



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS  
EXATAS E TECNOLÓGICAS

DANNILO CARVALHO BORGES

ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL DE  
MICROESTRUTURAS DANIFICADAS DENTRO DE UMA  
ABORDAGEM MULTIESCALA

CATALÃO (GO)  
2024



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO

### INSTITUTO DE FÍSICA

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, número 1120, - Bairro Setor Universitário, Catalão/GO, CEP 75704-020  
Telefone: - - <https://www.ufcat.edu.br>

#### TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA)

#### **TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DE TESES E DISSERTAÇÕES DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO (UFCAT)**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Catalão (UFCAT) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFCAT), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFCAT é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

#### 1. Identificação do material bibliográfico

Tese?

#### 2. Nome completo do autor

DANNILO CARVALHO BORGES

#### 3. Título do trabalho

ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL DE MICROESTRUTURAS DANIFICADAS DENTRO DE UMA ABORDAGEM MULTIESCALA

#### 4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento: [ x ] SIM [ ] NÃO<sup>1</sup>

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa.

Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

**O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.**

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor**



Documento assinado eletronicamente por **JOSE JULIO DE CERQUEIRA PITUBA, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/02/2024, às 13:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Dannilo Carvalho Borges, Usuário Externo**, em 20/02/2024, às 09:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0037818** e o código CRC **2814DB36**.

DANNILO CARVALHO BORGES

**ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL DE MICROESTRUTURAS  
DANIFICADAS DENTRO DE UMA ABORDAGEM MULTIESCALA**

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ciências Exatas e Tecnológicas, da Unidade do Instituto de Física da Universidade Federal de Catalão (UFCAT), como requisito para a obtenção do título de Doutor em Ciências Exatas e Tecnológicas na área de concentração em Metodologia da Ciência e Engenharia de Materiais.

Área de concentração: Métodos Teórico-Computacionais em Ciência de Materiais

Orientador: Dr. José Júlio de Cerqueira Pituba

CATALÃO - GO  
2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFCAT.

Borges, Dannilo Carvalho  
ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL DE MICROESTRUTURAS  
DANIFICADAS DENTRO DE UMA ABORDAGEM MULTIESCALA /  
Dannilo Carvalho Borges. - 2024.  
163, f.

Orientador: Prof. Dr. José Júlio de Cerqueira Pituba.  
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Catalão, Instituto de Física, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Ciências Exatas e Tecnológicas, Catalão, 2024.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui símbolos, gráfico, tabelas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Multiescala. 2. Mecânica do Dano. 3. Concreto. 4. Dano Homogeneizado. 5. Efeito Unilateral. I. Pituba, José Júlio de Cerqueira, orient. II. Título.

CDU 624

## ATA DE DEFESA DE TESE

Ata nº 9 da sessão de Defesa de Tese de Doutorado do aluno DANNILO CARVALHO BORGES, que confere o título de Doutor em CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS, na área de concentração Metodologia da Ciência e Engenharia de Materiais.

Aos **vinte e dois dias do mês de dezembro de dois mil e vinte três**, a partir das **14:00** Hrs, em sala na forma remota pelo Google Meet (endereço <https://meet.google.com/wer-oeyx-nty>), realizou-se a sessão pública de Defesa de Tese intitulada “ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL DE MICROESTRUTURAS DANIFICADAS DENTRO DE UMA ABORDAGEM MULTIESCALA”. Os trabalhos foram instalados pelo Professor Doutor JOSE JULIO DE CERQUEIRA PITUBA (UF CAT) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professor Doutor MARCOS NAPOLEAO RABELO (UF CAT), membro titular interno, Professor Doutor PAULO EDUARDO GONCALVES DE ASSIS (UF CAT), membro titular interno, Professor Doutor CARLOS HUMBERTO MARTINS (UEM), membro titular externo, Professor Doutor DAVID LEONARDO NASCIMENTO DE FIGUEIREDO AMORIM (UFS), membro titular externo. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Tese, tendo sido o candidato **APROVADO** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor JOSE JULIO DE CERQUEIRA PITUBA, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos **vinte e dois dias do mês de dezembro de dois mil e vinte três**.



Documento assinado eletronicamente por **JOSE JULIO DE CERQUEIRA PITUBA, Professor(a) do Magistério Superior**, em 22/12/2023, às 18:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **CARLOS HUMBERTO MARTINS, Usuário Externo**, em 22/12/2023, às 18:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **David Leonardo Nascimento de Figueiredo Amorim, Usuário Externo**, em 26/12/2023, às 13:44, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **MARCOS NAPOLEAO RABELO, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/01/2024, às 12:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **PAULO EDUARDO GONCALVES DE ASSIS, Professor(a) do Magistério Superior**, em 15/01/2024, às 13:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0),

informando o código verificador **0023169** e o código CRC **E7B87723**.

Dedico este trabalho ao meu pai, Waldecyr, cujo apoio, incentivo e inspiração foram fundamentais para a conclusão desta etapa.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus queridos pais, Marilei e Waldecyr, e à minha amada irmã, Thauane, que sempre desejaram o meu sucesso e me apoiaram ao longo desta jornada.

Aos meus colegas do PPGCET, Andréia, Eder e Angêlica, que compartilharam muitos momentos cruciais durante essa trajetória.

Aos meus preciosos amigos: Lázaro, Hugo, Mario, Gabriel, Anna, Ana Clara, Maria Tereza, Erik, Rodrigo e Isabella, que estiveram ao meu lado em diferentes etapas deste caminho.

Aos colegas do IFG, incluindo Leonardo, Marizângela, Tiago, Daniel Canedo, Daniel Lucena, Daniel Soares, Camilla Borges, Luiz Loja, Reinaldo e outros.

À minha incrível namorada, Jackeline, pelo apoio constante na reta final e em cada fase deste processo.

Ao meu orientador, o Prof. Dr. José Júlio Pituba, por sua inabalável paciência e confiança depositada em mim para a realização deste trabalho.

A todos que, de uma forma ou de outra, contribuíram significativamente para o desenvolvimento deste projeto, o meu sincero agradecimento!

## RESUMO

A análise numérica do comportamento mecânico dos materiais compósitos, considerando a especificidade de cada uma de suas fases, requer modelos complexos que levam, por vezes, à análises inviáveis. Assim, o presente trabalho trata da modelagem do comportamento mecânico de materiais heterogêneos granulares danificados e fraturados dentro de uma abordagem multiescala com o objetivo de simular o comportamento mecânico de materiais, em especial o concreto, assim como o efeito unilateral devido ao seu comportamento sob ações com inversão de carregamento. A modelagem, por sua vez, é baseada no conceito de Elemento de Volume Representativo (EVR) representando a microestrutura do concreto, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a obtenção da solução do problema de equilíbrio da homogeneização computacional proposta aqui. A matriz é considerada um material danificado de acordo com o modelo de dano da Mazars. O comportamento elástico linear é adotado para as inclusões. Para representar a zona de transição, são consideradas diversas estratégias desde elementos de fraturas coesivas e de contato à modelos de elementos de alta razão de aspecto modificados neste trabalho. Outro aspecto que merece destaque no presente trabalho é a obtenção de uma formulação para a homogeneização do dano do EVR, sendo desenvolvida para simplificar utilizando o conceito de análise multiescala hierárquica. Por fim, são apresentados resultados de microestruturas representativas do concreto submetido a estados macroscópicos de deformação, sendo as respostas homogeneizada obtidas mostram o comportamento esperado do concreto, incluindo aí a comparação com resposta experimental do concreto.

**Palavras-chave:** Multiescala, Mecânica do Dano, Concreto, Homogeneização. Efeito Unilateral.

## ABSTRACT

Numerical analysis of the mechanical behavior of composite materials, taking into account the specificity of each of their phases, requires complex models that sometimes lead to unfeasible analyses. Thus, the present work deals with modeling the mechanical behavior of damaged and fractured heterogeneous granular materials within a multiscale approach with the aim of simulating the mechanical behavior of materials, especially concrete, as well as the unilateral effect due to their behavior under loads with inversion of loading. The modeling, in turn, is based on the concept of the Representative Volume Element (RVE) representing the concrete microstructure, using the Finite Element Method (FEM) to obtain the solution to the computational homogenization equilibrium problem proposed here. The matrix is considered a damaged material according to the Mazars damage model. Linear elastic behavior is adopted for the inclusions. To represent the transition zone, several strategies are considered, from cohesive and contact fracture elements to high aspect ratio element models modified in this work. Another aspect worth highlighting in this work is the formulation for the homogenization of RVE damage, which was developed for simplicity using the concept of hierarchical multiscale analysis. Finally, results of representative microstructures of concrete subjected to macroscopic states of deformation are presented, and the homogenized responses obtained show the expected behavior of the concrete, including a comparison with the experimental response of the concrete.

**Keywords:** Multiscale. Damage Mechanics. Concrete. Homogeneization. Unilateral Effects.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Evolução anual dos artigos de acordo com as expressões de busca . . . . .	30
Figura 2 – Representação do Método Multiescala: a) Hierárquico b) Concorrente . . .	33
Figura 3 – Representação do Elemento de Volume Representativo . . . . .	35
Figura 4 – Diferentes níveis de observação do concreto . . . . .	35
Figura 5 – Domínio da Macroescala e da Microescala . . . . .	37
Figura 6 – Esquema Representativo da Multiescala . . . . .	38
Figura 7 – Definição da célula unitária para meio periódicos . . . . .	47
Figura 8 – Modos de Solicitações de uma Fissura . . . . .	53
Figura 9 – Configuração do Modelo em Elementos Finitos . . . . .	55
Figura 10 – Modelo dos Elementos Coesivos (PITUBA; NETO, 2015) . . . . .	56
Figura 11 – Elemento Danificado . . . . .	61
Figura 12 – Comportamentos distintos de endurecimento/amolecimento: (a) lei de endurecimento linear; (b) lei de amolecimento linear; (c) dano perfeito; (d) lei de endurecimento exponencial; (e) lei de amolecimento exponencial (MAEDO, 2015) . . . . .	64
Figura 13 – Elemento Finito Sólido da Interface . . . . .	67
Figura 14 – Espécime para Teste Axial . . . . .	72
Figura 15 – Configuração e Geometria do Corpo de Prova . . . . .	72
Figura 16 – Variação do Parâmetro $h$ . . . . .	73
Figura 17 – Diagrama esquemático da utilização do conceito de EVR . . . . .	75
Figura 18 – Fluxograma do Algoritmo . . . . .	76
Figura 19 – Influência do parâmetro $ed_0$ . . . . .	77
Figura 20 – Influência do parâmetro AT . . . . .	78
Figura 21 – Influência do parâmetro BT . . . . .	78
Figura 22 – Influência do parâmetro BC . . . . .	79
Figura 23 – Influência do parâmetro AC e BC . . . . .	79
Figura 24 – Tensão x Deformação Macroscópica Específica para Carregamento Monotônico	80
Figura 25 – Processo de Homogeneização de Dano: (a) Análise do EVR em Elementos finitos; (b) tensão em cada elemento finito do EVR; (c) valor do dano de cada elemento finito do EVR e (d) Homogeneização do dano na Matriz . . . . .	81

Figura 26 – Etapas da fragmentação de malha. (a) Malha original de elementos finitos, (b) fragmentação da malha original, (c) inserção dos elementos especiais de interface (azul), (d) detalhe da malha fragmentada . . . . .	86
Figura 27 – Elemento de Alta Razão de Aspecto Adaptado . . . . .	87
Figura 28 – Elemento de Volume Representativo - EVR 1 . . . . .	91
Figura 29 – Distribuição geométrica dos agregados para cada EVR com Fração Volumétrica Diferente . . . . .	92
Figura 30 – Distribuição geométrica dos agregados para cada EVR 16 Inclusões . . . . .	93
Figura 31 – Tensão Homogenizada na direção $x$ versus Deformação Macroscópica Específica na direção $x$ . . . . .	94
Figura 32 – Distribuição de Tensão no eixo longitudinal no EVR: a) Sem Inclusão de Zona de Transição de Interface b) Com Inclusão de Zona de Transição de Interface . . . . .	94
Figura 33 – Variação de Dano no EVR: a) Sem Inclusão de Zona de Transição de Interface b) Com Inclusão de Zona de Transição de Interface . . . . .	95
Figura 34 – Gráfico de Evolução da Variável de Dano no EVR . . . . .	96
Figura 35 – Módulo de Young Homogeneizado e Limites de Voigt e Reuss . . . . .	97
Figura 36 – Coeficiente de Poisson Homogeneizado e Limites de Voigt e Reuss . . . . .	97
Figura 37 – Tensão Homogeneizada versus Deformação Macroscópica Específica na direção $x$ para EVR com fração volumétrica de 10% . . . . .	98
Figura 38 – Tensão Homogeneizada versus Deformação Macroscópica Específica na direção $x$ para EVR com fração volumétrica de 20% . . . . .	99
Figura 39 – Tensão Homogeneizada versus Deformação Macroscópica Específica na direção $x$ para EVR com fração volumétrica de 30% . . . . .	99
Figura 40 – Representação da Geometria, Apoios e Cargas Aplicadas . . . . .	100
Figura 41 – Tensão Distribuição para placas compostas por materiais heterogêneos (Unidade - Pa) . . . . .	101
Figura 42 – Força de Compressão na direção $x$ versus deslocamento livre limite na direção $x$	102
Figura 43 – Teste de Compressão Uniaxial: Tensão homogeneizada na direção $x$ versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção $x$ . . . . .	103
Figura 44 – Distribuição de Dano no EVR . . . . .	104
Figura 45 – Análise do Efeito Unilateral com diferentes modelos de Zona de Transição - Tensão homogeneizada na direção $x$ versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção $x$ com e sem recuperação da rigidez inicial . . . . .	105

Figura 46 – Recuperação da Rigidez Inicial - Modelos de Dano de Mazars na ZTI . . . .	106
Figura 47 – Recuperação da Rigidez Inicial - Modelos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI . . . . .	107
Figura 48 – Recuperação da Rigidez Inicial - Dano à Tração . . . . .	108
Figura 49 – Carregamento e Descarregamento - Captura da Deformação Elástica e Plástica	109
Figura 50 – Distribuição das Tensões na direção $x$ no EVR nas Regiões: a) Dano de Mazars na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Dano de Mazars na ZTI com a Recuperação de Rigidez . . . . .	111
Figura 51 – Distribuição de Danos no EVR nas Regiões: a) Dano de Mazars na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Dano de Mazars na ZTI com a Recuperação de Rigidez . . . . .	112
Figura 52 – Distribuição das Tensões na direção $x$ no EVR nas Regiões: a) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI com a Recuperação de Rigidez . . . . .	113
Figura 53 – Distribuição de Danos no EVR nas Regiões: a) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI com a Recuperação de Rigidez . . . . .	114
Figura 54 – Distribuição das Tensões na direção $x$ no EVR nas Regiões: a) Modelo de Dano à Tração na ZTI sem a Recuperação de Rigidez; b) Modelo de Dano à Tração na ZTI com a Recuperação de Rigidez . . . . .	115
Figura 55 – Distribuição de Danos no EVR nas Regiões: a) Modelo de Dano à Tração na ZTI sem a Recuperação de Rigidez; b) Modelo de Dano à Tração na ZTI com a Recuperação de Rigidez . . . . .	116
Figura 56 – Análise do Efeito Unilateral com diferentes modelos de Zona de Transição -Tensão homogeneizada na direção $x$ versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção $x$ comparativo com Modelos Experimental apresentado por (RAMTANI et al., 1992) e Análise Numérica de (HE et al., 2015) . . . . .	117
Figura 57 – Análise do Efeito Unilateral com diferentes modelos de Zona de Transição -Tensão homogeneizada na direção $x$ versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção $x$ comparativo com Modelos Experimental apresentado por (RAMTANI et al., 1992) e Análise Numérica de (HE et al., 2015) . . . . .	118
Figura B.1 – Desenho do EVR . . . . .	134
Figura B.2 – Extração dos Dados . . . . .	135

Figura B.3 – Extração de Dados (Geometria das Formas) . . . . .	136
Figura B.4 – Nomeação e Local de Salvamento do Arquivo da Malha . . . . .	137
Figura B.5 – Tipo de Análise . . . . .	137
Figura B.6 – Tipo de Elemento . . . . .	138
Figura B.7 – Configuração do Elemento <i>PLANE182</i> . . . . .	138
Figura B.8 – Configuração de <i>Real Constants</i> . . . . .	139
Figura B.9 – Material da Matriz . . . . .	139
Figura B.10 – Parâmetro da Matriz . . . . .	140
Figura B.11 – Material da Inclusão . . . . .	140
Figura B.12 – Modelagem da Malha . . . . .	141
Figura B.13 – Modelagem da Inclusão . . . . .	141
Figura B.14 – Definição de Vazio . . . . .	142
Figura B.15 – Vazio . . . . .	142
Figura B.16 – Configurações de malha quanto ao tamanho dos elementos . . . . .	143
Figura B.17 – Configurações de malha quando ao tipo de elementos . . . . .	143
Figura B.18 – Material da Malha . . . . .	144
Figura B.19 – Malha da Matriz . . . . .	144
Figura B.20 – Criação da Inclusão . . . . .	145
Figura B.21 – Material da Inclusão . . . . .	145
Figura B.22 – Malha da Inclusão . . . . .	146
Figura B.23 – Conferência de malha . . . . .	147
Figura B.24 – Visualização de materiais na malha . . . . .	148
Figura B.25 – Adição de elementos de contato na interface . . . . .	148
Figura B.26 – Seleção da área de contato 1 . . . . .	149
Figura B.27 – Seleção da área de contato 2 . . . . .	149
Figura B.28 – Parâmetros do Contato . . . . .	150
Figura B.29 – Extração de Coordenadas . . . . .	150
Figura B.30 – Extração de Conectividade . . . . .	151
Figura B.31 – Valores dos Elementos e Nós da Malha . . . . .	151
Figura B.32 – Criação do Arquivo . . . . .	152

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo dos modelos de materiais usados para fases consistentes . . . . .	28
Tabela 2 – Síntese dos resultados obtidos nas pesquisas nas bases de dados - Efeito Unilateral . . . . .	30
Tabela 3 – Parâmetros do EVR . . . . .	91

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\sigma$	Tensor de Tensões
$\mathcal{F}$	Funcional Constitutivo
$\varepsilon$	Tensor Deformações
$\nabla^s$	Gradiente Simétrico
$t$	Instante de Tempo
$\mathbf{D}^e$	Tensor Constitutivo Elástico na Mesoescala de Quarta Ordem
$\mu$	Subíndice do EVR
$\Omega_\mu$	Domínio do EVR
$\Omega_\mu^S$	Domínio do Sólidos no EVR
$\Omega_\mu^m$	Domínio da Matriz no EVR
$\Omega_\mu^i$	Domínio da Inclusão no EVR
$\Omega_\mu^V$	Domínio do Vazios no EVR
$\partial\Omega_\mu^m$	Contorno do Domínio da Matriz do EVR
$\partial\Omega_\mu^i$	Contorno do Domínio da Inclusões do EVR
$\partial\Omega_\mu$	Contorno do Domínio do EVR
$V_\mu$	Volume do EVR
$\mathbf{u}$	Campo de Deslocamento
$\mathbf{u}_\mu$	Campo de Deslocamento do EVR
$\tilde{\mathbf{u}}_\mu$	Campo de Flutuação de Deslocamentos do EVR
$\bar{\mathbf{u}}$	Campo de Deslocamento do Corpo Rígido
$\bar{\mathbf{u}}_\mu$	Campo de Deslocamento do Corpo Rígido do EVR
$\dot{\mathbf{u}}$	Taxa do Campo de Deslocamento
$\dot{\tilde{\mathbf{u}}}$	Taxa do Campo de Flutuação
$\dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu$	Taxa do Campo de Flutuação do EVR
$\varepsilon_\mu$	Tensor de Deformações
$\dot{\varepsilon}_\mu$	Taxa de Deformações de Deformações Admissível
$\dot{\varepsilon}_\mu$	Taxa de Deformações Cinematicamente Admissível do EVR

$\tilde{\epsilon}_\mu$	Campo de Flutuações das Deformações do EVR
$\sigma_\mu$	Tensor de Tensões do EVR
$\mathbf{b}$	Campo de Força de Corpo
$\mathbf{t}^e$	Campo de Forças de Superfície
$\mathbf{t}^v$	Campo de Forças de Superfície exercida sobre a parte sólida da interface sólida-vazio
$\mathbf{v}$	Campo de Deslocamentos Virtuais Cinematicamente Admissível
$\mathbf{v}_\mu$	Campo de Deslocamentos Virtuais Cinematicamente Admissível do EVR
$\mathcal{K}_\mu^*$	Conjunto da Mínima Restrição Cinematicamente Admissível
$\mathbf{F}_{int}$	Vetor de Forças Internas
$\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_p, \mathbf{F}_m$	Vetores de Forças Internas nos Nós Internos nos pontos $i, p, m$
$\mathbf{B}$	Matriz Global Deformação-Deslocamento
$\mathbf{G}$	Funcional do Trabalho Virtual
$\mathbf{K}$	Matriz Rigidez Tangente do EVR
$\mathbf{K}_e$	Matriz Rigidez Tangente Consistente do EVR
$\mathbf{D}$	Operador Constitutivo Tangente Homogenizado
$\mathbf{D}_\mu$	Operador Constitutivo Tangente Homogenizado Microscópica
$N_e$	Número de elementos utilizados na discretização
$\Phi$	Energia Coesiva Liberada
$q$	Variável que Descreve os Processos Inelásticos da Coesão
$\delta_n$	Abertura do Modo Normal $I$
$\delta_S$	Abertura do Modo Cisalhante $II$
$\delta$	Deslocamento de Abertura Efetiva
$\delta_e$	Função de Abertura Efetiva
$\beta$	Relação Entre as Aberturas de Cisalhamento e Normal
$t$	Vetor de Tensão Coesiva ao Longo da Fissura
$\dot{\delta}$	Velocidade de Abertura
$\mathbf{n}$	Vetor Normal à Fissura
$t$	Tensão Efetiva Escalar
$t_{max}$	Máxima Tensão Efetiva no instante

$\sigma_c$	Máxima Tensão de Tração Normal Coesiva
$\delta_c$	Abertura Máxima Crítica
$\lambda_c$	Fator de Penalidade
$\mathbf{u}_e$	Deslocamentos Nodais ( $\mathbf{u}_e^+$ para o lado positivo e $\mathbf{u}_e^-$ para o lado negativo)
$\mathbf{F}_e^{int}$	Forças Internas Nodais ( $\mathbf{F}_e^{int+}$ para o lado positivo e $\mathbf{F}_e^{int-}$ para o lado negativo)
$\mathbf{N}_e$	Funções de Formas
$l_e$	Comprimento das Arestas do Elemento Finito
$\mathbf{t}(S(\xi))$	Vetor de Tração Coesiva
$\Gamma_e^-$	Lado Negativo do Contorno do Elemento
$\Gamma_e^+$	Lado Positivo do Contorno do Elemento
$\mathbf{R}$	Função da Força Desequilibrada
$d\tilde{\mathbf{u}}$	Incremento do campo de flutuação de deslocamento
$D$	Variável Escalar de Dano Isótropo
$\mathbf{D}$	Variável Tensorial de Dano Anisótropo
$A$	Área da Seção Transversal
$A_D$	Área da Seção Transversal Danificada
	Área da Seção Transversal Efetiva
$F$	Carga Atuando sobre um ponto
$\bar{\sigma}$	Tensão Efetiva
$E$	Módulo de Elasticidade
$\partial E$	Função de Superfície Elástica
$\tau(\sigma)$	Tensão Equivalente
$\bar{\tau}$	Função Efetiva da Tensão Equivalente
$q$	Variável interna que estabelece o tamanho do domínio elástico
$\dot{q}$	Taxa de Evolução da Variável Interna do tamanho do domínio elástico
$\phi$	Função do Critério de Danificação
$\bar{\phi}$	Função Efetiva do Critério de Danificação
$d$	Variável de dano pra Evolução do Dano
$\mathcal{H}$	Módulo de Endurecimento/Amolecimento

$\mathcal{A}$	Variável que Controla a Concavidade da Lei Exponencial de Dano
$\mathcal{G}$	Energia de Fratura
$P_e$	Potência Externa Introduzida
$p$	Trabalho realizado pelas forças de corpo
$V$	Volume
$S$	Área da Seção Transversal
$\mathcal{W}$	Trabalho Total pela fissura
$A_C, B_C$	Parâmetros de Compressão do Modelo de Mazars
$A_T, B_T$	Parâmetros de Tração do Modelo de Mazars
$D_C$	Dano para Compressão do Modelo de Mazars
$D_T$	Dano para Tração do Modelo de Mazars
$\varepsilon_{d0}$	Valor de Deformação de Referência
$\alpha_C, \alpha_T$	Coefficiente de Contribuição do Dano
$h$	Coefficiente de fechamento da microfissura
$\mathbf{C}_0$	Tensor Elástico do Material Íntegro
$\mathbf{D}_H$	Dano Homogeneizado
$\mathbf{D}(x)$	Dano Homogeneizado
$\mathbf{d}(t)$	Dano escalar na mesoescala
$\mathbf{I}$	Tensor Identidade
$\mathbf{C}(x)$	Tensor Constitutivo Elástico Homogeneizado
$\mathbf{C}(y)$	Tensor Constitutivo Elástico Homogeneizado no EVR
$\mathbf{C}_{Voigt}^*$	Tensor Constitutivo Elástico Homogeneizado pelo Critério de Voigt
$\mathbf{C}_{Reuss}^*$	Tensor Constitutivo Elástico Homogeneizado pelo Critério de Reuss

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>23</b>
1.1	OBJETIVO GERAL	25
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	25
1.3	JUSTIFICATIVA	26
1.3.1	Mapeamento Sistemático da Literatura	29
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	31
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>32</b>
2.1	MODELAGEM MULTIESCALA	32
2.1.1	Definição do Elemento de Volume Representativo (EVR)	34
2.1.2	Modelagem Multiescala em Elemento de Volume Representativo	35
2.1.3	Homogeneização e Campos de Deslocamentos microscópicos	37
2.1.4	Restrições Cinemáticas do EVR	39
2.1.5	Equação de Equilíbrio Mecânico do EVR	40
2.1.6	Tensão Homogeneizada	41
2.1.7	Princípio da Macro Homogeneidade de Hill-Mendel	42
2.1.8	Resposta microscópica constitutiva	43
2.1.9	Condições de Contorno Imposta no EVR	45
2.1.9.1	Modelo de Taylor	45
2.1.9.2	Modelo de Deslocamento Linear no Contorno do EVR	46
2.1.9.3	Modelo de Flutuações dos Deslocamentos Periódicos Sobre o Contorno	47
2.1.9.4	Cálculo do Módulo Constitutivo Tangente Homogeneizado	49
2.2	MECÂNICA DA FRATURA NA MICROESTRUTURA	51
2.2.1	Modelo de Fratura Coesiva	53
2.2.1.1	Elemento Finito de Fratura Coesiva e Contato	55
2.3	MECÂNICA DO DANO NA MICROESTRUTURA	59
2.3.1	Histórico	60
2.3.2	Definição da Variável de Dano	61
2.3.3	Tensão Equivalente	62
2.3.4	Deformação Equivalente	62

2.3.5	Critério de Danificação . . . . .	63
2.3.6	Lei de evolução da variável de dano . . . . .	63
2.3.7	Energia de Fratura . . . . .	65
2.3.8	Elemento de Alta Razão de Aspecto . . . . .	67
2.3.9	Modelo de Dano de Mazars . . . . .	68
2.4	EFEITO UNILATERAL . . . . .	71
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>75</b>
3.1	VALIDAÇÃO DAS IMPLEMENTAÇÕES DOS MODELOS . . . . .	77
3.1.1	Modelo de Mazars . . . . .	77
3.1.2	Modelo de Dano por Tração . . . . .	79
<b>4</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO E ADAPTAÇÕES DE MODELOS . . . . .</b>	<b>81</b>
4.1	DANO HOMOGENEIZADO . . . . .	81
4.1.1	Proposta para Homogeneização do Dano . . . . .	82
4.1.2	Modelos para obtenção de propriedades elásticas homogeneizadas . . . . .	84
4.1.2.1	Limites de Voigt . . . . .	84
4.1.2.2	Limites de Reuss . . . . .	85
4.1.2.3	Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson Homogenei- zados . . . . .	85
4.2	ADAPTAÇÃO DO MODELO DE MANZOLI . . . . .	86
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DO EFEITO UNILATERAL . . . . .	88
<b>5</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>90</b>
5.1	ELEMENTOS DE VOLUME REPRESENTATIVO . . . . .	90
5.2	ANÁLISE DOS ELEMENTOS DE VOLUME REPRESENTATIVO . . . . .	93
5.2.1	EVR com compressão predominante no EVR . . . . .	93
5.3	ANÁLISE DO DANO HOMOGENEIZADO . . . . .	96
5.4	ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL . . . . .	104
5.5	ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL EM COMPARAÇÃO COM O EXPERI- MENTAL . . . . .	116
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>119</b>
6.1	TRABALHOS FUTUROS . . . . .	120
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>122</b>

<b>Apêndices</b>	<b>131</b>
<b>APÊNDICE A MECÂNICA DO DANO E VARIÁVEIS DE DANO . . . . .</b>	<b>132</b>
A.1 Estado Plano de Tensão e Lei de Hooke Generalizada de um Material Danificado	132
<b>APÊNDICE B CRIAÇÃO DAS MALHAS DOS EVRS . . . . .</b>	<b>134</b>
B.1 Geração da Malha de Elementos Finitos . . . . .	136

## 1 INTRODUÇÃO

A Ciência e Engenharia dos Materiais abrangem um vasto campo de investigação dedicado a compreender as relações e propriedades dos materiais. Dentro desse contexto, surge a necessidade de desenvolver novos materiais, tanto para aplicações já conhecidas quanto para novas demandas. Esse desenvolvimento pode envolver a otimização de materiais existentes visando melhorias no desempenho, bem como a criação de novas composições para atender a requisitos específicos. A modelagem computacional desempenha um papel fundamental nesse processo, permitindo simular e prever o comportamento dos materiais em diferentes condições. Nesse contexto, é relevante ressaltar a importância de um dos materiais mais amplamente empregados globalmente: o concreto.

O concreto é um dos materiais mais utilizados no mundo devido à facilidade de moldagem, trabalhabilidade, resistência à água e durabilidade ao longo do tempo (MEHTA; MONTEIRO, 2014). A resistência à compressão destaca-se como um dos parâmetros mais importantes em estruturas de concreto, uma vez que o material é empregado principalmente para suportar forças de compressão. Uma estimativa precoce e precisa da resistência à compressão pode resultar em economia de tempo e custo, sendo essencial como parâmetro de entrada em diversos códigos e padrões de projeto. Métodos convencionais usam métodos estatísticos para prever a resistência do concreto, contudo, quase sempre adotam simplificações para calcular a sua resistência. Obter uma equação precisa para estimar a resistência do concreto à compressão requer muita técnica e experiência (AL-SHAMIRI et al., 2019).

Ao ser analisado em nível macroscópico, o concreto é considerado um material homogêneo, sem distinção de fases. No entanto, em uma escala mesoscópica, sua microestrutura revela-se como um meio heterogêneo, configurando-se como um material compósito que apresenta duas fases distintas: a fase do agregado disperso na fase da pasta cimentícia. Sendo mais detalhista, o concreto é composto por uma terceira fase chamada de Zona de Transição de Interface (ZTI). Essa região ao redor dos agregados tem menos resistência que o restante do compósito, sendo caracterizada por ser uma região de maior porosidade em relação ao restante da pasta de cimento. Sua espessura é de cerca de 10 a 50 micrômetros ao redor do agregado no concreto convencional (MEHTA; MONTEIRO, 2014).

A zona de transição é a fase limitante da resistência no concreto. É devido a essa zona que a falha ocorre em níveis de tensão mais baixos do que a resistência das outras fases. Sabe-se que essa região é pobre em gel de C-S-H (silicato de cálcio hidratado), composto químico

responsável pela boa resistência mecânica do concreto. Esta constatação implica no fato de que é nesta região que se inicia a falha do concreto, ou seja, onde começam os processos de fissuração e propagação de trincas, conforme explicado por Mehta e Monteiro (2014). As fissuras iniciais no concreto, principalmente na zona de transição, são essenciais para considerar os efeitos das heterogeneidades em análises mais apuradas. Esses efeitos da heterogeneidade são a causa da resposta de caráter não linear do concreto. Além da zona de transição, as propriedades mais importantes do concreto, tais como resistência, fissuração por retração, fluência, permeabilidade e durabilidade, são fortemente influenciadas pelas propriedades da pasta de cimento (ou pasta cimentícia) governadas pela sua microestrutura (TEIXEIRA, 2020).

Devido a simplificações, o concreto é frequentemente considerado homogêneo e isotrópico em diversas análises estruturais. Devido ao seu comportamento mecânico de natureza frágil quando tracionado, o processo de fissuração chamado de danificação governa evidentemente esse comportamento.

Assim, os fenômenos que acontecem na sua microestrutura são responsáveis por vários dos efeitos dissipativos que surgem no concreto. Devido à diferença de rigidez entre as outras fases no concreto, considerar um processo de danificação na pasta cimentícia torna as análises mais realistas. Alguns estudos já revelam que o dano provocado no concreto é uma consequência do início, da propagação e da ligação da danificação na microestrutura (ZHENG et al., 2021), (SHEN et al., 2015).

Uma maneira precisa de estudar um material heterogêneo é por meio da abordagem multiescala. Nessa abordagem, é possível transferir informações do comportamento material em escalas menores (microestrutura), desde o nível atômico, se for necessário, até o nível do corpo macrocontínuo. Isso resulta em estimativas muito precisas da resposta constitutiva do material estudado (GIUSTI, 2009). Por meio dessa abordagem é possível analisar a microestrutura do concreto de maneira mais precisa.

Nas análises de multiescala, um passo essencial é a troca de informações entre os modelos da mesoescala e a macroescala. Na mesoescala, as informações de cada material constituinte contribuem para representar o comportamento do material na escala macro. Uma das informações da pasta cimentícia é a danificação do material. Um material completamente danificado não consegue resistir às solicitações que sofre. Portanto, compreender os pontos na macroescala que podem apresentar mais danificação permite uma melhor compreensão, desenvolvimento e aprimoramento desses materiais. Uma proposta de Dano Homogeneizado surge neste trabalho visando aprofundar essa compreensão.

A essência da proposta do dano homogeneizado é condensar todos os processos de

danificação e fratura que ocorrem na mesoescala em uma única variável. Isso visa não apenas simplificar a análise multiescala, reduzindo a quantidade de variáveis envolvidas e tornando as análises mais práticas, mas também proporcionar uma compreensão das regiões mais impactadas na macroestrutura por uma única informação.

Um aspecto do comportamento mecânico do concreto que merece destaque é o efeito unilateral. Esse fenômeno ocorre em situações de inversão de carregamento, com a recuperação parcial ou total da rigidez do material. O efeito unilateral é uma característica mecânica fundamental de materiais frágeis, como o concreto. Apresenta o comportamento de recuperação da rigidez quando o carregamento é revertido de tração para compressão. A recuperação da rigidez é uma consequência do fechamento das microfissuras existentes, aumentando a capacidade de resistência na compressão. A compreensão do comportamento assimétrico do material à tração/compressão e o fechamento e abertura das microfissuras são de importância significativa para as respostas e segurança das estruturas de engenharia sob cargas (WU; CERVERA, 2018).

## 1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma formulação de homogeneização computacional do concreto contemplando processos de danificação ocorridos na microestrutura para avaliar o comportamento mecânico do concreto danificado submetido a solicitações mecânicas, incluindo a captura do efeito unilateral e homogeneização do dano.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Deste modo, pretende-se efetivar os seguintes objetivos específicos:

- Implementar o modelo de dano de Mazars (MAZARS, 1984) para a análise não linear de EVRs de materiais compósitos;
- Desenvolver uma formulação do dano homogeneizado dentro de uma abordagem multiescala obedecendo o princípio das médias volumétricas;
- Implementar o modelo de dano à tração baseado no modelo de elementos de alta razão de aspecto de (MANZOLI et al., 2016) na análise de EVRs sob inversão de solicitações mecânicas.
- Avaliar diferentes modelos de elementos finitos para representar a zona de transição entre a matriz e inclusões;
- Analisar a microestrutura do concreto utilizando a formulação desenvolvida neste trabalho para o entendimento do efeito unilateral do comportamento mecânico do concreto.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

A modelagem em multiescala observa as características internas do material e assim obtém uma resposta constitutiva do material a partir da análise em diferentes escalas. Diversos trabalhos já aplicam essa modelagem para representar o comportamento do concreto como (GIUSTI et al., 2009), (UNGER; ECKARDT, 2011), (BLANCO et al., 2016) e (CONGRO et al., 2021). Nesse tipo de abordagem é possível ter uma integração do comportamento que acontece numa escala menor ao nível macroscópico, obtendo resposta do comportamento de maneira mais precisa. Uma das principais vantagens da abordagem multiescala é que os fenômenos físicos existentes na microestrutura como fissuras podem ser melhor analisados. Observado numa escala menor, é possível considerar as características de cada material, as imperfeições e as fissuras e assim, transportar essas informações para uma escala maior.

Segundo Borges et al. (2017), os fenômenos abordados por teorias convencionais, na realidade, são um reflexo macroscópico do que acontece na microestrutura. Por esse motivo, a análise de materiais heterogêneos, especialmente o concreto, por meio da abordagem multiescala, possibilita a formulação de modelos constitutivos macroscópicos eficazes, utilizando modelos simples na formulação e identificação paramétrica em sua microestrutura.

A necessidade de modelos cada vez mais apurados, aliado ao uso de computadores mais sofisticados ao longo dos anos, possibilitou uma evolução nos modelos numéricos para simular o comportamento desses materiais. Neste trabalho, foram incorporados elementos da Mecânica da Fratura e da Mecânica do Dano para simular comportamentos mais realistas do material e modelar a resposta não linear do concreto.

Uma estratégia para lidar com o comportamento elástico dos materiais constituintes foi a implementação do modelo de dano de Mazars (MAZARS, 1984) na matriz constitutiva do material. O comportamento do material é geralmente descrito por equações constitutivas que levam em consideração sua deterioração progressiva. Esses modelos assumem que a danificação interna começa a partir de microfissuras e pode ser representada por uma ou mais variáveis internas associadas, que são grandezas de natureza escalar, vetorial ou tensorial. Tais variáveis, conhecidas como variáveis de dano, podem ser definidas como medidas de defeitos em um Elemento de Volume Representativo (EVR). Sua evolução deve ser estabelecida por meio de relações termodinâmicas constitutivas, geralmente expressas por um sistema de equações diferenciais no tempo.

Para analisar os efeitos da zona de transição, diferentes estratégias são utilizadas para modelar essa região. Uma estratégia é por meio do Método da Dupla-Inclusão (HORI; NEMAT-

NASSER, 1993). Vários autores têm adotado essa técnica, que envolve a criação de uma segunda inclusão (uma faixa ao redor da primeira inclusão), para simular uma zona de transição com características distintas dos agregados e da pasta cimentícia. Autores como (RAMESH et al., 1996), (YANG, 1998), (SUN et al., 2007), (BERNARD et al., 2008), (JIANG et al., 2011), (TRAN et al., 2015), (MAJEWSKI et al., 2020), (MALEKI et al., 2020), (JIANG et al., 2021) e (ALLAM et al., 2022) utilizaram essa técnica para representar a zona de transição. Dessa forma, a zona de transição pode ser modelada por meio de uma camada de elementos ao redor dos agregados individualmente (SONG; LU, 2012).

Outro método de representar a zona de transição é por meio da Mecânica da Fratura usando elementos coesivos. Desde meados da década de 1960, houve um progresso considerável no desenvolvimento de modelos para descrever a evolução de trincas coesivas em materiais quasi-frágeis usando abordagens baseadas em contínuo, tais como formulações de danos ou modelos de fissuras fixas. A partir da década de 1980, esses modelos foram aprimorados por meio de técnicas de regularização adequadas (DONG et al., 2010). Na mesma época, foram desenvolvidos modelos que permitem uma representação discreta de trincas, introduzindo trincas como elementos separados diretamente na discretização. Diversos autores utilizam a mecânica da fratura para representar a zona de transição do concreto, como Leite et al. (2004), Zhou e Hao (2008), (UNGER; ECKARDT, 2011), Pituba e Neto (2015), Trawiński et al. (2018), Tang et al. (2019) e Wu et al. (2019).

Esse tipo de estratégia de trabalhar cada uma das três fases constituintes de formas diferentes já vem sendo utilizado por diversos autores, como mostrado por Thilakarathna et al. (2020) por meio da Tabela 1 adaptada pelo autor da tese.

Para o efeito unilateral no concreto, ao longo dos últimos 30 anos diversos autores abordaram essa característica. Inicialmente, essa característica foi estudada inicialmente por Ladeveze e Lemaitre (1984) para os casos isotrópicos como consequência do fechamento das fissuras. Em Mazars et al. (1990), foram realizados estudos experimentais com cargas axiais para a compreensão do efeito unilateral. Flórez-López (1993) apresentou uma formulação para barras de elementos finitos que leva em consideração esse efeito. Comi e Perego (2001) propôs um modelo de dano isotrópico para o concreto, considerando o efeito unilateral na transição tração-compressão durante o descarregamento. Pituba (2003) propôs um modelo para danificação do concreto com a consideração do efeito unilateral. Zhu et al. (2009) apresentou um modelo micromecânico baseado em um modelo de dano não local, que considera o efeito unilateral. Em Lanoye et al. (2013), foi desenvolvido um modelo de materiais frágeis danificados, que leva em consideração o efeito unilateral, assim como a deformação inelásticas. He et al. (2015)

Tabela 1 – Resumo dos modelos de materiais usados para fases consistentes

Referência	Resumo do modelo de material		
	Matriz Cimentícia	Zona de Transição	Agregados
Wriggers e Mofteh (2006)	Modelo de Dano Isotrópico	Não modelado	Elástico Linear
Zhang et al. (2018)	Modelo de Holmquist-Johnson-Cook (HJC)	Não Modelado	Modelo de Holmquist-Johnson-Cook (HJC)
Lv et al. (2018)	Modelo de Holmquist-Johnson-Cook (HJC)	Modelo de Holmquist-Johnson-Cook (HJC)	Modelo de Holmquist-Johnson-Cook (HJC)
Zhou e Hao (2008)	Modelo de dano para Concreto K&C	Modelo de dano para Concreto K&C	Modelo de dano para Concreto K&C
Shahbeyk et al. (2011)	Modelo de dano plástico proposto por Lee and Fenves [109]	Não modelado	Elástico Linear
Du et al. (2022)	Modelo Elastico-Viscoplastico	Não Modelado	Elástico Linear
Song e Lu (2012)	Modelo de dano para Concreto K&C	Modelo de dano para Concreto K&C	Plástico não linear
Hao e Hao (2016)	MAT_72R3 in LSDYNA*	Não modelado	PSEUDO_TENSOR (Mat_16 in LSDYNA)*
Contrafatto et al. (2017)	Modelo de Drucker Prager Modelo de Ottosen	Não modelado	Modelo Drucker Prager Modelo de Ottosen
Unger e Eckardt (2011)	Modelo plástico com dano isotrópico	Modelo Coesivo	Elástico Linear
Huang et al. (2016)	Modelo plástico danificado para concreto	Modelo plástico danificado para concreto	Elástico Linear
Chen et al. (2018)	Modelo plástico danificado para concreto	Modelo plástico danificado para concreto	Elástico Linear
Du et al. (2014)	Modelo plástico danificado para concreto	Não modelado	Elástico Linear
Chen et al. (2020)	Elasto-viscoplastic damage model	Elasto-viscoplastic damage model	Elástico Linear
Tal e Fish (2018)	Modelo de Gurson	Não modelado	Elástico Linear
Chen et al. (2020)	Modelo plástico danificado para concreto	Modelo plástico danificado para concreto	Elástico Linear
Jin et al. (2019)	Modelo plástico danificado para concreto	Modelo plástico danificado para concreto	Elástico Linear
Borges et al. (2017)	Modelo de Mohr Coulomb	Modelo de Fratura Coesiva	Elástico Linear

\*Software LS-DYNA

Fonte: Modificado de Thilakarathna et al. (2020)

propôs um modelo constitutivo consistente para o concreto, considerando a danificação e o efeito unilateral. Pituba e Neto (2015) propôs um modelo mesoscópico com a consideração do efeito unilateral em estudos de EVRs. Tu et al. (2021) considerou o efeito unilateral em estudos de carregamentos dinâmicos cíclicos provocados por cargas sísmicas. Por fim, em Daneshyar et al. (2023), foi proposta uma nova estratégia para a compreender a fissuração até o caso de colapso, considerando o uso do efeito unilateral.

Apesar de ser uma característica intrínseca do concreto, não possui muitos trabalhos que abordam o estudo sobre o efeito unilateral na microestrutura com o foco na multiescala. Além disso, homogeneização do dano na literatura que envolva abordagem em multiescala é cada vez menor. Para comprovar isso foi realizado um estudo de mapeamento sistemático para encontrar referências e publicações a respeito do efeito unilateral.

As questões levantadas para o mapeamento sobre o efeito unilateral foram: Quantos e quais são os artigos que abordam a multiescala na abordagem do comportamento unilateral? Quando e onde os estudos sobre o efeito unilateral têm sido publicados? Para a homogeneização do dano, foram levantadas as seguintes questões: Quantos artigos sobre homogeneização de dano foram desenvolvidos ao longo dos anos? Existe algum artigo sobre homogeneização do dano

para materiais compósitos?

### 1.3.1 Mapeamento Sistemático da Literatura

O Mapeamento Sistemático da Literatura é um método exploratório que permite determinar se um determinado assunto está sendo estudado na literatura e quantificar os resultados referentes ao tema. A aplicação desse mapeamento possibilita uma visão geral do tema a ser estudado.

A busca das referências foi realizada nas bases de dados *SCOPUS* e *WEB OF SCIENCE*. As especificações no campo de busca variaram para cada base de dados; na *SCOPUS*, utilizou-se “*article title, abstract, keywords*”, enquanto na *WEB OF SCIENCE* a busca foi realizada como “tópico”. O procedimento de busca foi desenvolvida conforme descrito em Costa et al. (2014), Paula et al. (2017) e Junior (2020).

As expressões adotadas para o efeito unilateral foram: “*Unilateral Behaviour/ Effects/ Condition*” AND “*Concrete*”, “*Unilateral Behaviour/ Effects/ Condition*” AND “*Microstructure*” e “*Unilateral Behaviour/ Effects/ Condition*” AND “*Multiscale/ Multi-scale*”. Para a homogeneização do dano foi utilizada apenas “*Damage Homogenization*”.

Quanto ao tipo de texto procurado, foram selecionados apenas periódicos indexados e revisados por pares. O idioma de publicação foi restrito a português e inglês, sem estabelecer nenhum filtro relacionado à datação das publicações. Os artigos foram tabulados em uma planilha eletrônica, incluindo informações como autor, ano de publicação, título aderente ou não ao tema pesquisado, e possíveis repetições entre as bases de busca.

A Tabela 2 apresenta um resumo de busca de informações nas bases pré-estabelecidas, destacando o quantitativo de artigos com possibilidade de conter informações sobre o efeito unilateral. Para essa seleção inicial, foram eliminadas as repetições de artigos geradas entre as bases.

Os artigos referentes as expressões usadas para identificar o efeito são objetos de estudos da comunidade científica, apresentando 155 artigos com título aderente e sem repetições. Outra análise oriunda do mapeamento é a visualização da distribuição de textos ao longo do tempo. A Figura 1 apresenta a distribuição dos artigos ao longo do tempo. Antes dos anos 2000 foram encontradas 14 publicações, no período de 2000 até 2009 foram encontradas 55 publicações e de 2010 até 2019 foram encontradas 76 publicações e de 2020 até a presente data de conclusão da tese em 2023 foram encontradas 10 publicações. Nota-se que ao longo dos últimos anos a abordagem do efeito unilateral vem ganhando uma atenção por parte da comunidade científica, seja por uso de modelos constitutivos mais eficazes para a representação do comportamento ou

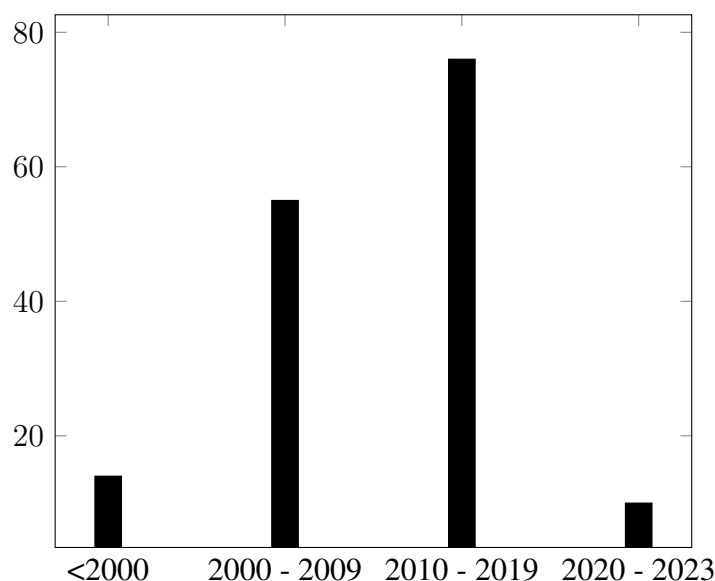
Tabela 2 – Síntese dos resultados obtidos nas pesquisas nas bases de dados - Efeito Unilateral

Base de dados	Expressão Chave					
	Unilateral Effects/ Behaviour/Condition and Concrete		Unilateral Effects/ Behaviour/Condition and Microstructure		Unilateral Effects/ Behaviour/Condition and Multiscale/Multi-scale	
	Inicial	Aderente	Inicial	Aderente	Inicial	Aderente
Web of Science	171	72	169	67	99	13
SCOPUS	240	71	101	22	22	13
TOTAL	380	141	278	88	123	26
Artigos com Título Aderente e sem Repetições	104		74		13	
Artigos com Título Aderente e sem Repetições entre as bases	155					

Fonte: Elaboração Própria

no desenvolvimentos de novos modelos que consideram esse efeito.

