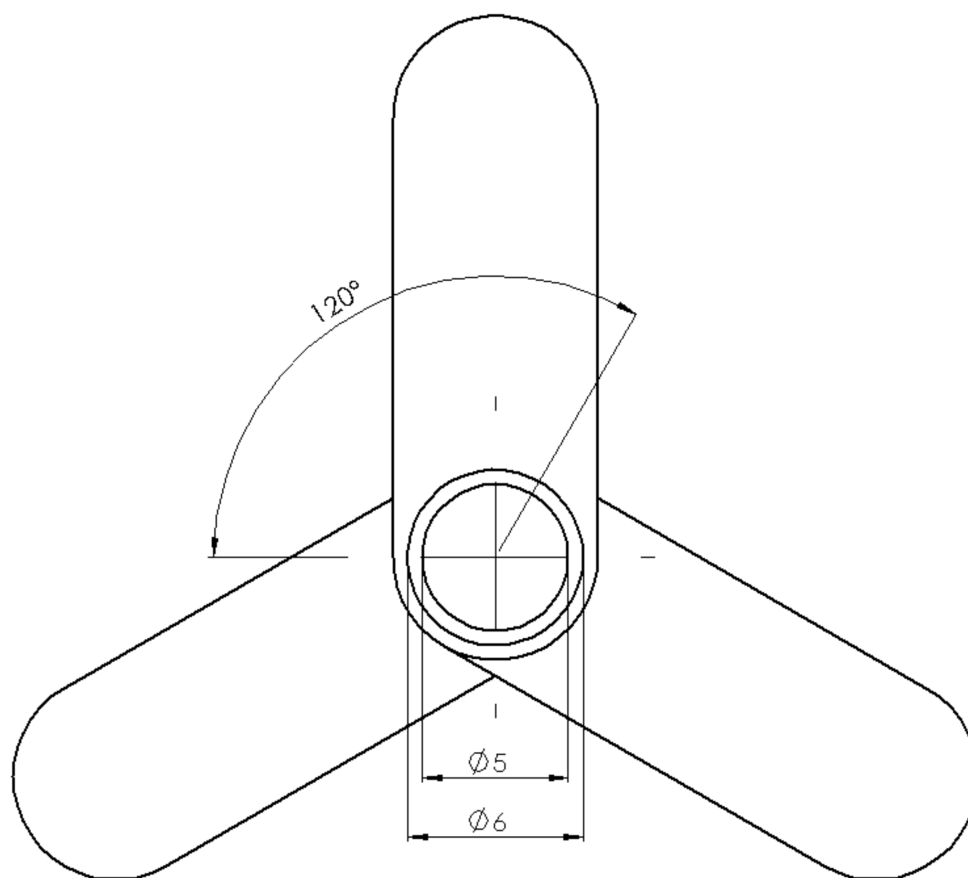
Fonte: o autor

Figura 96 – Virabrequim - Frente



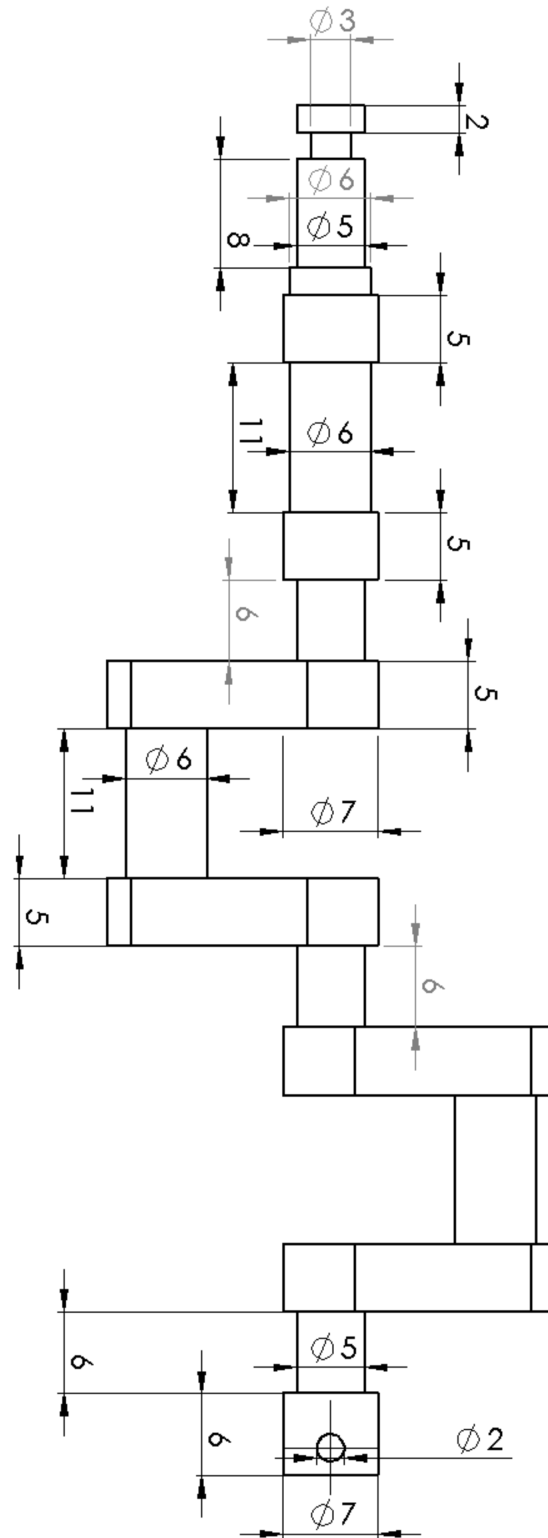
Fonte: o autor

Figura 97 – Virabrequim - Trás



Fonte: o autor

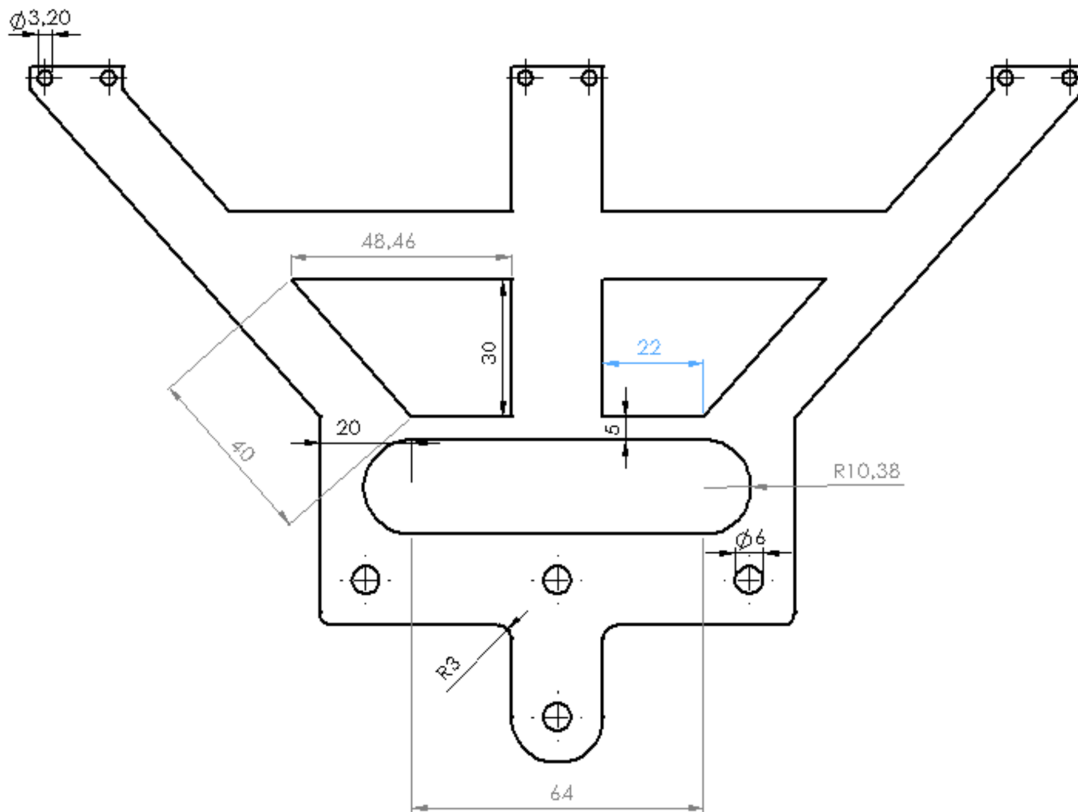
Figura 98 – Virabrequim - Lado



Fonte: o autor

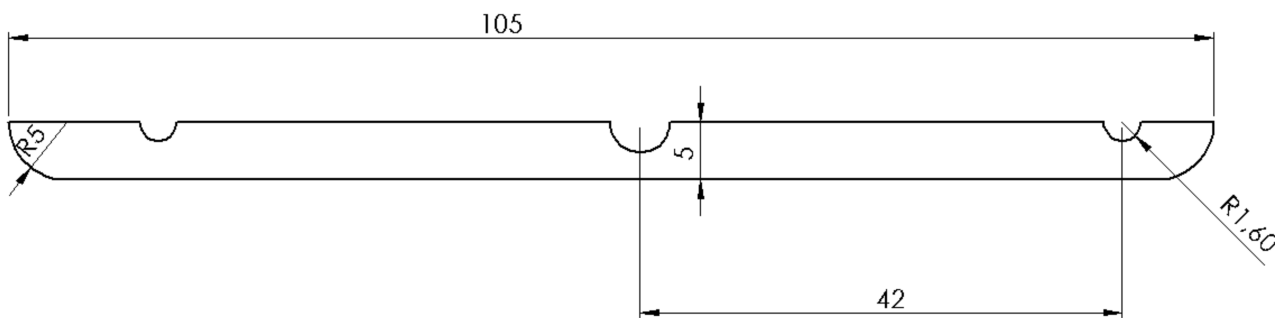


Figura 100 – Ligação MC - Raios



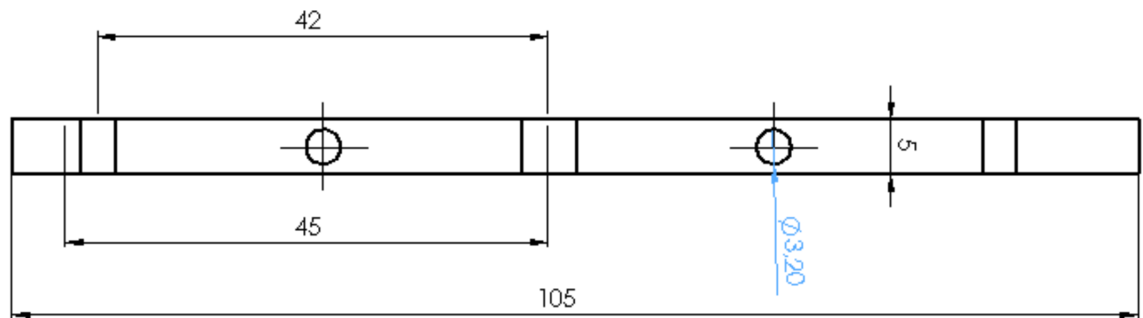
Fonte: o autor

Figura 101 – Peça Interna - Frontal



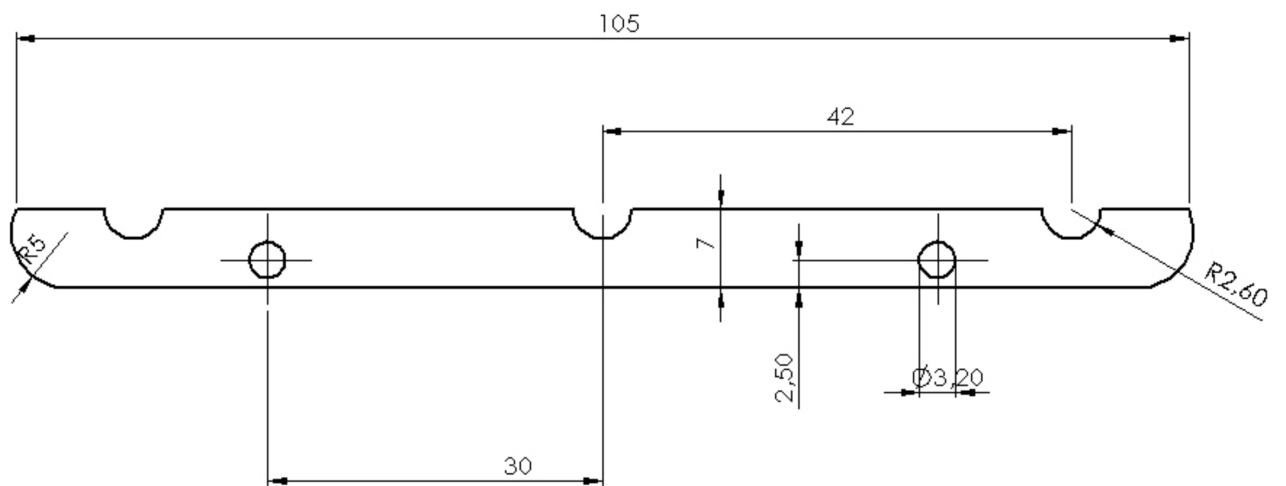
Fonte: o autor

Figura 102 – Peça Interna - Superior



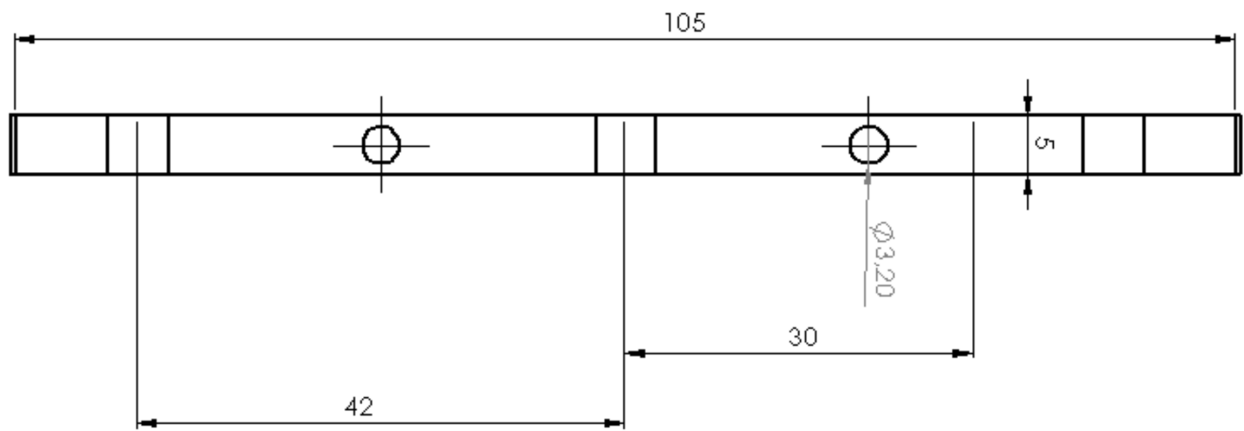
Fonte: o autor

Figura 103 – Fixação Motor - Frontal



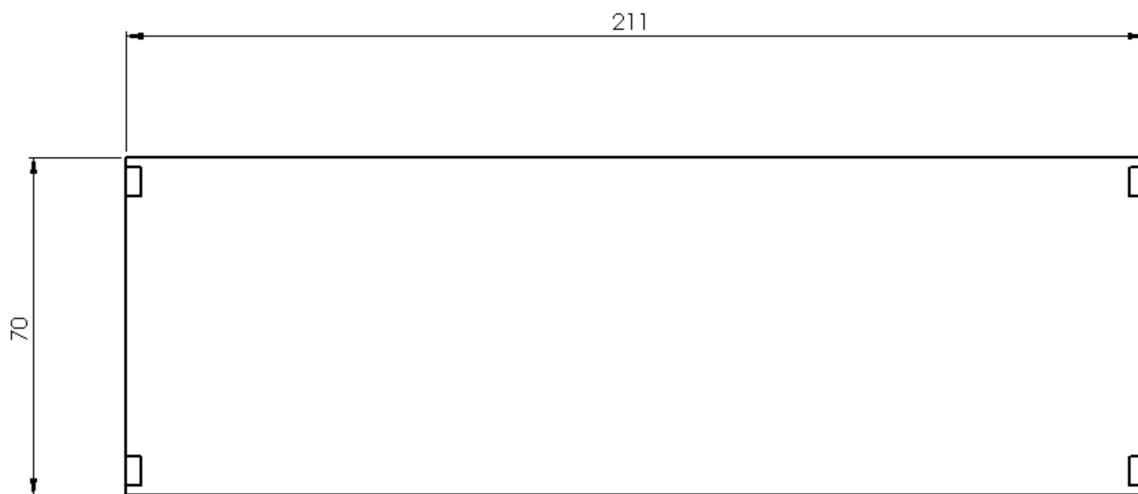
Fonte: o autor

Figura 104 – Fixação Motor - Superior



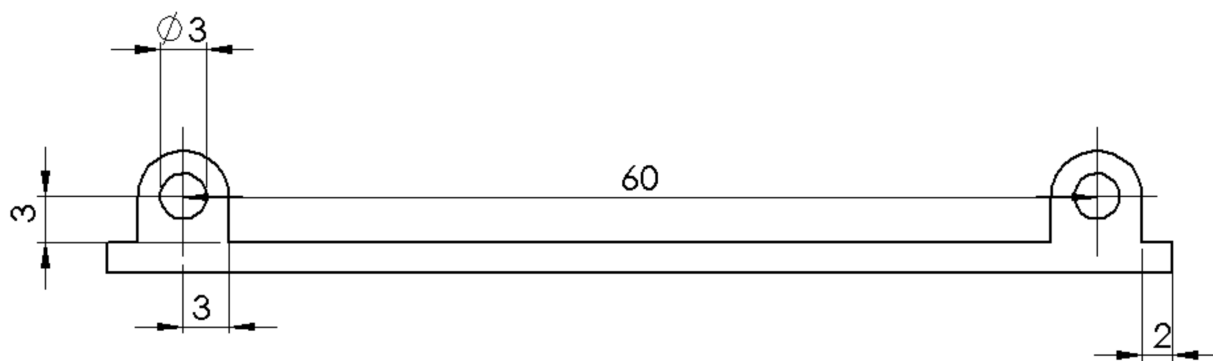
Fonte: o autor