Figura 1 – Evolução anual dos artigos de acordo com as expressões de busca



Fonte: Elaboração Própria

A análise do Gráfico da Figura 1 revela que a temática do efeito unilateral vem ganhando destaque e sendo cada vez mais abordada nesse campo. Isso ressalta a relevância e atualidade do tema para a comunidade científica. No entanto, ao compararmos esses dados com a Tabela 2, observamos que não há muitos artigos com uma abordagem multiescala. Essa lacuna justifica a necessidade de estudo nessa área para contribuir significativamente para o meio científico.

Quanto à Homogeneização do Dano, foram identificados 14 artigos no total (8 na *Scopus* e 4 na *Web of Science*) com discussões sobre Dano Homogeneizado. Entre esses, 8 artigos

apresentam títulos aderentes e sem repetições em diferentes anos (2010-2023).

Portanto, neste trabalho, justifica-se a abordagem das temáticas de Dano Homogeneizado e do efeito unilateral no concreto por meio de uma modelagem multiescala. Essa escolha se baseia na constatação de que, embora esses tópicos sejam objetos de estudo da comunidade científica, ainda há poucos artigos propostos nessas áreas específicas.

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste trabalho é apresentado o processo e estudo da resposta unilateral do concreto, abordando cada efeito dissipativo que caracteriza essa resposta e a formulação do conceito de dano homogeneizado. Logo, a estrutura do presente trabalho consiste na seguinte apresentação teórica e metodológica da seguinte forma:

No Capítulo 2 é apresentada toda a formulação teórica da modelagem multiescala incluindo os conceitos de homogeneização. Para falar dos efeitos dissipativos são incluídos os conceitos sobre mecânica da fratura, sobre elemento de alta razão de aspecto, além de mecânica do dano, incluindo aí, o modelo de dano de Mazars e os conceitos sobre Efeito Unilateral.

No Capítulo 3 é apresentada a metodologia computacional implementada e utilizada neste trabalho. É mostrado a estrutura das rotinas computacionais implementadas e utilizadas, abordando o passo a passo de cada teoria discutida no capítulo anterior. Além de mostrar toda a adaptação do modelo de Alta Razão de Aspecto, do efeito unilateral e do desenvolvimento do dano homogeneizado.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados do trabalho desenvolvido, focando na implementação de cada processo dissipativo, isolados ou em conjuntos, de formas qualitativas e quantitativas.

O capítulo 5 reúne as considerações finais do trabalho, assim como as possibilidades de desdobramentos de pesquisas dentro das problemáticas levantadas no trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

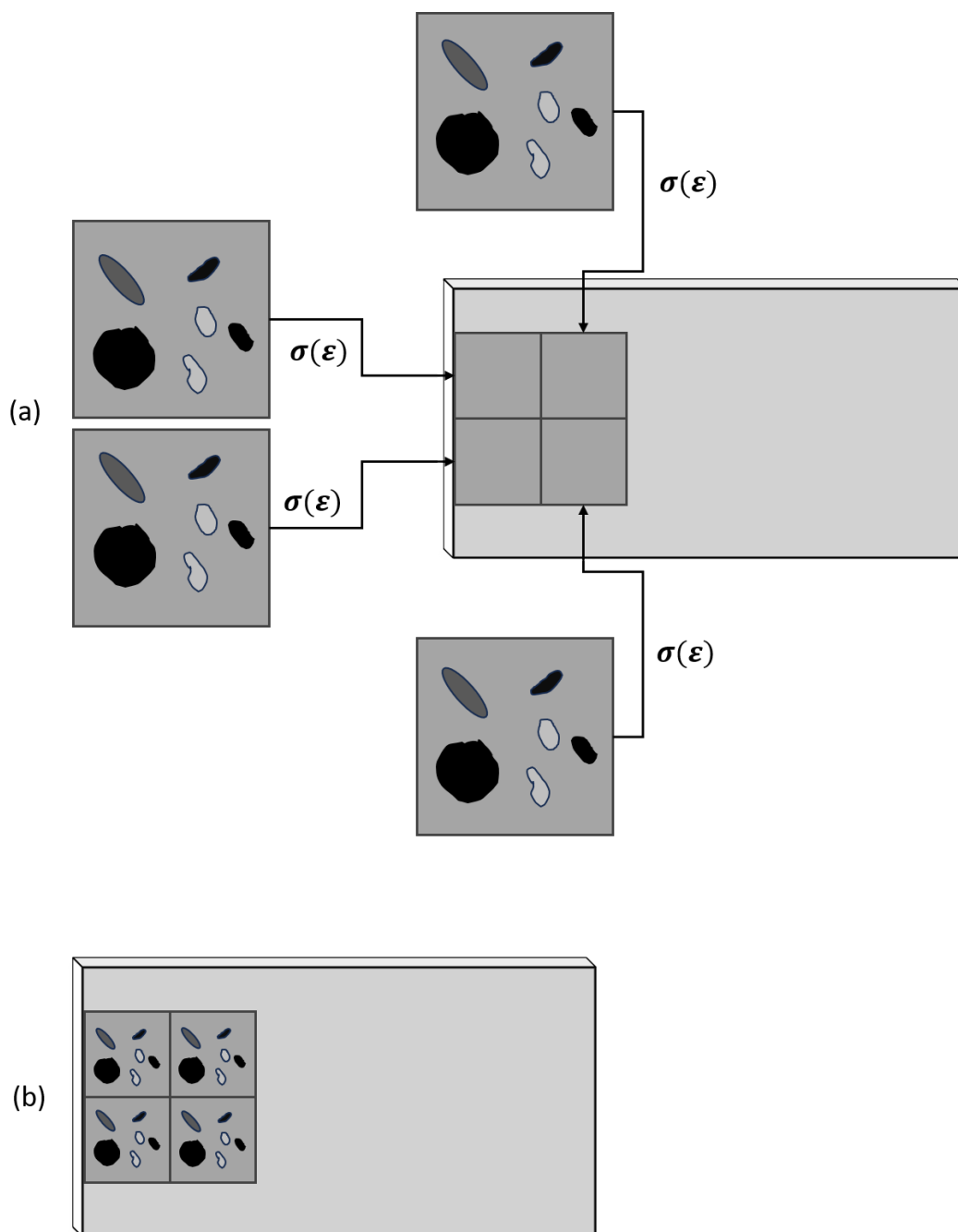
Nesse capítulo são abordados os conceitos sobre as teorias de multiescala, da mecânica do dano e da fratura utilizados na tese.

### 2.1 MODELAGEM MULTIESCALA

A teoria baseada em uma abordagem de modelagem multiescala é empregada para descrever situações em que um problema físico é resolvido considerando o comportamento e as características em várias escalas de tempo e/ou espaço. A análise multiescala encontra aplicação em diversos campos, tais como fluxo de fluidos, previsão meteorológica, pesquisa de operações e análise estrutural, entre outras áreas.

Diversas técnicas de análise multiescala podem ser empregadas, cada uma com suas capacidades e limitações distintas. A diferenciação entre essas técnicas reside na abordagem utilizada para a análise entre as diferentes escalas. Elas podem ser classificadas em técnicas multiescala hierárquicas ou concorrentes. Na abordagem multiescala hierárquica, as análises das escalas menores são realizadas de forma completamente separada das escalas maiores, enquanto na abordagem multiescala concorrente, essas análises permanecem interconectadas (LLOBERAS-VALLS et al., 2012). A Figura 2 ilustra os dois tipos de métodos de análise multiescala.

Figura 2 – Representação do Método Multiescala: a) Hierárquico b) Concorrente



Fonte: Elaboração Própria

Dentre as várias abordagens para trabalhar com teorias multiescala descritas na literatura, aquelas que se baseiam nos conceitos de homogeneização de Elementos de Volume Representativos (EVR) destacam-se como as mais abrangentes dentro do âmbito do Método Multiescala Hierárquico. Uma das aplicações primordiais desses métodos é a determinação de propriedades efetivas de materiais heterogêneos, conforme mencionado em (EFENDIEV; HOU, 2009). Além disso, as teorias multiescala também encontram aplicação na análise da microestrutura e na investigação das relações entre as respostas em nível microscópico e macroscópico,

constituindo um dos principais objetivos deste estudo.

Esse trabalho segue o processo de homogeneização apresentado por vários autores (NETO; FEIJÓO, 2010), (FERNANDES et al., 2015) e (BLANCO et al., 2016). Esse tipo de abordagem emprega conceitos de princípios variacionais da mecânica das estruturas e técnicas de homogeneização.

### 2.1.1 Definição do Elemento de Volume Representativo (EVR)

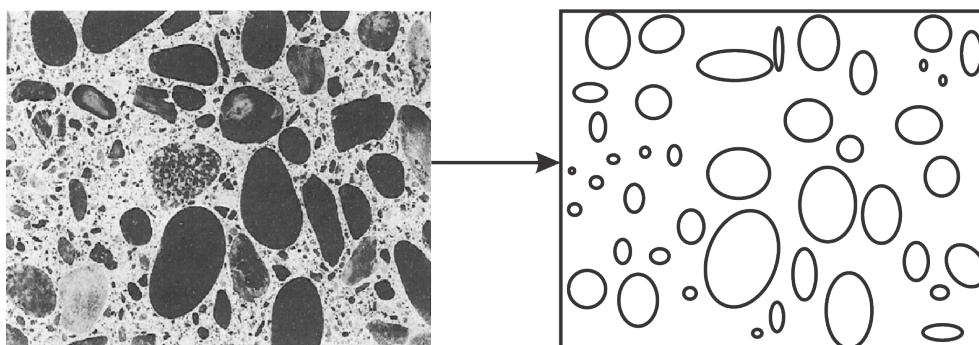
O Elemento de Volume Representativo (EVR) é utilizado para representar a microestrutura de um material. Em uma abordagem multiescala, um ponto arbitrário dentro do corpo, no nível macroscópico, é associado a um EVR estudado para resolver problemas relacionados ao comportamento do material em escala macroscópica. Dentro desse EVR, todas as propriedades necessárias para descrever o comportamento no contexto macroscópico podem ser consideradas, incluindo aquelas relacionadas às características do material em nível microscópico. Isso permite uma abordagem integrada que leva em conta tanto as propriedades macroscópicas quanto as microscópicas na análise de materiais heterogêneos.

Para materiais heterogêneos, Hill (1963) definiu um exemplo de EVR como "é uma estrutura inteiramente típica de toda mistura, em média" e "contém um número suficiente de inclusões para que as propriedades constitutivas sejam independentes dos valores da superfície de tração e deslocamento, desde que esses valores sejam macroscopicamente uniformes".

Outro conceito para EVR é dado por Drugan e Willis (1996) como sendo o menor elemento de volume material do compósito para o qual a representação macroscópica espacial usual é um modelo suficientemente preciso para representar a resposta constitutiva média.

As dimensões ou tamanho do EVR estão inteiramente ligados ao nível de informações necessárias para a modelagem. Para esse tipo de abordagem, o EVR é considerado como contínuo, para que o conceito de tensão permaneça válido na microestrutura. O tamanho dele deve ser grande o suficientes para representar a microestrutura do material, porém pequeno para representar um ponto na macroescala. Assim, pressupõe-se que é possível substituir um material compósito por um material homogêneo equivalente. Uma representação gráfica é dada pela Figura 3. Nessa figura, é apresentado o corte da seção de um corpo de prova de concreto, conforme apresentado por Mehta e Monteiro (2014), e um EVR baseado nessa seção.

Figura 3 – Representação do Elemento de Volume Representativo



Fonte: Adaptado de Mehta e Monteiro (2014)

Na engenharia, costuma-se utilizar três diferentes escalas estruturais, chamadas de micro, meso (ou média) e macro escalas. As três escalas são observadas na Figura 4. Na microescala, a estrutura interna do cimento e a pasta de cimento endurecida são as características mais relevantes. Na mesoescala, as partículas das estruturas tornam-se mais importantes. Nota-se que a natureza heterogênea do material provoca concentração local de tensões, e a existência de poros e impurezas no material diminui sua resistência. Além disso, é possível reconhecer a pasta de cimento, a areia, os agregados grãos e suas interfaces. Na macroescala, as estruturas internas do material não podem ser reconhecidas (BITTENCOURT, 1999). Para essa tese, o nível e os conceitos da microestrutura são para a níveis de mesoescala.

Figura 4 – Diferentes níveis de observação do concreto



Fonte: Bittencourt (1999)

### 2.1.2 Modelagem Multiescala em Elemento de Volume Representativo

Em uma estrutura de material, o tensor de tensões  $\sigma$  em um ponto é determinado pela história de deformações  $\epsilon$  nesse ponto e pode ser descrito como um funcional para todo  $t$ :

$$\sigma(t) = \mathcal{F}(\epsilon^t) \quad (1)$$

sendo  $\mathcal{F}$  o funcional constitutivo simétrico,  $\epsilon^t$  é o tensor histórico das deformações infinitesimal até o tempo  $t$ . A deformação atual é dada pela expressão

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u} \quad (2)$$

onde  $\nabla^s$  é o gradiente simétrico e  $\mathbf{u}$  é o campo de deslocamento.

Na abordagem multiescala baseada em EVR, o subíndice do EVR é representado por  $\mu$ . Assim, o volume do EVR é denotado por  $V_\mu$ , o domínio do EVR é dado por  $\Omega_\mu$ , e seu contorno por  $\partial\Omega_\mu$ . Logo, o domínio do EVR consiste em uma parte sólida ( $\Omega_\mu^S$ ), onde se encontram os agregados e a matriz cimentícia, e uma parte vazia ( $\Omega_\mu^V$ ), onde se encontram os poros e fissuras. Para os exemplos deste trabalho não foram utilizados poros ou fissuras iniciais, portanto, o valor de  $\Omega_\mu^V = 0$ .

Cada ponto material  $x$  no corpo da macroescala com domínio  $\Omega$  tem um EVR associado a esse ponto. Esse EVR é constituído por uma parte denominada matriz ( $\Omega_\mu^m$ ) e uma parte das inclusões ( $\Omega_\mu^i$ ). Assim, as definições de domínio e seu contorno são:

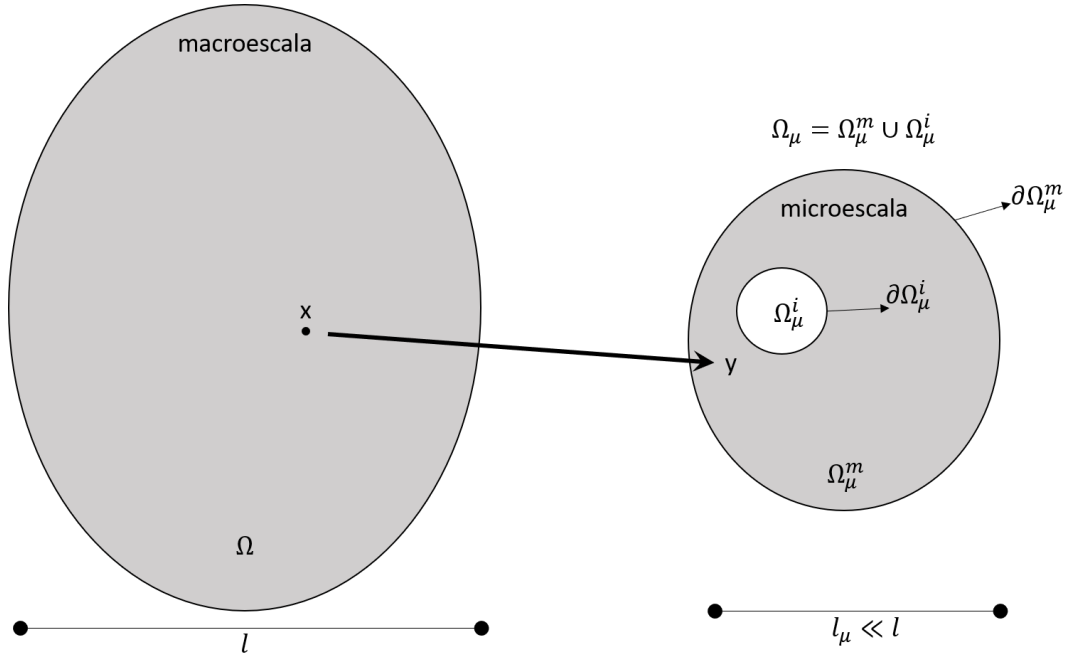
$$\Omega_\mu = \Omega_\mu^m \cup \Omega_\mu^i \quad (3)$$

$$\partial\Omega_\mu^m = \partial\Omega_\mu \cup \partial\Omega_\mu^i \quad (4)$$

onde o símbolo  $\partial$  significa o contorno do domínio.

Por simplificação, não foram admitidas inclusões no contorno do EVR. As características geométricas da modelagem multiescala, descritas anteriormente, são apresentadas na Figura 5.

Figura 5 – Domínio da Macroescala e da Microescala



Fonte: Adaptado de Giusti (2009)

### 2.1.3 Homogeneização e Campos de Deslocamentos microscópicos

No instante de tempo  $t$ , o tensor de deformações  $\boldsymbol{\varepsilon}(x,t)$  e o tensor de tensões macroscópicas  $\boldsymbol{\sigma}(x,t)$  no ponto  $x$  do corpo na macroescala são a média de volume de seu respectivo campo microscópico  $\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(x,t)$  ou  $\boldsymbol{\sigma}_\mu(x,t)$  sobre o EVR associado ao ponto  $x$  em um momento arbitrário

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x,t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y,t) dV \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(x,t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu(y,t) dV. \quad (6)$$

A deformação microscópica  $\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y,t)$  pode ser escrita em termos de campo de deslocamento microscópico  $\mathbf{u}_\mu(y)$  do EVR e decomposta pela soma

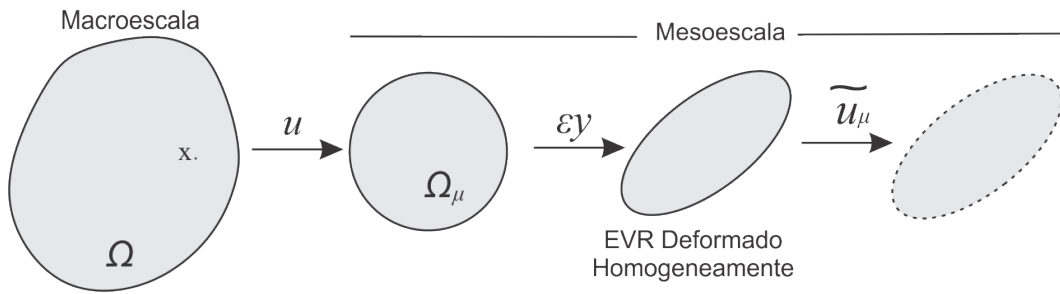
$$\mathbf{u}_\mu(x) = \mathbf{u}(x) + \bar{\mathbf{u}}_\mu(y) + \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y) \quad (7)$$

onde  $\mathbf{u}(x)$  é o deslocamento de corpo rígido que coincide com o deslocamento microscópico associado ao ponto  $x$ ; assim, não impacta no valor das deformações do EVR.  $\bar{\mathbf{u}}_\mu(y)$  está associado à deformação macroscópica  $\boldsymbol{\varepsilon}(x)$ , que varia linearmente com a coordenada  $y$ , e a um campo de flutuação de deslocamento  $\tilde{\mathbf{u}}_\mu(y)$ . Logo, a Equação 7 pode ser reescrita, sem perda de generalidade por

$$\mathbf{u}_\mu(y) = \boldsymbol{\varepsilon}(x)\mathbf{y} + \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y). \quad (8)$$

A representação geométrica dessa decomposição é apresentada na Figura 6.

Figura 6 – Esquema Representativo da Multiescala



Fonte: Elaboração Própria

De maneira análoga, a Equação 8 pode ser reescrita em termos de deformação resultando em

$$\varepsilon_\mu(y) = \varepsilon(x) + \tilde{\varepsilon}_\mu(y) \quad (9)$$

onde  $\varepsilon$  é a deformação macroscópica e  $\tilde{\varepsilon}_\mu$  é o campo de flutuação de deformação microscópica.

Assumindo a cinemática para o EVR de pequenas deformações e pequenos deslocamentos, a deformação na mesoescala  $\varepsilon_\mu$  deve satisfazer a Equação 2 na mesoescala

$$\varepsilon_\mu(y) \equiv \nabla^S \mathbf{u}_\mu \quad (10)$$

e levando em decomposição a Equação 8, a decomposição microscópico pode ser escrita como

$$\nabla^S \mathbf{u}_\mu(y) = \varepsilon(x)\mathbf{y} + \nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y) \quad (11)$$

Aplicando o Teorema da Divergência (Teorema de Gauss)<sup>1</sup>, a homogeneização do campo de deformação microscópica da Equação 5 e a hipótese cinemática relacionada ao campo  $\varepsilon_\mu(y)$  impões as restrições aos movimentos do EVR

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{u}_\mu(y) \otimes n dS \quad \forall y \in \partial\Omega_\mu \quad (12)$$

Sem perder a generalidade do macrocontínuo, pode-se posicionar a origem do sistema de coordenadas no centroide do EVR. Logo, a restrição sobre o campo de flutuações de deslocamento  $\tilde{\mathbf{u}}_\mu(y)$  é

<sup>1</sup>O Teorema de Gauss estabelece uma relação entre a integral (derivada) do divergente de um campo vetorial sobre uma região com a integral sobre a fronteira dessa região.

$$\int_{\Omega_\mu} \nabla \mathbf{u}_\mu dV = \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{u}_\mu \otimes n dS$$

$$\int_{\Omega_\mu} \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y) dV = 0. \quad (13)$$

#### 2.1.4 Restrições Cinemáticas do EVR

A condição necessária para que o campo de deslocamento  $\mathbf{u}$  seja admissível cinematicamente na modelagem é

$$\mathbf{u} \in \mathcal{K}_\mu^* \quad (14)$$

sendo  $\mathcal{K}_\mu^*$  o conjunto da mínima restrição cinematicamente admissível para os campos de deslocamentos no EVR. Dessa forma, o espaço mínimo possível dos deslocamentos microscópicos flutuantes cinematicamente admissíveis é dado por

$$\mathcal{K}_\mu^* := \{v = u + \varepsilon y + \tilde{v}, \tilde{v} \in \kappa_\mu^*\}. \quad (15)$$

A mesoescala é representada pelo EVR e a formulação do Método dos Elementos Finitos (MEF) permite resolver o problema de equilíbrio. As variáveis e os parâmetros do EVR são distintos do macrocontínuo, e essas características são definidas para um EVR padrão que será extrapolado para todos os EVRs da estrutura macroscópica. A solução de um EVR (cálculo dos deslocamentos homogeneizados, das forças internas, das tensões e da matriz constitutiva homogeneizada) é obtida quando se obtém a convergência, dentro da tolerância adotada, do seu problema de equilíbrio proposto.

No entanto, para resolver esse problema de equilíbrio, é necessário definir as condições de contorno a serem impostas ao EVR. Assim, a resposta obtida pode variar em função da condição de contorno adotada. Desta forma, a formulação segundo uma abordagem multiescala segue os seguintes passos:

- O equilíbrio mecânico do EVR;
- A homogeneização dos tensores de tensão e deformação;
- O Princípio de Macro homogeneidade de Hill-Mandel;
- A conjectura de que o conjunto  $\tilde{\mathcal{K}}$  das flutuações dos deslocamentos cinematicamente admissíveis dentro do EVR é um subespaço do espaço das flutuações de deslocamentos minimamente restritos, compatíveis com a hipótese de média das deformações.

### 2.1.5 Equação de Equilíbrio Mecânico do EVR

As forças de inércia no EVR são desprezadas e este é submetido a um campo de força de corpo  $\mathbf{b}_\mu(y)$  atuando sobre o domínio  $\Omega_\mu$  e a um campo de forças de superfícies  $\mathbf{t}^e(y)$  atuando no contorno  $\partial\Omega_\mu$ . Assim, o Princípio de Trabalhos Virtuais estabelece que o EVR está em equilíbrio se e somente se o campo de tensões  $\sigma_\mu$  sobre  $\Omega_\mu$  satisfaz a seguinte equação

$$\int_{\Omega_\mu} \sigma_\mu(y,t) : \nabla^S \boldsymbol{\eta} dV + \int_{\Omega_\mu} \mathbf{b}(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{t}^e(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dA = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in V_\mu \quad (16)$$

onde  $V_\mu$  é o campo de deslocamentos virtuais cinematicamente admissíveis definido por

$$V_\mu := \{ \boldsymbol{\eta} = v_1 - v_2; \forall v_1, v_2 \in \mathcal{K}_\mu \} \quad (17)$$

sendo que o espaço  $V_\mu$  coincide com o espaço  $\mathcal{K}_\mu$ , logo  $V_\mu = \tilde{\mathcal{K}}_\mu$ .

Para um campo de tensões  $\sigma_\mu$  no domínio  $\Omega_\mu$ , o problema local de equilíbrio associado à equação variacional 16 é dado por

$$\begin{cases} \operatorname{div} \sigma_\mu = \mathbf{b} & \text{em } \Omega_\mu \\ \sigma_\mu \mathbf{n} = \mathbf{t}^e & \text{sobre } \partial\Omega_\mu \\ [[\sigma_\mu]] \mathbf{n} = 0 & \text{sobre } \partial\Omega_\mu^i \end{cases} \quad (18)$$

O que é chamado de vazios não são necessariamente vazios e podem, em geral, exercer influência sobre o estado mecânico da EVR. Assim, a Equação 16 pode ser reescrita da seguinte forma, separando as partes sólidas dos vazios

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_\mu^s} \sigma_\mu(y,t) : \nabla^S \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\Omega_\mu^s} \mathbf{b}(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{t}^e(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dA + \\ \int_{\Omega_\mu^v} \sigma_\mu(y,t) : \nabla^S \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\Omega_\mu^v} \mathbf{b}(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dv = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in V_\mu \end{aligned} \quad (19)$$

Além disso, uma vez que os próprios vazios também estão em equilíbrio, tem-se

$$\int_{\Omega_\mu^v} \sigma_\mu(y,t) : \nabla^S \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\Omega_\mu^v} \mathbf{b}(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\partial\Omega_\mu^v} \mathbf{t}^v(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dA = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in V_\mu \quad (20)$$

onde  $\mathbf{t}^v = \mathbf{t}^v(y,t)$  é o campo de forças internas exercida sobre a parte sólida da interface sólido-vazio. Seguindo com a substituição da Equação 20 na Equação 19, tem-se a equação de equilíbrio da parte sólida do EVR

$$\int_{\Omega_\mu^S} \boldsymbol{\sigma}_\mu(y,t) : \nabla^S \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\Omega_\mu^S} \mathbf{b}(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{t}^e(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dA - \int_{\partial\Omega_\mu^v} \mathbf{t}^v(y,t) \cdot \boldsymbol{\eta} dV = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in V_\mu \quad (21)$$

Neste trabalho, as forças do corpo que atuam no contorno do  $\Omega^S$  podem ser desprezadas, ou seja, assumimos que  $\mathbf{b}(y,t) = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in V_\mu$ .

### 2.1.6 Tensão Homogeneizada

A tensão homogeneizada é calculada a partir da Equação 6, considerando que o EVR é composto por partes vazias e sólidas (Equação 3). Isso resulta em

$$\boldsymbol{\sigma}(x,t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu(y,t) dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu^S} \boldsymbol{\sigma}_\mu(y,t) dV + \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu^v} \boldsymbol{\sigma}_\mu(y,t) dV \quad (22)$$

Uma expressão equivalente para a restrição acima, exclusivamente em termos de deslocamentos de limite do EVR, pode ser obtida considerando a relação geral de tensão (GURTIN, 1981)

$$\int_{\Omega} \mathbf{S}(\nabla \mathbf{r})^T dV = \int_{\partial\Omega} (\mathbf{S}\mathbf{n}) \otimes \mathbf{r} dS - \int_{\Omega} (\text{div} \mathbf{S}) \otimes \mathbf{r} dV, \quad (23)$$

onde  $\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma}_\mu$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{y}$  e  $\nabla \mathbf{r} = \mathbf{I}$ , com a 22 tem-se

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}(x,t) &= \int_{\partial\Omega_\mu} (\boldsymbol{\sigma}_\mu \mathbf{n}) \otimes \mathbf{y} dA - \int_{\Omega_\mu^S} (\text{div} \boldsymbol{\sigma}_\mu) \otimes \mathbf{y} dV \\ &\quad - \int_{\Omega_\mu^v} (\text{div} \boldsymbol{\sigma}_\mu) \otimes \mathbf{y} dV + \int_{\partial\Omega_\mu^v} [(\boldsymbol{\sigma}_\mu \mathbf{n})] \otimes \mathbf{y} dA \end{aligned} \quad (24)$$

Considerando a Equação 18 na Equação 24, obtêm-se a seguinte expressão da tensão homogeneizada exclusiva em termos das forças atuantes no contorno do EVR

$$\boldsymbol{\sigma}(x,t) = \frac{1}{V_\mu} \left[ \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{t}^e \otimes \mathbf{y} dA - \int_{\Omega_\mu^S} \mathbf{b} \otimes \mathbf{y} dV - \int_{\Omega_\mu^v} \mathbf{b} \otimes \mathbf{y} dV \right] \quad (25)$$

Considerando a não presença dos elementos de vazios, conforme mencionado anteriormente, e usando a definição de simetria dada por  $\mathbf{u} \otimes_s \mathbf{v} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{v} + \mathbf{v} \otimes \mathbf{u})$ , a Equação 25 tem-se

$$\boldsymbol{\sigma}(x,t) = \frac{1}{V_\mu} \left[ \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{t}^e \otimes_s \mathbf{y} dA - \int_{\Omega_\mu^S} \mathbf{b} \otimes_s \mathbf{y} dV \right] \quad (26)$$

Observe que a Equação 26 é calculada de forma aproximada discretizando-se o EVR em elementos finitos, onde  $\mathbf{t}^e$  representa as forças internas dos nós do contorno e  $\mathbf{y}$  é o vetor das coordenadas  $x_1$  e  $x_2$  do ponto  $y$  do EVR. Assim, para um determinado elemento  $e$ , o vetor das forças internas  $(\mathbf{F}_{int})_e$  é dado por:

$$(\mathbf{F}_{int})_e = \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\sigma}_e V_e \quad (27)$$

onde  $\mathbf{B}$  é a matriz que relaciona deformação e deslocamento;  $\boldsymbol{\sigma}$  são as tensões; e  $V_e$  é o volume do elemento. O vetor de forças internas total do EVR é obtido somando as contribuições de todos os elementos.

### 2.1.7 Princípio da Macro Homogeneidade de Hill-Mandel

O Princípio da Macro homogeneidade de Hill e Mandel (GIUSTI et al., 2009) estabelece que a potência das tensões macroscópicas em qualquer ponto do macrocontínuo deve ser igual à média volumétrica da potência das tensões microscópicas sobre o EVR associado a esse ponto, para qualquer movimento cinematicamente admissível do EVR. Assim, em qualquer estado da EVR caracterizado por um campo de tensão em equilíbrio (Equação 28), a identidade deve ser válida para qualquer campo de taxa de deformação microscópica cinematicamente admissível.

$$\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_\mu dV \quad (28)$$

Para esse trabalho, a taxa de deformação microscópica é cinematicamente admissível se

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_\mu = \nabla^s \dot{\mathbf{u}}_\mu = \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \nabla^s \dot{\mathbf{u}} \quad \dot{\mathbf{u}} \in V_\mu \quad (29)$$

Com o Princípio de Macro-Homogeneidade de Hill-Mandel apresentado acima, pode-se afirmar que ele é satisfeito se e somente se o trabalho virtual das trações externas  $\mathbf{t}^e$  do campo das forças de corpo  $\mathbf{b}$  no EVR for nulo. Assim, o Princípio de Macro-Homogeneidade de Hill-Mandel é equivalente às seguintes equações variacionais (GIUSTI, 2009).

$$\int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{t}^e \cdot \dot{\mathbf{u}}_\mu dA = 0 \quad \forall \dot{\mathbf{u}}_\mu \in V_\mu \quad (30)$$

$$\int_{\Omega_\mu^s} \mathbf{b} \cdot \dot{\mathbf{u}}_\mu dV = 0 \quad \forall \dot{\mathbf{u}}_\mu \in V_\mu \quad (31)$$

Decompondo o campo de deformações microscópica, a Equação 6 e a Equação 10 na Equação 28 tem-se

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_\mu dV &= \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu \cdot (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \nabla^s \partial \tilde{\mathbf{u}}_\mu) dV \\ \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_\mu dV &= \boldsymbol{\sigma} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\varepsilon}_\mu \cdot (\nabla^s \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu) dV \end{aligned} \quad (32)$$

Logo, comparando a Equação 32 com a Equação 28, observa-se que o Princípio de Hill-Mendel é satisfatório se e somente se,

$$\int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu \cdot \nabla^s \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dV = 0 \quad \forall \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dV \quad (33)$$

Por meio de integração por partes na Equação 33, obtém-se

$$\int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu \cdot \nabla^s \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dV = \int_{\partial\Omega_\mu} (\boldsymbol{\sigma}_\mu \mathbf{n}) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dS - \int_{\Omega_\mu} (\text{div} \boldsymbol{\sigma}_\mu) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dV + \int_{\partial\Omega_\mu^i} [\boldsymbol{\sigma}_\mu] \mathbf{n} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dS \quad (34)$$

Considerando a Equação 18 na Equação 34, tem-se

$$\int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu \cdot \nabla^s \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dV = \int_{\partial\Omega_\mu} \boldsymbol{t}^e \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dS - \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{b} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dV \quad \dot{\tilde{\mathbf{u}}} \in V_\mu \quad (35)$$

Supondo que a expressão acima segue o Princípio da Macro-Homogeneidade de Hill-Mendel e que a preposição das equações 30 e 31 seja válida

$$\int_{\partial\Omega_\mu} \boldsymbol{t}^e \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dS - \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{b} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu dV = 0 \quad \dot{\tilde{\mathbf{u}}} \in V_\mu \quad (36)$$

Considerando que  $V_\mu$  possui uma estrutura de espaço vetorial, a equação variacional (Equação 36) é satisfeita se e somente se cada uma das integrais é nula individualmente.

### 2.1.8 Resposta microscópica constitutiva

Um componente essencial na definição de modelos constitutivos multiescala é a caracterização constitutiva do material do EVR. O modelo constitutivo estudado aqui é baseado em teorias fenomenológicas ao nível macroscópico. Assim, o tensor de tensão  $\boldsymbol{\sigma}$  em qualquer ponto  $x$  do contínuo é unicamente determinado pelo tensor de deformações  $\boldsymbol{\varepsilon}$  nesse ponto  $x$ . Ou seja, existe um funcional constitutivo simétrico  $\mathcal{F}$  tal que

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad \forall x \in \bar{\Omega} \quad (37)$$

De forma análoga, considera-se a relação válida na mesoescala na forma

$$\boldsymbol{\sigma}_\mu = \mathcal{F}_\mu(\boldsymbol{\varepsilon}_\mu) \quad \forall x \in \bar{\Omega}_\mu \quad (38)$$

onde  $\mathcal{F}_\mu$  é o funcional constitutivo microscópico associado ao domínio  $\Omega_\mu$

Substituindo a Equação 38 na equação de equilíbrio (Equação 21) e considerando as consequências do Princípio de Hill-Mendel (Equações 30 e 31), tem a seguinte equação

$$\int_{\Omega_\mu^S} \mathcal{F}[\nabla^s \mathbf{u}_\mu]^t : \nabla^s \boldsymbol{\eta} dV = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in V_\mu \quad (39)$$

Substituindo a Equação 10 na Equação 39

$$\mathbf{G} = \int_{\Omega_\mu^S} \mathcal{F}[\boldsymbol{\varepsilon} + \nabla^s \tilde{\mathbf{u}}_\mu]^t : \nabla^s \boldsymbol{\eta} dV = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta} \in V_\mu \quad (40)$$

onde  $\mathbf{G}$  é o funcional do trabalho virtual.

A formulação é completada com a escolha apropriada do espaço  $V_\mu$ , ou seja, com a escolha das restrições cinemáticas do EVR. Portanto, o problema de equilíbrio microscópico consiste em, dado o tensor de deformação macroscópico  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , encontrar o campo  $\dot{\tilde{\mathbf{u}}}_\mu \in V_\mu$  para cada instante  $t$ . Em vista da arbitrariedade de  $\boldsymbol{\eta}$ , após a discretização do domínio do EVR em elementos, a seguinte equação incremental de equilíbrio microscópico deve ser válida para um incremento de carga de tempo  $\Delta t_n = t(n+1) - t_n$  e discretizando  $h$  do domínio que permite encontrar o campo de flutuação de deslocamentos  $\tilde{\mathbf{u}}_{\mu(n+1)} = \tilde{\mathbf{u}}_{\mu n} + \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{\mu n}$

$$\mathbf{G}_h^{n+1} = \int_{\Omega_\mu^h} \mathbf{B}^T \mathcal{F}(\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}}_\mu^{n+1}) dV = 0 \quad (41)$$

onde  $\mathbf{B}$  é a matriz global de deformação-deslocamento,  $\Omega_\mu^h$  indica o domínio discretizado do EVR.

Se o incremento de carga  $n$  é não-linear, a Equação 41 é resolvida pela aplicação do método de Newton-Raphson que consiste em buscar a correção de flutuação  $\delta \tilde{\mathbf{u}}_\mu^{i+1}$  para  $i+1$  tal que:

$$\mathbf{F}^i + \mathbf{K}^i \delta \tilde{\mathbf{u}}_\mu^{i+1} = 0 \quad (42)$$

onde  $\mathbf{F}$  é o vetor de forças e  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez tangente do EVR. Após calcular as correções de  $\delta \tilde{\mathbf{u}}_\mu^{i+1}$  da Equação 42, o próximo passo é o cálculo do campo de flutuações de deslocamento na interação  $i+1$  do microcontínuo, que é dado por

$$\tilde{\mathbf{u}}_\mu^{i+1} = \tilde{\mathbf{u}}_\mu^i + \delta \tilde{\mathbf{u}}_\mu^{i+1} \quad (43)$$

### 2.1.9 Condições de Contorno Imposta no EVR

A formulação EVR descrita até agora é complementada com a escolha de um espaço  $V_\mu$  apropriado, ou seja, com a definição das restrições cinemáticas a serem impostas ao EVR, o que leva a diferentes classes de modelos multiescala e, portanto, a diferentes resultados numéricos (BORGES et al., 2017). São consideradas três classes de modelos multiescala para as condições de contorno do EVR. Cada classe do modelo se diferencia pela imposição de um espaço de variações admissíveis. As classes de modelos para este trabalho são conhecidas como:

- Modelo de Taylor ou de deformações homogêneas no EVR, também conhecido como regra das misturas;
- Modelo de deslocamento linear no contorno do EVR;
- Modelo de flutuações de deslocamentos periódicas no contorno do EVR.

São apresentadas estimativa diferente para cada resposta macroscópica em cada um dos modelos. O modelo de Taylor apresenta a solução mais rígida diante do problema microscópico, enquanto o modelo de flutuações periódicas de deslocamentos apresenta a solução menos rígida dentre os modelos utilizados neste trabalho.

#### 2.1.9.1 Modelo de Taylor

O modelo de Taylor é o mais simples dos modelos do espaço de flutuações. Ele é obtido quando  $V_\mu$  é nulo, ou seja,

$$V_\mu = 0 \quad (44)$$

Nesse caso, a restrição cinemática no EVR é que o campo de flutuações seja nulo em qualquer ponto do seu domínio sólido, ou seja,

$$\tilde{\mathbf{u}}_\mu = 0 \quad \forall y \in \Omega_\mu^s \quad (45)$$

Assim, da Equação 7 obtém o seguinte campo de deslocamento microscópico

$$\mathbf{u}_\mu = \varepsilon y \quad (46)$$

Observando a Equação 46 pode-se dizer que o campo de deslocamento microscópico tem uma variação linear em  $y$  e a sua deformação no EVR é constante, sendo igual à deformação macroscópica. Assim, a equação de equilíbrio é dada pela solução trivial. Nesse caso não tem uma necessidade de resolver o problema de equilíbrio do EVR, já que sua solução é conhecida.

### 2.1.9.2 Modelo de Deslocamento Linear no Contorno do EVR

Nesse caso, as flutuações dos deslocamentos  $\tilde{\mathbf{u}}_\mu$  se anulam no contorno  $\partial\Omega_\mu$  do EVR, isto é, os deslocamentos são lineares no contorno de  $\partial\Omega_\mu$  do EVR

$$\mathbf{u}_\mu = \varepsilon y \quad (47)$$

Para que a Equação 31, imposta pelo Princípio de Hill-Mandel, seja satisfeita, as forças de volume  $b$  são nulas no domínio  $\Omega_\mu$ , ou seja, a única força de volume,  $\mathbf{b}$ , ortogonal a  $V_\mu$  é  $\mathbf{b} = 0$ . Como o campo de flutuações é nulo em  $\partial\Omega_\mu$ , a Equação 30 sempre será satisfeita e, portanto, a força de superfície  $\mathbf{t}^e$  sobre o contorno externo  $\partial\Omega_\mu$ , que deve ser ortogonal a  $V_\mu$ , pertence ao espaço dos campos regulares sobre  $\partial\Omega_\mu$ .

A tensão homogeneizada é dada pela Equação 26. No entanto, como as forças de volume,  $b$ , são nulas, nesse caso se tem-se

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{V_\mu} \left[ \int_{\partial\Omega_\mu} \mathbf{t}^e \otimes_s \mathbf{y} dA \right] \quad (48)$$

onde  $\mathbf{t}^e$  representa as forças internas no contorno do EVR.

Neste modelo, apenas as flutuações no domínio do EVR precisam ser calculadas. Assim, a Equação 42 será decomposta em parcelas, onde o sub-índice  $i$  refere-se aos nós internos e  $\mathbf{B}$  aos nós do contorno

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_B \\ \mathbf{F}_i \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{K}_{Bi} \\ \mathbf{K}_{iB} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} \delta\tilde{\mathbf{u}}_B \\ \delta\tilde{\mathbf{u}}_i \end{Bmatrix}_\mu^k = 0 \quad (49)$$

Considerando que  $\delta\tilde{\mathbf{u}}_B = 0$  e que  $\mathbf{F}_B$  são apenas forças reativas ao campo de deslocamento imposto, as flutuações nos pontos internos são dadas por

$$\delta\tilde{\mathbf{u}}_{i\mu}^k = -[\mathbf{K}_{ii}]^{-1(k-1)} \mathbf{F}_i^{k-1} \quad (50)$$

sendo  $\mathbf{F}_i$  o vetor das forças internas nos nós internos, que pode ser calculado através da Equação 27, ou usando a seguinte equação de equilíbrio do EVR

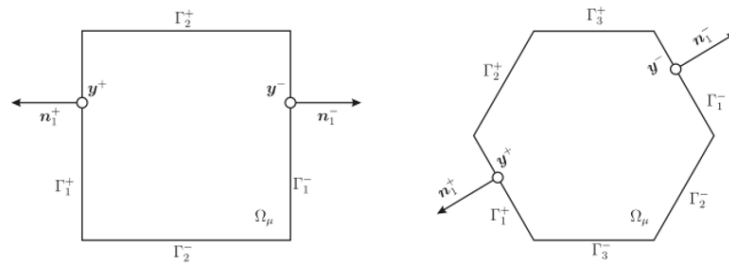
$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_B \\ \mathbf{F}_i \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB} & \mathbf{K}_{Bi} \\ \mathbf{K}_{iB} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_i \end{Bmatrix}_\mu^{k-1} = 0 \quad (51)$$

$$\{\mathbf{F}_i\}^{k-1} = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{iB} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_i \end{Bmatrix}_\mu^{k-1} \quad (52)$$

### 2.1.9.3 Modelo de Flutuações dos Deslocamentos Periódicos Sobre o Contorno

Esse modelo é o mais adequado para descrever o comportamento de materiais com microestrutura periódica. Para definir o campo de flutuações nesse modelo, considere a Figura 7, que representa um EVR retangular, por exemplo,

Figura 7 – Definição da célula unitária para meio periódicos



Fonte: Adaptado de Giusti (2009)

Observe que nos EVRs, cada lado  $\Gamma_i^+$  corresponde a um lado igual e oposto  $\Gamma_i^-$ , com  $n_i^+$  representando a direção normal ao contorno  $\Gamma_i^+$  e  $n_i^-$  representando a direção normal ao contorno  $\Gamma_i^-$ , onde  $n_i^+ = -n_i^-$ . Assim, para cada ponto  $y^+$  no contorno  $\Gamma_i^+$ , há um ponto correspondente  $y^-$  no contorno  $\Gamma_i^-$ . Nesse modelo, assume-se que as flutuações nos pares de pontos  $y^+$  e  $y^-$  são iguais, ou seja

$$\tilde{\mathbf{u}}_\mu(y^+, t) = \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y^-, t) \quad \forall \text{ par de pontos } \{y^+, y^-\} \in \partial\Omega_\mu \quad (53)$$

Para satisfazer a condição da Equação 30 do Princípio de Hill-Mendel, a força de superfície  $\mathbf{t}^e$  deve ser ortogonal ao espaço  $V_\mu$  definido na Equação 53. Isso implica que  $\mathbf{t}^e$  é antiperiódica em  $\partial\Omega_\mu$ , ou seja,

$$\mathbf{t}^e(y^+, t) = -\mathbf{t}^e(y^-, t) \quad \forall \text{ par de pontos } \{y^+, y^-\} \in \partial\Omega_\mu \quad (54)$$

Para satisfazer a Equação 31, é necessário que as forças de volume  $\mathbf{b}$  nulas no domínio  $\Omega_\mu$  do EVR. Nesse caso, a tensão homogeneizada também é determinada pela Equação 48. Para calcular o vetor das forças internas nodais, o vetor dos deslocamentos no EVR e a matriz constitutiva tangente em cada elemento, é preciso primeiro resolver o problema de equilíbrio no EVR, conforme descrito pela Equação 42.

A Equação 42 será decomposta em parcelas, onde o sub-índice  $i$  refere-se aos nós internos;  $p$  e  $m$  indicam aos pares de pontos  $y^+$  e  $y^-$  definidos no contorno (excluindo os cantos), resultando em

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_p \\ \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_i \end{pmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{pm} & \mathbf{K}_{pi} \\ \mathbf{K}_{mp} & \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{mi} \\ \mathbf{K}_{ip} & \mathbf{K}_{im} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{pmatrix} \delta \tilde{\mathbf{u}}_p \\ \delta \tilde{\mathbf{u}}_m \\ \delta \tilde{\mathbf{u}}_i \end{pmatrix}^k = 0 \quad (55)$$

onde  $\mathbf{F}_p$ ,  $\mathbf{F}_m$  e  $\mathbf{F}_i$  representam as forças internas nos pontos nos pontos  $p$ ,  $m$  e  $i$ , respectivamente calculadas através da Equação 27.

Para evitar deslocamentos de corpo rígido, é importante observar que as flutuações nos cantos são prescritas como nulas. Portanto, na Equação 55, não há termos definidos para os cantos. Além disso, tem-se que  $\delta \tilde{\mathbf{u}}_m = \delta \tilde{\mathbf{u}}_p$ . Assim, a Equação 55 simplifica para

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_p \\ \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_i \end{pmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{pm} & \mathbf{K}_{pi} \\ \mathbf{K}_{mp} & \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{mi} \\ \mathbf{K}_{ip} & \mathbf{K}_{im} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{pmatrix} \delta \tilde{\mathbf{u}}_p \\ \delta \tilde{\mathbf{u}}_p \\ \delta \tilde{\mathbf{u}}_i \end{pmatrix}^k = 0 \quad (56)$$

Fazendo manipulações algébricas na Equação 56, pode-se reescrevê-la como

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_i \end{pmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} + \mathbf{K}_{pm} + \mathbf{K}_{mp} + \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{pi} + \mathbf{K}_{mi} \\ \mathbf{K}_{ip} + \mathbf{K}_{im} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{pmatrix} \delta \tilde{\mathbf{u}}_p \\ \delta \tilde{\mathbf{u}}_i \end{pmatrix}^k = 0 \quad (57)$$

onde as incógnitas do problema são as flutuações nos pontos  $p$  e  $i$  nós internos.

O vetor  $\begin{pmatrix} \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_i \end{pmatrix}^{k-1}$  pode ser obtido tanto a partir do vetor das forças internas (Equação 27) quanto pela seguinte equação de equilíbrio

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_p \\ \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_c \end{pmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{pm} & \mathbf{K}_{pi} & \mathbf{K}_{pc} \\ \mathbf{K}_{mp} & \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{mi} & \mathbf{K}_{mc} \\ \mathbf{K}_{ip} & \mathbf{K}_{im} & \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ic} \\ \mathbf{K}_{cp} & \mathbf{K}_{cm} & \mathbf{K}_{ci} & \mathbf{K}_{cc} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_c \end{pmatrix}^k = 0 \quad (58)$$

Assim, considerando todas as etapas anteriores, chega-se à equação

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_i \end{pmatrix}^{k-1} = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} + \mathbf{K}_{mp} & \mathbf{K}_{pm} + \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{pi} + \mathbf{K}_{mi} & \mathbf{K}_{pc} + \mathbf{K}_{mc} \\ \mathbf{K}_{ip} & \mathbf{K}_{im} & \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ic} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_c \end{pmatrix}^{k-1} \quad (59)$$

#### 2.1.9.4 Cálculo do Módulo Constitutivo Tangente Homogeneizado

A tensão homogeneizada relativa ao macrocontínuo em um incremento  $n$  é apresentada por Fernandes et al. (2015), dada pela seguinte forma

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1} + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad (60)$$

onde  $\mathbf{D}_{n+1} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}}$  é o operador constitutivo tangente homogeneizado.

Considerando-se as Equações 6, 10 e 37 a tensão homogeneizada no incremento  $n+1$  é

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_{\mu(n+1)} dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \mathcal{F}(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu(n+1)}) dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \mathcal{F}(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} + \nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_{\mu(n+1)}) dV \quad (61)$$

Assim, o operador tangente homogeneizado é

$$\mathbf{D}_{n+1} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \frac{\partial \mathcal{F}(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} + \nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_{\mu(n+1)})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu(n+1)}} dV \quad (62)$$

No caso do Modelo de Taylor, tem-se campo de flutuações nulo no EVR, portanto:

$\nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_{\mu(n+1)} = 0$  e a Equação 61 se torna:

$$\mathbf{D}_{n+1}^{Taylor} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \left. \frac{\partial \mathcal{F}_y(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_\mu} \right|_{n+1} dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \left. \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_\mu}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_\mu} \right|_{n+1} dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \mathbf{D}_{\mu(n+1)} dV \quad (63)$$

onde  $\mathbf{D}_\mu$  é o operador tangente consistente com a lei constitutiva incremental microscópica, ou seja, nesse caso  $\mathbf{D}^{Taylor}$  representa a média volumétrica do tensor constitutivo incremental.

Considerando-se a Equação 61 para um caso geral, pode-se representar o operador tangente na seguinte forma

$$\mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{D}_{n+1}^{Taylor} + \tilde{\mathbf{D}}_{n+1} \quad (64)$$

onde

$$\tilde{\mathbf{D}}_{n+1} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \left. \frac{\partial \mathcal{F}(\nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_\mu)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_\mu} \right|_{(n+1)} dV \quad (65)$$

A fim de calcular  $\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}$ , considere a seguinte forma simplificada para as equações 50 e 57

$$\{\delta\tilde{\mathbf{u}}_R\}_{n+1} = -[\mathbf{K}_R]_n^{-1} \{\mathbf{F}_R\}_n \quad (66)$$

Para deslocamento linear no contorno 50 tem-se:

$$\{\mathbf{F}_R\}^{i_{EVR}} = \{\mathbf{F}_i\}^{i_{EVR}} \quad (67)$$

$$\{\delta\tilde{\mathbf{u}}_R\}_n^{i_{EVR+1}} = \{\delta\tilde{\mathbf{u}}_{Ri}\}_n^{i_{EVR+1}} \quad (68)$$

$$[\mathbf{K}_R] = [\mathbf{K}_{ii}]^{k-1} \quad (69)$$

Para flutuações periódicas 57, tem-se

$$\{\mathbf{F}_R\}^{i_{EVR}} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_i \end{array} \right\}^{i_{EVR}} \quad (70)$$

$$\{\delta\tilde{\mathbf{u}}_R\}_n^{i_{EVR+1}} = \left\{ \begin{array}{c} \delta\tilde{\mathbf{u}}_p \\ \delta\tilde{\mathbf{u}}_i \end{array} \right\}_n^{i_{EVR+1}} \quad (71)$$

$$[\mathbf{K}_R] = \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{K}_{pp} + \mathbf{K}_{pm} + \mathbf{K}_{mp} + \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{pi} + \mathbf{K}_{mi} \\ \mathbf{K}_{ip} + \mathbf{K}_{im} & \mathbf{K}_{ii} \end{array} \right]^{k-1} \quad (72)$$

Considerando-se as Equações 66 e 27 e ainda que  $\mathbf{D}_{\mu(n+1)} = \left. \frac{\partial \sigma_\mu}{\partial \epsilon_\mu} \right|_{n+1}$ , a Equação 66 pode ser escrita na seguinte forma:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{n+1} = -\frac{1}{V_\mu} [\mathbf{G}_R] [\mathbf{K}_R]^{-1} [\mathbf{G}_R]^T \quad (73)$$

onde as matrizes  $[\mathbf{K}_R]$  e  $[\mathbf{G}_R]$  dependem do modelo adotado; a matriz  $[\mathbf{G}_R]$  é obtida a partir da matriz  $[\mathbf{G}]$  total, calculada da seguinte maneira:

$$[\mathbf{G}] = \sum_{e=1}^{N_e} [\mathbf{D}_\mu]_e [\mathbf{B}]_e V_e \quad (74)$$

sendo  $N_e$  o número de elementos utilizados na discretização e  $[\mathbf{B}]_e$  a matriz que relaciona deslocamento com deformação no elemento.

Para o cálculo de  $\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}$  tem-se

- Modelo de Taylor

O operador tangente homogeneizado é dado pela Equação 63. Considerando-se que no EVR sejam definidas  $N_f$  fases, podendo cada fase ter propriedades elásticas diferentes, a Equação 63 é calculada da seguinte maneira

$$\mathbf{D}_{n+1}^{Taylor} = \sum_{i=1}^{N_f} \frac{V_i}{V_{Total}} \mathbf{D}_{\mu(n+1)}^i \quad (75)$$

- Modelo de Deslocamento Linear no Contorno

O operador tangente é dado pela Equação 64, sendo a parcela de Taylor dada pela Equação 75 e considerando-se Equação 69,  $\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}$  (Equação 73) resulta em

$$\tilde{\mathbf{D}}_{n+1} = -\frac{1}{V_\mu} [\mathbf{G}_i] [\mathbf{K}_{ii}]^{-1} [\mathbf{G}_i]^T \quad (76)$$

onde  $[\mathbf{G}_i]$  é a parcela da matriz  $[\mathbf{G}]$  referente aos pontos internos.

- Modelo de Flutuações Periódicas

O operador tangente é dado pela Equação 63, sendo a parcela de Taylor dada pela Equação 75 e na Equação 73,  $[\mathbf{K}_R]$  é dada pela Equação 72 e  $[\mathbf{G}_R]$  é definida como

$$[\mathbf{G}_R] = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_p + \mathbf{G}_m & \mathbf{G}_i \end{bmatrix} \quad (77)$$

Logo a Equação 73 torna-se

$$\tilde{\mathbf{D}}_{n+1} = -\frac{1}{V_\mu} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_p + \mathbf{G}_m & \mathbf{G}_i \end{bmatrix} [\mathbf{K}_R]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_p + \mathbf{G}_m & \mathbf{G}_i \end{bmatrix}^T \quad (78)$$

## 2.2 MECÂNICA DA FRATURA NA MICROESTRUTURA

A Mecânica da Fratura surgiu inicialmente para estudar o comportamento dos materiais que apresentavam na estrutura macroscópica alguma trinca ou fissura. O primeiro trabalho na área foi de Inglis (1913), que observou furos elípticos localizados em placas planas. A partir desse trabalho, diversos autores contribuíram para a área.

No entanto, a natureza da resposta global de todo o conjunto macroscópico é governada por comportamento do material em escalas menores. Propriedades como dureza, ductibilidade, condutividade e resistência são influenciadas por defeitos e microtrincas na microestrutura.

Modelar uma estrutura completa com todas as possíveis trincas e microtrincas para analisar o comportamento de uma estrutura macroscópica é inviável em diversos aspectos. Assim,

uma alternativa para solucionar esse custo computacional é acoplar as fraturas numa abordagem multiescala. Os parâmetros dos defeitos podem ser analisados numa escala menor, enquanto na análise do macrocontínuo pode-se analisar a resposta homogeneizada dessas fraturas.

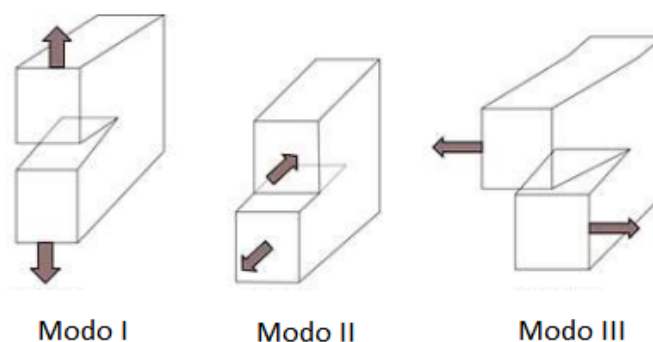
Diversos modelos surgiram para estudar as fissuras no concreto, como o Modelo de Fissuras Discretas, onde fissuras são modelos explicitamente (INGRAFFEA; GERSTLE, 1985) e (LENS et al., 2009). Há também o Modelo de Fissuras Distribuídas onde as fraturas do concreto são representadas sem alterar a topologia da malha (BAŽANT; OH, 1983), e Modelos de Fissuras Incorporadas, que se baseiam no conceito de descontinuidade incorporada dentro de elementos finitos (ORTIZ et al., 1987), entre outros modelos. Esses modelos citados (Modelos de Fissuras Discretas, Modelos de Fissuras Distribuídas e Modelos de Fissuras Incorporadas) são exemplos de Fraturas Coesivas.

Na análise da microestrutura do concreto é de grande importância destacar a zona de transição do concreto, responsável pela baixa resistência ao esforço de tração e capaz de influenciar de forma negativa todos os comportamentos mecânicos que envolvam predominantemente esforços de tração, mas também a zona de transição tem influência no comportamento do concreto comprimido. A zona de transição pode ser definida como a área de maior porosidade e heterogeneidade. Quando o concreto é carregado nas primeiras idades, ocorre com mais facilidade a microfissuração. Com o tempo, a região porosa é preenchida com produtos de hidratação e as fissuras passam a se propagar pela camada de hidróxido de cálcio, sobre o concreto.

De acordo com Mehta e Monteiro (2014), não são necessários níveis elevados de energia para estender as fissuras já existentes na zona de transição. Mesmo com tensões de 40 a 70% da resistência última, já são obtidos grandes incrementos de deformação por unidade de força aplicada.

É importante definir os modos de abertura de uma fissura para entender o processo de microfissuração na estrutura. O modo I é caracterizado por um esforço de tração uniaxial com a fissura se desenvolvendo em um plano perpendicular ao do carregamento; no modo II, existe um escorregamento entre as faces da fissura provocada por um esforço cisalhante aplicado na direção paralela ao defeito; e o modo III também é caracterizado pelo escorregamento entre as faces da fissura, mas o esforço cisalhante é aplicado na direção perpendicular à da fissura, como mostra a Figura 8. Todos os processos de microfissuração vão ser governados por um desses tipos de abertura.

Figura 8 – Modos de Solicitações de uma Fissura



Fonte: Modificado de (SILVA, 2015)

### 2.2.1 Modelo de Fratura Coesiva

O modelo de fratura coesiva foi originalmente apresentado por Dugdale (1960). O objetivo do modelo era representar a fratura de chapas finas de materiais dúcteis, descrevendo a região danificada que apresenta uma certa capacidade de transmitir esforços. Dugdale propôs a existência de uma fratura capaz de transmitir os esforços de uma face para outra, diminuindo gradualmente até não haver mais essa característica. Com base nesse modelo, Barenblatt (1962) estendeu os conceitos para os materiais frágeis.

Com a evolução da Mecânica da Fratura, Hillerborg et al. (1976) aplicaram o conceito da fratura coesiva para o concreto e propuseram o modelo de fissura fictícia.

O modelo de fratura coesiva adotado foi desenvolvido por Pituba e Neto (2015), que descreveram uma lei coesiva de deformação finita irreversível. Esse modelo foi baseado nos modelos de Ortiz e Pandolfi (1999) e Cirak et al. (2005), que simularam o processo de fissuração até a falha da microestrutura. Foi desenvolvido um modelo que representa o comportamento de fissuras, transmitindo tensões entre suas superfícies e gradualmente diminuindo essa transmissão à medida que a fissura se expande. Para esses elementos, a energia coesiva liberada  $\Phi$  é dada por

$$\Phi = \Phi(\delta_n, \delta_s, q) \quad (79)$$

sendo  $\delta_n$  a abertura do modo normal I,  $\delta_s$  a abertura do modo cisalhante II e  $q$  é a variável que descreve os processos inelásticos da coesão.

O deslocamento da abertura cisalhante é dado por um valor escalar independente da direção na superfície da fissura ( $\delta_s = |\delta_S|$ ). Assim, o deslocamento de abertura efetiva  $\delta$  considerando a formulação das leis coesivas de modo misto é dado por

$$\delta = \sqrt{\beta^2 \delta_S^2 + \delta_n^2} \quad (80)$$

O parâmetro  $\beta$  assume valores de 0 a 1 e atua como pesos entre as aberturas de cisalhamento e normal. Assim, um modelo simples de lei coesiva que depende do valor de  $\delta$  no deslocamento de abertura efetiva é dado por

$$\mathbf{t} = \frac{t}{\delta}(\beta^2 \boldsymbol{\delta}_S + \boldsymbol{\delta} \mathbf{n}) \quad (81)$$

onde  $\mathbf{n}$  é o vetor de abertura normal à fissura,  $\boldsymbol{\delta}_S$  é o vetor de abertura por escorregamento na superfície da fissura e  $\mathbf{t}$  é o vetor de tensão coesiva ao longo da fissura. A tensão efetiva escalar  $t$  resultante

$$t = \sqrt{\beta^{-2} |t_S|^2 + t_n^2} \quad (82)$$

Essa relação mostra que  $\beta$  define a razão entre o cisalhamento e as trações críticas normais na borda da fissura. Próximo à região do fechamento, a superfície coesiva é sujeita à condição de restrição de contato, incluindo o atrito. É considerado que o contato e o atrito são fenômenos independentes a serem modelados fora da lei coesiva (ORTIZ; PANDOLFI, 1999).

As leis de tensões efetivas para os casos de carregamento e descarregamento são dadas por

$$\begin{cases} t = e\sigma_c \frac{\delta}{\delta_c} e^{-\delta/\delta_c} & \text{se } \delta = \delta_{max} \text{ e } \dot{\delta} \geq 0 \\ t = \frac{t_{max}}{\delta_{max}} \delta & \text{se } \delta < \delta_{max} \text{ ou } \dot{\delta} < 0 \end{cases} \quad (83)$$

onde  $\sigma_c$  é a máxima tensão de tração normal coesiva e  $\delta_c$ ,  $\dot{\delta}$  é a velocidade de abertura,  $t_{max}$  é a máxima tensão efetiva até o instante da análise e  $\delta_c$  representa a abertura crítica da fissura.

Se a fissura estiver fechada, adota-se uma estratégia numérica baseada na Mecânica de Contato. Nesse cenário, utiliza-se um fator de penalidade, denominado por  $\lambda_p$ , para evitar possíveis penetrações entre as superfícies de fissura. Este fator de penalidade é um parâmetro de valor escalar, e na prática, valores elevados são frequentemente escolhidos para garantir precisão adequada na aproximação. Em geral, essa abordagem visa conferir rigidez aos pares de nós no elemento finito de contato e fratura coesiva, impedindo assim a penetração nas superfícies da fissura.

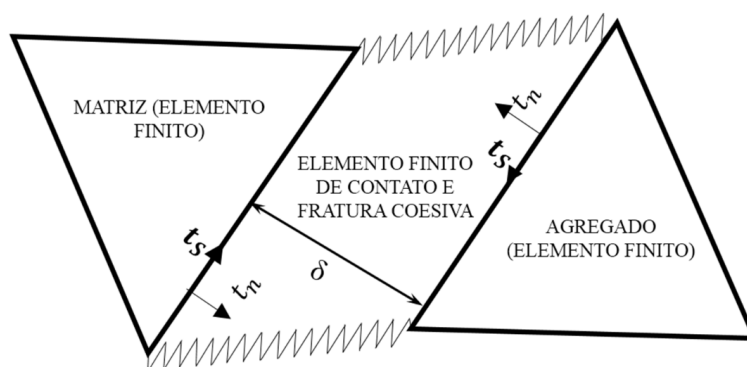
Por outro lado, no regime de tensão, esse fator de penalidade substitui efetivamente a porção inicialmente rígida da lei coesiva por uma resposta linear rígida, conforme expresso pela Equação 83. Para detectar o fenômeno de contato coesivo, utiliza-se o conceito das diferenças entre os pontos de Gauss do elemento finito de contato e fratura coesiva dado por

$$t = \lambda_p \delta \quad \text{se} \quad \lambda_p \delta \leq \sigma_c \quad (84)$$

### 2.2.1.1 Elemento Finito de Fratura Coesiva e Contato

O Modelo de Fratura Coesiva e Contato Coesivo em Elementos Finitos é ilustrado na Figura 9. Este modelo de elemento finito é composto por quatro nós e é compatível com os elementos triangulares bidimensionais. No sistema local dos elementos finitos, a direção das forças deslizantes é representada por  $s$ , enquanto a direção normal das coordenadas é representada por  $n$ .

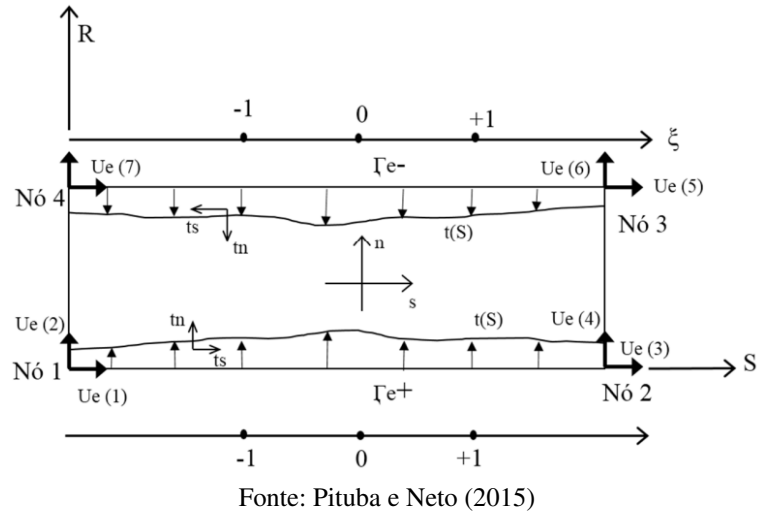
Figura 9 – Configuração do Modelo em Elementos Finitos



Fonte: BORGES (2015)

Os tipos de elementos considerados neste trabalho são compostos por duas superfícies com configurações coincidentes com as bordas dos elementos finitos triangulares na configuração indeformada do EVR, conforme ilustrado na Figura 10. O elemento finito de contato e fratura coesiva é definido como um elemento de quatro nós, cuja geometria é compatível com a de dois elementos triangulares utilizados para modelar as fases da matriz e da inclusão. Essa formulação foi apresentada por (PITUBA; NETO, 2015).

Figura 10 – Modelo dos Elementos Coesivos (PITUBA; NETO, 2015)



No sistema local do elemento finito, o eixo  $s$  representa a direção de cisalhamento e o eixo  $n$  representa a direção normal. Os deslocamentos nodais e as forças internas podem ser expressos em termos desses eixos da seguinte forma

$$\mathbf{u}_e = \begin{Bmatrix} u_e(1) \\ \vdots \\ u_e(1) \\ u_e(5) \\ \vdots \\ u_e(8) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_e^+ \\ u_e^- \end{Bmatrix} \quad (85)$$

$$\mathbf{F}_e^{int} = \begin{Bmatrix} F_e^{int}(1) \\ \vdots \\ F_e^{int}(1) \\ F_e^{int}(5) \\ \vdots \\ F_e^{int}(8) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_e^{int+} \\ F_e^{int-} \end{Bmatrix} \quad (86)$$

As variáveis  $u_e^+$  e  $F_e^{int+}$  representam os deslocamentos nodais e vetor de forças internas relacionadas com o lado positivo  $\Gamma_e^+$ . Da mesma forma, as variáveis  $u_e^-$  e  $F_e^{int-}$  representam os deslocamentos nodais e o vetor de forças internas relacionados ao lado negativo  $\Gamma_e^-$ . A função de abertura em cada ponto de Gauss desse elemento é definida pela equação

$$\delta_e(\xi_i) = N_e^-(\xi_i(s))u_e^- - N_e^+(\xi_i(s))u_e^+ = u^-(\xi_i) - u^+(\xi_i) \quad i = 1,2,3 \quad (87)$$

onde  $u^-(\xi_i)$  e  $u^+(\xi_i)$  representam os deslocamentos relacionados ao ponto de Gauss na superfície negativa e positiva, respectivamente, e  $N_e^-(\xi_i(s))$  e  $N_e^+(\xi_i(s))$  são as funções de forma negativas e positivas relacionadas ao ponto de Gauss na superfície. A matriz  $N_e^+$  tem a contribuição de ambos os lados, conforme

$$N_e = [N_e^+ \ N_e^-] = \begin{bmatrix} N_1(\xi_i) & 0 & N_2(\xi_i) & 0 & N_3(\xi_i) & 0 & N_4(\xi_i) & 0 \\ 0 & N_1(\xi_i) & 0 & N_2(\xi_i) & 0 & N_3(\xi_i) & 0 & N_4(\xi_i) \end{bmatrix} \quad (88)$$

Considerando o princípio do trabalho virtual ao longo da fissura no lado positivo  $\Gamma_e^+$ , é possível obter a equação

$$\delta w_e^{int+} = \int_{\Gamma_e^+} t(s) \cdot \eta(s) d\Gamma_e = \left[ \int_{\Gamma_e^+} N_e^{+T}(s) t(s) d\Gamma_e \right] \begin{pmatrix} \eta_1^R \\ \eta_1^S \\ \eta_2^R \\ \eta_2^S \end{pmatrix} \quad (89)$$

e o vetor de forças internas do elemento finito de contato e fratura coesiva é dado por

$$F_e^{int+} \cong \frac{l_e}{2} \int_{-1}^{+1} N_e^{+T}((\xi)) t(S(\xi)) d\xi \quad (90)$$

onde  $l_e$  é o comprimento do elemento finito,  $t(S(\xi))$  é o vetor de tração coesiva em cada ponto de Gauss composto pelas parcelas de tração e deslizamento  $t(S) = \begin{cases} t_S(S) \\ t_n(S) \end{cases}$  e  $F_e^{int-}$  é o vetor de força interna no lado negativo obtido pelo vetor de tração coesiva quando tem um valor negativo para satisfazer o equilíbrio do elemento finito de contato e fratura coesiva.

A Equação 90 é válida ao longo da superfície indeformada no elemento. A integral pode ser numericamente aproximado ao valor de

$$F_e^{int+} \cong \frac{l_e}{2} \sum_{i=1}^{nGauss} N_e^{+T}((\xi_i)) t(S(\xi_i)) \quad (91)$$

$$F_e^{int} = \begin{bmatrix} F_e^{int+} \\ F_e^{int-} \end{bmatrix} \quad (92)$$

Cada ponto de Gauss contribui para o cálculo das forças internas obedecendo à lei coesiva quando a fratura estiver abrindo ou pela lei de contato quando a fratura estiver fechada. Para fraturas sob carregamento o vetor de tração coesiva é dado por:

$$t_s(\xi_i) = e^{\frac{\sigma_c}{\delta_c}} e^{-\frac{\delta(\xi_i)}{\delta_c}} \beta^2 \delta_s(\xi_i) \quad (93)$$

$$t_n(\xi_i) = e^{\frac{\sigma_c}{\delta_c}} e^{-\frac{\delta(\xi_i)}{\delta_c}} \delta_n(\xi_i)$$

e para os casos de descarregamento os valores do vetor de tração coesiva são dados por

$$t_s(\xi_i) = \frac{t_{\max}(\xi_i)}{\delta_{\max}(\xi_i)} \beta^2 \delta_s(\xi_i) \quad (94)$$

$$t_n(\xi_i) = \frac{t_{\max}(\xi_i)}{\delta_{\max}(\xi_i)} \delta_n(\xi_i)$$

Para as implementações computacionais,  $t_{\max}(\xi_i)$  e  $\delta_{\max}(\xi_i)$  referem-se a valores escalares do último incremento de deformação convergido e quando as fissuras fecham no ponto de Gauss o valor de tensão é dado por

$$t_s(\xi_i) = \lambda_p l_e \delta_s(\xi_i) \quad (95)$$

$$t_n(\xi_i) = \lambda_p l_e \delta_n(\xi_i)$$

O problema não linear da condição de contorno do EVR discretizado é resolvido por meio da linearização da equação de equilíbrio

$$\mathbf{R} + \frac{dF}{du} d\tilde{u} \quad (96)$$

onde  $\mathbf{R}$  é a força desequilibrada, e  $d\tilde{u}$  é o incremento do campo de flutuação de deslocamento e  $\frac{dF}{du}$  é a rigidez tangente, também chamada de  $\mathbf{K}$ .

Assim a matriz de rigidez tangente consistente ( $\mathbf{K}_e$ ) é escrita como

$$\mathbf{K}_e = \frac{dF_e^{int}}{du_e} = \begin{bmatrix} \frac{dF_e^{int+}}{du_e} \\ \frac{dF_e^{int-}}{du_e} \end{bmatrix} \quad (97)$$

A componente relacionada ao lado negativo deve levar em conta a direção do vetor de tensão coesiva para essa superfície. Logo, considerando o lado positivo pode-se observar que

$$\frac{dF_e^{int+}}{du_e} = \frac{dF_e^{int+}}{d\delta_e} \frac{d\delta_e}{du_e} \quad (98)$$

$$\frac{dF_e^{int+}}{du_e} \cong \frac{l_e}{2} \sum_{i=1}^{n_{\text{Gauss}}} N_e^{+T}(\xi_i) \frac{dt}{d\delta_{eS}(\xi_i)} \quad (99)$$

$$\frac{d\delta_e}{du_e} = \frac{d(N_e^-(S)u_e^-) - (N_e^+(S)u_e^+)}{du_e} = [-N_e^+ \quad N_e^-] \quad (100)$$

Para o lado negativo, equações similares podem ser obtidas. Ainda assim, é importante observar que, na Equação 99, a derivada  $\frac{d\delta_e}{du_e}$  pode ser calculada para o ponto de Gauss de interesse. Entretanto, ao considerar uma abertura de fissura, essa derivada é fornecida, respectivamente, para os casos de carregamento e descarregamento, pelas as equações a seguir

$$\frac{dt}{d\delta_{eS}(\xi_i)} = \begin{bmatrix} \frac{dt_s(\xi_i)}{d\delta_s} & \frac{dt_s(\xi_i)}{d\delta_n} \\ \frac{dt_n(\xi_i)}{d\delta_s} & \frac{dt_n(\xi_i)}{d\delta_n} \end{bmatrix} = \frac{t(\xi_i)}{\delta(\xi_i)} \begin{bmatrix} \beta^2 \left[ 1 - \frac{\beta^2 \delta_s^2(\xi_i)}{\delta_c \delta(\xi_i)} \right] & - \frac{\delta_n(\xi_i) \beta^2 \delta_s(\xi_i)}{\delta_c \delta(\xi_i)} \\ - \frac{\delta_n(\xi_i) \beta^2 \delta_s(\xi_i)}{\delta_c \delta(\xi_i)} & 1 - \frac{\delta_n^2(\xi_i)}{\delta_c \delta(\xi_i)} \end{bmatrix} \quad (101)$$

$$\frac{dt}{d\delta_{eS}(\xi_i)} = \begin{bmatrix} \frac{dt_s(\xi_i)}{d\delta_s} & \frac{dt_s(\xi_i)}{d\delta_n} \\ \frac{dt_n(\xi_i)}{d\delta_s} & \frac{dt_n(\xi_i)}{d\delta_n} \end{bmatrix} = \frac{t_{max}(\xi_i)}{\delta_{max}(\xi_i)} \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (102)$$

Por fim, se a fissura estiver fechando no ponto de Gauss, a matriz  $\frac{dt}{d\delta_e}$  é dado por

$$\frac{dt}{d\delta_{eS}(\xi_i)} = \lambda_p l_e \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (103)$$

### 2.3 MECÂNICA DO DANO NA MICROESTRUTURA

Os materiais costumam apresentar, de maneira geral, defeitos nos seus estados iniciais. No processo de carregamento, as deformações resultantes do processo impactam diretamente esses defeitos, fazendo-os aumentar e propagar enquanto novas microfissuras são criadas devido à concentração de tensões. As propriedades mecânicas da microestrutura sendo afetadas pelo processo de microfissuração levam a uma mudança nas propriedades macroscópicas do material e, conseqüentemente, na redução da sua resistência. Esse processo de perda de resistência e mudança das propriedades é chamado de dano.

O material pode apresentar dano provocado por diferentes fenômenos macroscópicos, podendo vir da sua ductilidade (Dano Frágil; Dano Dúctil), por fadiga (Carga Cíclica; Inversão da Carga), dano por fluência (Temperaturas elevadas). A forma predominante de dano frágil é a formação e crescimento de microfissuras, uma vez que ocorre, por exemplo, em cerâmica ou concreto. Em contraste, danos dúcteis e danos por fluência em metais são essencialmente devidos à nucleação, crescimento e coalescência dos espaços vazios. A fonte dos danos por fadiga são as

microfissuras que se formam devido às concentrações de tensões durante o carregamento cíclico, as quais crescem e coalescem cada vez mais (GROSS; SEELIG, 2006).

Um detalhe a respeito do dano é que ele pode ocorrer concomitantemente a efeitos de plasticidade, porém em casos de materiais frágeis o processo de danificação é mais determinante, podendo ocorrer a ruptura do material sem que o mesmo tenha atingido a tensão de escoamento para a plasticidade.

### 2.3.1 Histórico

A Mecânica do Dano em Meios Contínuos (MDMC) teve início com os trabalhos de Kachanov (1958). Nesse trabalho, Kachanov buscou justificar a ruptura de um metal em deformação lenta. Ele propôs uma variável escalar ( $\Psi$ ), denominada de continuidade. Assim, para um material completamente livre de defeitos, o valor da continuidade será  $\Psi = 1$ , enquanto para o material completamente danificado, sem capacidade de carga, o valor da continuidade será de  $\Psi = 0$ . A quantidade complementar  $D = 1 - \Psi$  é uma medida do estado local de deterioração ou dano. Para um material completamente livre de defeitos, tem-se  $D = 0$ , enquanto  $D = 1$  corresponde a um estado de completa perda de integridade da estrutura interna do material.

Outro trabalho importante foi realizado por Rabotnov (1969), que propôs a utilização da variável de dano como um redutor da rigidez inicial do material. Assim, a Mecânica do Dano Contínuo (*Continuum Damage Mechanics*) foi formalizada com base na termodinâmica dos processos irreversíveis por Lemaitre (1985).

Enquanto Kachanov assumiu a variável  $D$  como uma variável de natureza escalar, estudos posteriores levaram à proposição de quantidades tensoriais para descrever o dano. Em geral, assume-se  $D$  como uma variável escalar para dano isotrópico e  $\mathbf{D}$  como uma variável de natureza tensorial para dano anisotrópico. Outro trabalho importante é o de Rabotnov (1969), que propôs a utilização da variável de dano como um redutor da rigidez inicial do material.

Ao longo dos anos, diversos modelos constitutivos foram propostos utilizando esse conceito de dano:

- Modelos de Deterioração Lenta do Material (*Creep damage*) - (KACHANOV, 1984), (MURAKAMI, 1988);
- Interação de Dano e Fadiga - (LEMAITRE, 1984), (MARIGO, 1985), (LEMAITRE; CHABOCHE, 1974);
- Dano em Materiais Dúcteis - (LEMAITRE, 1985), (SIMO; JU, 1987), (TAI, 1990);
- Dano em Concreto - (MAZARS, 1984)
- Dano em Estruturas de Concreto Armado com Fibras: (BORDERIE et al., 1992)

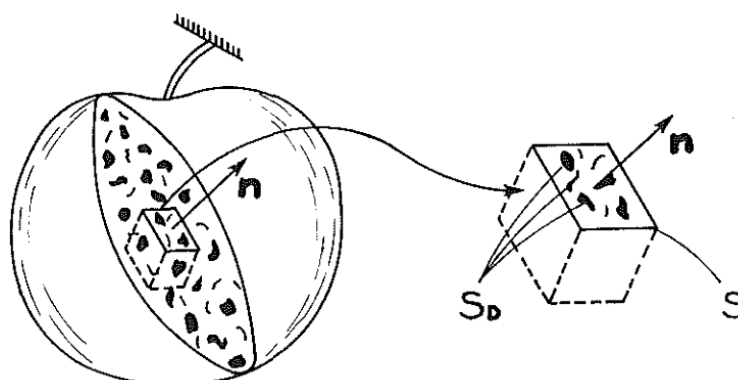
- Dano em Carga Cíclica - (LEE; FENVES, 1998)
- Dano em Pórticos de Concreto Armado - (FLÓREZ-LÓPEZ, 1993)

### 2.3.2 Definição da Variável de Dano

O comportamento de um material danificado deve ser compreendido como uma média volumétrica sobre um EVR dentro do processo de dano. A quantidade de dano que um material sofre varia de acordo com suas propriedades constituinte, sua forma e capacidade de resistência, características intrínsecas do material. Todo dano é regido por uma lei de evolução que deve ser formulada para descrever a evolução do dano de uma maneira física adequada. Para derivá-la, é prático empregar modelos micromecânicos que capturam as características essenciais dos defeitos e permitem uma investigação detalhada de seu crescimento. A teoria do dano corresponde do que o dano pode ser considerada como um elo entre a Mecânica Contínua Clássica e a Mecânica da Fratura. Em princípio, é capaz de descrever a formação de uma trinca macroscópica devido ao processo de localização de dano em um corpo de material inicialmente livre de defeitos.

Uma das formas de representar o conceito de dano é por meio da quantificação geométrica. Conforme Lemaitre (1984) considera o corpo danificado onde um EVR da macroescala foi isolado conforme Figura 11.

Figura 11 – Elemento Danificado



Fonte: Adaptado de Lemaitre (1984)

Sendo  $A$  a área transversal desse elemento definida pelo vetor  $\mathbf{n}$ , a área constituída pelas microfissuras e vazios dada por  $A_D$  e a área efetiva,  $\tilde{A}$ , como sendo a área que tem capacidade de resistir aos esforços a relação é dada por

$$D = \frac{A_D}{A} \quad (104)$$

sendo  $A_D = A - \bar{A}$ . Para  $D = 0$ , o material é considerado completamente íntegro, enquanto para  $D = 1$ , o material totalmente danificado. Portanto, o valor de  $D$  varia de  $0 \leq D \leq 1$ .

### 2.3.3 Tensão Equivalente

Considerando uma carga  $F$  que atua na seção  $A$  do EVR da Figura 11, para um elemento unidimensional sujeito a um carregamento axial  $F$ , podem-se definir dois valores de tensão: a tensão aparente  $\sigma$ , associada à área total da seção transversal, e a tensão efetiva  $\bar{\sigma}$ , associada à área que de fato resiste aos esforços solicitantes (área íntegra), ou seja

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} = \frac{F}{A - A_D} \quad (105)$$

realizando as simulações numéricas com as equações 104 e 105 tem-se a lei constitutiva

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (106)$$

### 2.3.4 Deformação Equivalente

Para casos de tração uniaxial, a relação constitutiva para um meio danificado é a Lei de Hooke da Elasticidade Linear:

$$\bar{\sigma} = \bar{E}\varepsilon \quad (107)$$

onde  $\varepsilon$  é a deformação e  $\bar{E}$  é o módulo de elasticidade do meio danificado.

Considerando o princípio da equivalência de deformação onde estabelece que o estado de deformação do meio danificado é o mesmo da parte íntegra do meio danificado, cada qual com seu módulo de elasticidade:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{E}} = \frac{\sigma}{E(1 - D)} \quad (108)$$

$$\bar{E} = (1 - D)E \quad (109)$$

$$D = \frac{E - \bar{E}}{E} = 1 - \frac{\bar{E}}{E} \quad (110)$$

### 2.3.5 Critério de Danificação

O critério de danificação (ou critério de dano) é o domínio do estado de quando o comportamento elástico e quando a degradação é delimitado. Neste trabalho, todos os materiais apresentarão o comportamento elástico até atingir o critério de degradação. Assim, admite-se a superfície o domínio elástico ( $E = \{\sigma \in \mathbb{R} | \phi \equiv \tau - q < 0\}$ ) é limitado pela superfície do domínio de degradação  $\partial E = \{\sigma \in \mathbb{R} | \phi \equiv \tau - q = 0\}$ . Logo, o critério da função de superfície elástica é dado pela função

$$\phi(\sigma) = \tau(\sigma) - q \leq 0 \quad (111)$$

onde  $\tau(\sigma)$  é a tensão equivalente que define a forma do domínio elástico, e  $q$  é a variável interna que determina o tamanho do domínio elástico.

O critério degradação pode ser rescrito no espaço de tensões efetivas como

$$\bar{\phi}(\bar{\sigma}) = \bar{\phi} = \bar{\tau}(\bar{\sigma}) - r \leq 0 \quad (112)$$

onde  $r$  é a variável interna no domínio elástico no espaço de tensões efetivas dada por

$$r = \frac{q}{1 - d} \quad (113)$$

onde  $r$  é uma variável sempre positiva e sua evolução é dada por  $\dot{r} \geq 0$ .

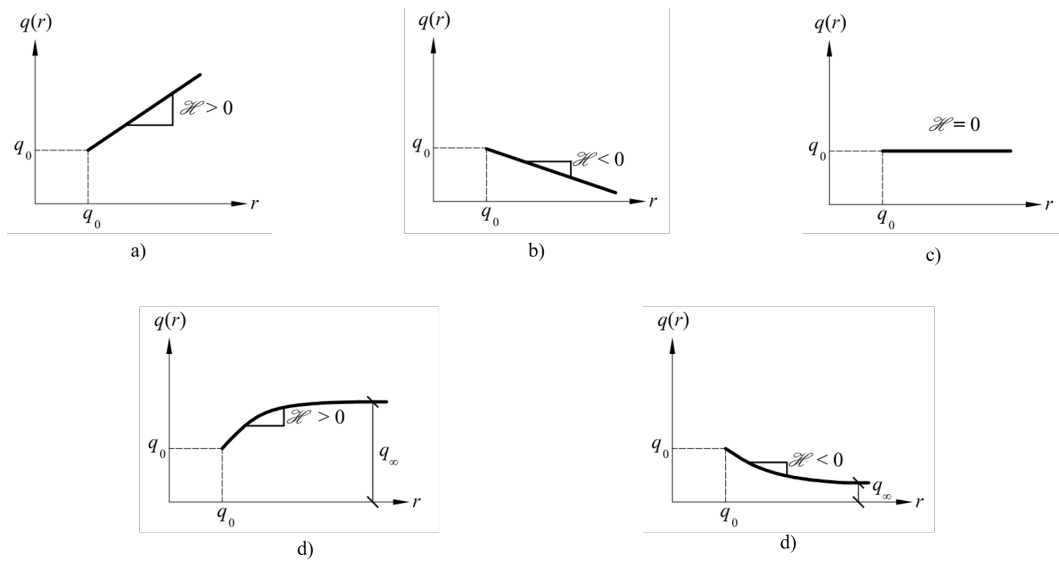
### 2.3.6 Lei de evolução da variável de dano

A evolução da lei de dano é obtida por meio da Equação 113

$$d = 1 - \frac{q}{r} \therefore d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}. \quad (114)$$

A Figura 12 ilustra possíveis funções de evoluções da variável interna  $q(r)$ , as quais definem a lei de endurecimento/amolecimento das tensões (MAEDO, 2015).

Figura 12 – Comportamentos distintos de endurecimento/amolecimento: (a) lei de endurecimento linear; (b) lei de amolecimento linear; (c) dano perfeito; (d) lei de endurecimento exponencial; (e) lei de amolecimento exponencial (MAEDO, 2015)



Fonte: Adaptado de Maedo (2015)

Segundo Maedo (2015), o parâmetro  $\mathcal{H}$  é denominado módulo de endurecimento/amolecimento e rege o comportamento da evolução do dano após o limite elástico linear. O módulo de  $\mathcal{H}$  é obtido da seguinte fórmula

$$\mathcal{H}(r) = \frac{\partial q(r)}{\partial r} = q'(r). \quad (115)$$

Quando ocorre o endurecimento ( $\mathcal{H} > 0$ ), o valor de  $q$  sempre aumentará. Assim, quanto maior for a deformação, maior será a tensão. O inverso também é válido, quando ocorre o amolecimento ( $\mathcal{H} < 0$ ), o valor de  $q$  sempre diminuirá e assim o valor da tensão diminuirá conforme aumenta a deformação. Para o caso particular de  $q$  constante, o material apresenta dano perfeito ( $\mathcal{H} = 0$ ).

Tanto o endurecimento/amolecimento são caracterizadas por uma lei de evolução. Essa lei segue comportamento linear

$$q(r) = q_0 + \mathcal{H}(r - q_0) \quad (116)$$

onde possui uma taxa de variação dada por

$$\dot{q} = \mathcal{H}\dot{r}; \quad (117)$$

ou uma lei de evolução exponencial

$$q(r) = q_\infty - (q_\infty - q_0)e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})} \quad (118)$$

onde  $\mathcal{A}$  é valor positivo que controla a concavidade da lei exponencial e está relacionado com a energia de fratura do material.

Aplicando a Equação 115 na Equação 118 tem-se o valor de  $\mathcal{H}$

$$\mathcal{H}(r) = \mathcal{A} \frac{q_\infty - q_0}{q_0} e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})}. \quad (119)$$

A taxa de variação da lei exponencial pode ser expressa conforme a equação a seguir

$$\dot{q} = \mathcal{A} \frac{q_\infty - q_0}{q_0} e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})} \dot{r} \therefore \dot{q} = \mathcal{H} \dot{r}. \quad (120)$$

No caso do concreto ou pasta cimentícia, o material exibe um comportamento exponencial de amolecimento, onde o seu pico final corresponde à danificação total do material, ou seja,  $q_\infty = 0$ . Assim, a lei de evolução é dada por

$$q(r) = q_0 e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})} \quad (121)$$

$$\mathcal{H}(r) = \frac{\partial q}{\partial r} = -\mathcal{A} e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})} \quad (122)$$

$$\dot{q} = -\mathcal{A} e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})} \dot{r} \therefore \dot{q} = \mathcal{H} \dot{r} \quad (123)$$

### 2.3.7 Energia de Fratura

Diversas técnicas utilizada na tese fazem uso do conceito da energia de fratura. A energia de fratura é a quantidade de energia necessária para criar uma unidade de área de fratura em modo **I** de um material. Considerando, um sólido submetido a uma carga de tração uniaxial, a região de localização de deformação  $\Omega_h$ , com largura  $h$  e seção transversal  $S$  tem-se

$$d\Omega_h = h dS. \quad (124)$$

Conforme a primeira lei da termodinâmica, que relaciona a potência mecânica fornecida por meios externos com a taxa de calor transferida para dentro do sistema, juntamente com a mudança de sua energia total (PITUBA, 1998), obtém-se a seguinte relação

$$P_e = \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho v \cdot v d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \dot{\epsilon} d\Omega \quad (125)$$

onde  $P_e$  é a potência externa introduzida sobre uma certa quantidade de massa que ocupa o volume  $\Omega$  limitado pela superfície  $d\Omega$ ,  $v$  é o vetor velocidade do ponto material que ocupa a posição  $x$  na configuração atual, e  $\rho$  é trabalho realizado pelas forças de corpo. A primeira parcela diz respeito a energia cinética, e a segunda diz respeito a potência das tensões.

Desconsiderando a energia cinética (uma vez que se considera análises quase-estáticas) tem-se que a potência externa introduzida é igual à potência tensional no corpo (MAEDO, 2015),

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \rho v \cdot v d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \dot{\varepsilon} d\Omega = \int_{\Omega} \sigma \dot{\varepsilon} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} (1-d)(E\varepsilon)\dot{\varepsilon} d\Omega = \int_{\Omega} q \frac{\dot{r}}{E} d\Omega = \int_{\Omega} q \frac{q\dot{q}}{\mathcal{A}E} d\Omega \end{aligned} \quad (126)$$

Relacionando as Equações 126, 121 e 122 tem-se

$$P_e = \int_{\Omega} \frac{q\dot{q}}{-\mathcal{A}e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})}E} d\Omega = \int_{\Omega} \frac{q_0\dot{q}}{-\mathcal{A}\frac{q}{q_0}E} d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{q\dot{q}}{\mathcal{A}E} d\Omega \quad (127)$$

A fissura se desenvolve numa região  $\Omega_h$  logo com a Equação 127 tem-se

$$P_{eh} = - \int_{\Omega} \frac{q\dot{q}}{\mathcal{A}E} d\Omega_h = - \frac{hq_0}{\mathcal{A}E} \int_S \dot{q} dS \quad (128)$$

onde  $P_{eh}$  a Potência Externa localizada na deformação  $\Omega$  de largura  $h$ .

O trabalho total  $\mathcal{W}_{\Omega_h}$  é obtido integrando a potência  $P_{eh}$  ao longo do tempo. A fissura no material ocorre no intervalo de tempo  $t \in [0, t_{\infty}]$ , onde  $t_{\infty}$  ocorre quando a fissura estiver completa ( $\sigma|_{t_{\infty}} = 0$ ). Assim, o valor do trabalho total é dado por

$$\mathcal{W}_{\Omega_h} = \int_0^{t_{\infty}} P_{eh} dt = - \int_0^{t_{\infty}} \left[ - \frac{hq_0}{\mathcal{A}E} \int_S \dot{q} dS \right] dt \quad (129)$$

DiBenedetto (2002) aborda o teorema de Fubini. Segundo o teorema, as integrais duplas são calculadas por meio de integrais iteradas permitindo inverter a ordem da integração. Assim, a Equação 129 tem-se

$$\mathcal{W}_{\Omega_h} = \int_S \left[ - \frac{hq_0}{\mathcal{A}E} \int_0^{t_{\infty}} \dot{q} dt \right] dS = \int_S \left[ - \frac{hq_0}{\mathcal{A}E} \int_{q_0}^0 dq \right] dS = \int_S h \frac{q_0^2}{\mathcal{A}E} dS \quad (130)$$

Assim, a energia de fratura da fissura é dada por:

$$\mathcal{G}_f = h \frac{q_0^2}{\mathcal{A}E} dS \quad (131)$$

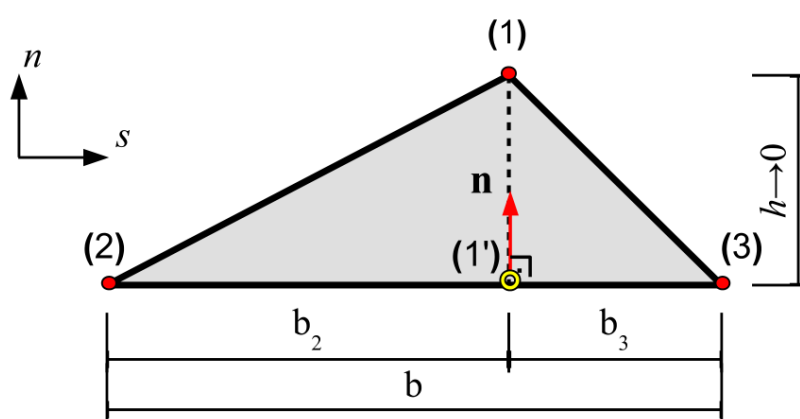
onde  $\mathcal{G}$  é a Energia de Fratura para o surgimento de uma unidade de área de fratura.