Figura 105 – Caixa Motor - Superior



Fonte: o autor

Figura 106 – Caixa Motor - Frontal



Fonte: o autor



## ANEXO A

---

# Funções do GAOT

---

---

### Código 12 – Função simpleXOVER

---

```
function [c1,c2] = simpleXover(p1,p2,bounds,Ops)

numVar = size(p1,2)-1; % Get the
    number of variables
% Pick a cut point randomly from 1-number of vars
cPoint = round(rand * (numVar-2)) + 1;
b=5^x;
c1 = [p1(1:cPoint) p2(cPoint+1:numVar+1)]; % Create the
    children
c2 = [p2(1:cPoint) p1(cPoint+1:numVar+1)];

end
```

---

---

**Código 13** – Função Parse

---

```
function [x] = parse(inStr)

sz=size(inStr);
strLen=sz(2);
x=blanks(strLen);
wordCount=1;
last=0;

for i=1:strLen,
if inStr(i) == ' '
wordCount = wordCount + 1;
x(wordCount,:)=blanks(strLen);
last=i;
else
x(wordCount,i-last)=inStr(i);
end
end

end
```

---

---

**Código 14** – Função maxGenTerm

---

```
function [done] = maxGenTerm(ops,bPop,endPop)

currentGen = ops(1);
maxGen      = ops(2);
done        = currentGen >= maxGen;

end
```

---

---

**Código 15** – Função Roleta

---

```
function [newPop] = roleta (oldPop, options)

numVars = size (oldPop, 2);
numSols = size (oldPop, 1);

totalFit = sum(oldPop(:, numVars));
prob=oldPop(:, numVars) / totalFit;
prob=cumsum(prob);

rNums=sort (rand (numSols, 1));
fitIn =1;newIn=1;
while newIn<=numSols
if (rNums(newIn)<prob ( fitIn ))
newPop(newIn,:) = oldPop (fitIn ,:);
newIn = newIn+1;
else
fitIn = fitIn + 1;
end
end
```

---

---

**Código 16** – Função Delta

---

```
function [change] = delta (ct, mt, y, b)

r=ct /mt;
if (r>1)
r=.99;
end

change = y*(rand*(1-r))\^b;

end
```

---