### 2.3.8 Elemento de Alta Razão de Aspecto

O Elemento de Alta Razão de Aspecto, proposto por Manzoli et al. (2012), guarda notável semelhança com o Elemento de Contato e Fratura Coesiva, embora seja projetado com a expectativa de apresentar menos rigidez. Essa distinção se deve ao fato de que o elemento coesivo leva em consideração o processo de fissura quando a tensão na ponta da fratura atinge a resistência do material. Nesse contexto, a fratura ocorre quando um valor de deslocamento atinge um limiar crítico. Por outro lado, o Elemento de Alta Razão de Aspecto adota um valor da variável de dano, introduzindo características de material danificado nos elementos sem a necessidade de abertura destes (o que evita a perda de transmissão de tensões entre os elementos). O uso desse modelo teve bons resultados para simular fraturas na interface armadura/concreto (RODRIGUES et al., 2015), fissuras no concreto (RODRIGUES et al., 2016) e propagação de fissuras de concreto (MANZOLI et al., 2016).

Para descrever as principais características da interface de elementos finitos sólidos na modelagem, são considerados elementos finitos triangulares de três nós conforme Figura 13. A geometria destes elementos pode ser caracterizado pela posição dos nós no plano cartesiano local  $(n,s)$ , pelo vetor unitário normal  $(\mathbf{n})$  à base do elemento e sua altura  $h$ , dada pela distância entre o nó (1) e a projeção até sua base (1'). até sua base (1').

Figura 13 – Elemento Finito Sólido da Interface



Fonte: Manzoli et al. (2012)

O tensor de deformação,  $\varepsilon = \hat{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}$ , onde  $\hat{\varepsilon}$  armazena as componentes relativas à altura  $(h)$  do elemento, e  $\tilde{\varepsilon}$  armazena as demais componentes

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) \\ \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) \end{bmatrix} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^S \quad (132)$$

onde  $(\bullet)^S$  corresponde à parte simétrica de  $(\bullet)$ ,  $\otimes$  denota o produto diático, e  $[[\mathbf{u}]]$  é um vetor que relaciona as componentes do deslocamento relativo entre o nó (1) e sua projeção na base do elemento (1').

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} [[u]]_n & \frac{1}{2} [[u]]_s \\ \frac{1}{2} [[u]]_s & 0 \end{bmatrix} \quad (133)$$

onde  $[[u]]_n^i$  e  $[[u]]_s^i$  são os componentes do deslocamento do nó  $i$  de acordo com o sistema  $(n,s)$  e  $[[u]]_n = u_n^{(1)} - u_n^{(1')}$  e  $[[u]]_s = u_s^{(1)} - u_s^{(1')}$  são os componentes do deslocamento relativo  $[[\mathbf{u}]]$ .

O tensor de deformação total pode ser reescrito por

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [[\mathbf{u}]])^S \quad (134)$$

Quando a altura  $h$  tende a zero, o tensor  $\tilde{\varepsilon}$  se limita, enquanto  $\hat{\varepsilon}$  não. Assim, o elemento deformará quase que exclusivamente ao longo do eixo de deslocamento  $[[\mathbf{u}]]$ , que se torna a medida de uma descontinuidade de deslocamento (descontinuidade forte), e a estrutura do campo de deformação na Equação 132 corresponde à cinemática suave típica, a Abordagem de Descontinuidade Forte Contínua (CSDA).

### 2.3.9 Modelo de Dano de Mazars

O modelo de dano proposto por Mazars (MAZARS, 1984) é utilizado nas estruturas de concreto para modelar o seu comportamento mecânico. Seu modelo estabeleceu uma ligação na danificação chamado de deformação equivalente, definida como a normal da parte positiva do tensor de tensões.

Ele desenvolveu um modelo de dano isotrópico para concreto com dois parâmetros de dano ( $D_c$  e  $D_T$ ) que corresponde a compressão uniaxial e a tração uniaxial, respectivamente, ambos dependem do valor máximo alcançado anteriormente da tensão equivalente. Para um estado de tensão geral, a variável do dano é interpolado conforme os valores das tensões principais.

De acordo com Pituba (1998), o modelo tem como base ensaios uniaxiais de corpos de prova em concreto e assume as seguintes hipóteses fundamentais:

- Localmente, o dano devido a extensões (alongamentos) evidenciados por sinais positivos, ao menos em uma das componentes de deformação principal ( $\varepsilon_i > 0$ );
- O dano é representado por uma variável escalar  $D$  ( $0 \leq D \leq 1$ ), cuja evolução ocorre quando um valor de referência para o 'alongamento equivalente' é superado;

- Considera-se, portanto, que o dano seja isotrópico, embora análises experimentais mostrem que o dano conduz, em geral, a uma anisotropia do concreto (o qual pode ser considerado inicialmente como isotrópico);
- O concreto com dano comporta-se como meio elástico. Assim, deformações permanentes evidenciadas experimentalmente em uma situação de descarregamento são desprezadas.

O estado de extensão é localmente caracterizado por uma deformação equivalente, expressa por:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2} \quad (135)$$

onde  $\varepsilon_i$  é uma componente de deformação principal, sendo  $i = 1, 2 \text{ ou } 3$ , e  $\langle \varepsilon_i \rangle_+$  é a sua parte positiva, definida como  $\langle \varepsilon_i \rangle_+ = \frac{1}{2} [\varepsilon_i + |\varepsilon_i|]$ .

Foi adotado que o dano se inicia quando a deformação equivalente atinge um valor de deformação de referência  $\varepsilon_{d0}$ , determinado em ensaios de tração uniaxial em correspondência à tensão máxima.

Devido a não simetria da resposta do concreto à tração e à compressão, definem-se duas variáveis escalares independentes,  $D_T$  e  $D_C$ , cujos valores dependem da deformação equivalente e de parâmetros do material. As relações que permitem determinar os valores resultam de ajustes sobre as curvas tensão-deformação obtidas em ensaios uniaxiais de tração e compressão. Considerando-se carregamento proporcionalmente crescente ou radial, as variáveis de dano podem ser determinadas da seguinte maneira

$$D_T(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_T)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_T}{\exp[B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]} \quad (136)$$

$$D_C(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_C}{\exp[B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]} \quad (137)$$

onde  $D_T$  e  $D_C$  são as variáveis de dano para tração e compressão respectivamente,  $A_T$  e  $B_T$  são parâmetros característicos do material em tração uniaxial,  $A_C$  e  $B_C$  são parâmetros do material em compressão uniaxial e  $\varepsilon_{d0}$  é a deformação elástica limite. Os subíndices  $T$  e  $C$  significam tração e compressão, respectivamente.

Para modelos de concretos simples, os parâmetros  $A_T$ ,  $B_T$ ,  $A_C$  e  $B_C$  são parâmetros internos obtidos experimentalmente. Mazars (1984) propôs alguns limites de variações para esses modelo baseado nas análises experimentais:

$$\begin{aligned}
0,7 &\leq A_T \leq 1,0 \\
1,0 &\leq A_C \leq 1,5 \\
10^4 &\leq B_T \leq 10^5 \\
10^3 &\leq B_C \leq 2 \cdot 10^3 \\
10^{-5} &\leq \varepsilon_{d0} \leq 10^{-4}
\end{aligned} \tag{138}$$

Ressalta-se que os valores obtidos por Mazars são baseados em modelos de concretos, no entanto, o modelo tem sido aplicado em outros materiais, como alvenaria (FALCO et al., 2018) e argamassa (SEETHARAM et al., 2019). Conforme destacado nesses estudos, os valores dos parâmetros estabelecidos por Mazars para concreto podem não ser adequados para esses materiais, pois podem fugir dos limites estabelecidos para o comportamento do concreto.

A variável de dano é composta por uma parcela para tração e outra para compressão, conforme sugerido pelo modelo. Assim, a variável de dano  $D$  é dada por:

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C \quad \text{sendo} \quad \alpha_T + \alpha_C = 1 \tag{139}$$

Os coeficientes  $\alpha_T$  e  $\alpha_C$  assumem valores no intervalo de 0 e 1 e representam a contribuição das solicitações à tração e compressão para o estado local de extensão, expressos por

$$\alpha_T = \frac{\sum_i \langle \varepsilon_{T_i} \rangle_+}{\varepsilon_v^+} \tag{140}$$

$$\alpha_C = \frac{\sum_i \langle \varepsilon_{C_i} \rangle_+}{\varepsilon_v^+} \tag{141}$$

As variáveis  $\varepsilon_{C_i}$  e  $\varepsilon_{T_i}$  são componentes de deformação determinadas pelas partes positiva e negativa, respectivamente, do vetor de tensões principais  $\sigma$  associado a  $\varepsilon$  pela relação elástica isotrópica:

$$\sigma = C\varepsilon \tag{142}$$

Portanto,

$$\varepsilon_T = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_+ - \frac{\nu}{E} \sum_i \sigma_{i_+} I \tag{143}$$

$$\varepsilon_C = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_- - \frac{\nu}{E} \sum_i \sigma_{i-} I \quad (144)$$

onde  $\sigma_+$  é a parte positiva do vetor de tensões principais e  $\sigma_-$  é a parte negativa do vetor de tensões principais. O valor de  $\varepsilon_v$  é dado por

$$\varepsilon_v^+ = \sum_i < \varepsilon_{T_i} >_+ + \sum_i < \varepsilon_{C_i} >_+ \quad (145)$$

Assim, a forma secante da relação constitutiva é expressa por

$$\sigma = (1 - D) C_0 \varepsilon \quad (146)$$

onde  $C_0$  é o tensor elástico do material íntegro.

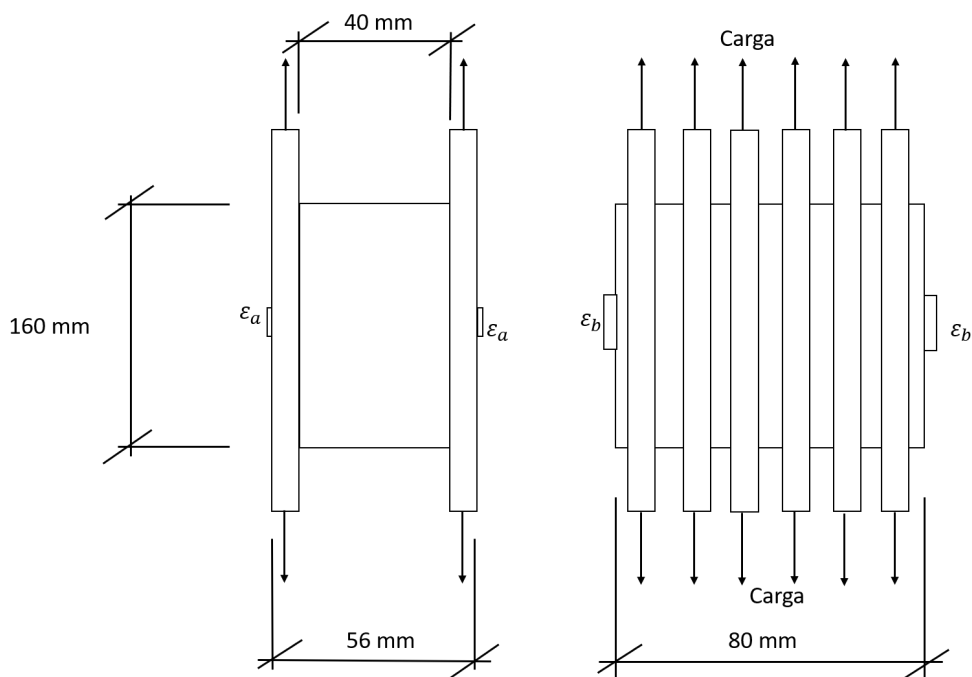
## 2.4 EFEITO UNILATERAL

Os materiais frágeis apresentam defeitos que podem evoluir conforme apresentam carregamento ou descarregamento das cargas. Essa evolução é localizada na microestrutura em formas de microdefeitos e causa a perda de rigidez que provoca a resposta não linear da estrutura (MAZARS; PIJAUDIER-CABOT, 1996). Após abrir uma fissura devido a defeitos no material, a aplicação de uma carga de compressão para fechar essa fissura provoca uma recuperação da rigidez do material. Este fenômeno é conhecido como efeito unilateral e deve considerar para cálculos de fadiga ou cargas cíclicas. Representar esse fenômeno por análise numérica é bem complexo visto que diversos modelos de dano são especialmente isotrópicos. Porém, diversos modelos de danificação vem sendo desenvolvido para reproduzir os efeitos de fechamento de trinca (BORDERIE, 1991), (RICHARD et al., 2010), (RICHARD; RAGUENEAU, 2013).

O efeito Unilateral foi registrado experimentalmente por Mazars et al. (1990) em dois ensaios: um ensaio axial e outro com carga cíclica.

No primeiro ensaio, um prisma de argamassa foi usinado e o carregamento foi aplicado por meio de alavancas em barras coladas nas superfícies laterais da amostra. Uma carga de tração foi aplicada para criar um dano distribuído, seguida por uma carga de compressão. A resposta obtida neste ensaio foi influenciada pelas microfissuras criadas no dano inicial. Quando o sinal do carregamento foi invertido (Tração  $\rightarrow$  Compressão), o módulo de elasticidade e a tensão de pico não foram modificados pelo dano criado anteriormente, recuperando a rigidez inicial. O modelo ensaiado é ilustrado pela Figura 14.

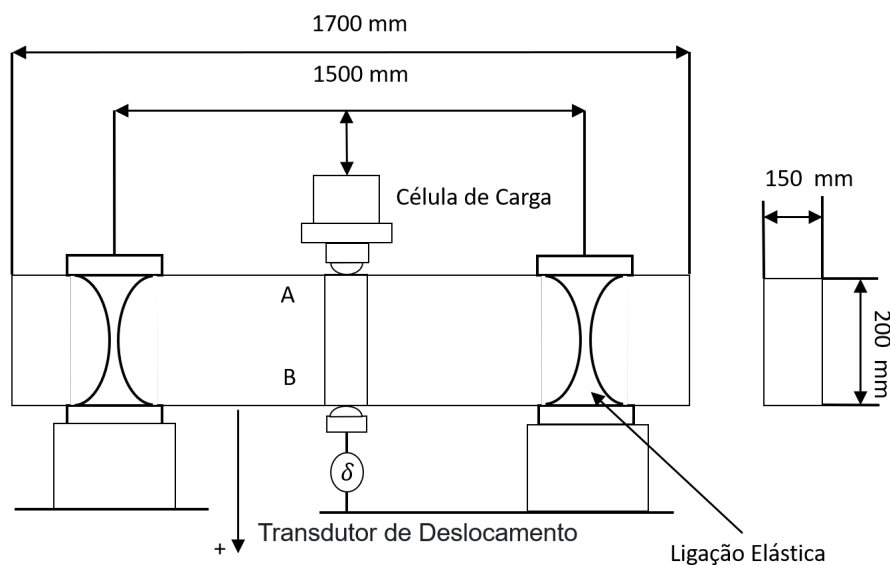
Figura 14 – Espécime para Teste Axial



Fonte: Adaptado de Mazars et al. (1990)

No segundo ensaio, cargas cíclicas, foi verificada uma viga de concreto (Figura 15) submetida a teste de fadiga de baixo ciclo para avaliar a evolução da rigidez. Mazars concluiu que se a estrutura é capaz de suportar todas as cargas no sentido oposto ao sentido inicial de carregamento que gerou danificação, e se todas essas fissuras fecham no mesmo instante.

Figura 15 – Configuração e Geometria do Corpo de Prova



Fonte: Adaptado de Mazars et al. (1990)

Diversos modelos de dano consideram o dano como sendo isotrópico, desconsiderando o efeito unilateral, como o modelo proposto por Mazars. Entretanto, existem diversas diferenças

entre o comportamento de dano na tração e na compressão, como ruptura estática diferente na tração e compressão para o caso de concreto, diferentes módulos de elasticidade na tração e na compressão em carregamentos cíclicos próximos à ruptura, entre outros.

Esses fenômenos estão associados ao fechamento da fissura. Quando a tensão normal à fissura tem natureza de compressão, sempre existe a capacidade da seção transversal de suportar cargas, dependendo do sinal da tensão aplicada. Isso significa que a tensão efetiva deve ser uma função diferente da variável  $D$  em tração e compressão. Em um caso simples unidimensional, uma forma de escrever essa situação é por meio de

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma} &= \frac{\sigma}{1-D} & \text{se } \sigma \geq 0 \\ \tilde{\sigma} &= \frac{\sigma}{1-Dh} & \text{se } \sigma < 0\end{aligned}\quad (147)$$

onde  $h$  é o coeficiente de fechamento que caracteriza o fechamento de microfissuras, variando entre 0 e 1 ( $0 \leq h \leq 1$ ).

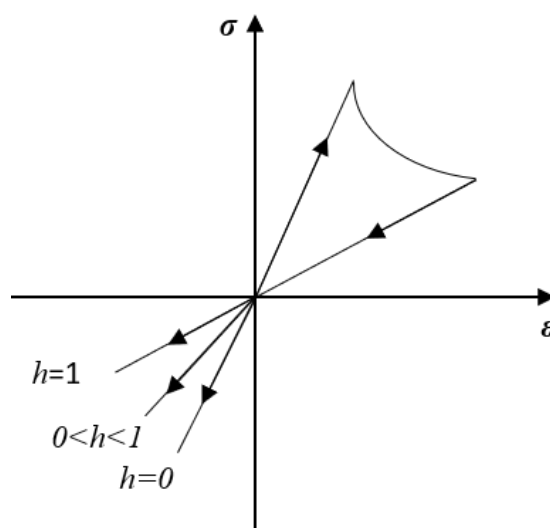
A Figura 16 mostra o comportamento do parâmetro  $h$  conforme ele varia os valores:

$h = 0$  Corresponde ao caso de condição unilateral de microfissuras de superfície pura ou que se fecham completamente;

$h = 1$  Corresponde ao caso de condições bilaterais de microfissuras que não se fecham;

$0 \leq h \leq 1$  Corresponde aos casos intermediários;

Figura 16 – Variação do Parâmetro  $h$



Fonte: Pituba (1998)

Para os casos tridimensionais, a abordagem proposta foi fornecida por (LADEVEZE; LEMAITRE, 1984 apud PITUBA, 1998) que divide o Tensor de Tensões de Cauchy em partes positivas ( $\sigma_+$ ) e partes negativas ( $\sigma_-$ ) onde

$$\sigma = \sigma_+ + \sigma_- \quad (148)$$

definidas as partes positivas e negativas a partir das tensões principais  $\sigma_i$

$$\sigma_+ = \begin{bmatrix} \sigma_{1+} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2+} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3+} \end{bmatrix} \quad (149)$$

$$\sigma_- = \begin{bmatrix} \sigma_{1-} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{2-} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3-} \end{bmatrix} \quad (150)$$

onde  $\sigma$  significa:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_i & \text{se } \sigma \geq 0 \\ \sigma &= 0 & \text{se } \sigma < 0 \end{aligned} \quad (151)$$

Então, para estar conforme o princípio da equivalência de deformação, o termo danificado da Equação 147 é aplicado no potencial elástico da energia complementar sendo

$$\begin{aligned} &\frac{1}{1-D} & \text{para a parte positiva da tensão (Tração)} \\ &\frac{1}{1-Dh} & \text{para a parte negativa da tensão (Compressão)} \end{aligned} \quad (152)$$

Assim o módulo de Elasticidade do Material é dado por

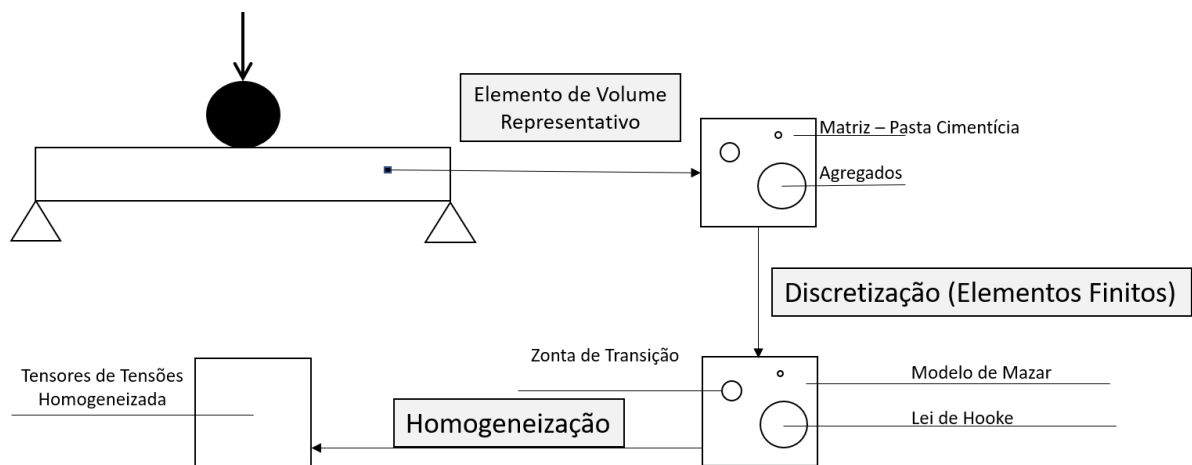
$$\begin{aligned} \tilde{E}_t &= (1-D)E\varepsilon & \text{em regime de tração} \\ \tilde{E}_c &= (1-Dh)E\varepsilon & \text{em regime de compressão} \end{aligned} \quad (153)$$

### 3 METODOLOGIA

A proposta desta tese é analisar a microestrutura do concreto, representando-a por um Elemento de Volume Representativo (EVR). Durante a análise global da estrutura, é imposta um vetor de deformações macroscópicas, e assim as tensões e os tensores constitutivos microscópicos podem ser calculados por meio das teorias de homogeneização, incluindo o conceito de média volumétrica utilizado para a transição de informações da mesoescala para a macroescala.

Para simular o comportamento mecânico do concreto, cuja discretização do EVR é realizada pelo Método dos Elementos Finitos com elementos finitos triangulares, conforme mostrado na Figura 17, os agregados são considerados aproximadamente circulares devido à facilidade de implementação (KIM; AL-RUB, 2011) e obedecem ao comportamento elástico linear. A matriz cimentícia apresenta comportamento danificado segundo o modelo de Mazars em sua estrutura. Para simular a zona de transição e, assim, simular a abertura e/ou fechamento de fraturas, são utilizados elementos de contato e fratura coesiva ou elementos finitos com rigidez menor que a pasta, utilizando o método de dupla inclusão (HORI; NEMAT-NASSER, 1993).

Figura 17 – Diagrama esquemático da utilização do conceito de EVR



Fonte: Elaboração Própria

Uma das vantagens de analisar multiescala é que diferentes valores de tensões e tensores homogeneizados são obtidos conforme a distribuição geométrica e proporcionalidade entre os materiais, além das condições de contorno adotadas para a análise dos EVR. Nesse trabalho, a microestrutura é analisada, mas uma análise totalmente acoplada de estrutura em abordagem multiescala não é apresentada, limitando-se apenas às análises na mesoescala e no EVR.

Para uma análise Multiescala é necessário seguir alguns passos:

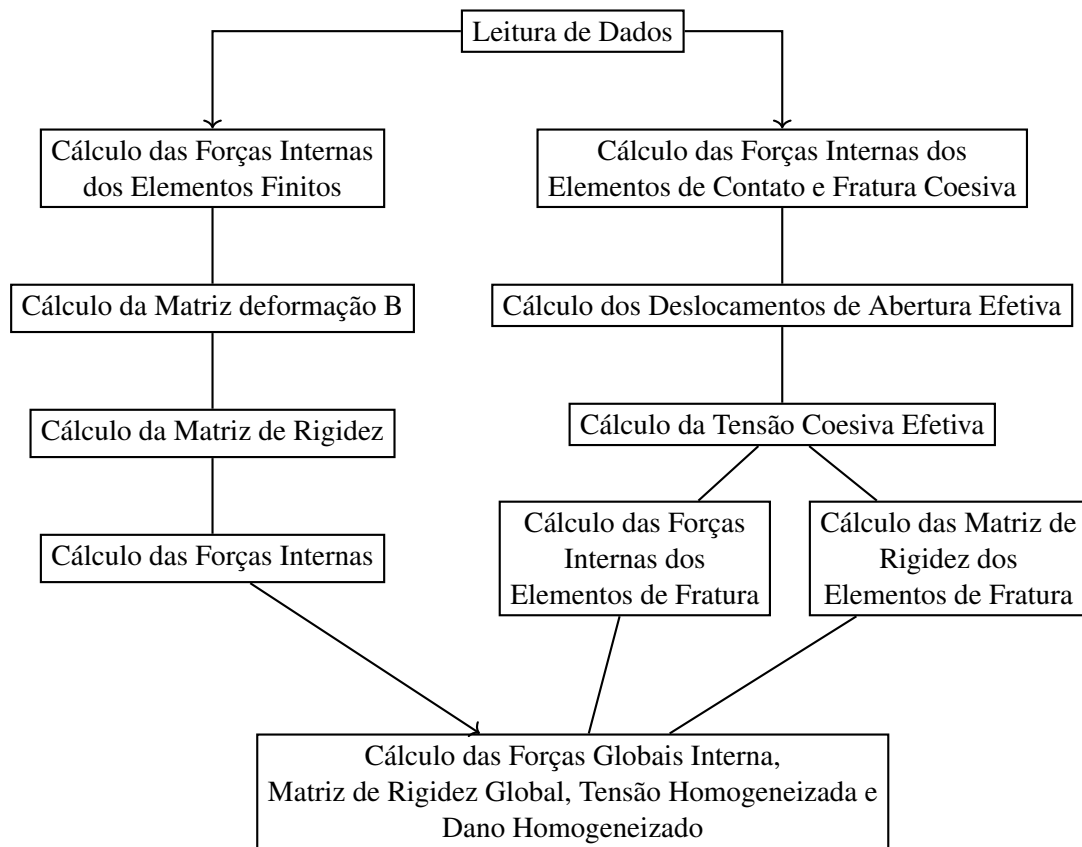
- Definem-se pontos de interesse a serem estudados no domínio da macroestrutura chamados

de Elementos de Volumes Representativos (EVR). Para o caso do concreto, esses pontos representam a mesoestrutura do material, considerando seus constituintes individuais, onde características como microfissuras são monitoradas no EVR.

- A estrutura submetida a um carregamento qualquer e, por meio de um modelo na macroescala, é obtido para cada EVR um campo de tensões ou deformações.
- Um modelo constitutivo é adotado na mesoescala e, através dele, o comportamento do material no EVR é estudado conforme a solicitação dada.
- Através da teoria da homogeneização e do conceito de média volumétrica, passa-se da mesoescala para a macroescala e atualiza-se a relação constitutiva para aquele ponto.
- Com a relação constitutiva atualizada para todos os EVR, dá-se novo incremento de carga, obtendo-se, através do modelo na macroescala, novos campos de tensões e deformações a serem aplicados nos EVRs

O algoritmo segue a seguinte fluxo de rotina:

Figura 18 – Fluxograma do Algoritmo



Fonte: Elaboração Própria

### 3.1 VALIDAÇÃO DAS IMPLEMENTAÇÕES DOS MODELOS

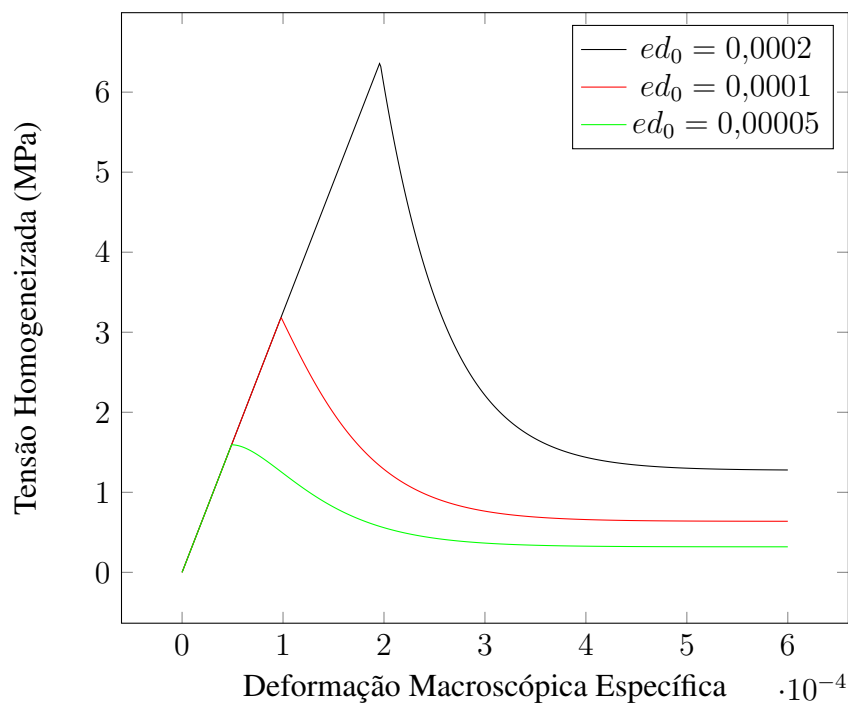
Para validar a implementação foram realizadas diversas modelagens isoladas para cada um dos modelos. Essa etapa tem a importância para confirmar que as implementações propostas no trabalho foram devidamente implementadas

#### 3.1.1 Modelo de Mazars

Para o modelo de danificação de Mazars foi utilizado um EVR simples com 8 elementos onde todos seguem as mesmas características constitutivas (EVR homogêneo). Assim, foi realizado uma análise de esforço uniaxial de tração com variação de parâmetros. Todas as respostas apresentam semelhança com as apresentadas por (PITUBA, 1998).

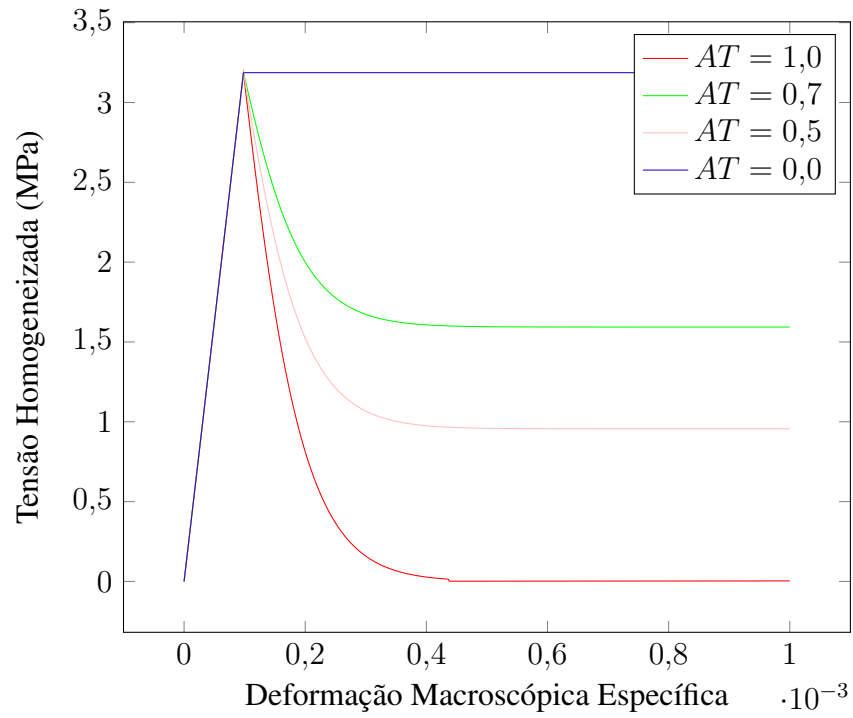
Na Figura 19 houve a variação da variável  $ed_0$ . É possível observar que a variável  $ed_0$  influencia no início do trecho não linear (*softening*). Na Figura 20 tem-se a variação AT que representa a inclinação do trecho não linear. Na Figura 21 é mostrada a variação das variáveis BT que mostra a influência no valor da inclinação do valor inicial do trecho não-linear e a amplitude do valor da  $\sigma$ .

Figura 19 – Influência do parâmetro  $ed_0$



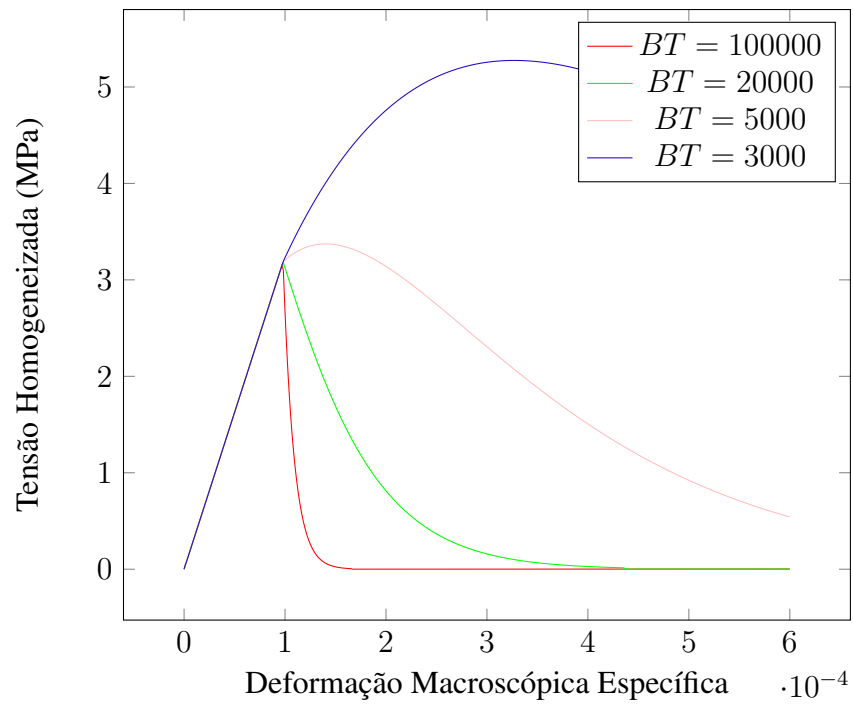
Fonte: Elaboração Própria

Figura 20 – Influência do parâmetro AT



Fonte: Elaboração Própria

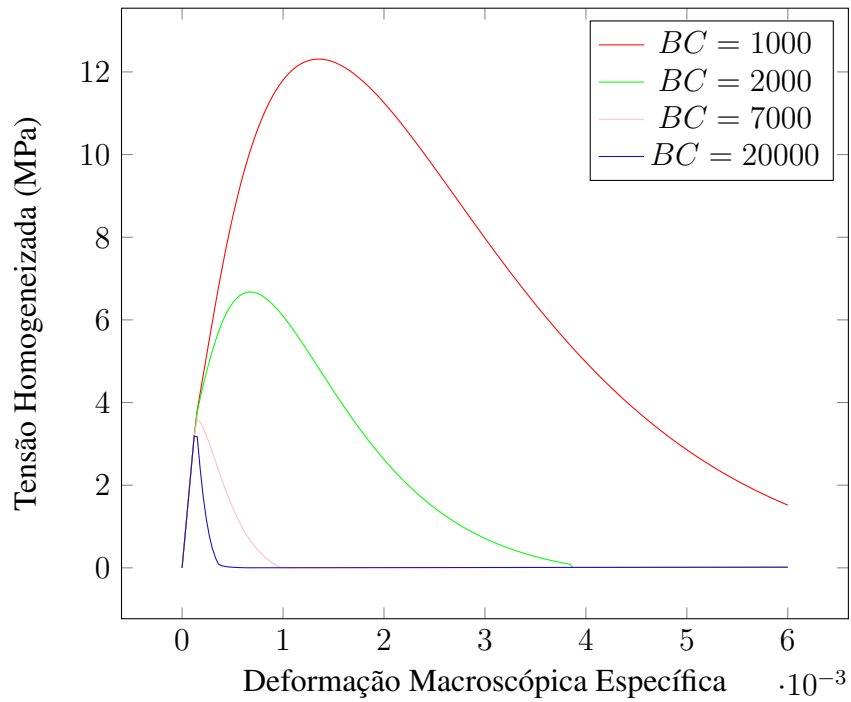
Figura 21 – Influência do parâmetro BT



Fonte: Elaboração Própria

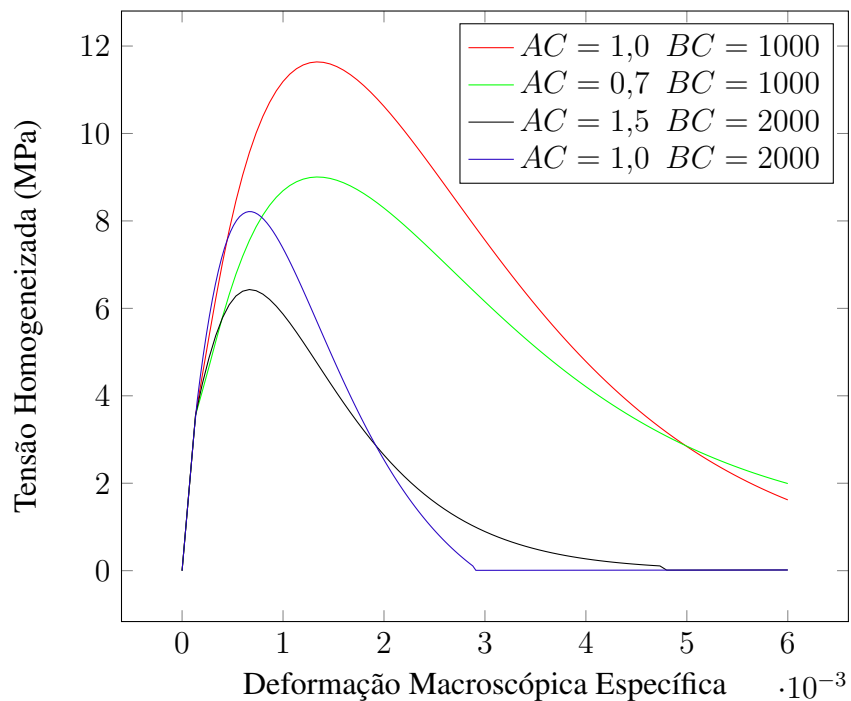
Para os casos de esforço uniaxial de compressão valem os gráficos

Figura 22 – Influência do parâmetro BC



Fonte: Elaboração Própria

Figura 23 – Influência do parâmetro AC e BC



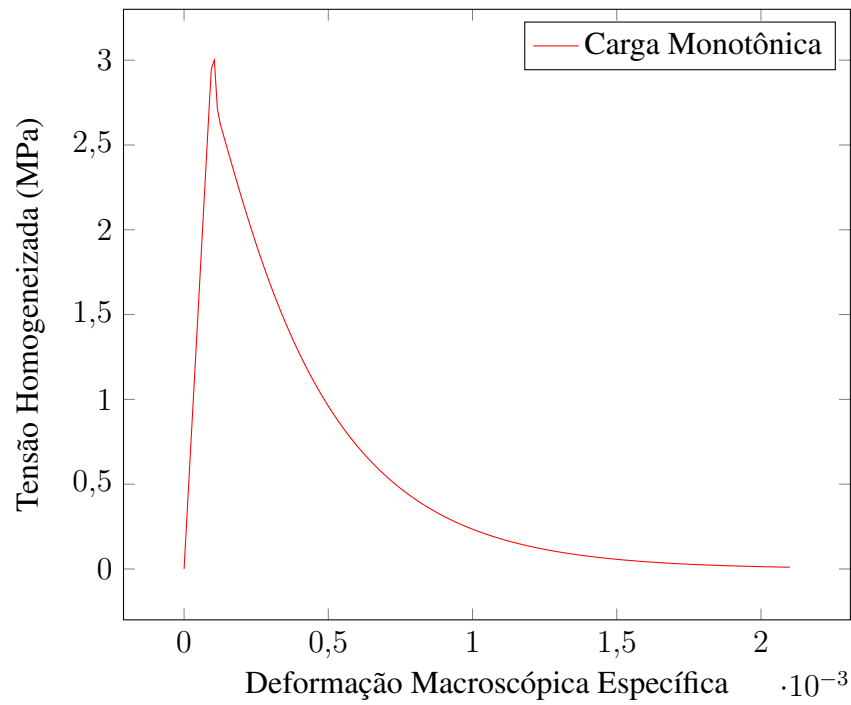
Fonte: Elaboração Própria

### 3.1.2 Modelo de Dano por Tração

Para calibrar os parâmetros e testar o modelo implementado foram feitos diversos testes comparando com a implementação feita por Gonçalves (2003) sendo que foram obtidas as

mesmas respostas da autora. Foi realizado um teste no EVR com 8 elementos, com tamanho de 10 mm x 10 mm onde foi aplicada uma deformação macroscópica específica de  $\sigma_x = 0,0021$ ,  $E = 30000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,2$ ,  $f_t = 3,0 \text{ MPa}$  e  $G_f = 0,11 \text{ kN/m}$ . Para o valor de  $k$  foi utilizado um valor pequeno igual a  $k = 0,0001 \text{ m}$  para representar a largura da banda regularizadora.

Figura 24 – Tensão x Deformação Macroscópica Específica para Carregamento Monotônico



Fonte: Elaboração Própria

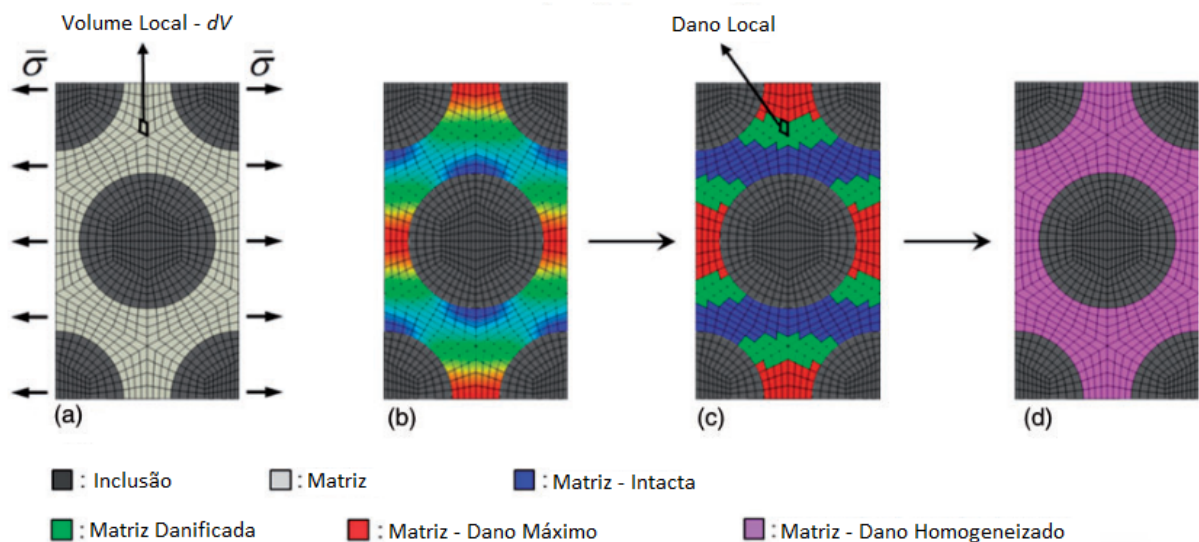
## 4 IMPLEMENTAÇÃO E ADAPTAÇÕES DE MODELOS

Neste capítulo, é detalhado a implementação das rotinas de Dano Homogeneizado, Efeito Unilateral e adaptação do Modelo de Manzoli.

### 4.1 DANO HOMOGENEIZADO

Um modelo de homogeneização de dano é proposto neste trabalho e será detalhado a partir daqui. Diversos modelos são propostos para lidar com a danificação do material no EVR. Modelos como o de (MALEKI et al., 2020) abordam a danificação na mesoescala, porém o foco principal está nas respostas constitutivas da tensão homogeneizada ou das deformações homogeneizadas. Com isso em mente, (XU et al., 2018) propôs uma solução adotando uma abordagem de homogeneização de dano na matriz de um compósito, baseada na teoria local de dano (em cada elemento finito do EVR) e na média volumétrica do elemento finito. A essência do método de homogeneização dos processos de danificação é espalhar os danos locais por todo o volume característico do material danificado, conforme ilustrado na Figura 25.

Figura 25 – Processo de Homogeneização de Dano: (a) Análise do EVR em Elementos finitos; (b) tensão em cada elemento finito do EVR; (c) valor do dano de cada elemento finito do EVR e (d) Homogeneização do dano na Matriz



Fonte: Xu et al. (2018)

Para esse caso, o valor de dano homogeneizado é dado por

$$D_H = \frac{\int_V D_\Omega dV}{\int_V dV} \quad (154)$$

onde  $D_H$  é o dano homogeneizado,  $D_\Omega$  é o dano de cada um dos elementos finitos na mesoescala e  $V$  é o volume.

Apesar de calcular o dano homogeneizado da matriz, não foi estabelecida a homogeneização dos elementos de inclusão e não foi considerado os efeitos da multiescala no processo. Sendo assim, foi proposta no presente trabalho uma nova formulação (*vide* item 4.1.1) considerando os conceitos de dano e os conceitos de média volumétrica (Tensão e Deformação) para a análise em multiescala.

#### 4.1.1 Proposta para Homogeneização do Dano

O modelo proposto de homogeneização de danos parte da relação entre tensores de tensão e de deformação na macroescala. Sendo dada a equação

$$\boldsymbol{\sigma}(x) = \mathbf{C}_h(x)\boldsymbol{\varepsilon}(x) \quad (155)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}(x)$  são as tensões principais na macroescala, o  $\mathbf{C}_h(x)$  é o Tensor Constitutivo Elástico do material no macrocontínuo homogeneizado e  $\boldsymbol{\varepsilon}(x)$  são as deformações no macrocontínuo.

O tensor constitutivo homogeneizado pode apresentar características de um tensor anisotrópico ou isotrópico dependendo das imperfeições, descolamento de fase, microfissuração e processo dissipativo que ocorreram na microestrutura e capturados pelos modelos constitutivos aplicados em cada fase (PITUBA; NETO, 2015). No caso do presente trabalho,  $\mathbf{C}_h(x)$  depende do modelo constitutivo de dano utilizado na pasta de cimento e ZTI.

Segundo Pituba e Fernandes (2011), como o tensor de dano atua no tensor constitutivo pode alterar as características do  $\mathbf{C}_h(x)$  para os anisotrópicos induzindo características de anisotropia devido ao dano, se o tensor de dano for anisotrópico e o  $\mathbf{C}_h(x)$  for inicialmente isotrópico. Por outro lado, se o tensor de dano for isotrópico, então quando aplicado no  $\mathbf{C}_h(x)$ , este último permanece isotrópico ou anisotrópico dependendo de sua característica inicial. Considerando a Mecânica do Dano no Contínuo (MDC), a seguinte relação em macroescala é válida:

$$\mathbf{C}_h(x) = (\mathbf{I} - \mathbf{D}(x))\mathbf{C}(x) \quad (156)$$

onde  $\mathbf{C}_h(x)$  é o tensor constitutivo elástico homogeneizado do material, e este tensor representa as propriedades elásticas do material homogeneizado quando o processo dissipativo ainda não está ativado. Considerando as Equação 155 e 156, pode-se obter:

$$\boldsymbol{\sigma}(x) = (\mathbf{I} - \mathbf{D}(x))\mathbf{C}(x)\boldsymbol{\varepsilon}(x) \quad (157)$$

Na Equação 157,  $\mathbf{I}$  é o tensor identidade. Considerando os conceitos de média volumétrica da Equação 6 é reordenada da seguinte forma:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{D}(x))\mathbf{C}(x) = \frac{\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_\mu(y) dV}{\boldsymbol{\varepsilon}(x)} \quad (158)$$

Considerando a relação tensão - deformação para materiais danificados na microestrutura é dada por

$$\boldsymbol{\sigma}_\mu(y) = (\mathbf{I} - \mathbf{d}(y))\mathbf{C}_y(y)\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y) \quad (159)$$

onde  $\mathbf{C}_y(y)$  é o tensor constitutivo elástico no ponto  $y$  da microescala e o  $\mathbf{d}(y)$  é o tensor de dano relacionado ao ponto  $y$  da microescala. Com as equações 158 e 159 tem-se

$$(\mathbf{I} - \mathbf{D}(x))\mathbf{C}(x) = \frac{\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} (\mathbf{I} - \mathbf{d}(y))\mathbf{C}_y(y)\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y) dV}{\boldsymbol{\varepsilon}(x)} \quad (160)$$

$$\mathbf{D}(x) = \mathbf{I} - \frac{\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} (\mathbf{I} - \mathbf{d}(y))\mathbf{C}_y(y)\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y) dV}{\mathbf{C}(x)\boldsymbol{\varepsilon}(x)} \quad (161)$$

onde  $\mathbf{D}(x)$  é chamado de Dano Homogeneizado;  $\mathbf{C}_y(y)$  é o Tensor Constitutivo Elástico do Material Constituinte;  $\mathbf{d}(y)$  é o dano escalar situado no elemento finito;  $\boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y)$  é a deformação do elemento finito na mesoescala;  $V_\mu$  é o Volume do Elemento finito e  $\boldsymbol{\varepsilon}(x)$  a deformação Macroscópica imposta.

A Equação 161 representa o estado de danificação do ponto  $x$  do macrocontínuo decorrente da microestrutura homogeneizada por meio de uma abordagem Multiescala. Ela mostra que o estado de deformação macroscópica não pode ser obtido diretamente como uma média volumétrica da deformação microscópica quando existem microfissuras, como constatado por Ren et al. (2011).