**Código 17** – Função Initializega

```

function [pop] = inicializega(num, bounds, evalFN,
    evalOps, options)

    if nargin<5
        options=[1e-6 1];
    end
    if nargin<4
        evalOps=[];
    end

    if (any(evalFN<48))
        if (options(2)==1)
            estr=['x=pop(i,1);_pop(i,:)=', evalFN];
        else
            estr=['x=b2f(pop(i,:),bounds,bits);_pop(i,:)=', evalFN
                ';'];
        end
    else
        if (options(2)==1)
            estr=['[_pop(i,:) _pop(i,.)]=', evalFN];
        else
            estr=['x=b2f(pop(i,:),bounds,bits);[x_v]=', evalFN
                '(x,[0_evalOps]);_pop(i,:)=[f2b(x,bounds,bits)_v];'];
        end
    end

    numVars = size(bounds,1);
    rng = (bounds(:,2)-bounds(:,1))';

    if (options(2)==1)
        xZomeLength=_numVars+3;
        pop=zeros(num,numVars);
        pop(:,1:numVars)=(ones(num,1)*rng).*(rand(num,numVars))
            +_ones(num,1)*bounds(:,1)');
    else
        bits=calcbits(bounds,options(1));
        xZomeLength = sum(bits)+1;
        pop = round(rand(num,sum(bits)+1));
    end

    for i=1:num
        eval(estr);
    end
    \end{document}

```

---

**Código 18** – Função nonUnifMutation

---

```
function [parent] = nonUnifMutation(parent, bounds, Ops)

cg=Ops(1);
mg=Ops(3);
b=Ops(4);
df = bounds(:,2) - bounds(:,1);
numVar = size(parent,2) - 1;
mPoint = round(rand * (numVar-1)) + 1;
md = round(rand);

if md
newValue=parent(mPoint)+delta(cg,mg,bounds(mPoint,2)-
    parent(mPoint),b);
else
newValue=parent(mPoint)-delta(cg,mg,parent(mPoint)-
    bounds(mPoint,1),b);
end

parent(mPoint) = newValue;

end
```

---