Neste trabalho é adotado um comportamento de dano isotrópico para as fases danificadas ao nível da microestrutura, portanto,  $\mathbf{d}(y)$  é um dano escalar relacionado ao ponto  $y$  na mesoescala ( $\mathbf{d}(y) = d(y)$ ) que obedece o modelo de dano de Mazars (descrito na Seção 2.3.9) e assume que  $\mathbf{D}(x) = D_h$  onde  $D_h$  é chamado de Dano Homogeneizado.

Por outro lado, no caso de material homogêneo no EVR, tem-se o caso em que o EVR possui apenas um tipo de material na microestrutura, logo  $\mathbf{C}(x) = \mathbf{C}_h(x)$  e tem-se que  $\mathbf{C}_y(y)$  é

uma constante ( $\mathbf{C}_h(x) = \mathbf{C}_y(y)$ ), assim como o processo de danificação tem o mesmo estado em qualquer ponto do EVR e, portanto, a Equação 161 fica expressa da seguinte forma:

$$\mathbf{D}(x) = \mathbf{I} - \frac{\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} (\mathbf{I} - d(y)) \mathbf{C}_y(y) \boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y) dV}{\mathbf{C}_h(x) \boldsymbol{\varepsilon}(x)} \quad (162)$$

Além disso, o processo de dano é o mesmo no EVR, levando a um valor constante  $d(y)$  em qualquer  $y$  do RVE, e portanto

$$\mathbf{D}(x) = \mathbf{I} - \frac{\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y) dV}{\boldsymbol{\varepsilon}(x)} + \frac{d(y)}{V_\mu} \frac{\int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\varepsilon}_\mu(y) dV}{\boldsymbol{\varepsilon}(x)} \quad (163)$$

Recordando a Equação 5, a Equação 163 a equação tem-se

$$\mathbf{C}_H = \mathbf{C}_y(y) \quad (164)$$

Portanto, conclui-se que no caso de material homogêneo pode-se empregar um modelo constitutivo diretamente no macrocontínuo.

#### 4.1.2 Modelos para obtenção de propriedades elásticas homogeneizadas

Cada fase constituinte do compósito contribui para as propriedades efetivas do compósito, sendo essa contribuição dependente apenas da fração volumétrica de cada um dos materiais constituintes. Os modelos para obtenção de propriedades elásticas homogeneizadas possibilitam apenas estimativas aproximadas.

O módulo de elasticidade está ligado a esse processo. E para auxiliar a visualização dos resultados aplica-se a regra das misturas, onde são demonstrados os possíveis valores que o módulo de elasticidade pode alcançar entre o limite inferior e o limite superior em função das frações volumétricas. Dentre os modelos encontrados na literatura, apresentam-se aqui as homogeneizações de Voigt e de Reuss, consideradas como limites superior e inferior, respectivamente, para os valores das propriedades elásticas efetivas.

##### 4.1.2.1 Limites de Voigt

O modelo de Voigt é o mais simples dos modelos aplicados à homogeneização de materiais compósitos. De acordo com Gross e Seelig (2006), esse modelo assume que a deformação nas fases do compósito é uniforme e igual ( $\boldsymbol{\varepsilon} = \text{Constante}$ ). Sendo assim, o tensor constitutivo é dado por

$$\mathbf{C}_{Voigt}^* = \mathbf{C} = \sum_{\alpha=1}^n f_{\alpha} \mathbf{C}_{\alpha} \quad (165)$$

Essa equação é conhecida como limite superior de Voigt, onde  $\mathbf{C}^*$  é o tensor constitutivo elástico homogeneizado,  $f$  é a fração volumétrica do material constituinte e  $\mathbf{C}$  é o tensor constitutivo do material constituinte.

#### 4.1.2.2 Limites de Reuss

O modelo de Reuss parte do princípio de que a ligação inclusão-matriz possui uma perfeita aderência, tendo como condição de contorno as tensões iguais tanto no compósito, na matriz e na inclusão ( $\sigma = \text{Constante}$ ) (GROSS; SEELIG, 2006). Nessas condições, o tensor constitutivo é dado por

$$\mathbf{C}_{Reuss}^{*-1} = \mathbf{C}^{-1} = \sum_{\alpha=1}^n f_{\alpha} \mathbf{C}_{\alpha}^{-1} \quad (166)$$

Essa equação é conhecida como limite inferior de Reuss.

#### 4.1.2.3 Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson Homogeneizados

A utilização desses limites (Voigt e Reuss) pode resultar em previsões imprecisas devido à incapacidade de considerar diversas características materiais do material estudado, como variações e disposição dos agregados. Muitos autores optam por não utilizar estes modelos, reservando-os apenas para casos com condições especiais. Devido à imprecisão inerente desses limites, que muitas vezes apresentam valores distintos, uma abordagem pragmática para uma boa aproximação das propriedades efetivas do compósito é adotar o valor médio dos limites (GROSS; SEELIG, 2017).

$$\mathbf{C}_M = \frac{1}{2} (\mathbf{C}_{Voigt}^* + \mathbf{C}_{Reuss}^{*-1}) \quad (167)$$

Outra abordagem para determinar o valor do Tensor Constitutivo Elástico na macroestrutura e o valor do Coeficiente de Poisson da macroestrutura é através da Matriz de Rigidez do EVR (42). O programa *microplast* é capaz de calcular o Tensor Constitutivo Homogeneizado. Inicialmente, uma análise elástica do EVR é realizada e a matriz do Tensor Constitutivo é comparada com a expressão de relação entre Tensão x Deformação no estado plano de tensões, conforme os casos abordados neste trabalho

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)}\nu & 0 \\ \frac{E}{(1-\nu^2)}\nu & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (168)$$

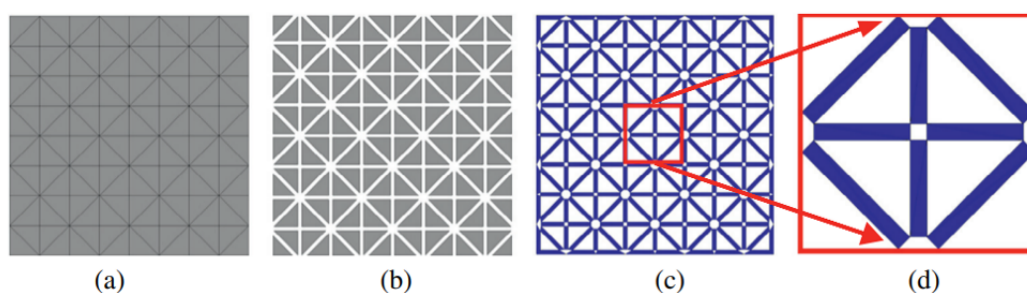
Dessa forma, ao relacionar os valores obtidos do Tensor Constitutivo Homogeneizado pelo *Microplast* com os termos  $C_{11}$  e  $C_{12}$  da matriz da Equação 168, determina o coeficiente de Poisson e Tensor Constitutivo na Fase Elástica ( $\mathbf{C}(x)$ ).

## 4.2 ADAPTAÇÃO DO MODELO DE MANZOLI

A formulação utilizada na tese não envolve uma análise técnica de fragmentação de malha; em vez disso, foi adotado o conceito de malhas discretas. Nesse contexto, a proposta mencionada por Manzoli et al. (2016) foi adaptada. Os elementos são construídos com uma faixa do tamanho  $h$ , obedecendo às espessuras da ZTI ao redor dos agregados. A ideia é que esses elementos, regidos pelo critério de dano à tração, estejam localizados na Zona de Transição. Essa modelagem discreta dos elementos finitos contorna diversas características da descontinuidade dos elementos.

A inserção dos elementos especiais de interface foi realizada utilizando a técnica de fragmentação de malha, conforme descrito por Sánchez et al. (2014). Esse processo envolve a redução do tamanho dos elementos regulares da malha original e a inserção dos pares de elementos especiais de interface nos espaços resultantes, o que acarreta na redução dos elementos regulares. Após a fragmentação da malha, surgem espaços vazios entre os elementos finitos, que podem ser tratados com a utilização de elementos lineares para representá-los. O processo de fragmentação é ilustrado na Figura 26.

Figura 26 – Etapas da fragmentação de malha. (a) Malha original de elementos finitos, (b) fragmentação da malha original, (c) inserção dos elementos especiais de interface (azul), (d) detalhe da malha fragmentada



Fonte: Sánchez et al. (2014)

Segundo a formulação, enquanto o elemento não atingir o critério, os agregados atuarão diretamente com os elementos da pasta cimentícia como se não houvesse danificação (conforme a Lei de Hooke). Assim que o critério for atingido, o elemento será "ativado" e as funções de dano guiarão as relações constitutivas do elemento. Conseqüentemente, os elementos ao redor dos agregados agirão de acordo com a relação de dano de tração. Para ilustrar essa mudança, conforme a Figura 27.

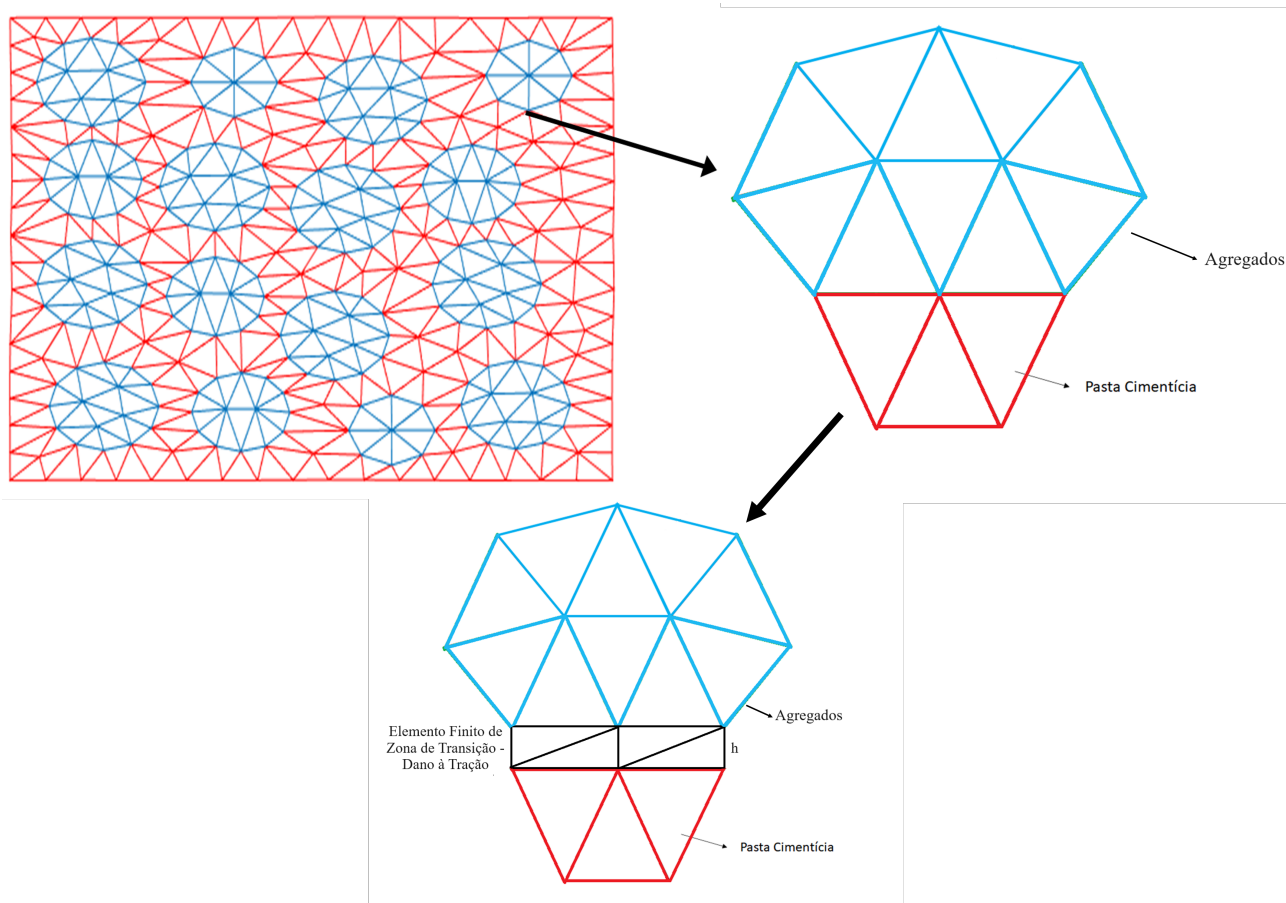


Figura 27 – Elemento de Alta Razão de Aspecto Adaptado

Esse elemento segue o regime de dano à tração, o mesmo utilizado por (MANZOLI et al., 2016), conforme descrito na seção 2.3.5. A rotina utilizada para esses elementos segue o Algoritmo 1.

**Algoritmo 1:** Rotina para a Implementação do Dano à Tração**Entrada:**  $\sigma_{\mu(n)}, r(n), \Delta r(n), \epsilon_n$ **Saída:**  $\tilde{\sigma}_{(n+1)}, r(n+1), \Delta r(n+1), \epsilon_{n+1}$ **início**Tensor de tensões efetivas:  $\bar{\sigma}_{(n+1)} = \mathbf{C} : \epsilon_{i+1}$ Condição de Carga (Carga ou Descarga):  $\bar{\sigma}_{(n+1)} - r(n) < 0$ **se Sim então**|  $r_{n+1} = r(n)$ **se Não então**|  $r_{n+1} = \bar{\sigma}_{(n+1)}$ Incremento da Variável  $r$ :  $\Delta r_{(n+1)} = r_{n+1} - r_n$ Extrapolção Linear de  $r$ :  $\tilde{r}_{(n+1)} = r_{n+1} + \Delta r_{(n+1)}$ Variável de Abrandamento:  $q_{(n+1)} = r_{(n+1)} e^{\mathcal{A}(1-\frac{r}{q_0})}$ Variável de Dano Extrapolada:  $d(\tilde{r}_{(n+1)}) = 1 - \frac{q(\tilde{r}_{n+1})}{\tilde{r}_{n+1}}$ Tensão Extrapolada:  $\tilde{\sigma}_{(n+1)} = (1 - d(\tilde{r}_{(n+1)}))\bar{\sigma}_{(n+1)}$ **fim**

Para a geração da malha de Elementos Finitos, foi utilizado o programa *Ansys* para fazer o desenho da malha de elementos finitos e a partir da geração da malha criada, foi criado a rotina no Apêndice B no *Matlab* para gerar as malhas com a zona de transição pré-definida pelo tamanho  $h$ .

### 4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO EFEITO UNILATERAL

Os modelos de dano nesse trabalho não levam em consideração a presença das deformações residuais após o material sofrer descarregamento. Portanto, quando se efetua um descarregamento, recupera-se totalmente o valor da deformação. As microfissuras são uma das causas para as deformações residuais, pois impedem que as microfissuras fechem totalmente num processo de descarregamento. Nota-se que as faces das microfissura são irregulares, sendo esta outra razão para a dificuldade do seu fechamento total.

Assim, diversas estratégias são utilizadas para representar a recuperação da rigidez quando ocorre o descarregamento. Entre as estratégias mais comuns existem algumas adaptações dos modelos de dano/fratura para considerar o efeito unilateral como apresentado por (COMI; PEREGO, 2001), (PITUBA, 2003), (ZHU et al., 2009), (LANOYE et al., 2013) ou propõem formulações de modelos que consideram o efeito como (FLÓREZ-LÓPEZ, 1993), (HE et al.,

2015), (DANESHYAR et al., 2023). A estratégia adotada neste trabalho foi apresentado por (RAMTANI et al., 1992) onde se admite que as deformações plásticas são compostas exclusivamente por deformações volumétricas. Assim, como as deformações plásticas são compostas exclusivamente por deformações volumétricas e quando as deformações plásticas são nulas, a rigidez inicial é restabelecida. Logo, quando as deformações volumétricas são nulas, a rigidez inicial é recuperada. Portanto, implica que:

$$\varepsilon_v < 0 \quad \text{Em descarregamento} \quad D = 0 \quad (169)$$

## 5 RESULTADOS

Os resultados deste capítulo estão organizados em quatro seções. A primeira trata dos resultados dos diversos EVRs e suas distribuições de malha de elementos finitos. A segunda apresenta resultados qualitativos da análise da microestrutura com as diversas teorias apresentadas anteriormente. A terceira seção apresenta resultados de análise comparativa com diversos outros resultados na literatura, e a quarta ilustra resultados e aplicações das implementações em comparação com resultados experimentais.

### 5.1 ELEMENTOS DE VOLUME REPRESENTATIVO

Na análise, os EVRs apresentam estruturas quadradas com dimensões  $l \times l$  e espessura  $l/10$  onde foram considerados inclusões dispersas na matriz, simulando a estrutura bifásica do concreto (agregado e pasta cimentícia). Essas duas fases foram discretizadas em elementos finitos triangulares com critério de danificação na pasta cimentícia seguindo o modelo de Mazars e o modelo elástico nos agregados. Na zona de transição foram adotadas diversas estratégias para representar a faixa ao redor dos agregados. Foram utilizados EVRs com uma faixa de elementos finitos com rigidez menor que a pasta cimentícia que obedecem o modelo de dano de Mazars, EVRs incluídos com elementos de fratura coesiva e contato para representar a ZTI e EVRs com elementos discretos em modelo baseado em Alta Razão de Aspecto que obedecem o modelo de dano à tração.

Os parâmetros adotados seguiram os valores conforme a Tabela 3 exceto quando especificado o contrário em alguns resultados. Quando utilizado a faixa de Zona de Transição com o Modelo de Mazars, foram estipulados os mesmos parâmetros para a matriz, mas com rigidez em torno de 50% inferior. Essa estratégia de considerar uma rigidez menor na ZTI que na pasta cimentícia já foi utilizada por alguns autores como (RAMESH et al., 1996), (YANG, 1998) e (MALEKI et al., 2020).

A Figura 28 define o EVR-1 com uma representação simples da estrutura de um material quase frágil com uma configuração trifásica (agregado, pasta cimentícia e ZTI). O EVR com 612 elementos finitos apresenta uma fração volumétrica agregada ( $f_v$ ) de 19,6%. Além disso, 416 elementos finitos representam a pasta cimentícia, 76 elementos finitos representam a ZTI e 120 elementos finitos representam a fase de agregados. Foi considerada uma faixa no tamanho de  $40 \mu\text{m}$ , sendo que o tamanho da Zona de Transição compreende numa faixa de 20 até  $50 \mu\text{m}$

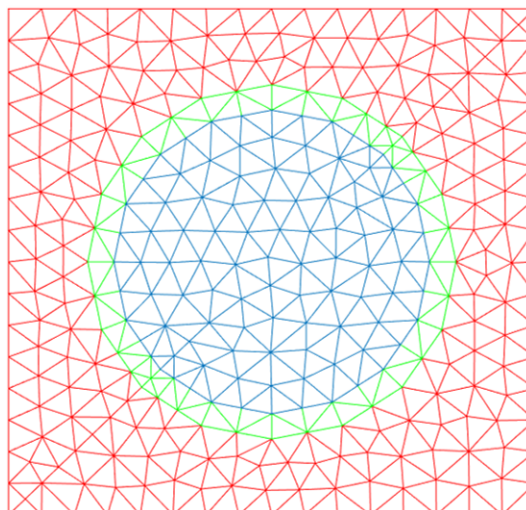
Tabela 3 – Parâmetros do EVR

Elementos Finito Elásticos (Agregados Graúdos)	
Módulo de Young ( $E$ )	35 GPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,35
Elementos Finitos Danificados (Matriz Cimentícia)	
Módulo de Young ( $E$ )	25 GPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,20
$A_T$	0,7
$B_T$	1000
$A_C$	1,2
$B_C$	1000
Deformação de Referência	0,0001
Elemento de Contato e Fratura Coesiva	
$\lambda_p$	200000 $N/mm^2$
$\sigma_c$	0,08 MPa
$\delta_c$	0,0568 mm
$\beta$	0,707
Elemento Finito Danificado à Tração	
$\mathcal{G}_f$	0,11 $KN/mm^3$
$q_0$	4,0 MPa
$h$	0,04 mm

Fonte: Elaboração Própria

(MEHTA; MONTEIRO, 2014). Nessa mesma faixa, foi considerado o valor de 50% do módulo de elasticidade em comparação ao restante da pasta cimentícia.

Figura 28 – Elemento de Volume Representativo - EVR 1

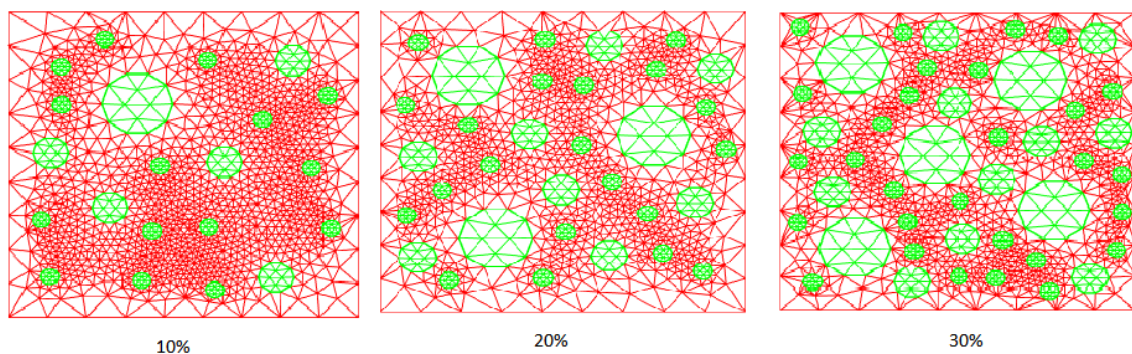


Fonte: Elaboração Própria

A Figura 29 define os EVRs-2, que consistem em três EVRs com frações volumétricas agregadas de 10%, 20% e 30%, com distribuição aleatória assimétrica. Esses EVRs foram projetados por Kim e Al-Rub (2011). O EVR com fração volumétrica de 10% (EVR-2a) possui

3352 elementos finitos, dos quais 2596 são utilizados para representar a pasta cimentícia, 420 para a ZTI e 366 elementos representativos dos agregados. O EVR com fração volumétrica de 20% (EVR-2b) possui 3352 elementos finitos, sendo 1984 elementos finitos para a pasta cimentícia, 640 para a ZTI e 728 elementos para a fase de agregados. O EVR com fração volumétrica de 30% (EVR-2c) possui 3538 elementos finitos, sendo 1918 elementos para a pasta cimentícia, 900 elementos para a ZTI e 720 elementos para a fase de agregados.

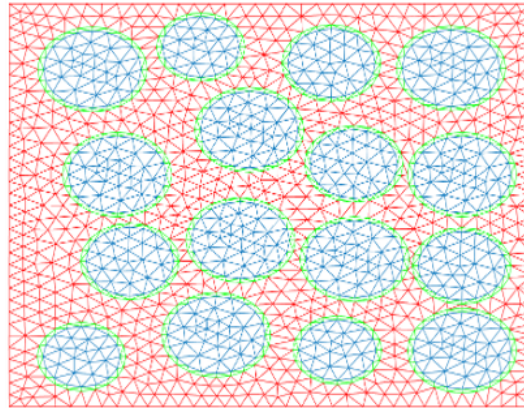
Figura 29 – Distribuição geométrica dos agregados para cada EVR com Fração Volumétrica Diferente



Fonte: Elaboração Própria

A Figura 30 mostra o EVR-3, proposto por Silva et al. (2022), onde foram realizadas diversas análises em comparação ao experimental. O EVR possui dois tipos de materiais: agregados dispersos em uma pasta de cimento. Para uma melhor discretização da geometria do concreto, um novo EVR com ZTI foi incluído ao redor dos agregados, com características de rigidez adotadas iguais a 50% da pasta de cimento. Neste caso, o EVR proposto possui 2678 elementos finitos, sendo 1142 elementos finitos representando a pasta de cimento seguindo o modelo de dano de Mazars, 872 elementos finitos representando agregados com características de comportamento elástico linear e 664 elementos finitos representando a ZTI usando o modelo de Mazars. A fração volumétrica dos agregados deste EVR é igual a 39,19%, e a fração volumétrica ZTI é igual a 9,47%.

Figura 30 – Distribuição geométrica dos agregados para cada EVR 16 Inclusões



Fonte: Elaboração Própria

## 5.2 ANÁLISE DOS ELEMENTOS DE VOLUME REPRESENTATIVO

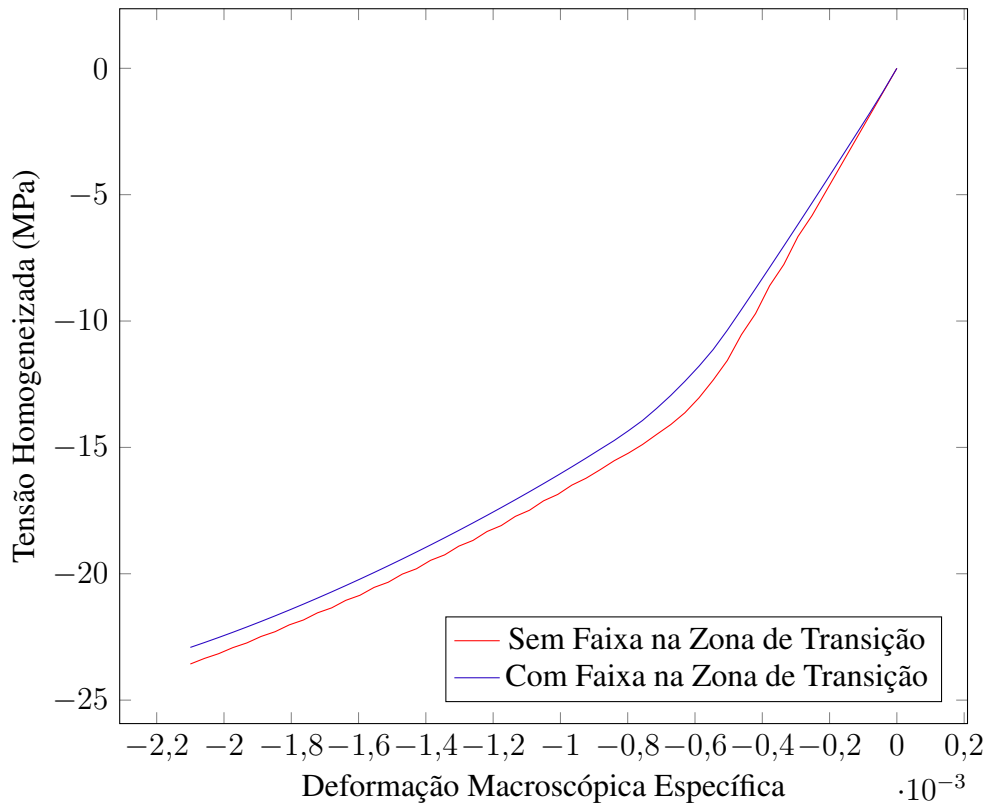
A avaliação de caráter qualitativo do EVR foi realizada por diversas respostas obtidas. O material foi submetido a uma deformação macroscópica para analisar a influência de cada efeito dissipativo (dano e/ou fratura).

### 5.2.1 EVR com compressão predominante no EVR

Foi analisado o EVR-1 nesse exemplo. Considerado-se o comportamento com dano de Mazars na matriz cimentícia e na ZTI, com a redução de 50% do módulo de elasticidade. Foram realizados modelagem em tração, compressão e cisalhamento.

O EVR-1 foi submetido a uma deformação macroscópica de  $\varepsilon_x = -0,0021$ ,  $\varepsilon_y = 0,0005$  e  $\gamma_{xy} = 0$ , subdividida em 50 etapas de incrementos. O gráfico da Figura 31 representa a resposta obtida, onde a tensão homogeneizada é encontrada na direção  $x$  versus a deformação macroscópica imposta no mesmo eixo. Foram gerados dois exemplos, onde no primeiro se considera uma adesão perfeita entre a pasta de cimento e o agregado. No segundo, há uma faixa ao redor do agregado de pasta de cimento com valor de 50% do Módulo de Young, representando ZTI.

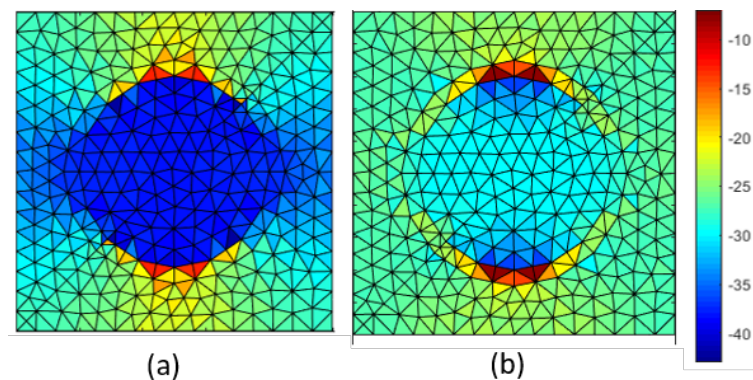
Figura 31 – Tensão Homogeneizada na direção  $x$  versus Deformação Macroscópica Específica na direção  $x$



Fonte: Elaboração Própria

A Figura 32 mostra a distribuição de tensão microscópica  $\sigma_{\mu_x}$ . Na Figura 32-a, os valores de tensão são maiores nos agregados do que na pasta de cimento, devido à perfeita adesão entre as fases, tornando o EVR capaz de transmitir tensões. No segundo exemplo, Figura 32-b, com a inclusão da fase ZTI, os agregados apresentam picos de tensões maiores que a pasta de cimento, porém com valores inferiores ao EVR com aderência perfeita. Neste exemplo, a tensão na ZTI é menor do que no resto do EVR.

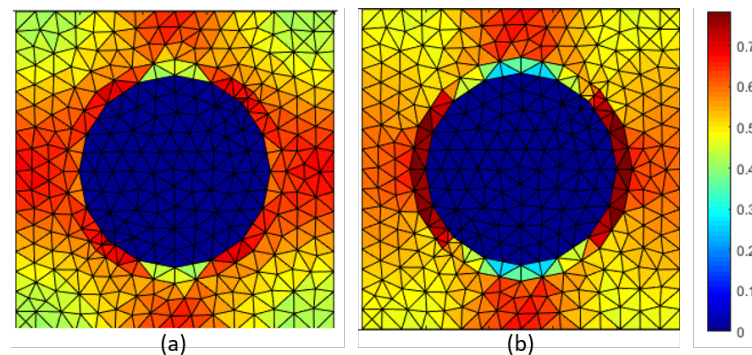
Figura 32 – Distribuição de Tensão no eixo longitudinal no EVR: a) Sem Inclusão de Zona de Transição de Interface b) Com Inclusão de Zona de Transição de Interface



Fonte: Elaboração Própria

O fato de apresentar tensão menor na ZTI é justificado pelo gráfico de dano no EVR conforme mostrado na Figura 33. Na Figura 33-a não possui a ZTI e mostra uma danificação regular, mas sem apresentar grandes picos de danificação. Já na Figura 33-b apresenta a ZTI e isso mostra alguns picos de danificação alta ao redor do agregado. Esses picos de danificação diminui a rigidez na ZTI, limitando a tensão suportada nesses elementos.

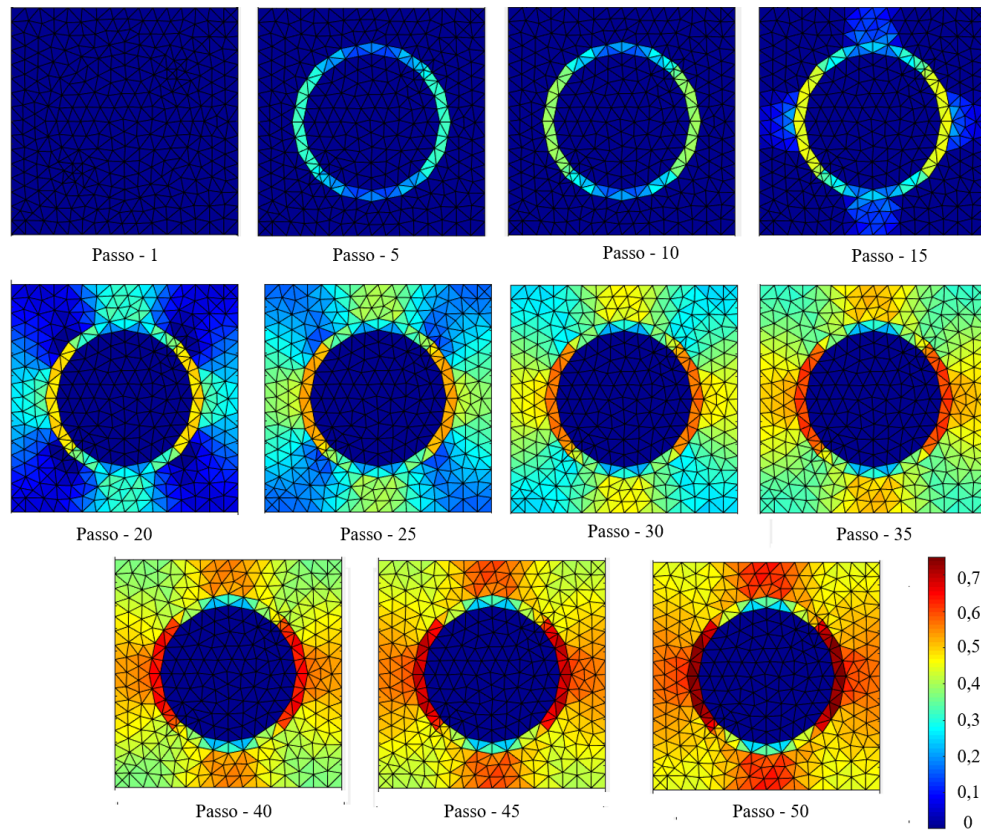
Figura 33 – Variação de Dano no EVR: a) Sem Inclusão de Zona de Transição de Interface b) Com Inclusão de Zona de Transição de Interface



Fonte: Elaboração Própria

Na Figura 34 é apresentado um gráfico da evolução da variável de dano no EVR-1 para cada passo de deformação aplicado para o exemplo da seção anterior dividida em 50 passos de deformações. Nessa evolução é possível perceber que a danificação dos elementos começa a acontecer primeiro na região localizada ao redor dos agregados e ao longo da deformação imposta segue para os outros elementos até a distribuição de dano mais intensa no EVR.

Figura 34 – Gráfico de Evolução da Variável de Dano no EVR

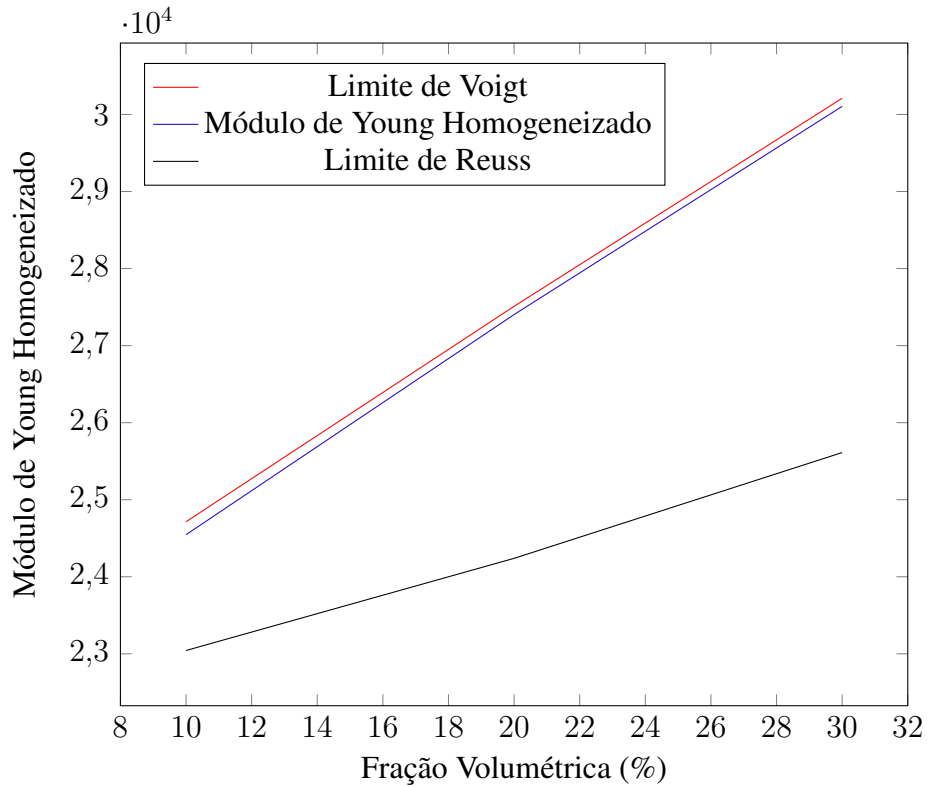


### 5.3 ANÁLISE DO DANO HOMOGENEIZADO

Para as análises de modelo baseado em homogeneização de danos, é necessário calcular os valores dos homogeneizados do Módulo de Young e do Coeficiente de Poisson para cada EVR, em cada fração volumétrica diferente. Assim, neste exemplo, utilizou-se o EVR-2, o qual apresenta três EVRs distintos com frações volumétricas de 10%, 20% e 30%.

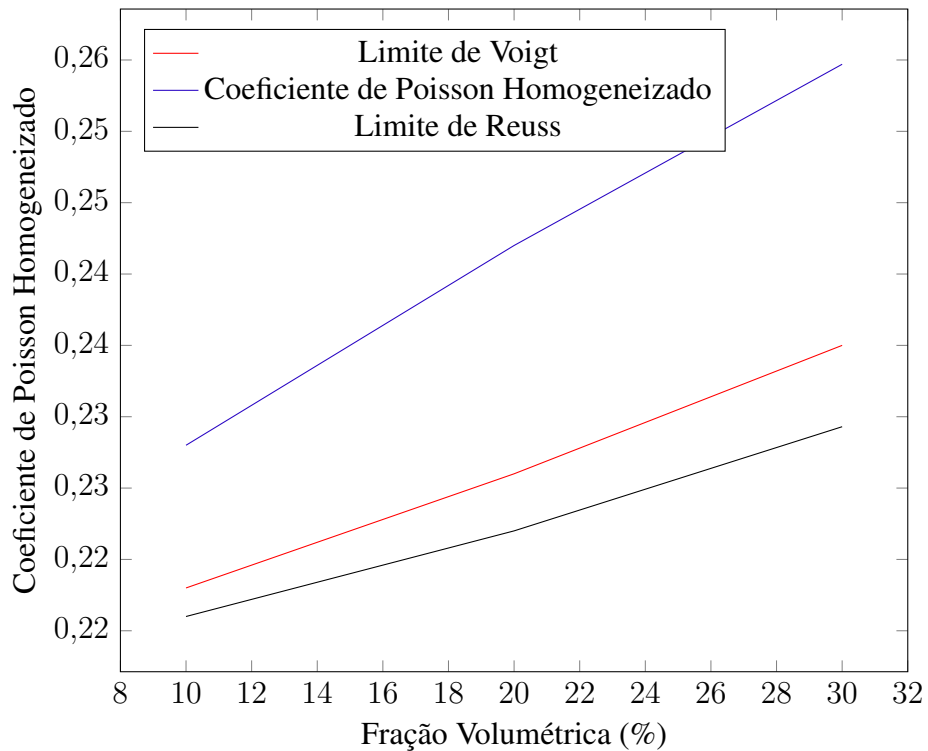
Para determinar os valores das propriedades elásticas, inicialmente calcula-se os limites superior e inferior para cada propriedade elástica. Os resultados são ilustrados pelo módulo de Young homogeneizado na Figura 35 e pelos coeficientes de Poisson homogeneizados na Figura 36. É importante observar que os coeficientes de Poisson Homogeneizados estão fora do intervalo do limite de Voigt e Reuss. Isso ocorre porque os modelos de Voigt e Reuss assumem as propriedades elásticas como parâmetros independentes, quando na realidade todas as propriedades estão relacionados elasticamente. Trabalhos anteriores, como (LUO, 2021) e (LUO, 2022), também reportaram resultados semelhantes para o coeficiente de Poisson.

Figura 35 – Módulo de Young Homogeneizado e Limites de Voigt e Reuss



Fonte: Elaboração Própria

Figura 36 – Coeficiente de Poisson Homogeneizado e Limites de Voigt e Reuss



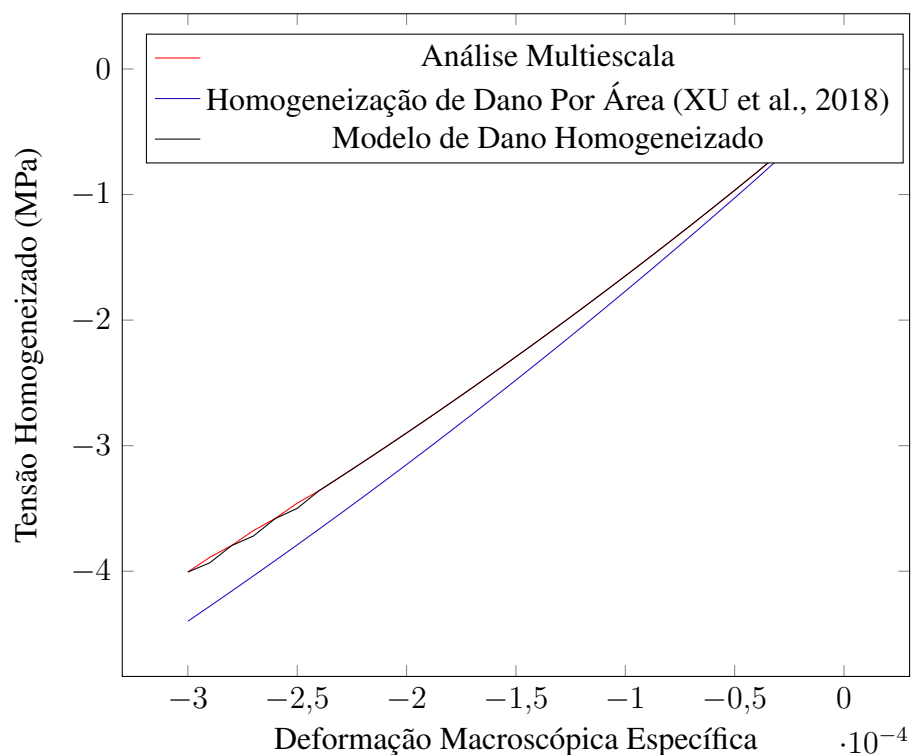
Fonte: Elaboração Própria

Neste exemplo, uma deformação macroscópica específica foi aplicada aos EVRs, sendo

$\epsilon_x = -0,0003$ ,  $\epsilon_y = 0,00008$  e  $\gamma_{xy} = 0$ , dividida 50 incrementos. Em todos os EVRs, nos incrementos iniciais, observa-se um comportamento linear elástico. À medida que o processo de deformação aumenta, danos na pasta de cimento são evidenciados.

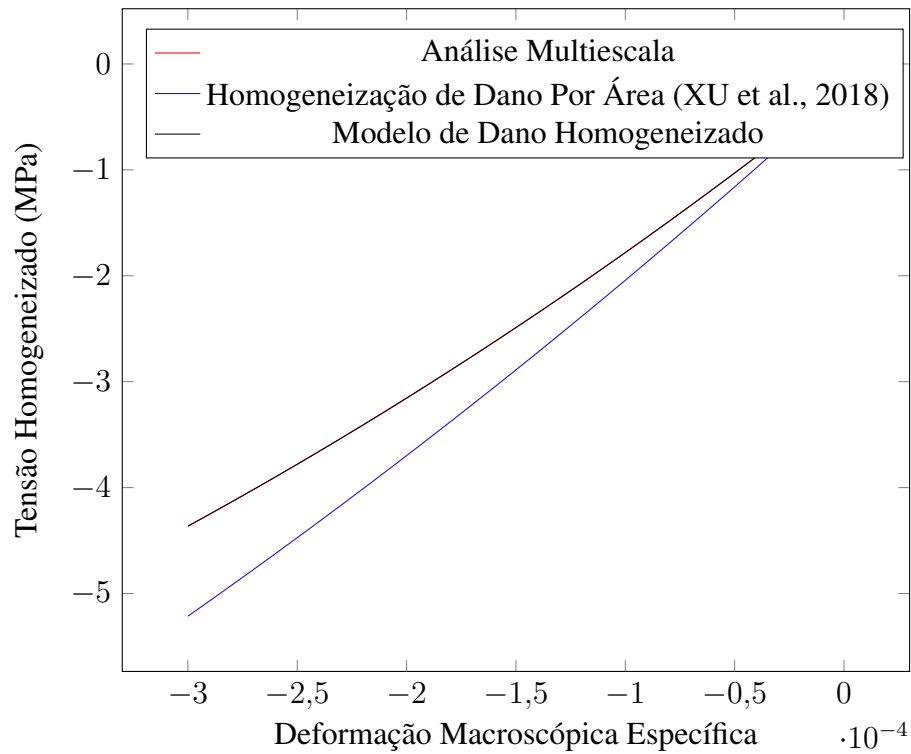
Para comparar com o modelo de homogeneização de dano baseado, realizou-se uma análise de tensão *versus* deformação usando o conceito de modelo de dano homogeneizado por área (XU et al., 2018), bem como a abordagem multiescala proposta nesta tese. Foram conduzidos testes cujas respostas são apresentadas na forma de gráficos, evidenciando a tensão homogeneizada na direção  $x$  *versus* deformação macroscópica imposta na mesma direção, para cada EVR com frações volumétricas de 10%, 20% e 30%. As Figuras 37, 38 e 39 mostram as respostas numéricas correspondentes.

Figura 37 – Tensão Homogeneizada versus Deformação Macroscópica Específica na direção  $x$  para EVR com fração volumétrica de 10%



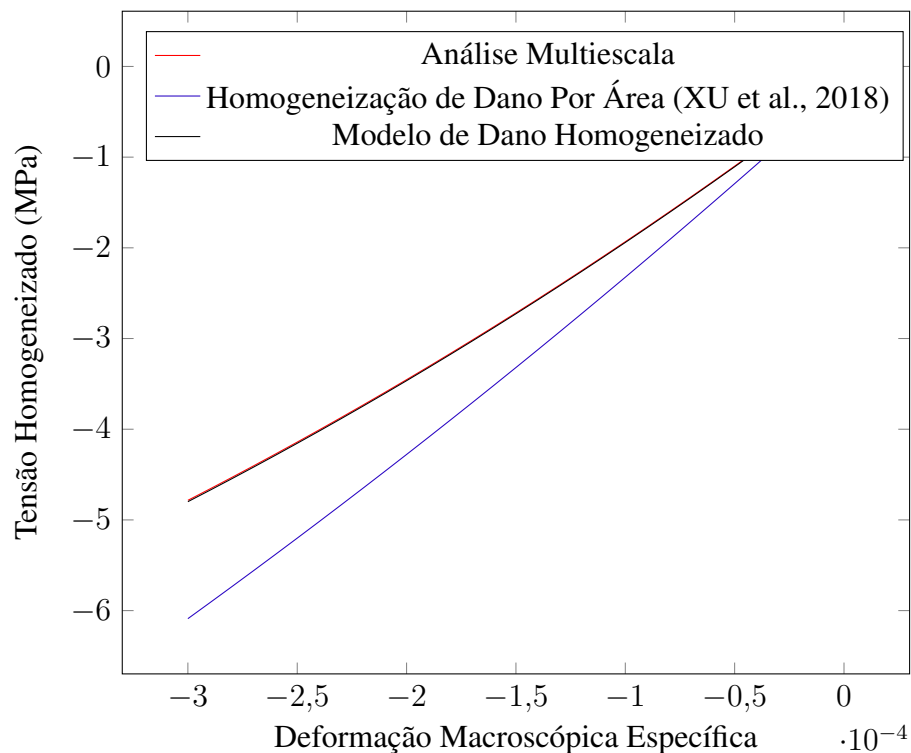
Fonte: Elaboração Própria

Figura 38 – Tensão Homogeneizada versus Deformação Macroscópica Específica na direção  $x$  para EVR com fração volumétrica de 20%



Fonte: Elaboração Própria

Figura 39 – Tensão Homogeneizada versus Deformação Macroscópica Específica na direção  $x$  para EVR com fração volumétrica de 30%

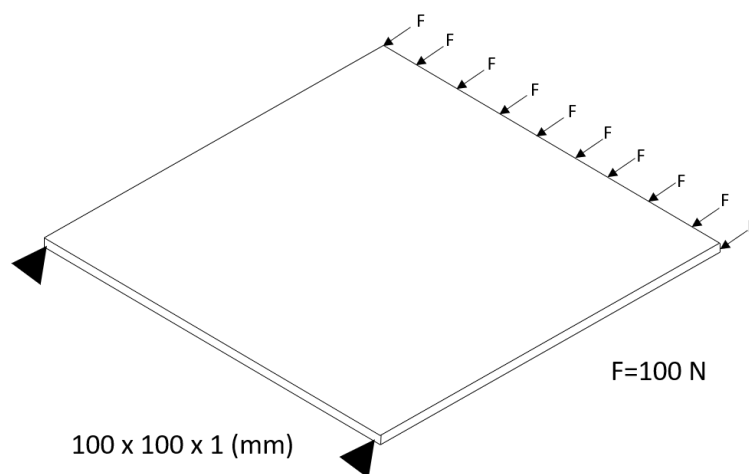


Fonte: Elaboração Própria

Nos três EVRs, é possível comparar as respostas numéricas obtidas pela abordagem multiescala com o modelo de homogeneização de dano. Observa-se que o dano obtido pelo procedimento de área tende a apresentar valores mais rígidos durante o processo de dano. Esta diferença pode ser atribuída ao fato de o procedimento levar em consideração o dano local sobre o volume de pasta de cimento do EVR, sem considerar outros materiais mais resistentes, como fibras e agregados.

A variação na fração volumétrica nos EVRs resulta em respostas distintas nas análises multiescala, influenciada pela proporção de materiais e pela anisotropia do material. Considerando os resultados para EVRs com frações volumétricas de 10%, 20% e 30%, as análises em macroescala foram conduzidas utilizando o software *Ansys*. Um modelo de placa fina, com dimensões de 100 mm x 100 mm x 1 mm e carga axial de 100 N, foi definido para representar o objeto de estudo, conforme a Figura 40.

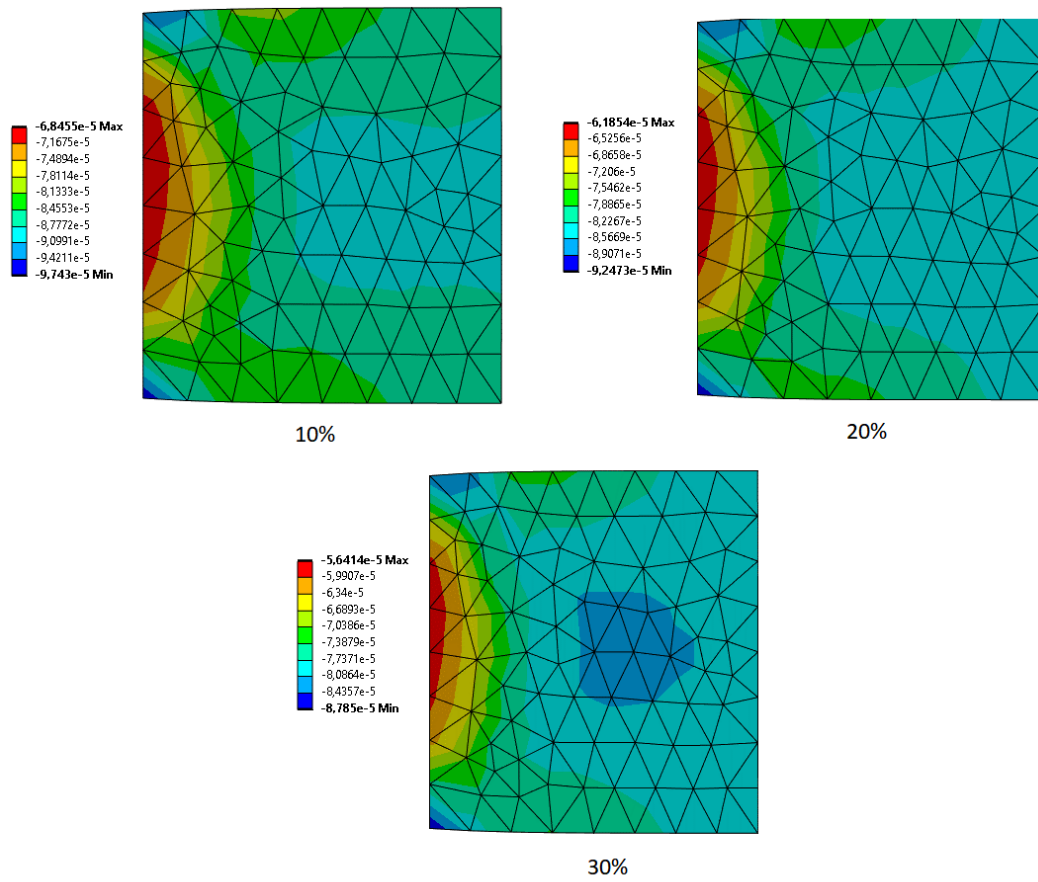
Figura 40 – Representação da Geometria, Apoios e Cargas Aplicadas



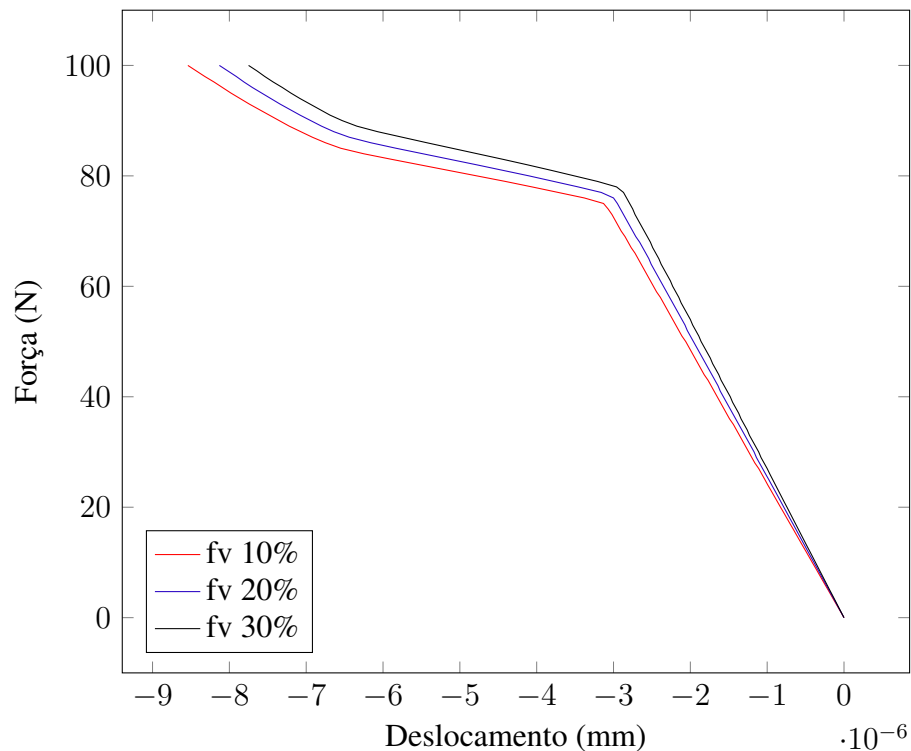
Fonte: Elaboração Própria

Para obter informações sobre o material heterogêneo utilizado na microescala, foram realizadas três análises utilizando o modelo de homogeneização de dano com frações volumétricas de 10%, 20% e 30%. A Figura 41 ilustra a distribuição de tensões dentro da placa, destacando as distintas respostas observadas no macrocontínuo com diferentes frações volumétricas na microestrutura. Os gráficos de Carga x Deslocamento para as três estruturas são apresentadas na Figura 42.

Figura 41 – Tensão Distribuição para placas compostas por materiais heterogêneos (Unidade - Pa)



Fonte: Elaboração Própria

Figura 42 – Força de Compressão na direção  $x$  versus deslocamento livre limite na direção  $x$ 

Fonte: Elaboração Própria

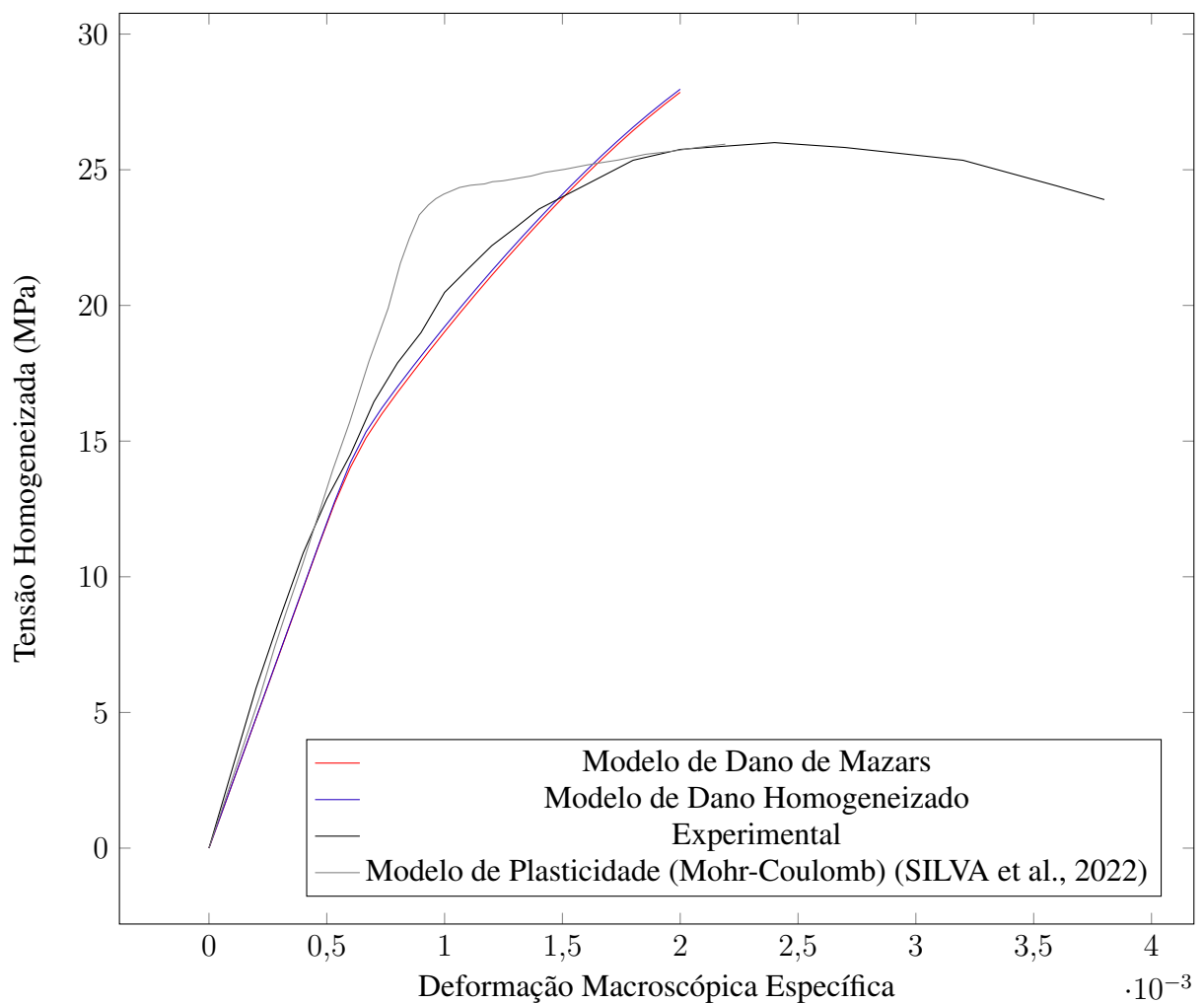
Pode-se observar que o comportamento mecânico no macrocontínuo é semelhante ao ocorrido nos EVRs (Figuras 37, 38 e 39). Assim, o aumento da fração volumétrica na microestrutura reflete a resposta homogeneizada danificada da placa. Portanto, o uso do modelo de homogeneização de dano baseado neste tipo de modelagem multiescala desacoplada pode fornecer respostas qualitativas com um custo computacional menor quando comparado à abordagem multiescala totalmente acoplada.

No trabalho de Delalibera (2002), foram realizados ensaios experimentais em corpos de prova de concreto. Esses testes consistiram em aplicar uma força de compressão para determinar a curva Tensão *versus* Deformação e, assim, calcular o módulo de Young a partir da inclinação da linha traçada desde a origem até um ponto onde a resistência corresponde a 40% da resistência à ruptura. Os parâmetros utilizados para o EVR foram os mesmos utilizados no estudo de Silva et al. (2022) para o Módulo de Young e Coeficientes de Poisson dos agregados ( $E = 35$  GPa e  $\nu = 0,3$ ) e pasta cimentícia ( $E = 24$  GPa,  $\nu = 0,2$ , deformação de referência ( $\epsilon_{d0}$ ) = 0,0002,  $AC = 0,3$ ,  $AT = 0,7$ ,  $BC = 200$  e  $BT = 2000$ ). Para o ZTI, foi utilizado o fator de 50% do Módulo de Young em relação à pasta, com o mesmo valor do Coeficiente de Poisson.

A Figura 43 mostra a tensão homogeneizada na direção  $x$  *versus* a deformação macroscópica imposta, nas curvas de mesma direção, obtidas pela abordagem multiescala usando o modelo de Dano de Mazars e o modelo de homogeneização de dano baseado proposto, em

comparação com o teste experimental Delalibera (2002). Também está incluída a resposta obtida por Silva et al. (2022), onde o mesmo EVR foi analisado com a consideração de elementos de plasticidade de Mohr-Coulomb na pasta cimentícia. Neste exemplo, observa-se uma semelhança entre as respostas do modelo experimental e dos modelos numéricos, principalmente na região elástica inicial. A perda de rigidez evidenciada é causada pelos processos de dano na ZTI e na pasta de cimento.

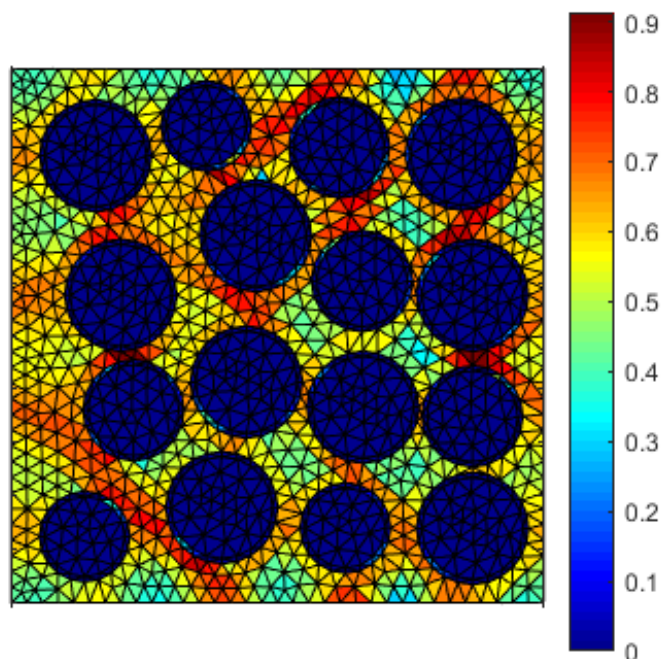
Figura 43 – Teste de Compressão Uniaxial: Tensão homogeneizada na direção  $x$  versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção  $x$



Fonte: Elaboração Própria

Nesta análise, os valores de tensão são limitados devido à presença de elementos danificados dentro do EVR, aproximando-se do limite ( $D = 1$ ). Perto deste limite, os resultados obtidos tornam-se inconsistentes, uma vez que o modelo não é capaz de capturar o processo de localização do dano e a consequente nucleação da trinca, levando ao regime de amolecimento. Os valores de dano correspondentes são representados na Figura 44.

Figura 44 – Distribuição de Dano no EVR



Fonte: Elaboração Própria

#### 5.4 ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL

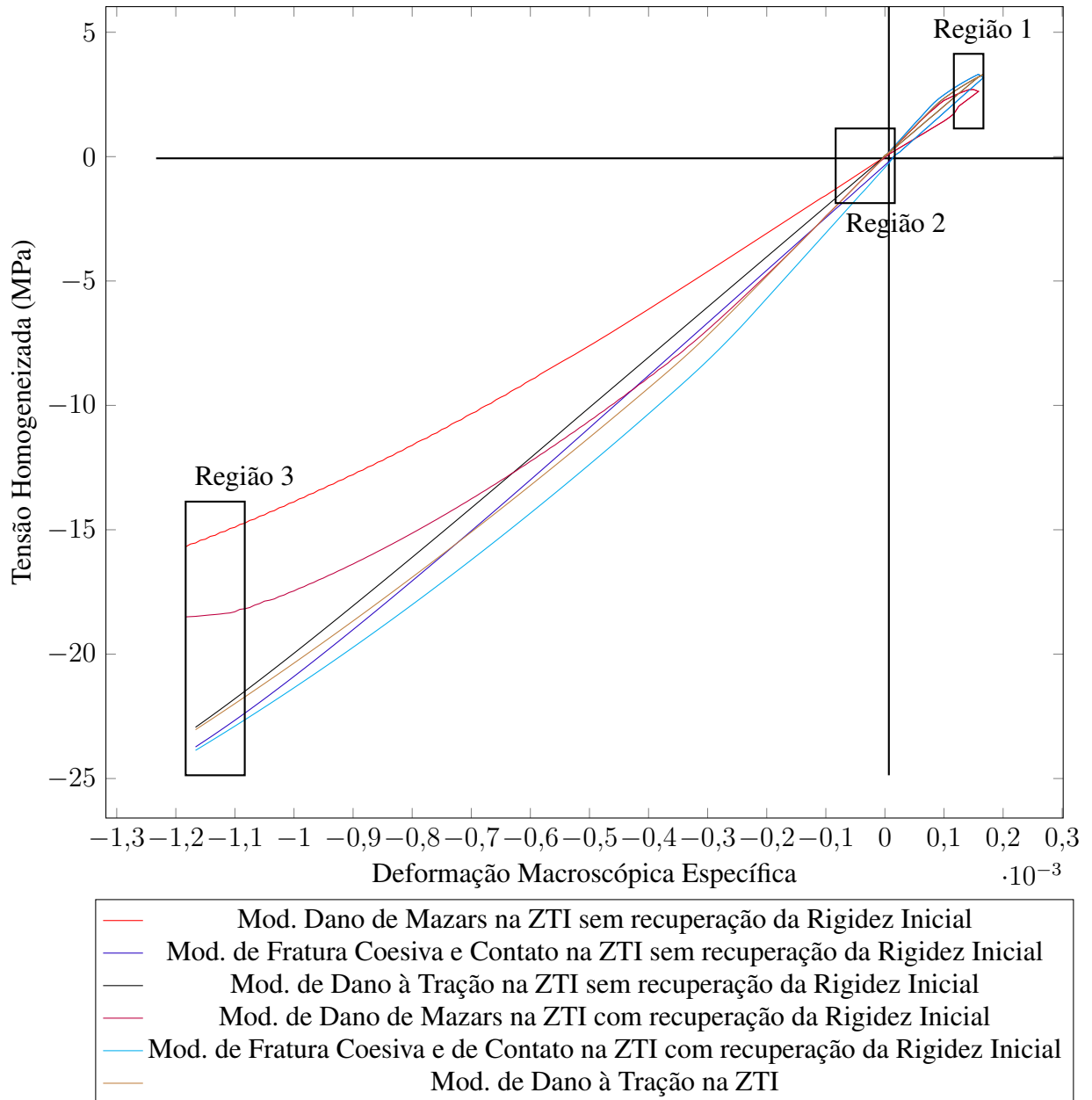
Para analisar os resultados do efeito unilateral, utilizou-se o EVR-3, porém com diferentes modelagens de carregamento-descarregamento para capturar esse efeito. Inicialmente, foram realizados carregamentos à tração para capturar os primeiros estágios de danificação, seguidos por um descarregamento e subsequente carregamento à compressão. Dessa forma, é possível observar as características do comportamento mecânico do concreto.

Os EVRs foram submetidos a uma deformação macroscópica específica total igual a  $\varepsilon_x = -0,0015$ ,  $\varepsilon_y = 0,00035$  e  $\gamma_{xy} = 0$  divididas 180 incrementos com os valores paramétricos apresentados pela Tabela 3. No incremento de número 20 foi realizada a inversão dos sinais das deformações impostas provocando o descarregamento até acontecer o carregamento na compressão.

Foram realizadas seis modelagens de diferentes tipos de EVRs e condições, alterando apenas a forma como a zona de transição do concreto é representada. Em todas as modelagens, foram utilizados elementos finitos com dano de Mazars na pasta cimentícia, enquanto os agregados estavam em regime elástico linear. Na primeira modelagem, foi utilizado o modelo de Mazars na ZTI (com a consideração de 50% da rigidez já utilizado na Seção 5.2.1). Na segunda modelagem, foi utilizado o modelo de elementos finitos de fratura coesiva e contato na ZTI. Na terceira modelagem, foi utilizado modelo de elementos finitos de dano à tração. Foram realizadas

duas modelagens em cada modelo, uma considerando a recuperação da rigidez inicial e outra não. O gráfico de Tensão Homogeneizada no eixo  $x$  versus Deformação Macroscópica Imposta no mesmo eixo é apresentado pela Figura 45.

Figura 45 – Análise do Efeito Unilateral com diferentes modelos de Zona de Transição - Tensão homogeneizada na direção  $x$  versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção  $x$  com e sem recuperação da rigidez inicial



Fonte: Elaboração Própria

Nas Figuras 46, 47 e 48, é mostrada uma comparação individual entre as três diferentes modelagens da Zona de Transição que consideram a recuperação da rigidez e quando não consideram. Na Figura 46, é feita uma comparação com o Modelo de Dano de Mazars (rigidez menor) na ZTI com e sem recuperação da Rigidez Inicial. É possível observar nesse exemplo que

a recuperação da rigidez inicial provoca uma maior resistência no EVR na fase de compressão. Na Figura 47, é mostrada uma comparação com o Modelo de Fratura Coesiva e Contato na ZTI com e sem recuperação na Rigidez Inicial. Observa-se que no caso da modelagem com elementos de fratura na ZTI é apresentada uma deformação residual presente provocada pelos elementos de fraturas na zona de transição. Esse detalhe é melhor representado na Figura 49. Na Figura 48, são apresentas as modelagens com Dano à Tração na ZTI com modelagens que recuperam a rigidez inicial e outra que não recuperam.

Figura 46 – Recuperação da Rigidez Inicial - Modelos de Dano de Mazars na ZTI

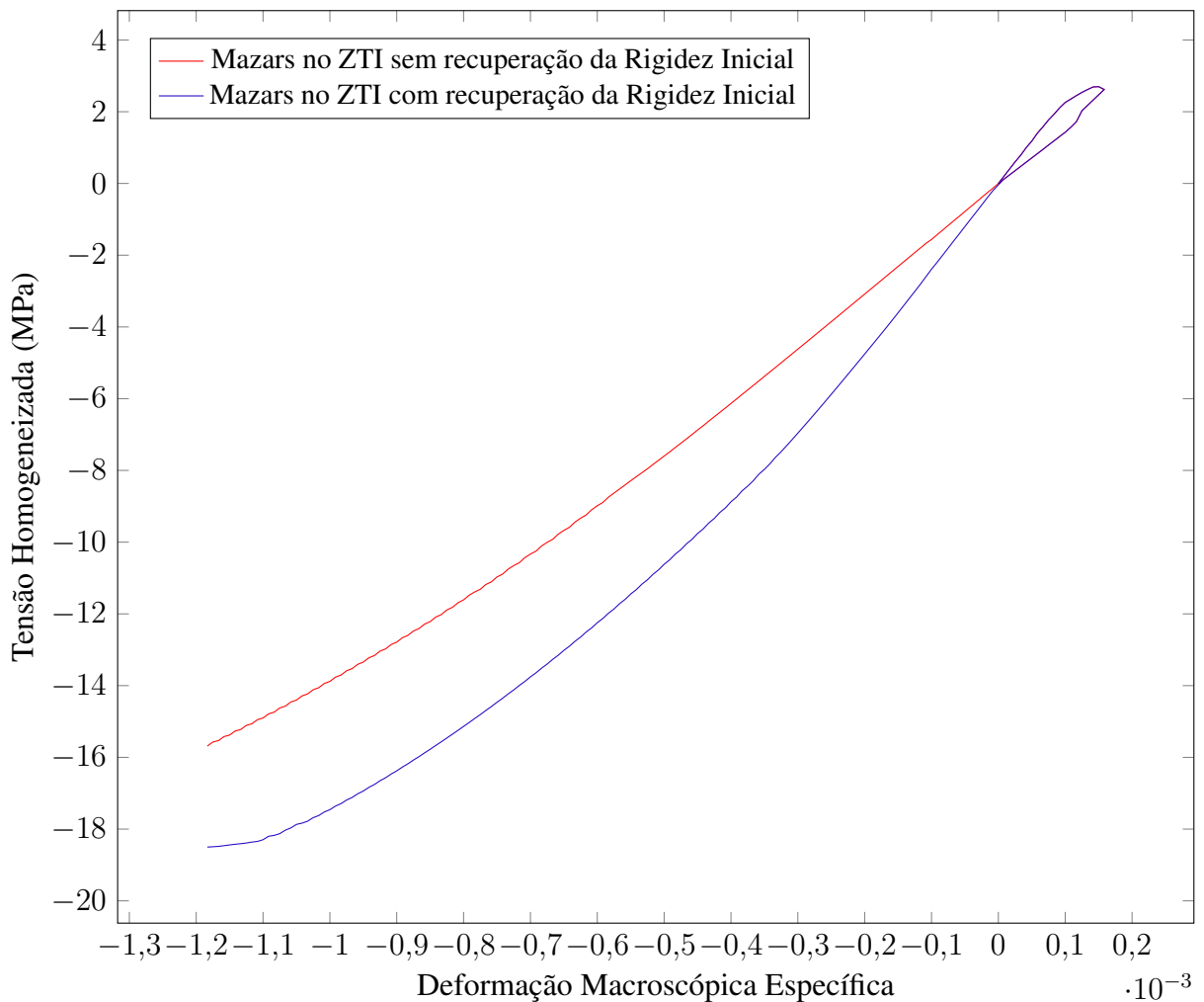
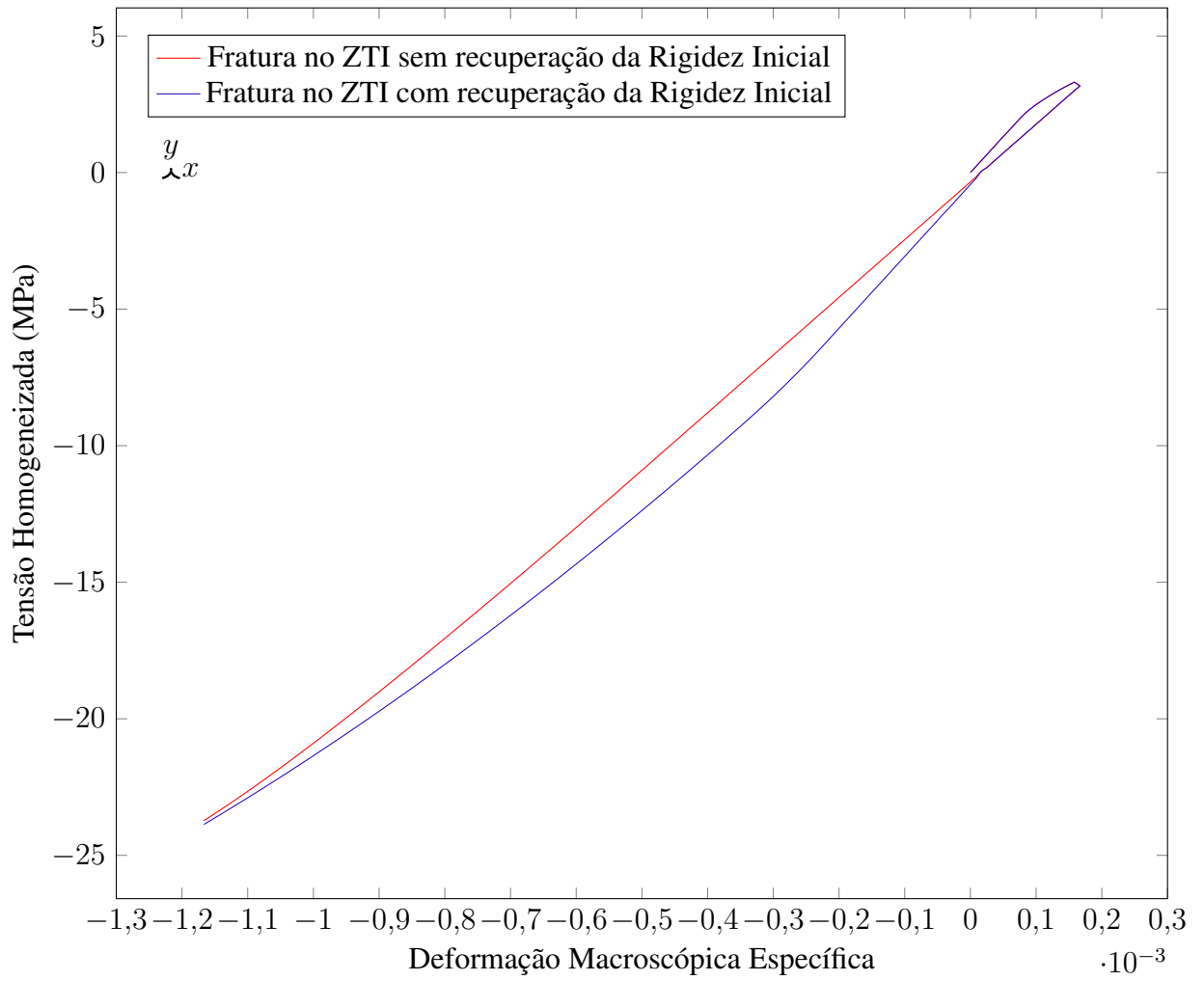
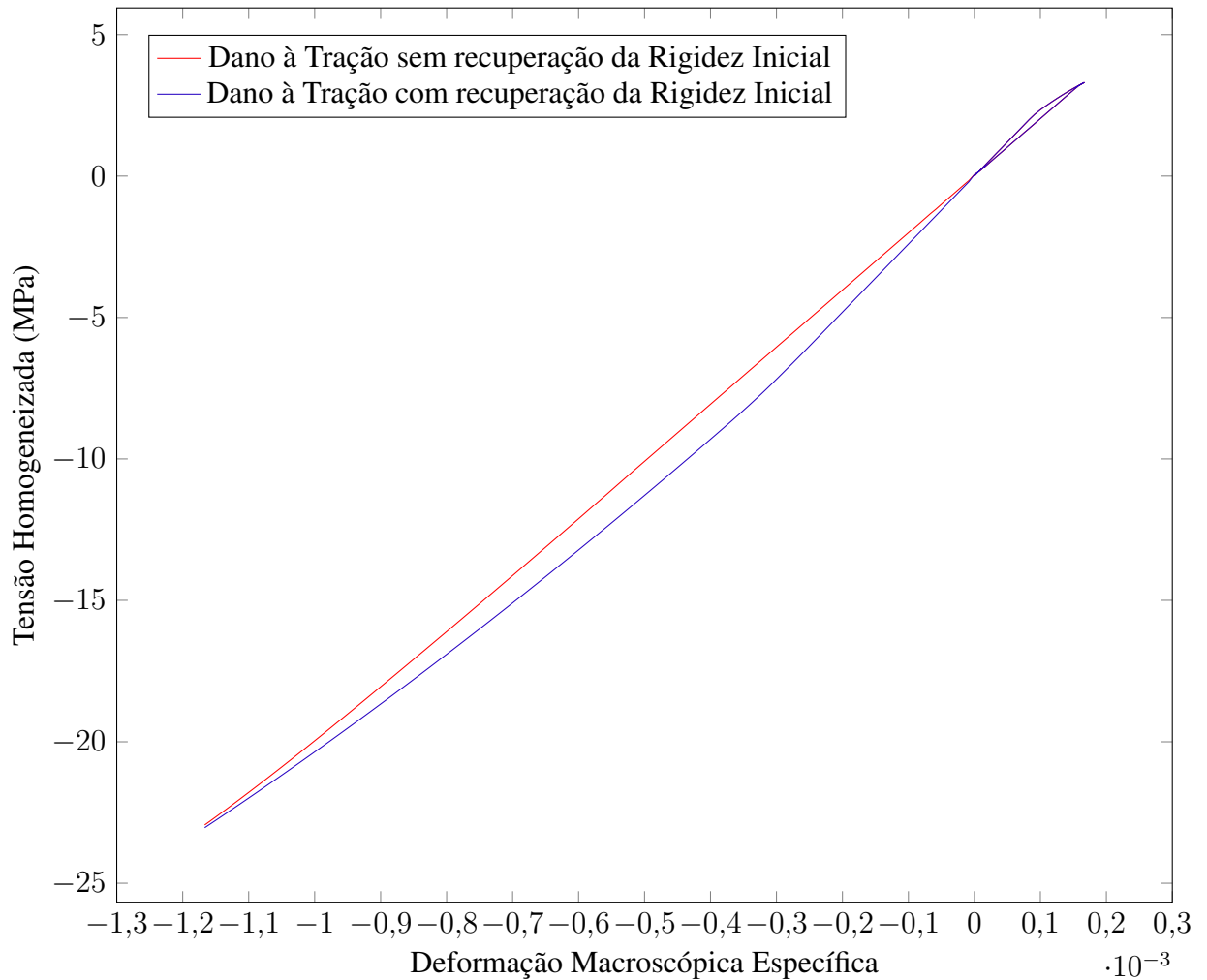


Figura 47 – Recuperação da Rigidez Inicial - Modelos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI



Fonte: Elaboração Própria

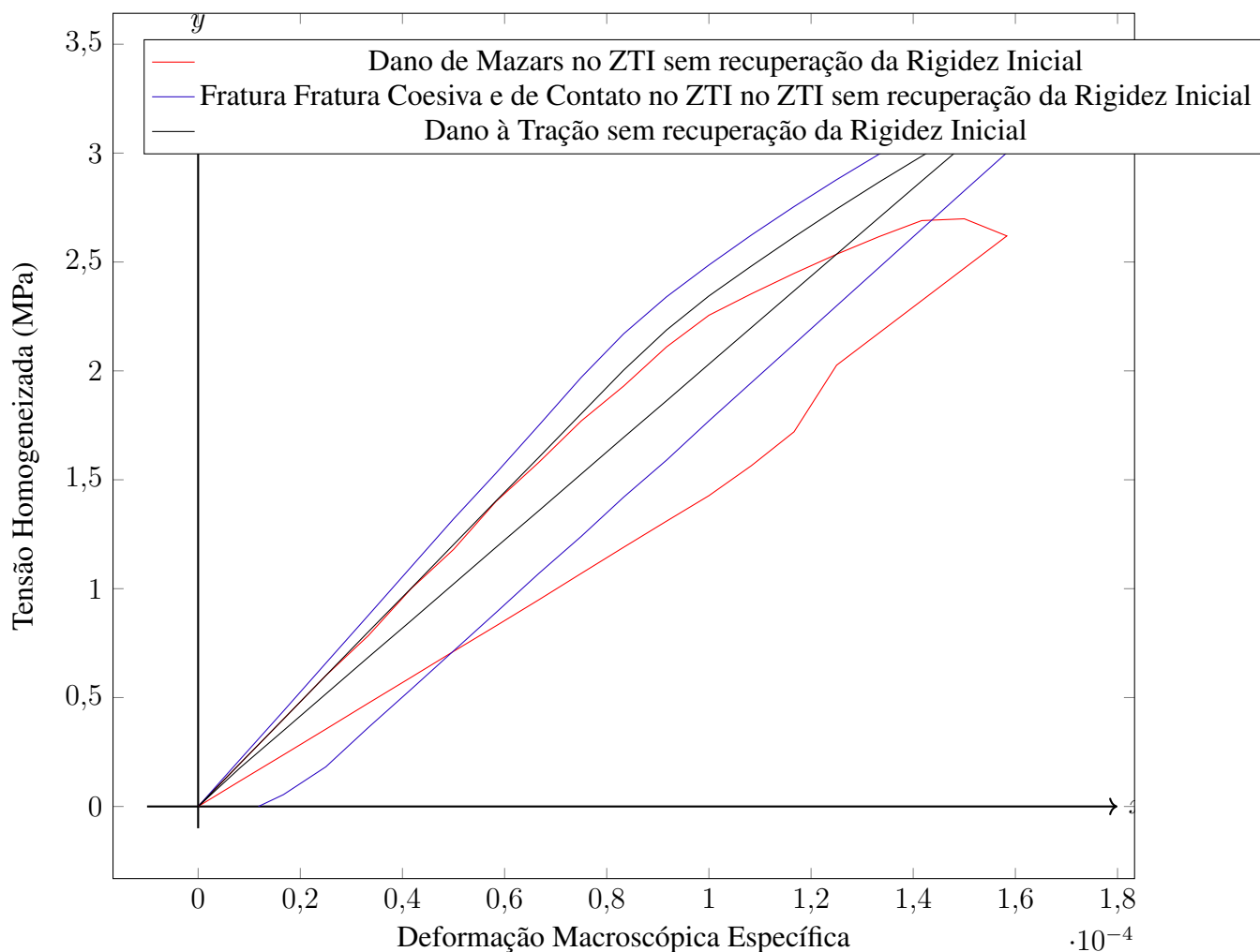
Figura 48 – Recuperação da Rigidez Inicial - Dano à Tração



Fonte: Elaboração Própria

Aproximando o gráfico na região da origem da Figura 45, é notável que o exemplo que possui elementos de fratura coesiva e de contato apresenta deformação residual, visto que os modelos de dano de Mazars e nem do dano à tração consideram a existência dessa deformação, existindo apenas a deformação elástica. Ou seja, quando a deformação macroscópica for igual a 0, a rigidez do material retorna ao inicial fazendo com que a tensão nesse ponto também seja nula. Essa resposta é mostrada na Figura 49.

Figura 49 – Carregamento e Descarregamento - Captura da Deformação Elástica e Plástica



Fonte: Elaboração Própria

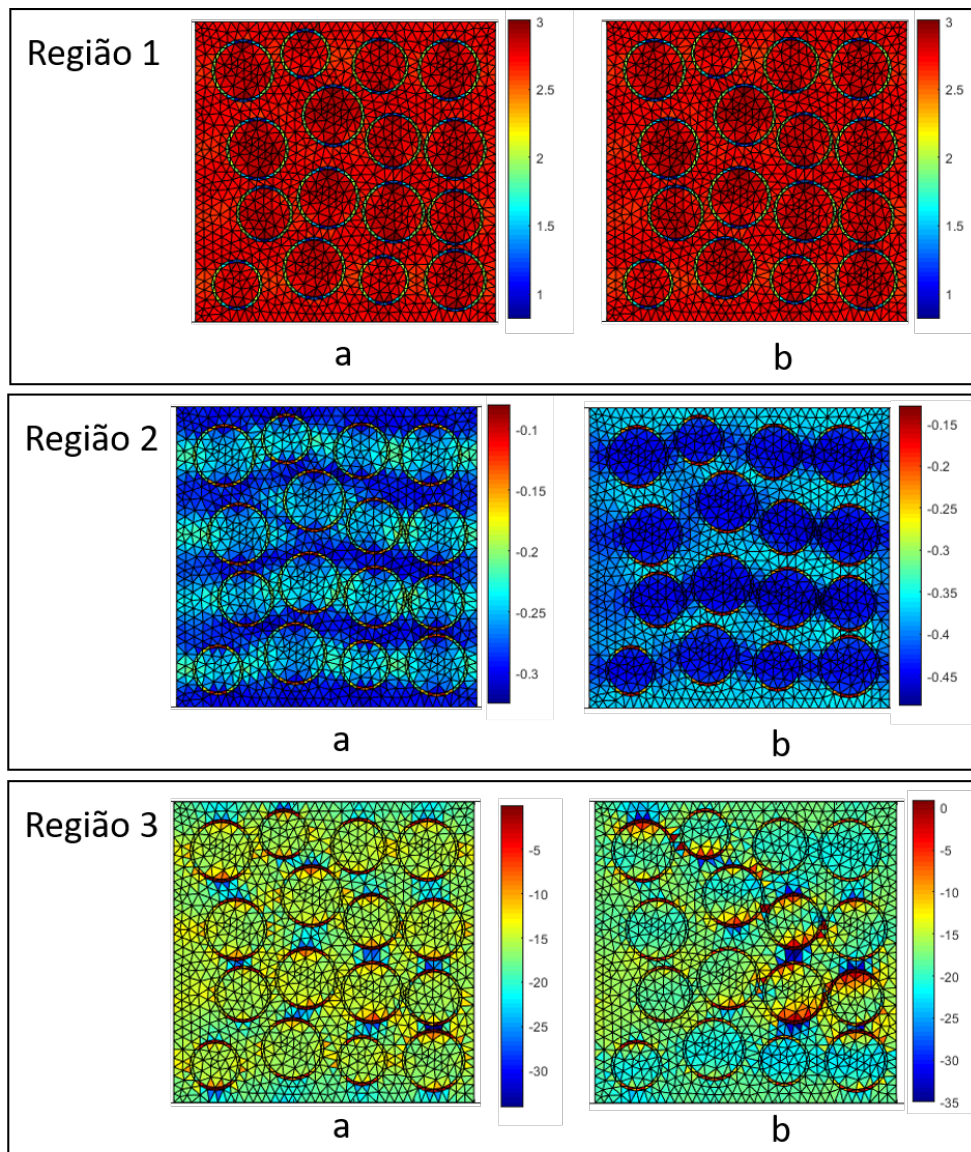
Para o melhor entendimento do que ocorre na microestrutura do EVR, foram separadas três regiões críticas na Figura 45. Na Região 1 que compreende o passo de número 18, quase no ápice do carregamento na tração. Nele mostra a danificação do EVR e as tensões aplicadas nos Elementos do EVR. Na Região 2 que corresponde o passo de número 40 apresenta o momento da inversão do carregamento. Na Região 3 corresponde ao passo de número 180 no final do carregamento à compressão.

A Figura 50 mostra a distribuição das tensões microscópicas na direção  $x$  dos EVRs com Dano de Mazars na ZTI, sem (figura a) e com Recuperação da Rigidez Inicial (figura b), enquanto a Figura 51 ilustra a distribuição de dano desses EVRs. Nesse exemplo, é possível perceber que durante o carregamento (Região 1), não há diferença significativa entre as duas análises, indicando que as tensões e o dano nos elementos finitos se mantêm consistentes. Entretanto, durante o descarregamento (Região 2), observa-se uma discrepância nos valores de tensões.

Durante o carregamento, a tração é a principal causa do dano quantificado. No entanto,

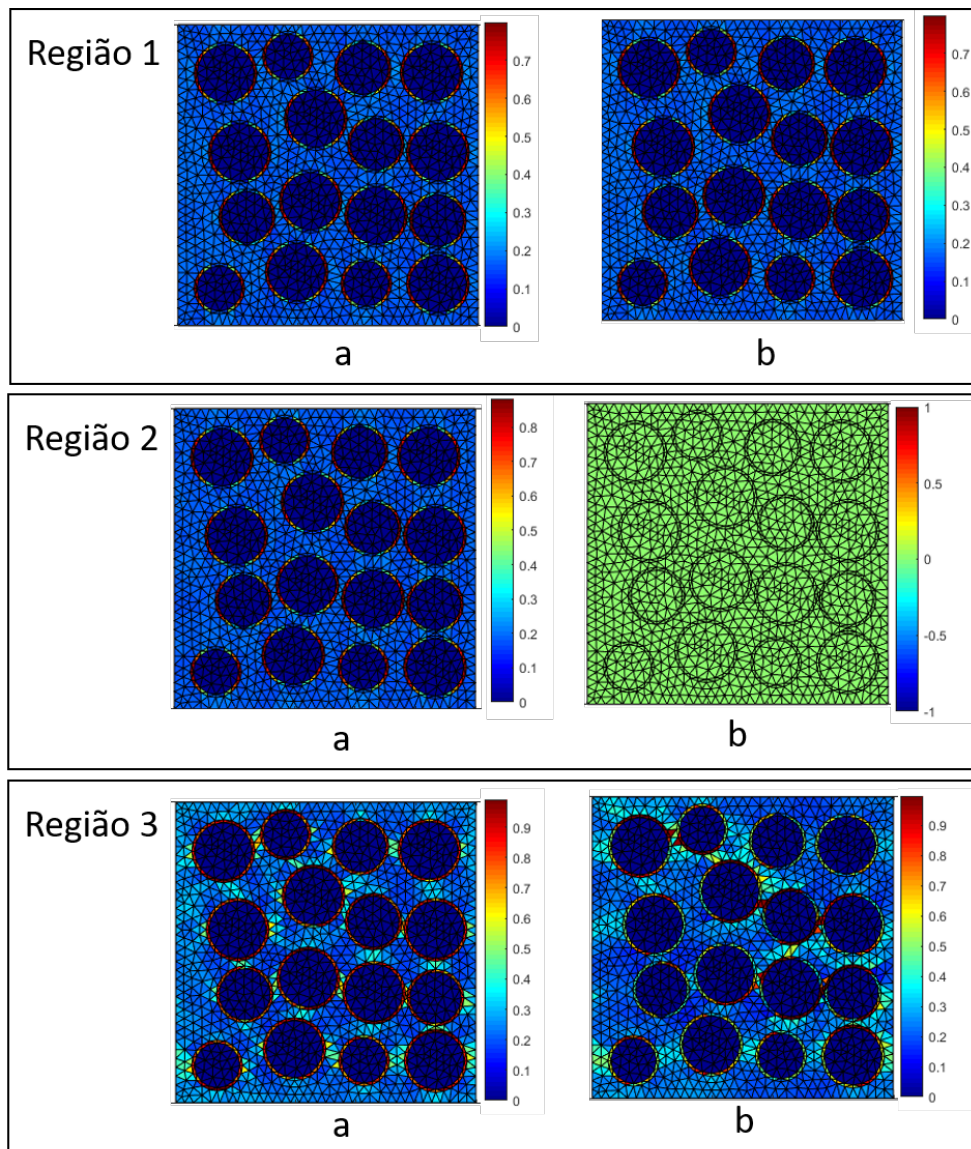
durante o descarregamento, a compressão se torna mais relevante, levando ao início da danificação por compressão. Como resultado, os elementos nas análises sem recuperação da rigidez (exemplos a) apresentam danos mais significativos. Devido ao maior dano, esses elementos não conseguem suportar tensões elevadas, resultando em valores de tensões menores nas análises com recuperação de rigidez (Exemplos b), o que provoca uma resposta macroscópica de tensão homogeneizada maior para o EVR. Na Figura 51, observa-se uma diferença na danificação dos elementos durante o descarregamento, bem como diferenças nos valores de dano e tensão entre as duas análises no último passo, destacando a capacidade de suportar nos valores de dano e tensão entre as duas análises no último passo, destacando a capacidade de suportar maiores tensões quando a recuperação inicial é considerada.

Figura 50 – Distribuição das Tensões na direção  $x$  no EVR nas Regiões: a) Dano de Mazars na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Dano de Mazars na ZTI com a Recuperação de Rigidez



Fonte: Elaboração Própria

Figura 51 – Distribuição de Danos no EVR nas Regiões: a) Dano de Mazars na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Dano de Mazars na ZTI com a Recuperação de Rigidez

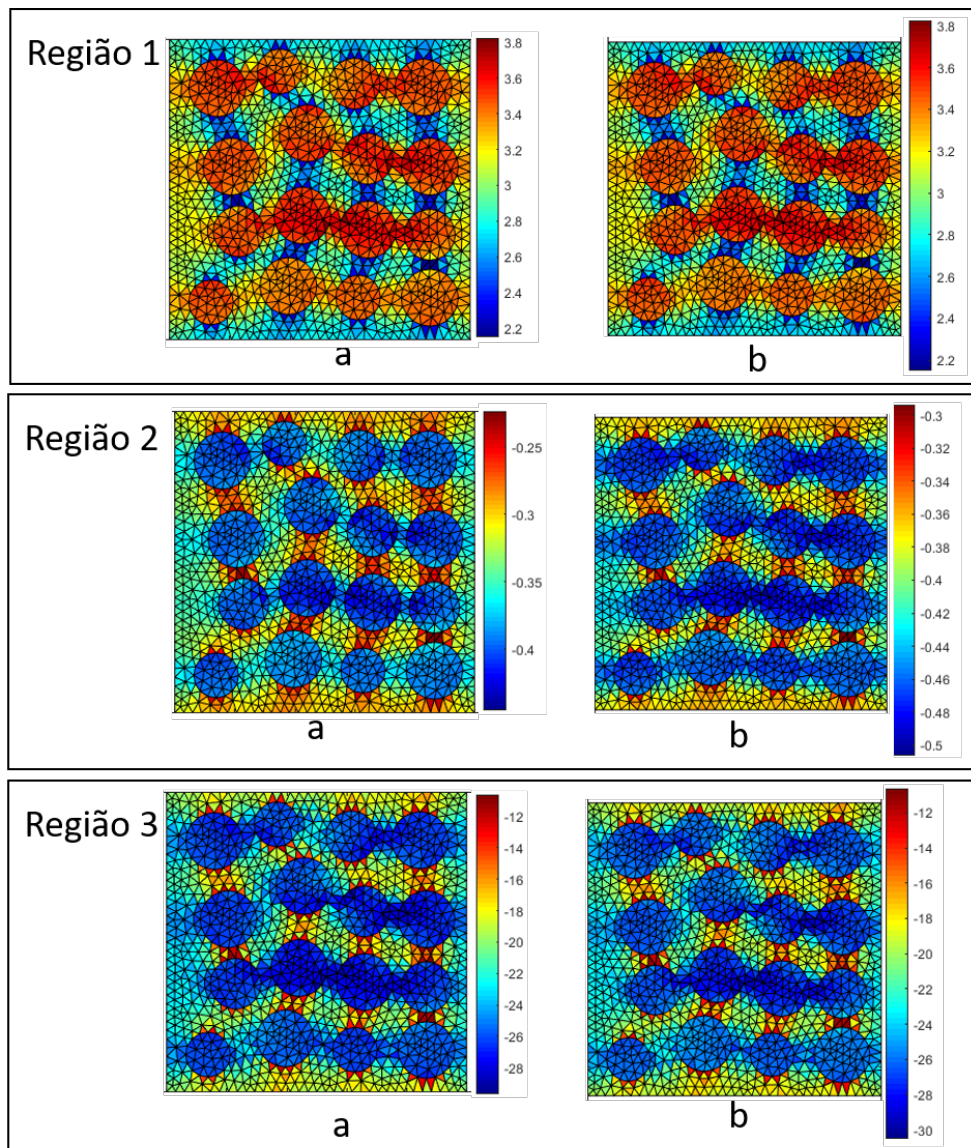


Fonte: Elaboração Própria

A Figura 52 apresenta a comparação entre a distribuição de tensões dos EVRs com elementos de fraturas e de contato na ZTI, com e sem recuperação da rigidez inicial, enquanto a Figura 53 mostra a distribuição de dano nesses EVRs. Na Região 1, observa-se que os valores de carregamento permanecem consistentes. As maiores discrepância ocorreram na Região 2, durante o processado de descarregamento. Nessa região, é evidente que as tensões apresentam valores mais baixos (maior valor de compressão) nas análises sem a recuperação da rigidez. Durante o carregamento, a pasta cimentícia apresenta um valor quantificado de dano, principalmente devido à tração. Por outro lado, durante o descarregamento, a compressão se torna mais significativa, levando ao início da danificação por compressão. No entanto, nesse estágio inicial de compressão, o critério de deformação de referência para a compressão ainda não é atingido. Quanto à ZTI,

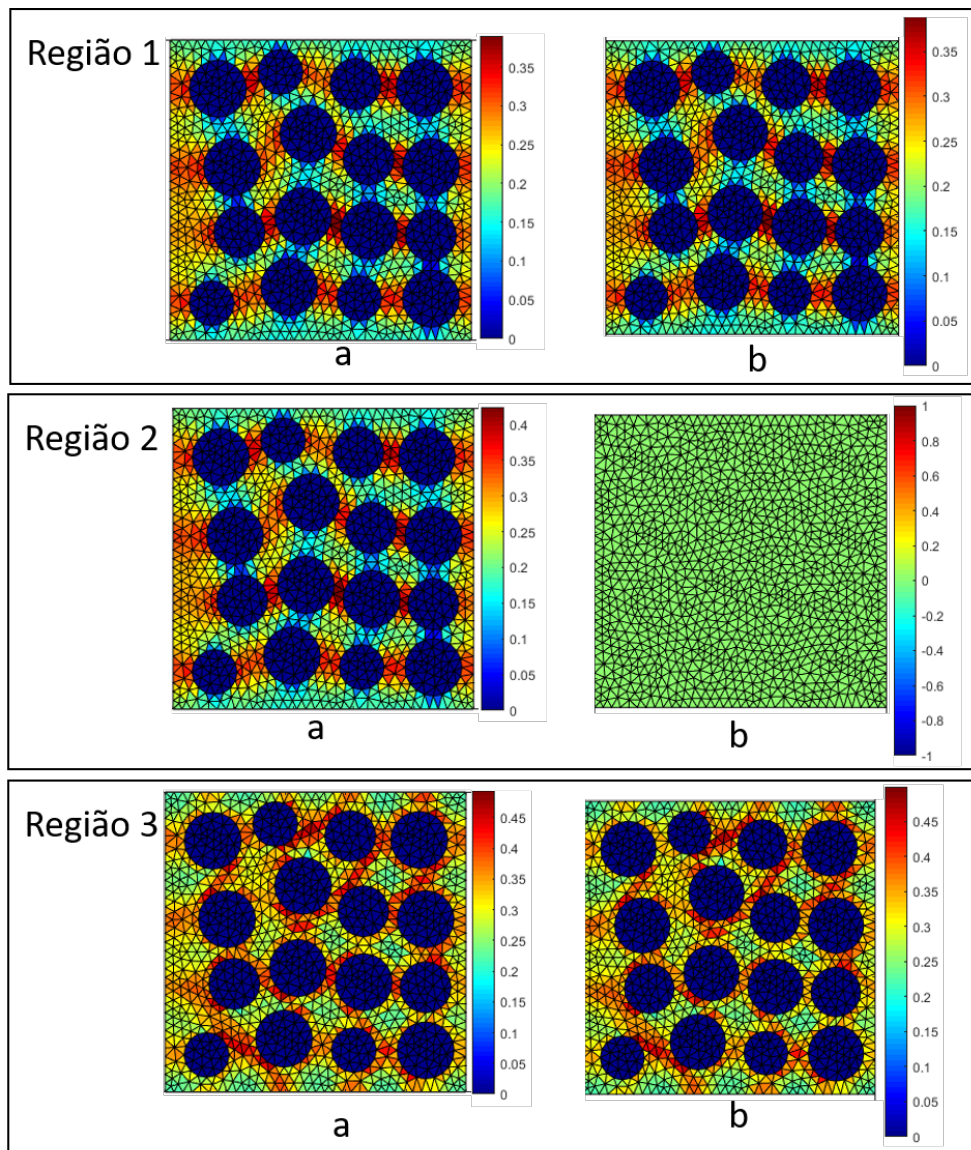
as aberturas dos elementos de contato e fratura coesiva se fecham durante o descarregamento, resultando em uma maior transmissão de tensões entre os agregados e a pasta cimentícia. Na região 3, os gráficos de distribuição de dano permanecem próximos, refletindo na curva de tensão *versus* deformação. Esses valores próximos são justificados devido pela grande deformação na zona de transição, que resultou na falta de transmissão de tensões entre a pasta e os agregados.

Figura 52 – Distribuição das Tensões na direção  $x$  no EVR nas Regiões: a) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI com a Recuperação de Rigidez



Fonte: Elaboração Própria

Figura 53 – Distribuição de Danos no EVR nas Regiões: a) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI sem a Recuperação de Rigidez b) Elementos de Fratura Coesiva e de Contato na ZTI com a Recuperação de Rigidez

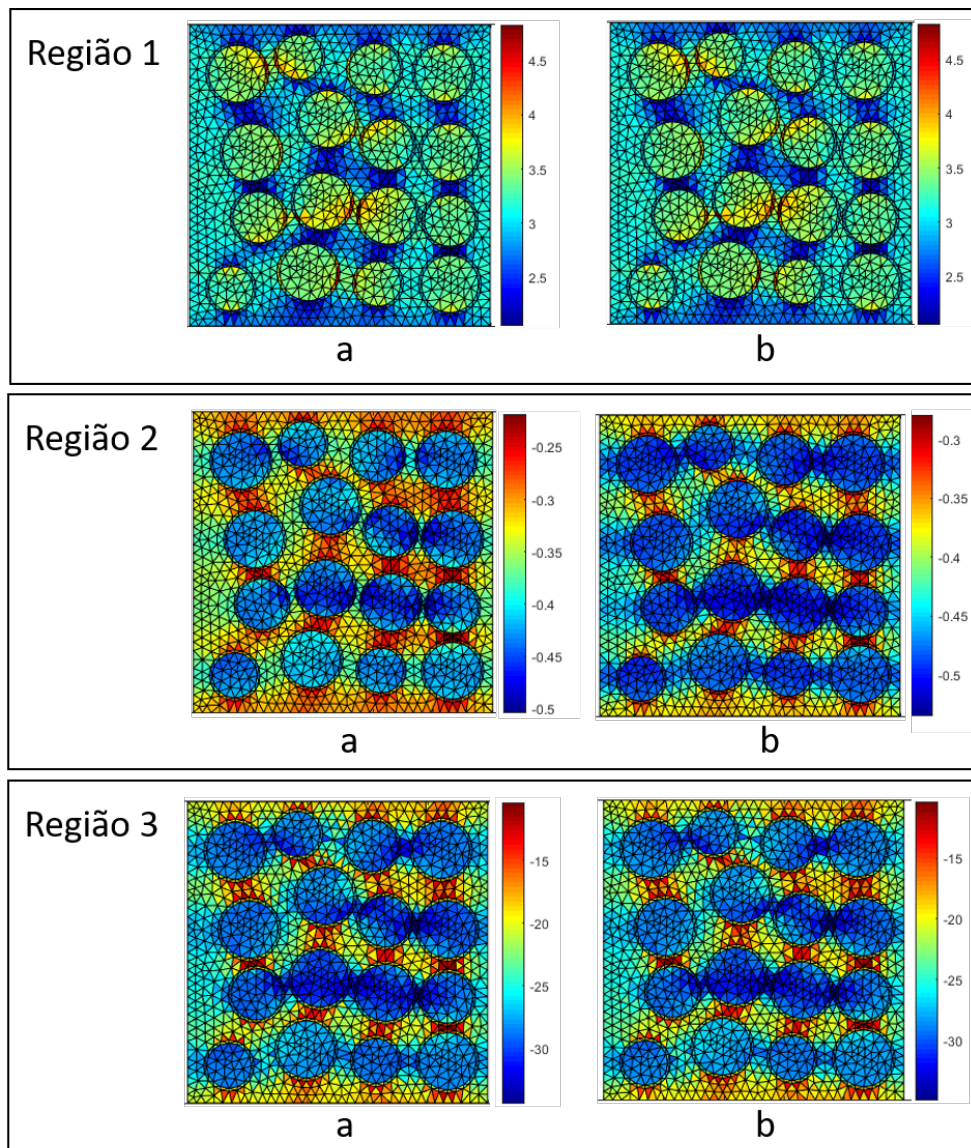


Fonte: Elaboração Própria

A Figura 54 apresenta uma comparação entre a distribuição de tensão dos EVRs na direção  $x$ , com elementos de dano à tração na ZTI, com e sem recuperação da rigidez inicial. Já na Figura 55, é mostrada a distribuição de dano desses EVRs. Assim como em outras representações da zona de transição, este exemplo exhibe valores iguais durante o carregamento de tensão. Contudo, durante o descarregamento (Região 2), os valores de danificação e as maiores tensões na pasta são refletidos nas curvas de tensões e deformações. Como nos exemplos anteriores, durante o carregamento, o valor de quantificado do dano teve por natureza provocada pela tração. Já no descarregamento o valor de compressão se torna mais impactante e, a partir disso a quantificação do dano à compressão começa a ocorrer. Na ZTI, essa mudança na natureza do

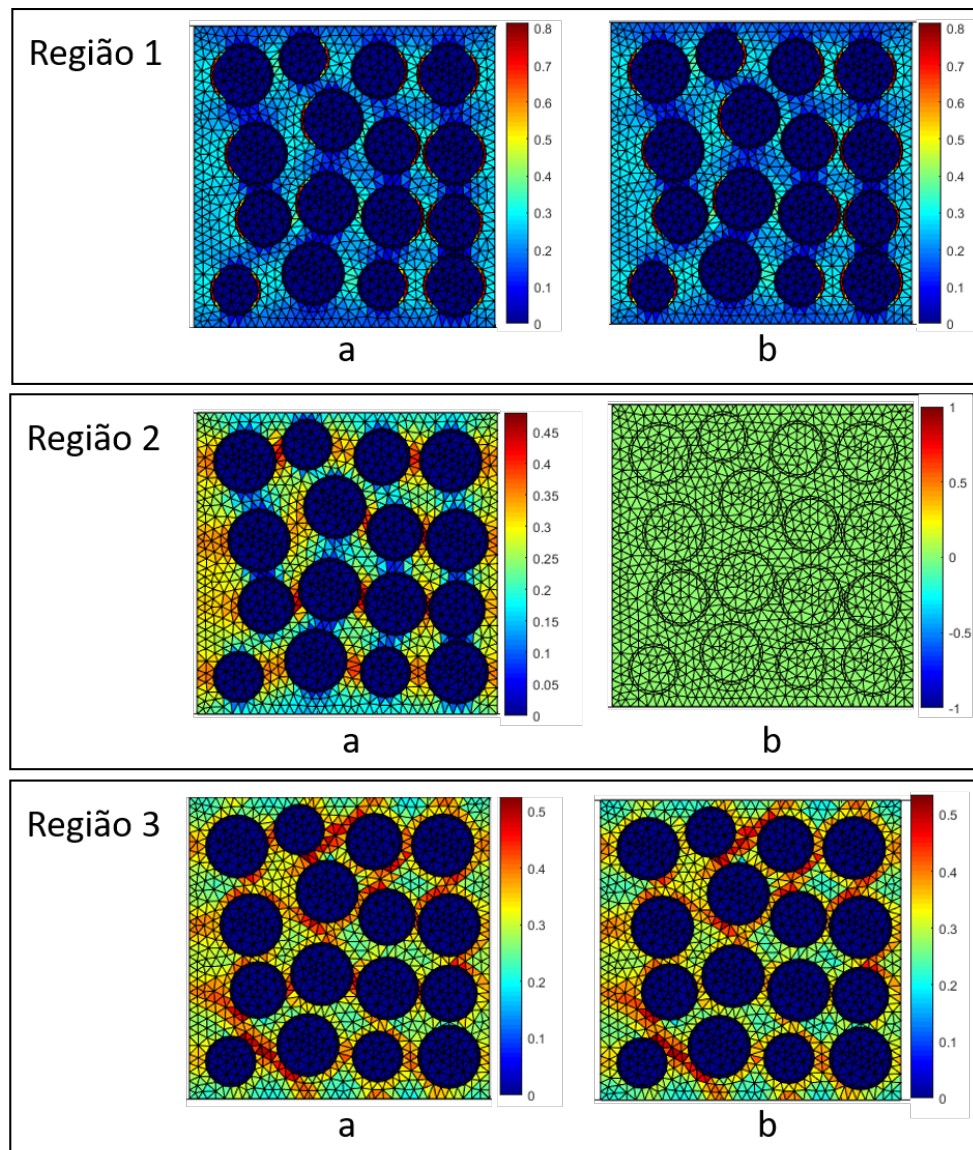
dano é mais perceptível, visto que o elemento tem a formulação de dano à tração, sem previsão para dano à compressão. Observa-se que após o descarregamento e carregamento na região de compressão (Região 3), os valores tanto de tensões quanto de danificação do EVR são próximos. Isso ocorre porque na ZTI não há previsão de danificação quando o EVR é submetido a esse tipo de carregamento.

Figura 54 – Distribuição das Tensões na direção  $x$  no EVR nas Regiões: a) Modelo de Dano à Tração na ZTI sem a Recuperação de Rigidez; b) Modelo de Dano à Tração na ZTI com a Recuperação de Rigidez



Fonte: Elaboração Própria

Figura 55 – Distribuição de Danos no EVR nas Regiões: a) Modelo de Dano à Tração na ZTI sem a Recuperação de Rigidez; b) Modelo de Dano à Tração na ZTI com a Recuperação de Rigidez



Fonte: Elaboração Própria

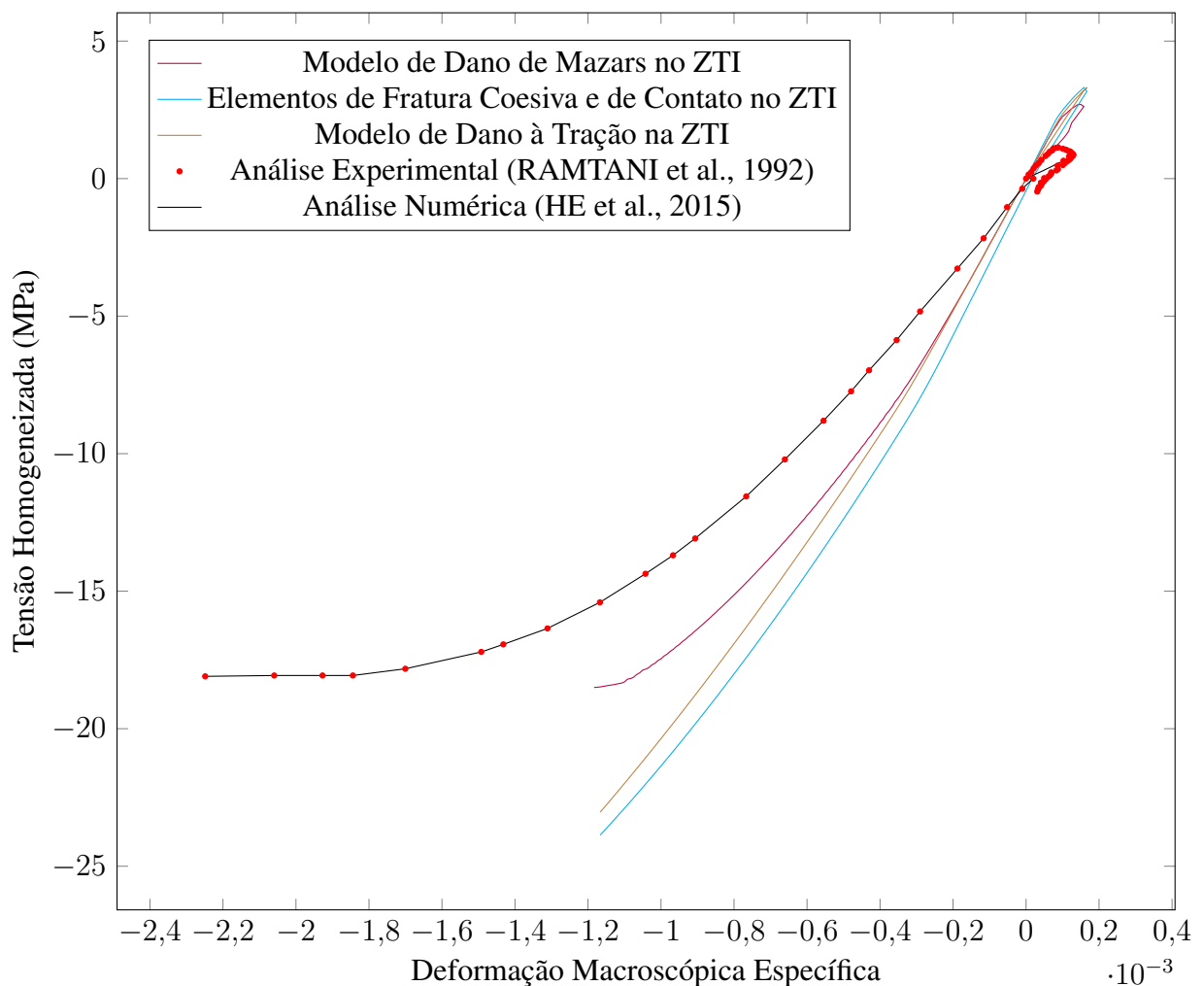
## 5.5 ANÁLISE DO EFEITO UNILATERAL EM COMPARAÇÃO COM O EXPERIMENTAL

Diversas pesquisas adotam abordagens variadas em relação ao efeito unilateral, comparando-o com a abordagem experimental. Entretanto, nenhuma delas se dedica diretamente à avaliação da microestrutura do concreto. Uma forma de verificar a modelagem em efeito unilateral empregada neste trabalho é por meio das respostas homogeneizadas do EVR.

He et al. (2015) realizou uma análise numérica em comparativa com dados experimentais do comportamento do concreto. Ele modelou o efeito unilateral utilizando concreto submetido a tensão uniaxial e comparou os resultados com as respostas experimentais obtidas em um corpo

de prova testado por (RAMTANI et al., 1992). Ao aplicar os dois conjuntos de resultados na curva da Figura 45 sem realizar nenhuma correção nos parâmetros de verificação, obtêm-se as respostas ilustradas na Figura 56. Foram excluídos os valores relacionados às curvas sem recuperação da rigidez inicial.

Figura 56 – Análise do Efeito Unilateral com diferentes modelos de Zona de Transição -Tensão homogeneizada na direção  $x$  versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção  $x$  comparativo com Modelos Experimental apresentado por (RAMTANI et al., 1992) e Análise Numérica de (HE et al., 2015)

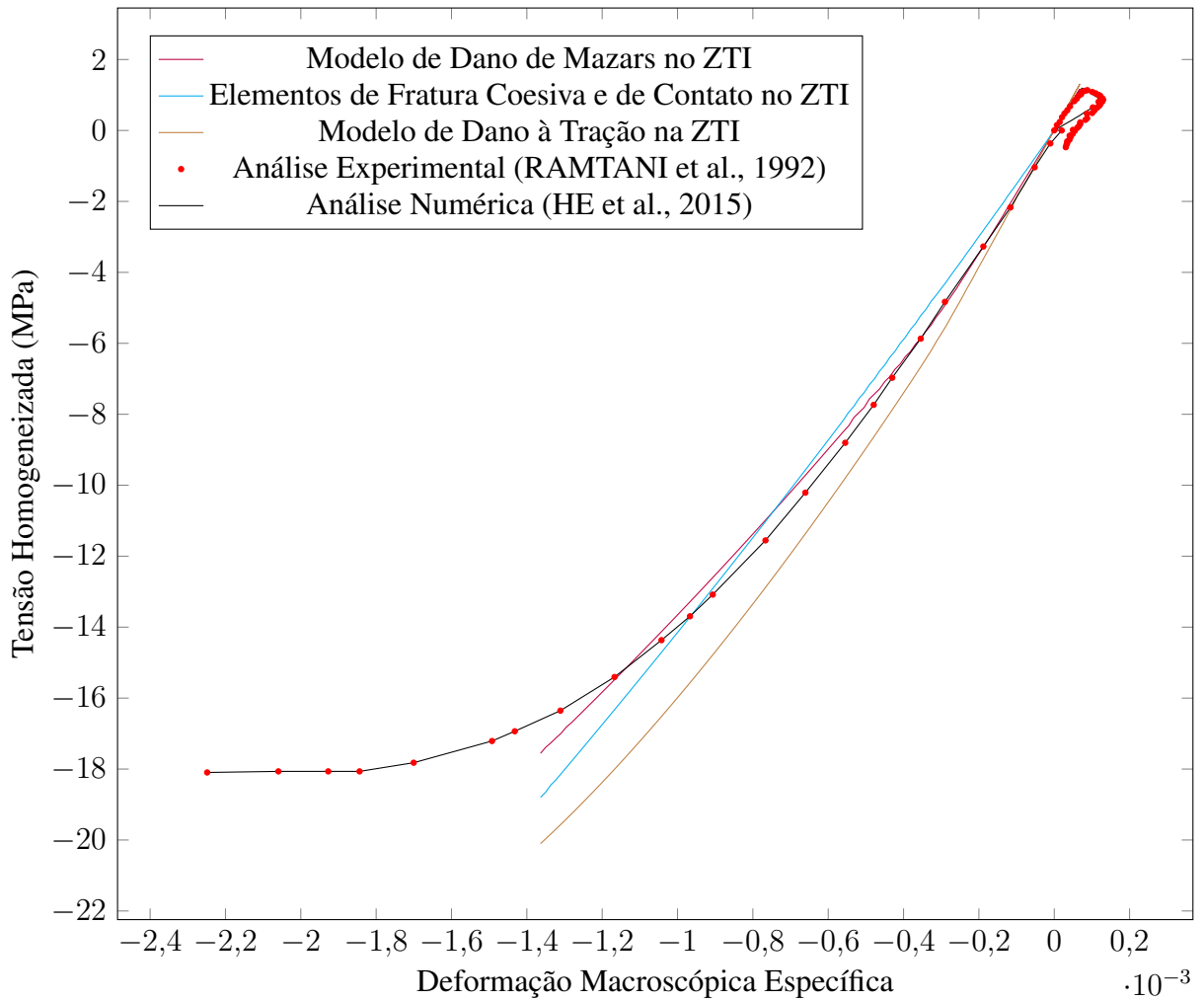


Fonte: Elaboração Própria

Para a identificação paramétrica dos modelos, os parâmetros foram ajustados para capturar de forma mais precisa os efeitos observados. Como as respostas da Figura 56 mostraram-se mais rígidas, He et al. (2015) utilizou um módulo de elasticidade de 16,4 GPa para o concreto, um coeficiente de Poisson ( $\mu$ ) de 0,2 e tensões de escoamento de  $f_t = 1,2$  MPa para a tração e  $f_c = 18,1$  MPa para compressão. Nesse caso, foram reduzidos os valores do Módulo de elasticidade para 16 GPa na Pasta Cimentícia e para 25 GPa para os agregados sendo mostrado os resultados na Figura 57 onde apresenta valores mais próximos da análise experimental

(RAMTANI et al., 1992) e numérica (HE et al., 2015). Os valores próximos a tensões de últimas apresentam certa dificuldade de modelagens já apresentadas em outros exemplos (Conforme Figura 43).

Figura 57 – Análise do Efeito Unilateral com diferentes modelos de Zona de Transição -Tensão homogeneizada na direção  $x$  versus Deformação Macroscópica no EVR na Direção  $x$  comparativo com Modelos Experimental apresentado por (RAMTANI et al., 1992) e Análise Numérica de (HE et al., 2015)



Fonte: Elaboração Própria

## 6 CONCLUSÃO

Esta tese apresenta uma estratégia para analisar o efeito unilateral de microestruturas danificadas dentro de uma abordagem multiescala. A partir da análise multiescala e com as técnicas de homogeneização foi possível estabelecer uma estratégia para abordar esses efeitos nos EVRs, conseguindo capturar de maneira satisfatória as respostas.

Inicialmente, foram comentadas as diferentes formas de abordar a análise do concreto, estabelecendo as várias estratégias utilizadas, como, por exemplo, as teorias fenomenológicas. Dentro das diversas técnicas, destacou-se a abordagem em multiescala, com destaque para capturar os diversos efeitos dissipativos que o concreto apresenta. Com base na pesquisa apurada nos banco de dados aliada a eficiência da técnica de análise de EVR para estudar a microestrutura, justificou-se o estudo abordando a temática sobre Dano Homogeneizado e o estudo sobre o efeito unilateral no concreto por meio de uma modelagem multiescala visto que é objeto de estudo da comunidade científica, mas não possui muitos artigos propostos nas áreas envolvidas.

Ao longo do texto, como parte da formulação teórica, foram apresentadas as técnicas de homogeneização e da abordagem multiescala com base em um método hierárquico e as diversas considerações a respeito do tema. Foram estabelecidas as considerações dos modelos adotados assim como apresentado as diferentes formas de condições de contorno dos Elementos de Volume Representativo.

Foi realizada uma breve análise sobre os Elementos de Volume Representativo, incluindo uma discussão sucinta sobre a Mecânica do Dano. Além disso, foi introduzido o Modelo de Dano de Mazars, o qual tem sido amplamente adotado no estudo do concreto devido à sua fácil implementação. Este modelo apresenta uma variável escalar única de danificação para o material, considerando de maneira independente os efeitos dissipativos de tração e compressão.

Para o estudo da zona de transição foram consideradas diversas técnicas visando capturar a fragilidade da zona. Foi apresentada a formulação de uma teoria a respeito dos Elementos de Fraturas Coesivas e de Contato (PITUBA; NETO, 2015) que já vem mostrando ótimos resultados para representar essa região crítica.

Para outros efeitos comparativos foram feitos uma avaliação da modelagem discreta com uma zona de transição com rigidez menor considerando elementos danificados. Esta estratégia apresentou resultados satisfatórios uma vez que foi possível captar a diferença na capacidade de modelar a transmissão de tensões em torno do agregado. Os menores picos de tensão na zona de transição são explicados pela presença de elementos danificados que reduzem a capacidade de

transmitir as tensões da pasta de cimento para os agregados, diminuindo a resistência do EVR quando comparado ao EVR sem a ITZ danificada. Além disso, foi possível acompanhar uma progressão do dano à medida que a deformação macroscópica aumenta, bem como a nucleação do processo de dano em regiões dentro do EVR.

Essa ideia inspirou a adoção e adaptação do elemento de alta razão de aspecto de Manzoli et al. (2012) para capturar representar a zona de transição onde é adotado o modelo de dano à tração.

Para representar o efeito unilateral nas análises de microestrutura representada nos EVRs, foi considerado o modelo adotado por (RAMTANI et al., 1992) que cita a recuperação da rigidez quando a deformação volumétrica inverte o sinal e assim, as deformações plásticas se anulam. Essa consideração foi capturada em todas as formas de análise dos EVRs mostrando que a análise e método utilizado na zona de transição não influencia na forma de analisar o EVR.

Além da captura dos efeitos unilateral, este trabalho apresentou um modelo de homogeneização de danos baseado no conceito do EVR que foi capaz de considerar todos os efeitos dissipativos do EVR por uma única variável de dano. Esta variável é útil para análises multiescala. Os resultados experimentais foram utilizados para mostrar as capacidades do modelo proposto. Os resultados mostram a boa concordância entre as respostas do modelo experimental e do modelo de homogeneização de danos, sendo os resultados publicados em (BORGES; PITUBA, 2023). Além disso, conclui-se que quando ocorre a localização do dano, o modelo não é capaz de reproduzir a resposta apresentando comportamento de amolecimento.

## 6.1 TRABALHOS FUTUROS

Diversas são as considerações acerca de trabalhos futuros que podem ser estabelecidas. Inicialmente, com base nos modelos de representar os diversos efeitos dissipativos nos concretos, pode-se incluir considerações sobre plasticidade aliado a danificação. Esse assunto já foi debatido por (LUBLINER et al., 1989), mas sem as considerações em multiescala.

A presença de plasticidade e vazios nos EVRs já mostram grande eficácia para representar a região perto do pico de tensão como visto em (SILVA et al., 2022). A incorporação de vazios na formulação pode apresentar uma melhor captura nesse trecho do carregamento, inclusive para reproduzir o efeito de amolecimento, porém um modelo constitutivo empregado na zona da pasta cimentícia que considere os efeitos de localização de dano pode ser algo desejável.

Apesar de apresentar algumas técnicas para se trabalhar na zona de transição, não foi possível determinar as particularidades de cada técnica. Uma sugestão para continuar os

trabalhos é abordar uma análise sobre as diferentes técnicas de representar a ZTI e qual as formas apresentam melhores respostas para o concreto.

No trabalho, foi debatido a adoção do modelo de Alta Razão de Aspecto adaptado para uma análise discreta na Zona de Transição. Porém, inicialmente esse modelo de elemento não foi pensado somente na adoção nessa zona, mas para representar toda a fratura que acontece no EVR. Segue de sugestão a adoção desse modelo em uma forma adaptada ou não para análises conjunta com a abordagem multiescala.

Além da consideração do efeito unilateral já capturado, sugere-se sua adequação para emprego em análises de cargas cíclicas e situações de carregamentos e descarregamentos consecutivos, considerando meio de modelar a fadiga do material não incluída nas análises deste trabalho.

Como aprimoramento do modelo relacionar a localização do dano aliado abertura de trincas com finalidade de verificar o comportamento macroscópico anisotrópico mesmo se for utilizado um modelo de dano isotrópico.

Por fim, segue como sugestão a adoção de uma análise multiescala acoplada as variáveis de dano homogeneizado para garantir ganho e eficiência nas análises complexas.

## Referências

- AL-SHAMIRI, A. K.; KIM, J. H.; YUAN, T.-F.; YOON, Y. S. Modeling the compressive strength of high-strength concrete: An extreme learning approach. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 208, p. 204–219, 2019.
- ALLAM, H.; DUPLAN, F.; AMZIANE, S.; BURTSCHHELL, Y. About the self-sensing behavior of smart concrete and its interaction with the carbon fiber percolation status, sand connectivity status and grain size distribution. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 324, 2022.
- BARENBLATT, G. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. **Advances in Applied Mechanics**, p. 55–129, 1962.
- BAŽANT, Z. P.; OH, B. H. Crack band theory for fracture of concrete. **Matériaux et Constructions**, v. 16, p. 155–177, 1983.
- BERNARD, F.; KAMALI-BERNARD, S.; PRINCE, W. 3d multi-scale modelling of mechanical behaviour of sound and leached mortar. **Cement and Concrete Research**, v. 38, p. 449–458, 2008.
- BITTENCOURT, T. N. **Faturamento do concreto estrutural: Aspectos teóricos, computacionais e experimentais, e suas aplicações**. Tese (Livre Docência). Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 1999. 240 p.
- BLANCO, P. J.; SÁNCHEZ, P. J.; NETO, E. A. de S.; FEIJÓO, R. A. Variational foundations and generalized unified theory of rve-based multiscale models. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 23, p. 191–253, 2016.
- BORDERIE, C. L. Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable: Modélisation et application à l'analyse de structures en béton. p. 1–1, 1991.
- BORDERIE, C. L.; MAZARS, J.; PIJAUDIER-CABOT, G. Response of plain and reinforced concrete structures under cyclic loadings. In: . [S.l.]: American Concrete Institute, 1992. p. 147–172.
- BORGES, D. C. **Estudo e avaliação de uma proposta de modelagem do comportamento micromecânico do concreto**. Dissertação (Mestrado). Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal de Goiás, 2015. 111 p.
- BORGES, D. C.; PITUBA, J. J. de C. Homogenized damage model for brittle materials. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, p. 1–13, 9 2023.
- BORGES, D. C.; QUARESMA, W. M. G.; FERNANDES, G. R.; PITUBA, J. J. C. Evaluation of a proposed model for concrete at mesoscopic scale. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 10, p. 1087–1112, 2017.
- CHEN, H.; XU, B.; MO, Y. L.; ZHOU, T. Behavior of meso-scale heterogeneous concrete under uniaxial tensile and compressive loadings. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 178, p. 418–431, 2018.

- CHEN, H.; XU, B.; WANG, J.; ZHOU, T.; NIE, X.; MO, Y. L. Parametric analysis on compressive strain rate effect of concrete using mesoscale modeling approach. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 246, 2020.
- CIRAK, F.; ORTIZ, M.; PANDOLFI, A. A cohesive approach to thin-shell fracture and fragmentation. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 194, p. 2604–2618, 2005.
- COMI, C.; PEREGO, U. Fracture energy based bi-dissipative damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 38, p. 6427–6454, 2001.
- CONGRO, M.; ROEHL, D.; MEJIA, C. Mesoscale computational modeling of the mechanical behavior of cement composite materials. **Composite Structures**, Elsevier Ltd, v. 257, p. 113–137, 2021.
- CONTRAFATTO, L.; CUOMO, M.; GRECO, L. Meso-scale simulation of concrete multiaxial behaviour. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, Taylor and Francis Ltd., v. 21, p. 896–911, 2017.
- COSTA, C.; STAUT, S.; ILHA, M. Projeto de sistemas prediais hidráulicos sanitários com bim: mapeamento da literatura. **XV Encontro Nacional de Tecnologia do Ambiente Construído**, v. 1, p. 2760–2769, 2014.
- DANESHYAR, A.; HERRMANN, L.; KOLLMANNNSBERGER, S. From ductile damage to unilateral contact via a point-wise implicit discontinuity. **Computational Mechanics**, 2023.
- DELALIBERA, R. G. **Análise teórica e experimental de vigas de concreto armado com armadura de confinamento**. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. 2002, 233 p.
- DIBENEDETTO, E. **Real Analysis**. Birkhäuser Boston, 2002.
- DONG, Y.; WU, S.; XU, S. S.; ZHANG, Y.; FANG, S. Analysis of concrete fracture using a novel cohesive crack method. **Applied Mathematical Modelling**, v. 34, p. 4219–4231, 2010.
- DRUGAN, W.; WILLIS, J. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 44, p. 497–524, 1996.
- DU, C.; LIU, P.; OESER, M. Homogenization of the elastic-viscoplastic damage behavior of asphalt mixtures based on the mesomechanical mori–tanaka method. **Engineering with Computers**, 2022.
- DU, X.; JIN, L.; MA, G. Numerical simulation of dynamic tensile-failure of concrete at meso-scale. **International Journal of Impact Engineering**, v. 66, p. 5–17, 4 2014. ISSN 0734743X.
- DUGDALE, D. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 8, p. 100–104, 1960.
- EFENDIEV, Y.; HOU, T. Y. **Multiscale Finite Element Methods**. [S.l.]: Springer New York, 2009. v. 4. 1-242 p.

- FALCO, A. de; MORI, M.; SEVIERI, G. Mazars' damage model for masonry structures: a case study of a church in italy. *In: COMSOL Conference, Lausanne. 2018.*
- FERNANDES, G.; PITUBA, J.; NETO, E. de S. Multi-scale modelling for bending analysis of heterogeneous plates by coupling bem and fem. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 51, p. 1–13, 2015.
- FLÓREZ-LÓPEZ, J. Calcul simplifié de portiques endommageables. **Revue Européenne des Éléments Finis**, v. 2, p. 47–74, 1993.
- GIUSTI, S.; BLANCO, P.; NETOO, E. de S.; FEIJÓO, R. An assessment of the gurson yield criterion by a computational multi-scale approach. **Engineering Computations**, v. 26, p. 281–301, 2009.
- GIUSTI, S. M. Análise de sensibilidade topológica em modelos constitutivos multiescalas. Tese (Doutorado). Laboratório Nacional de Computação Científica, Rio de Janeiro, Brasil, 2009.
- GONÇALVES, R. **Análise de propagação de fissuras por fadiga em concreto pelo MEF mediante a mecânica do dano contínuo**. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2003.
- GROSS, D.; SEELIG, T. **Fracture Mechanics**. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2006. 544 p.
- \_\_\_\_\_. **Fracture Mechanics: With an Introduction to Micromechanics**. [S.l.]: International Publishing, 2017.
- GURTIN, M. E. **An Introduction to Continuum Mechanics**. 1. ed. [S.l.: s.n.], 1981. v. 158. 1-282 p.
- HALM, D.; DRAGON, A. A model of anisotropic damage by mesocrack growth; unilateral effect. **International Journal of Damage Mechanics**, v. 5, p. 384–402, 1996.
- HAO, Y.; HAO, H. Finite element modelling of mesoscale concrete material in dynamic splitting test. **Advances in Structural Engineering**, Multi-Science Publishing Co. Ltd, v. 19, p. 1027–1039, 2016.
- HE, W.; WU, Y.-F.; XU, Y.; FU, T.-T. A thermodynamically consistent nonlocal damage model for concrete materials with unilateral effects. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 297, p. 371–391, 2015.
- HILL, R. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 11, p. 357–372, 1963.
- HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P.-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v. 6, p. 773–781, 1976.
- HORI, M.; NEMAT-NASSER, S. **Double-inclusion model and overall moduli of multi-phase composites**. 1993. 189-206 p.
- HUANG, Y. J.; YANG, Z. J.; CHEN, X. W.; LIU, G. H. Monte carlo simulations of meso-scale dynamic compressive behavior of concrete based on x-ray computed tomography images. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier Ltd, v. 97, p. 102–115, 11 2016.

- INGLIS, C. E. Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. **Spring Meetings of the Fifty-fourth Session of the Institution of Naval Architects**, p. 219–241, 1913.
- INGRAFFEA, A. R.; GERSTLE, W. H. Non-linear fracture models for discrete crack propagation. In: \_\_\_\_\_. [S.l.]: Springer Netherlands, 1985. p. 247–285.
- JIANG, J.; WANG, F.; GUO, W.; XU, W. Hydraulic transport properties of unsaturated cementitious composites with spheroidal aggregates. **International Journal of Mechanical Sciences**, Elsevier Ltd, v. 212, 2021.
- JIANG, Y.; YANG, H.; TOHGO, K. Three-phase incremental damage theory of particulate-reinforced composites with a brittle interphase. **Composite Structures**, Elsevier Ltd, v. 93, p. 1136–1142, 2011.
- JIN, L.; WANG, T.; JIANG, X. ang; DU, X. Size effect in shear failure of rc beams with stirrups: Simulation and formulation. **Engineering Structures**, Elsevier Ltd, v. 199, 2019.
- JUNIOR, M. W. P. **Identificação paramétrica do concreto simples e reforçado com fibras utilizando computação bioinspirada**. Tese (Doutorado). Unidade Acadêmica Especial de Física e Química, Programa de Pós Graduação em Ciências Exatas e Tecnológicas. Catalão. Universidade Federal de Catalão. Catalão, 2020.
- KACHANOV, L. On the brittle fracture of a thin plastic interlayer in creep conditions. In: \_\_\_\_\_. [S.l.: s.n.], 1984. p. 191–199.
- KACHANOV, L. M. **Introduction to continuum damage mechanics**. [S.l.]: Martinus Nijhoff Publishers, 1958.
- KIM, S.-M.; AL-RUB, R. K. A. Meso-scale computational modeling of the plastic-damage response of cementitious composites. **Cement and Concrete Research**, Elsevier Ltd, v. 41, p. 339–358, 2011.
- LADEVEZE, P.; LEMAITRE, J. Damage effective stress in quasi-unilateral conditions. **The 16th International Cogress of Theoretical and Applied Mechanics, Lyngby, Denmark**, 1984.
- LANOYE, E.; CORMERY, F.; KONDO, D.; SHAO, J. An isotropic unilateral damage model coupled with frictional sliding for quasi-brittle materials. **Mechanics Research Communications**, v. 53, p. 31–35, 2013.
- LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, p. 892–900, 1998.
- LEITE, J. P.; SLOWIK, V.; MIHASHI, H. Computer simulation of fracture processes of concrete using mesolevel models of lattice structures. **Cement and Concrete Research**, v. 34, p. 1025–1033, 2004.
- LEMAITRE, J. How to use damage mechanics. **Nuclear Engineering and Design**, v. 80, p. 233–245, 1984.
- \_\_\_\_\_. A continuous damage mechanics model for ductile fracture. **Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME**, v. 107, p. 83–89, 1985.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. A non-linear model of creep-fatigue damage cumulation and interaction (for hot metallic structures). **Mechanics of visco-elastic media and bodies**, p. 1–1, 1974.

LENS, L. N.; BITTENCOURT, E.; D'AVILA, V. M. Constitutive models for cohesive zones in mixed-mode fracture of plain concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 76, p. 2281–2297, 2009.

LLOBERAS-VALLS, O.; RIXEN, D. J.; SIMONE, A.; SLUYS, L. J. Multiscale domain decomposition analysis of quasi-brittle heterogeneous materials. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 89, p. 1337–1366, 2012.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; ONATE, E. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, p. 299–326, 1989.

LUO, Y. Isotropized voigt-reuss model for prediction of elastic properties of particulate composites. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, p. 1–13, 2021.

\_\_\_\_\_. Improved voigt and reuss formulas with the poisson effect. **Materials**, v. 15, p. 5656, 2022.

LV, T. H.; CHEN, X. W.; CHEN, G. The 3d meso-scale model and numerical tests of split hopkinson pressure bar of concrete specimen. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 160, p. 744–764, 2018.

MAEDO, M. A. **Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando técnica de fragmentação da malha**. 2015. 68 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Faculdade de Engenharia, 2015.

MAJEWSKI, M.; HOLOBUT, P.; KURSA, M.; KOWALCZYK-GAJEWSKA, K. Packing and size effects in elastic-plastic particulate composites: Micromechanical modelling and numerical verification. **International Journal of Engineering Science**, Elsevier Ltd, v. 151, 2020.

MALEKI, M.; RASOOLAN, I.; KHAJEHDEZFULY, A.; JIVKOV, A. P. On the effect of itz thickness in meso-scale models of concrete. **Construction and Building Materials**, The Author(s), v. 258, p. 119639, 2020.

MANZOLI, O. L.; GAMINO, A. L.; RODRIGUES, E. A.; CLARO, G. K. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. **Computers and Structures**, Elsevier Ltd, v. 94-95, p. 70–82, 2012.

MANZOLI, O. L.; MAEDO, M. A.; BITENCOURT, L. A.; RODRIGUES, E. A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, Elsevier Ltd, v. 153, p. 151–170, 2016.

MARIGO, J. Modelling of brittle and fatigue damage for elastic material by growth of microvoids. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 21, p. 861–874, 1985.

MAZARS, J. **Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non lineaire et á la rupture du béton de structure**. 1984. 200 f. Tese (Doutorado). Université Paris 6, 1984.

MAZARS, J.; BERTHAUD, Y.; RAMTANI, S. The unilateral behaviour of damaged concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 35, p. 629–635, 1990.

- MAZARS, J.; PIJAUDIER-CABOT, G. From damage to fracture mechanics and conversely: A combined approach. **International Journal of Solids and Structures**, v. 33, p. 3327–3342, 1996.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais**. [S.l.]: IBRACON, 2014.
- MURAKAMI, S. Mechanical modeling of material damage. **Journal of Applied Mechanics**, v. 55, p. 280–286, 1988.
- NETO, E. A. D. S.; FEIJÓO, R. A. **Variational Foundations of Large Strain Multiscale Solid Constitutive Models: Kinematical Formulation**. [S.l.: s.n.], 2010. 341-378 p.
- ORTIZ, M.; LEROY, Y.; NEEDLEMAN, A. A finite element method for localized failure analysis. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 61, p. 189–214, 1987.
- ORTIZ, M.; PANDOLFI, A. Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 44, p. 1267–1282, 1999.
- PAULA, H. M. D.; RODRIGUES, K. C.; MESQUITA, H. D. C.; EDUARDO, R. C. Mapeamento sistemático de referências do uso do bim na compatibilização de projetos na construção civil. **REEC - Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, v. 13, 2017.
- PITUBA, J. J. C.; NETO, E. A. S. Modeling of unilateral effect in brittle materials by a mesoscopic scale approach. **Computers and Concrete**, CRC Press, v. 15, p. 735–758, 2015.
- PITUBA, J. J. C. **Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto**. 2003. 189 f. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, Escola de engenharia de São Carlos, 2003.
- PITUBA, J. J. C.; FERNANDES, G. R. Anisotropic damage model for concrete. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 137, p. 610–624, 2011.
- PITUBA, J. J. C. **Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo**. 1998. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, Escola de engenharia de São Carlos, 1998.
- RABOTNOV, Y. N. **Crrep problems in structural members**. [S.l.]: North-Holland, 1969.
- RAMESH, G.; SOTELINO, E. D.; CHEN, W. F. Effect of transition zone on elastic moduli of concrete materials. **Cement and Concrete Research**, v. 26, p. 611–622, 1996.
- RAMTANI, S.; BERTHAUD, Y.; MAZARS, J. Orthotropic behavior of concrete with directional aspects: modelling and experiments. **Nuclear Engineering and Design**, v. 133, p. 97–111, 1992.
- REN, X.; CHEN, J.-S.; LI, J.; SLAWSON, T.; ROTH, M. Micro-cracks informed damage models for brittle solids. **International Journal of Solids and Structures**, v. 48, p. 1560–1571, 2011.
- RICHARD, B.; RAGUENEAU, F. Continuum damage mechanics based model for quasi brittle materials subjected to cyclic loadings: Formulation, numerical implementation and applications. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 98, p. 383–406, 2013.

RICHARD, B.; RAGUENEAU, F.; CREMONA, C.; ADELAIDE, L. Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading: Stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 77, p. 1203–1223, 2010.

RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L.; BITENCOURT, L. A.; PRAZERES, P. G. dos; BITENCOURT, T. N. Failure behavior modeling of slender reinforced concrete columns subjected to eccentric load. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 12, p. 520–541, 2015.

RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L.; BITENCOURT, L. A.; BITENCOURT, T. N. 2d mesoscale model for concrete based on the use of interface element with a high aspect ratio. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier Ltd, v. 94-95, p. 112–124, 2016.

SEETHARAM, S.; LALOY, E.; JIVKOV, A.; YU, L.; PHUNG, Q.; PHAM, N.; KURSTEN, B.; DRUYTS, F. A mesoscale framework for analysis of corrosion induced damage of concrete. **Construction and Building Materials**, v. 216, p. 347–361, 2019.

SHAHBEYK, S.; HOSSEINI, M.; YAGHOUBI, M. Mesoscale finite element prediction of concrete failure. **Computational Materials Science**, v. 50, p. 1973–1990, 2011.

SHEN, L.; REN, Q.; XIA, N.; SUN, L.; XIA, X. Mesoscopic numerical simulation of effective thermal conductivity of tensile cracked concrete. **Construction and Building Materials**, v. 95, p. 467–475, 2015.

SILVA, M. J. M.; PITALUGA, C. G.; FERNNADES, G. R.; PITUBA, J. J. de C. Meso-scale modeling of the compressive mechanical behavior of concrete by a rve-based bem formulation. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, p. 1–20, 2022.

SILVA, P. A. B. V. da. **Uma Implementação do Método Estendido dos Elementos Finitos para Análise de Propagação de Fraturas Bidimensionais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Departamento de Engenharia Civil. PUC - RIO, 2015. 1-105 p.

SIMO, J.; JU, J. Strain- and stress-based continuum damage models—i. formulation. **International Journal of Solids and Structures**, v. 23, p. 821–840, 1987.

SKRZYPEK, J. J.; KUNA-CISKAŁ, H. Anisotropic elastic-brittle-damage and fracture models based on irreversible thermodynamics. In: **Anisotropic Behaviour of Damaged Materials**. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, vol 9. Springer, Berlin, Heidelberg., 2003. p. 143–184.

SONG, Z.; LU, Y. Mesoscopic analysis of concrete under excessively high strain rate compression and implications on interpretation of test data. **International Journal of Impact Engineering**, v. 46, p. 41–55, 2012.

SUN, Z.; GARBOCZI, E. J.; SHAH, S. P. Modeling the elastic properties of concrete composites: Experiment, differential effective medium theory, and numerical simulation. **Cement and Concrete Composites**, v. 29, p. 22–38, 2007.

SÁNCHEZ, M.; MANZOLI, O. L.; GUIMARÃES, L. J. Modeling 3-d desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. **Computers and Geotechnics**, v. 62, p. 27–39, 2014.

TAI, W. H. Plastic damage and ductile fracture in mild steels. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 37, p. 853–880, 1990.

- TAL, D.; FISH, J. Stochastic multiscale modeling and simulation framework for concrete. **Cement and Concrete Composites**, Elsevier Ltd, v. 90, p. 61–81, 2018.
- TANG, L.; ZHOU, W.; LIU, X.; MA, G.; CHEN, M. Three-dimensional mesoscopic simulation of the dynamic tensile fracture of concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, Elsevier Ltd, v. 211, p. 269–281, 2019.
- TEIXEIRA, E. C. **Estudo da zona de transição de concretos preparados com metacaulim através de análise nanomecânica**. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia. 2020.
- THILAKARATHNA, P. S.; BADUGE, K. S. K.; MENDIS, P.; VIMONSATIT, V.; LEE, H. **Mesoscale modelling of concrete – A review of geometry generation, placing algorithms, constitutive relations and applications**. [S.l.]: Elsevier Ltd, 2020.
- TRAN, B. V.; PHAM, D. C.; NGUYEN, T. H. Equivalent-inclusion approach and effective medium approximations for elastic moduli of compound-inclusion composites. **Archive of Applied Mechanics**, Springer Verlag, v. 85, p. 1983–1995, 2015.
- TRAWIŃSKI, W.; TEJCHMAN, J.; BOBIŃSKI, J. A three-dimensional meso-scale modelling of concrete fracture, based on cohesive elements and x-ray ct images. **Engineering Fracture Mechanics**, Elsevier Ltd, v. 189, p. 27–50, 2018.
- TRUESDELL, C. **Rational Thermodynamics**. Springer New York, 1969.
- TU, J.; LI, D.; GUO, S.; LI, C.; WANG, H. Damage constitutive model including tension-compression conversion for dam concrete under dynamic cyclic loading. **Shuili Xuebao/Journal of Hydraulic Engineering**, v. 52, p. 927–935, 2021.
- UNGER, J. F.; ECKARDT, S. Multiscale modeling of concrete. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 18, p. 341–393, 2011.
- WRIGGERS, P.; MOFTAH, S. Mesoscale models for concrete: Homogenisation and damage behaviour. **Finite Elements in Analysis and Design**, Elsevier, v. 42, p. 623–636, 2006.
- WU, J.-Y.; CERVERA, M. A novel positive/negative projection in energy norm for the damage modeling of quasi-brittle solids. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier Ltd, v. 139-140, p. 250–269, 2018.
- WU, Z.; CUI, W.; FAN, L.; LIU, Q. Mesomechanism of the dynamic tensile fracture and fragmentation behaviour of concrete with heterogeneous mesostructure. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 217, p. 573–591, 2019.
- XU, L.; HUANG, Y.; ZHAO, C.; HA, S. K. Progressive failure prediction of woven fabric composites using a multi-scale approach. **International Journal of Damage Mechanics**, v. 27, p. 97–119, 2018.
- XU, Y.; CHEN, S. A method for modeling the damage behavior of concrete with a three-phase mesostructure. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 102, p. 26–38, 2016.
- YANG, C. Effect of the transition zone on the elastic moduli of mortar. **Cement and Concrete Research**, v. 28, p. 727–736, 1998.

ZHANG, J.; WANG, Z.; YANG, H.; WANG, Z.; SHU, X. 3d meso-scale modeling of reinforcement concrete with high volume fraction of randomly distributed aggregates. **Construction and Building Materials**, Elsevier Ltd, v. 164, p. 350–361, 2018.

ZHENG, Z.; WEI, X.; TIAN, C. Mesoscale models and uniaxial tensile numerical simulations of concrete considering material heterogeneity and spatial correlation. **Construction and Building Materials**, v. 312, p. 125428, 2021.

ZHOU, X.; HAO, H. Mesoscale modelling of concrete tensile failure mechanism at high strain rates. **Computers and Structures**, v. 86, p. 2013–2026, 2008.

ZHU, Q.; SHAO, J.; KONDO, D. A micromechanics-based thermodynamic formulation of isotropic damage with unilateral and friction effects. **European Journal of Mechanics - A/Solids**, v. 30, p. 316–325, 2011.

ZHU, Q. Z.; KONDO, D.; SHAO, J. F. Homogenization-based analysis of anisotropic damage in brittle materials with unilateral effect and interactions between microcracks. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 33, p. 749–772, 2009.

## Apêndices

## APÊNDICE A – MECÂNICA DO DANO E VARIÁVEIS DE DANO

### A.1 Estado Plano de Tensão e Lei de Hooke Generalizada de um Material Danificado

Analisar materiais em três dimensões se torna uma tarefa difícil devido as várias variáveis que surgem. Alguns casos é possível realizar uma simplificação que pode-se reduzir um problema tridimensional para um problema bidimensional, se tornando mais viável de resolver. Uma das simplificações é quando toda a tensão que acontece no material estão no mesmo plano. Na Teoria da Elasticidade, essa simplificação é chamada de Estado Plano de Tensão.

O estado plano de tensão ocorre tipicamente em placas finas sujeitas apenas a forças de cargas paralelas a elas. Em certas situações, uma placa ligeiramente curvada pode ser assumida como tendo estado plano de tensão para propósitos de análise de tensões.

Matematicamente, a tensão em qualquer ponto do material está em estado plano de tensão se uma das três tensões principais (os valores próprios do tensor das tensões de Cauchy) é zero, isto é, o tensor de tensões no sistema de coordenadas cartesiano é dado por

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \equiv \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Mais genericamente, se se escolhem as duas primeiras coordenadas arbitrariamente, mas perpendiculares à direção de tensão zero, o tensor de tensões terá a forma,

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

Seguindo os conceitos da Lei de Hooke Generalizada onde é possível descrever a matriz de rigidez usando apenas duas variáveis ( $E$  e  $\nu$ ) e usando os conceitos da mecânica de dano e principio da equivalência (equação 109), as deformações podem ser expressas em termos de tensões sobrepondo o efeito das tensões individuais. A deformação  $\varepsilon_x$  na direção  $x$  devido à tensão  $\sigma_x$  é igual a  $\sigma_x \bar{E}$  onde  $\bar{E}$  é o módulo de elasticidade no meio danificado. A deformação  $\varepsilon_y$  devido à tensão  $\sigma_y$  é igual a  $\frac{-\nu \sigma_y}{\bar{E}}$  onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. A tensão de cisalhamento

$\tau_{xy}$  não produz nenhuma deformação normal nas direções  $x$ ,  $y$ . Assim a deformação resultante na direção  $x$ ,  $y$  e  $z$ :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{\bar{E}}(\sigma_x - \nu\sigma_y) = \frac{1}{(1-D)E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{\bar{E}}(\sigma_y - \nu\sigma_x) = \frac{1}{(1-D)E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \\ \varepsilon_z &= -\frac{\nu}{\bar{E}}(\sigma_x + \sigma_y) = -\frac{\nu}{(1-D)E}(\sigma_x + \sigma_y)\end{aligned}\quad (\text{A.3})$$

A deformação de cisalhamento  $\gamma_{xy}$  é a diminuição no ângulo entre as faces  $x$  e  $x$  do elemento e está relacionada com a tensão de cisalhamento pela lei de Hooke em cisalhamento da seguinte maneira:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (\text{A.4})$$

As duas primeiras expressões da equação A.3 podem ser resolvidas simultaneamente para as tensões em termos das deformações:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\bar{E}}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = \frac{(1-D)E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{\bar{E}}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = \frac{(1-D)E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)\end{aligned}\quad (\text{A.5})$$

As equações A.4 e A.5 são conhecidas como a Lei de Hooke Generalizada para Estado Plano de Tensão. Elas contêm relações entre as constantes dos materiais da seguinte forma:

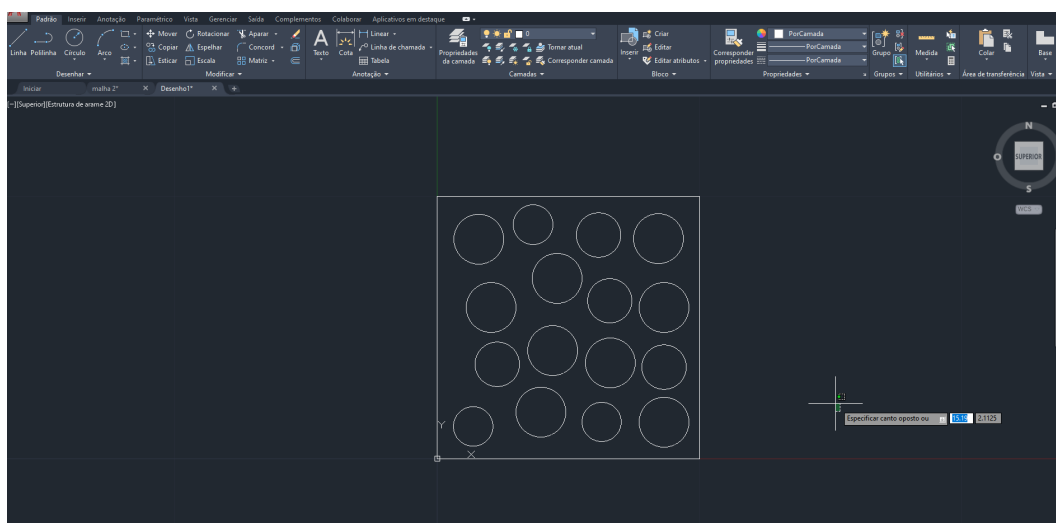
$$\begin{aligned}G &= \frac{\bar{E}}{2(1+\nu)} = \frac{(1-D)E}{2(1+\nu)} \\ K &= \frac{\bar{E}}{3(1-2\nu)} = \frac{(1-D)E}{3(1-2\nu)}\end{aligned}\quad (\text{A.6})$$

onde  $G$  é o módulo de elasticidade no cisalhamento e  $K$  é o módulo de elasticidade volumétrica.

## APÊNDICE B – CRIAÇÃO DAS MALHAS DOS EVRS

Para gerar uma malha dos EVR utiliza um programa inicialmente para o desenho do EVR como *AutoCad*. Nesse programa, desenha a sua malha utilizando a geometria mais adequada com círculo e polilinhas.

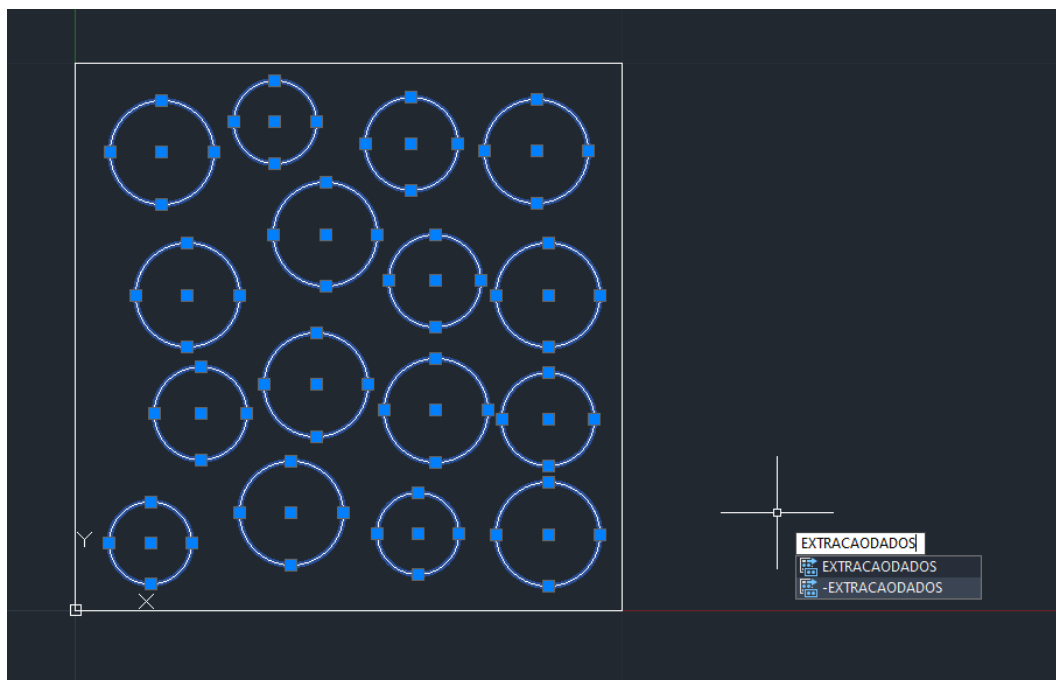
Figura B.1 – Desenho do EVR



Fonte: Elaboração Própria

Para extrair os dados utiliza o comando do *Autocad* “Extração de Dados” – *EXTRACADADOS* selecionando os elementos internos do EVR (Nesse exemplo os círculos).

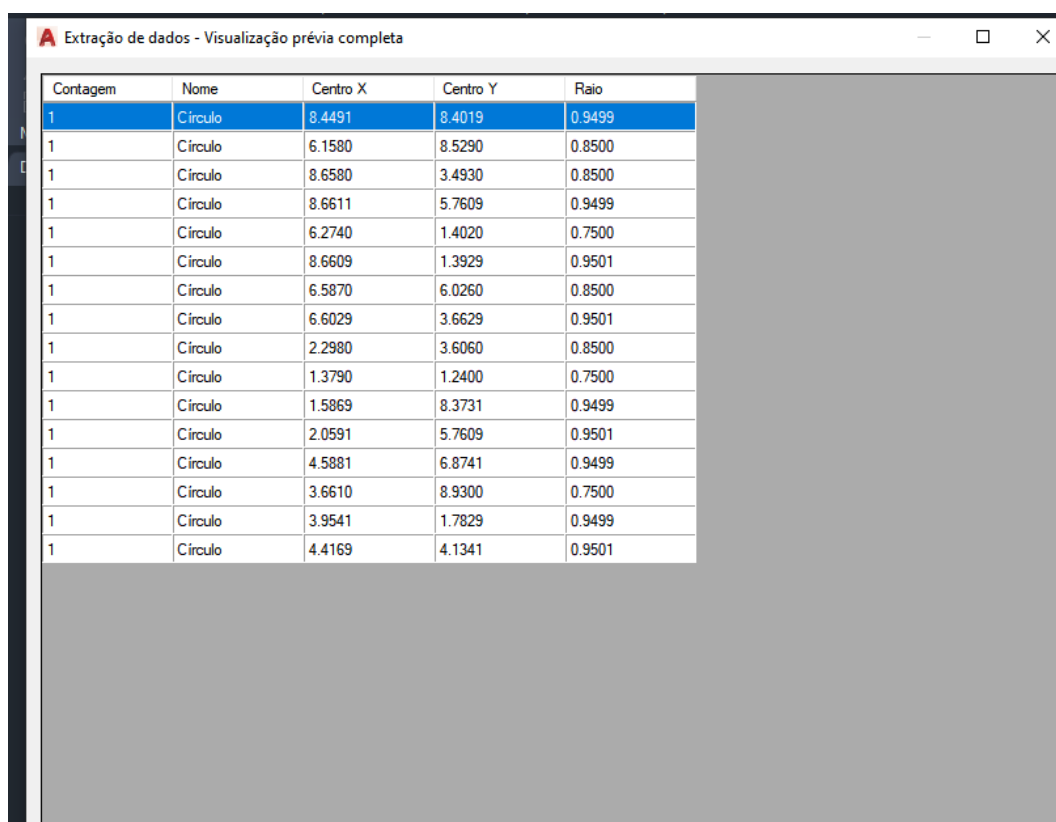
Figura B.2 – Extração dos Dados



Fonte: Elaboração Própria

Com a Janela aberta, cria uma nova extração de dados, seleciona os objetos no desenho atual e extrai os dados "Posição X, Posição Y, Raio". Após obter esses dados do desenho, passa-se a usar o programa *Ansys* para gerar a malha de Elementos Finitos.

Figura B.3 – Extração de Dados (Geometria das Formas)



The screenshot shows a software window with the title bar 'Extração de dados - Visualização prévia completa'. Inside the window, there is a table with five columns: 'Contagem', 'Nome', 'Centro X', 'Centro Y', and 'Raio'. The table contains 17 rows of data, all representing circles. The first row is highlighted in blue.

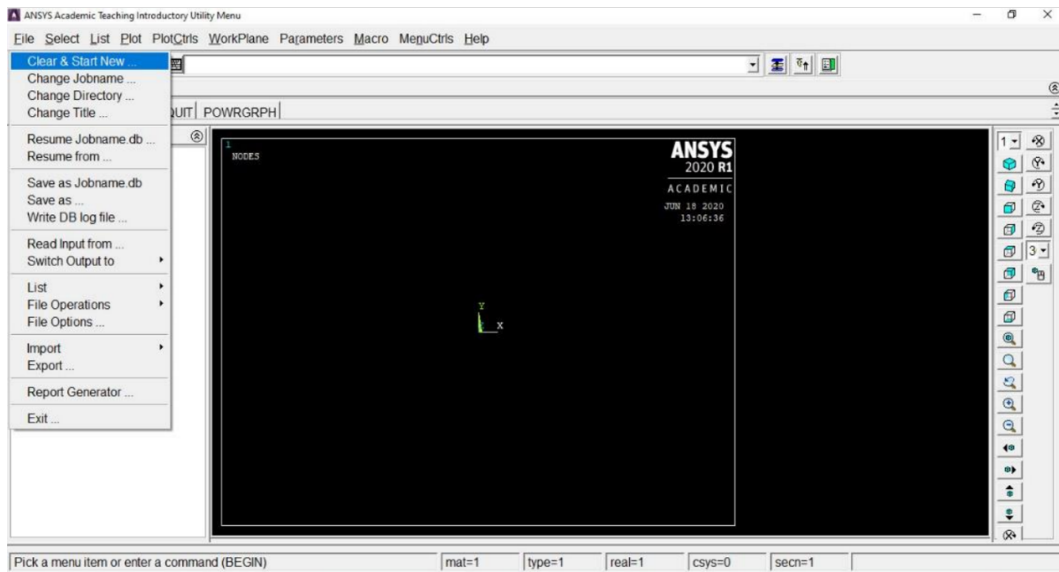
Contagem	Nome	Centro X	Centro Y	Raio
1	Círculo	8.4491	8.4019	0.9499
1	Círculo	6.1580	8.5290	0.8500
1	Círculo	8.6580	3.4930	0.8500
1	Círculo	8.6611	5.7609	0.9499
1	Círculo	6.2740	1.4020	0.7500
1	Círculo	8.6609	1.3929	0.9501
1	Círculo	6.5870	6.0260	0.8500
1	Círculo	6.6029	3.6629	0.9501
1	Círculo	2.2980	3.6060	0.8500
1	Círculo	1.3790	1.2400	0.7500
1	Círculo	1.5869	8.3731	0.9499
1	Círculo	2.0591	5.7609	0.9501
1	Círculo	4.5881	6.8741	0.9499
1	Círculo	3.6610	8.9300	0.7500
1	Círculo	3.9541	1.7829	0.9499
1	Círculo	4.4169	4.1341	0.9501

Fonte: Elaboração Própria

### B.1 Geração da Malha de Elementos Finitos

Para qualquer análise utilizando o *Ansys* deve ser feita uma configuração inicial na janela *File*, onde é nomeado o arquivo e definido seu local de salvamento, sendo necessário configurar as 4 primeiras linhas: *Clear & Start New*; *Change Jobname*; *Change Directory* e *Change Title*.

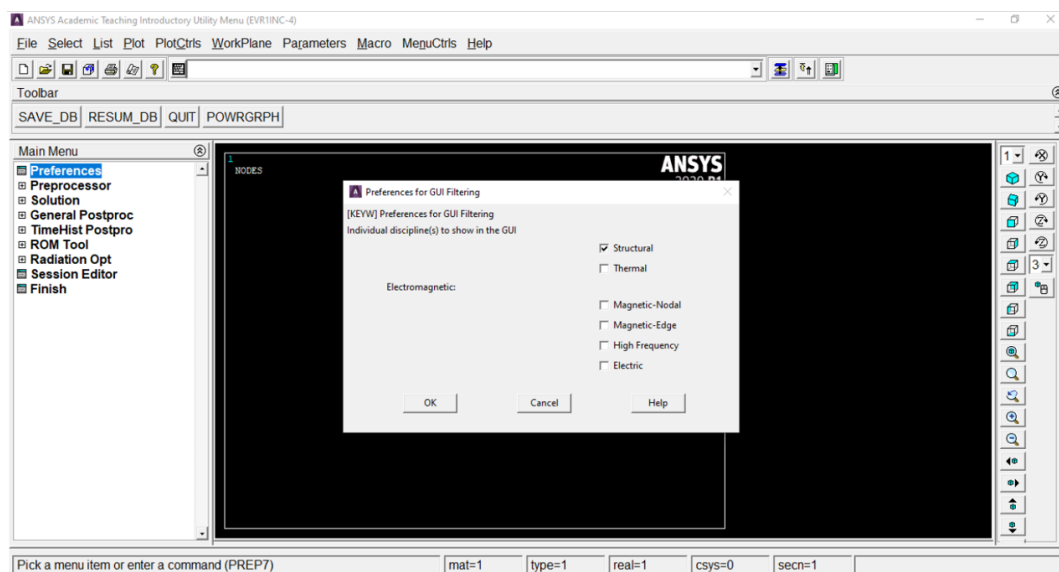
Figura B.4 – Nomeação e Local de Salvamento do Arquivo da Malha



Fonte: Elaboração Própria

Em seguida, deve ser definida o tipo de análise com as opções *Preferences* e *Structural*.

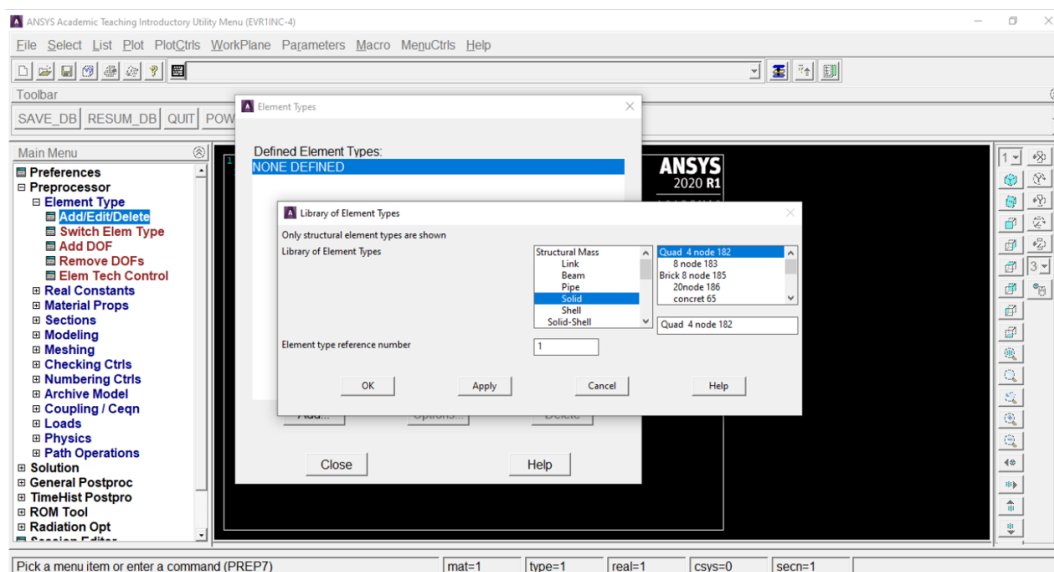
Figura B.5 – Tipo de Análise



Fonte: Elaboração Própria

Deve ser determinado o tipo de elemento, que para a criação da malha será o elemento *PLANE182*, através do seguinte caminho: *Preprocessor - Element Type - Add/Edit/Delete - Add - Solid - Quad 4 node 182*.

Figura B.6 – Tipo de Elemento



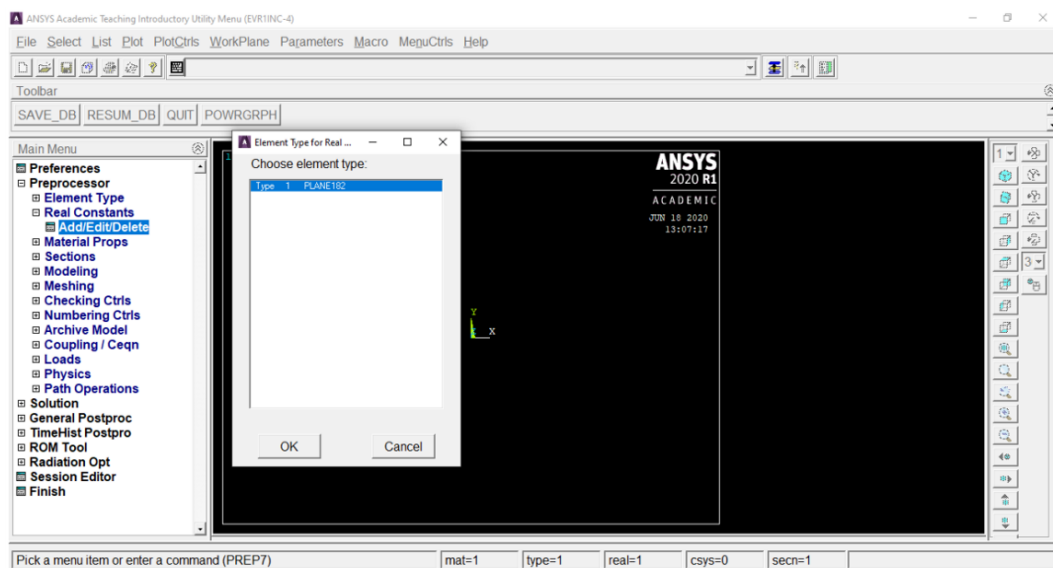
Fonte: Elaboração Própria

Depois de definir o elemento, em *Options* as seguintes janelas devem estar assinaladas.

Figura B.7 – Configuração do Elemento *PLANE182*

Fonte: Elaboração Própria

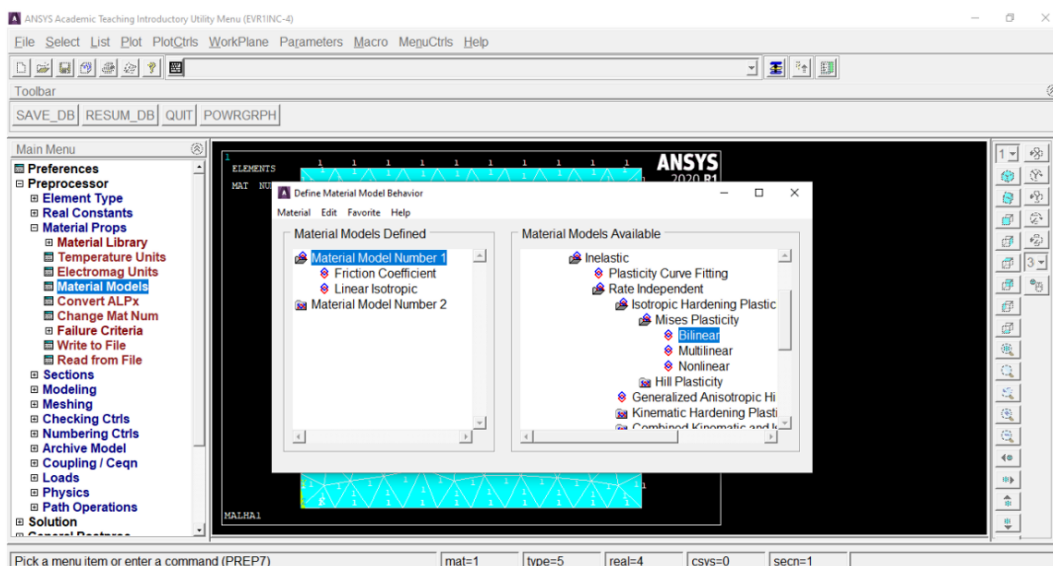
Em seguida, ainda em *Preprocessor* deve-se adicionar o elemento *Type 1* através de *Real Constants - Add/Edit/Delete*.

Figura B.8 – Configuração de *Real Constants*

Fonte: Elaboração Própria

Próximo passo é definido os materiais no EVR. Inicialmente define-se a Matriz através do seguinte caminho *Preprocessor - Material Props - Material Models - Structural - Nonlinear - Inelastic - Rate Independent - Isotropic Hardening Plastic - Mises Plasticity - Bilinear*.

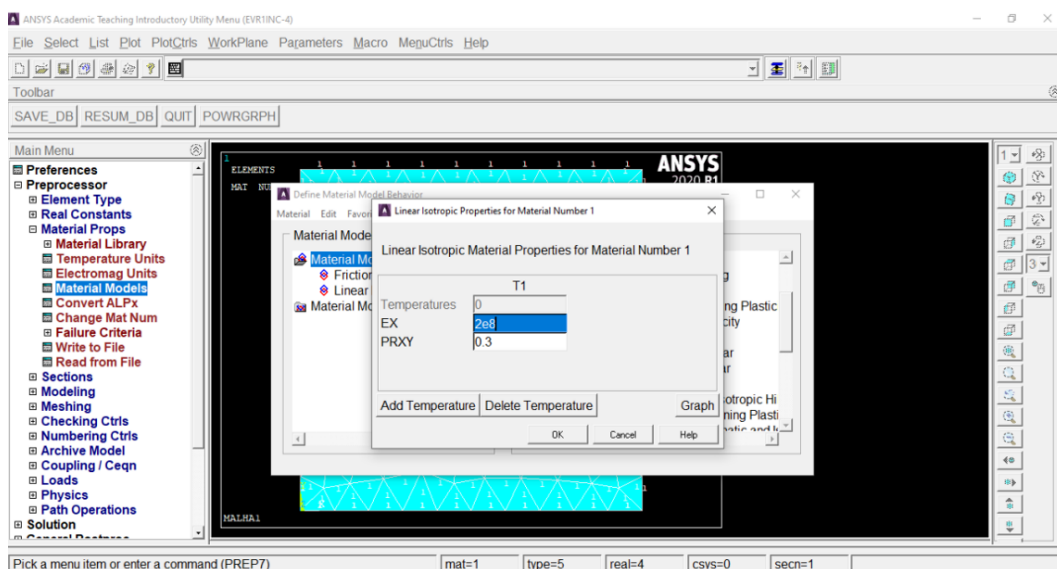
Figura B.9 – Material da Matriz



Fonte: Elaboração Própria

Depois disso, devem ser definidos os parâmetros desse material (Módulo de Young e Coeficiente de Poisson).

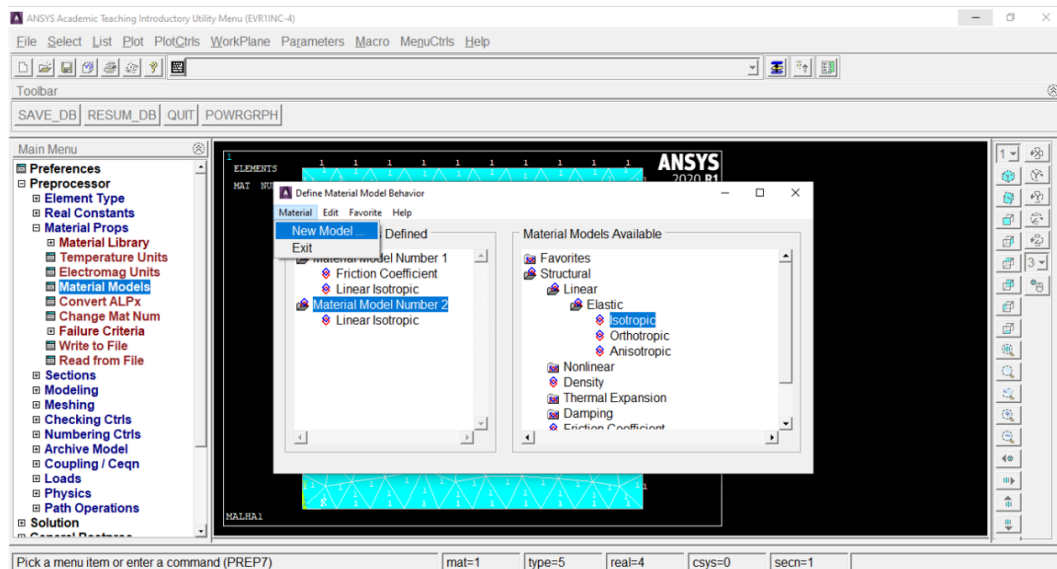
Figura B.10 – Parâmetro da Matriz



Fonte: Elaboração Própria

Para a inserção do material da inclusão, ainda em *Material Models*, deve ser selecionado *New Model*, e como a inclusão é definida como sendo elástica deve-se admitir *Structural - Linear - Elastic - Isotropic*. Em seguida, é aberta uma janela para definir seus parâmetros, similar ao que foi feito para a matriz.

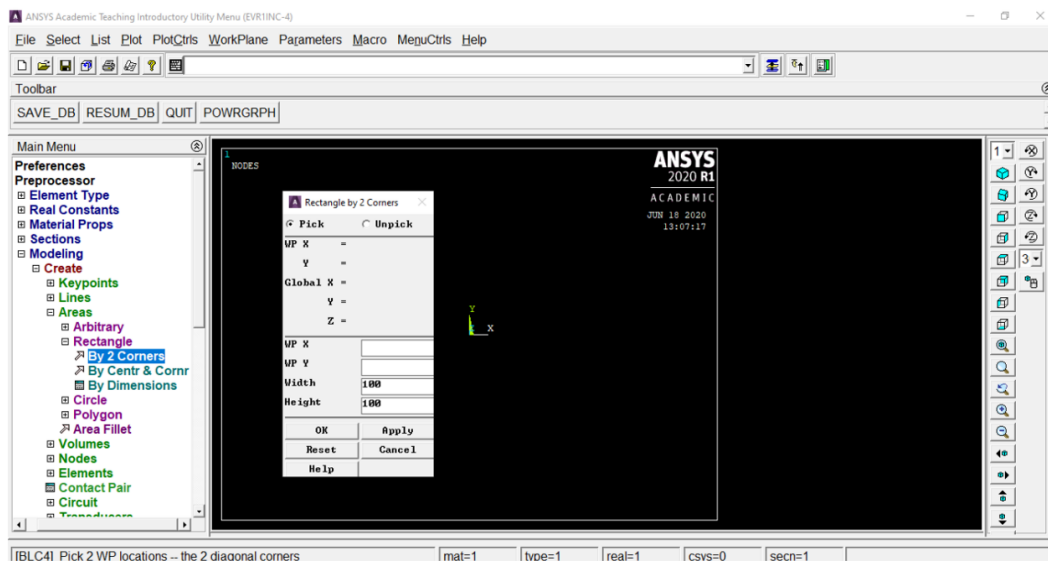
Figura B.11 – Material da Inclusão



Fonte: Elaboração Própria

Depois das definições mostradas anteriormente, deve-se começar a modelagem da malha com a criação das áreas, seguindo o caminho: *Preprocessor - Modeling - Create - Areas - Rectangle - By 2 Corners* e preenchendo os campos *Width* e *Height*.

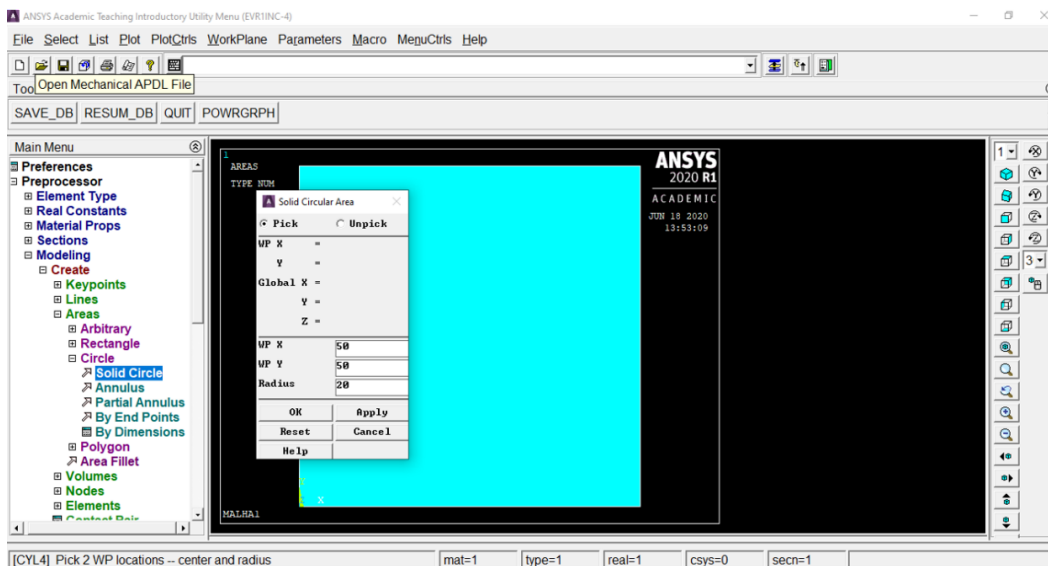
Figura B.12 – Modelagem da Malha



Fonte: Elaboração Própria

Após definido o retângulo que representa o EVR, devem ser definidas as inclusões, que para esse exemplo é apenas uma e tem formato circular. O caminho é: *Preprocessor - Modeling - Create - Areas - Circle - Solid Circle* e para criá-lo deve-se definir a posição de seu centro em X e em Y, além de seu raio.

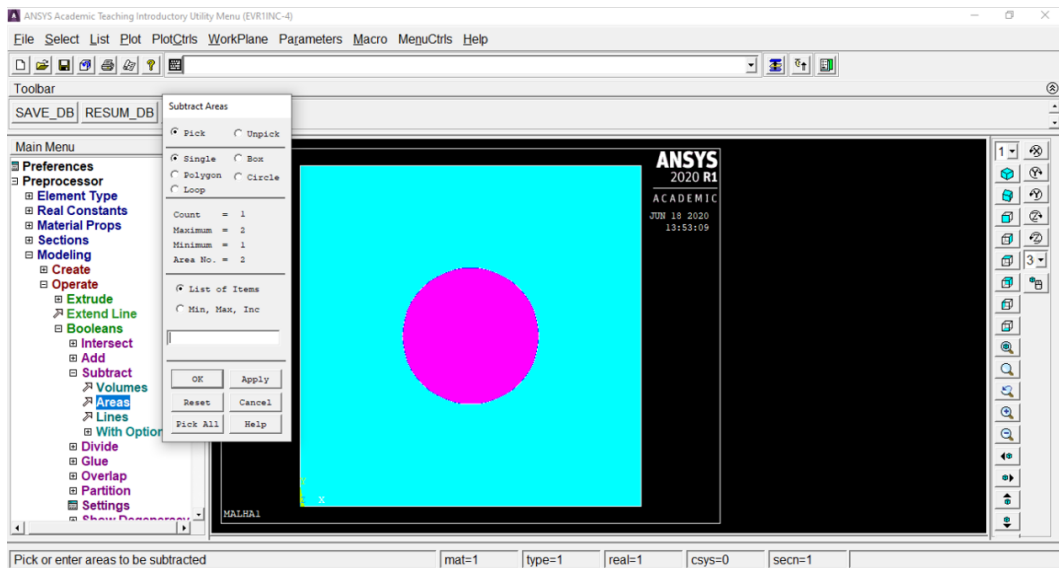
Figura B.13 – Modelagem da Inclusão



Fonte: Elaboração Própria

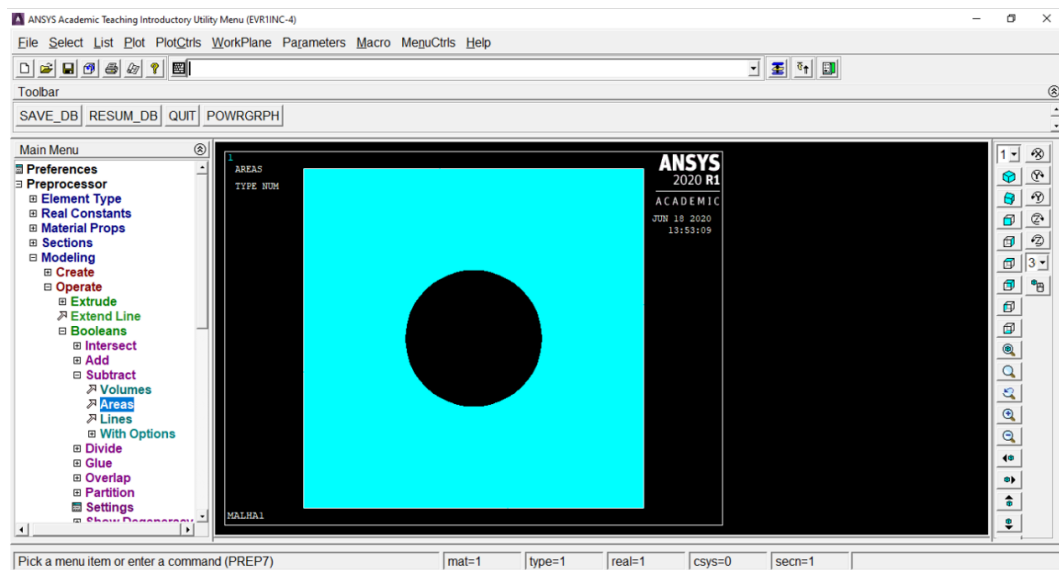
Para ser possível diferenciar o Material dessas duas áreas é preciso criar um vazio no local da inclusão, seguindo: *Preprocessor - Modeling - Operate - Booleans - Subtract - Areas*. Feito isso, o círculo que representa a inclusão deve ser selecionado e OK.

Figura B.14 – Definição de Vazioo



Fonte: Elaboração Própria

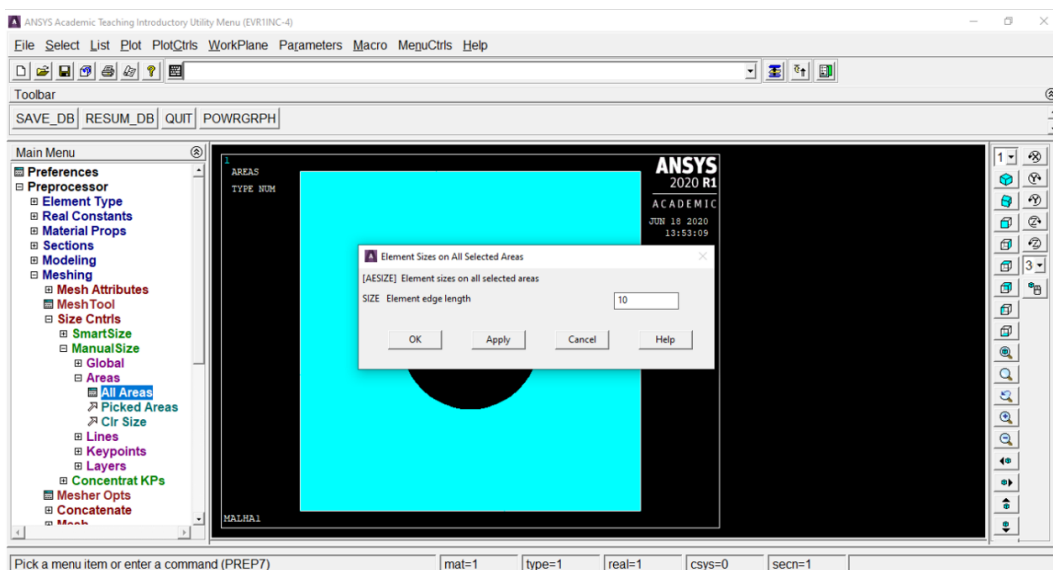
Figura B.15 – Vazioo



Fonte: Elaboração Própria

Depois, devem ser feitas as configurações de malha quanto ao tamanho dos elementos em *Preprocessor - Meshing - Size Cntrls - Manual Size - Areas - All Areas*.

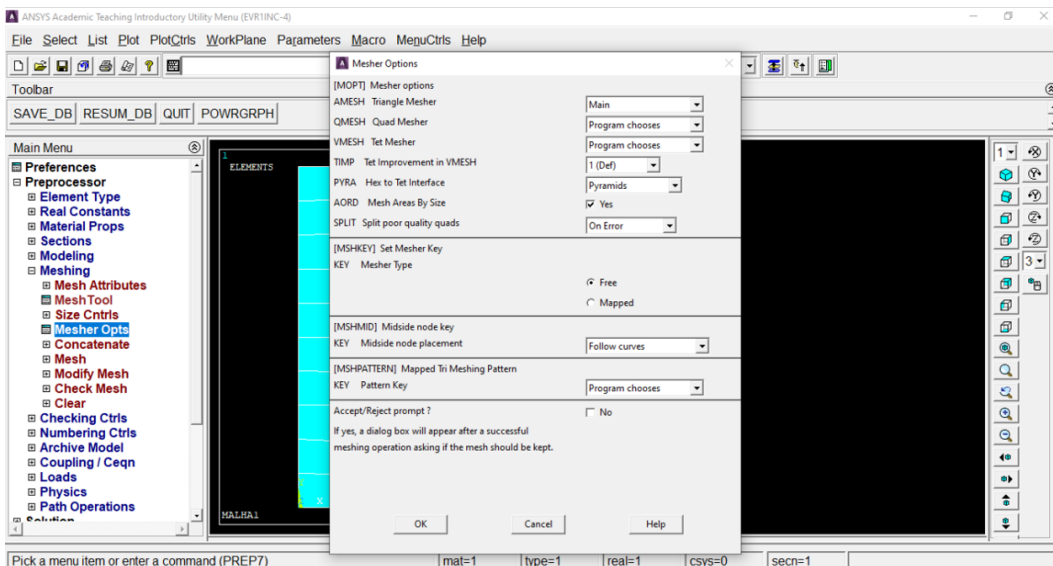
Figura B.16 – Configurações de malha quanto ao tamanho dos elementos



Fonte: Elaboração Própria

Quanto ao tipo de elemento em *Preprocessor - Meshing - Mesher Opts*, para o caso deste trabalho os elementos são triangulares inserido as informações abaixo.

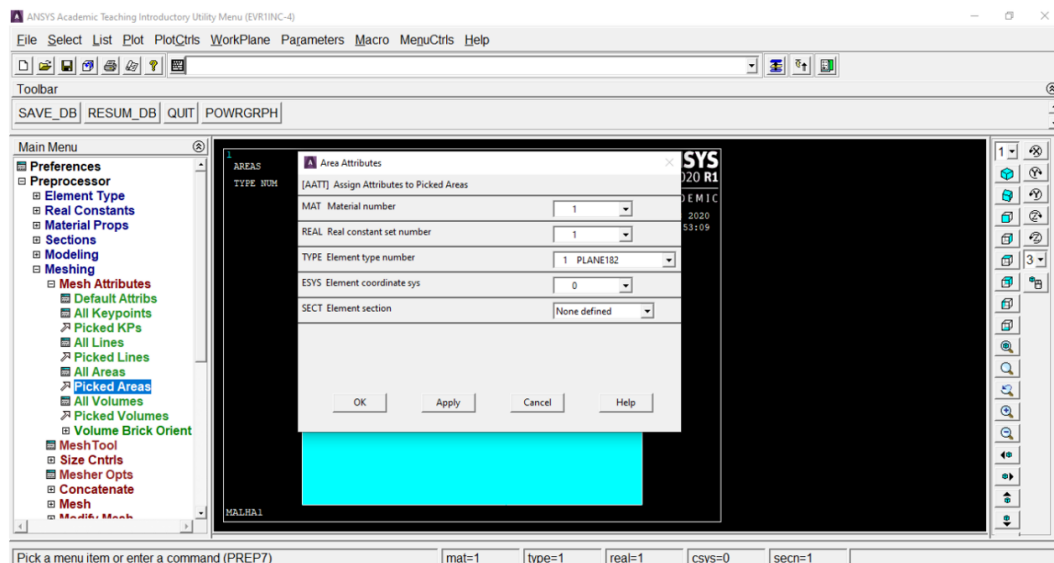
Figura B.17 – Configurações de malha quanto ao tipo de elementos



Fonte: Elaboração Própria

Em seguida, deve ser criada a malha da matriz, para isso deve ser atribuído o Material 1 a ela, através de: *Preprocessor - Meshing - Mesh Attributes - Picked Areas*.

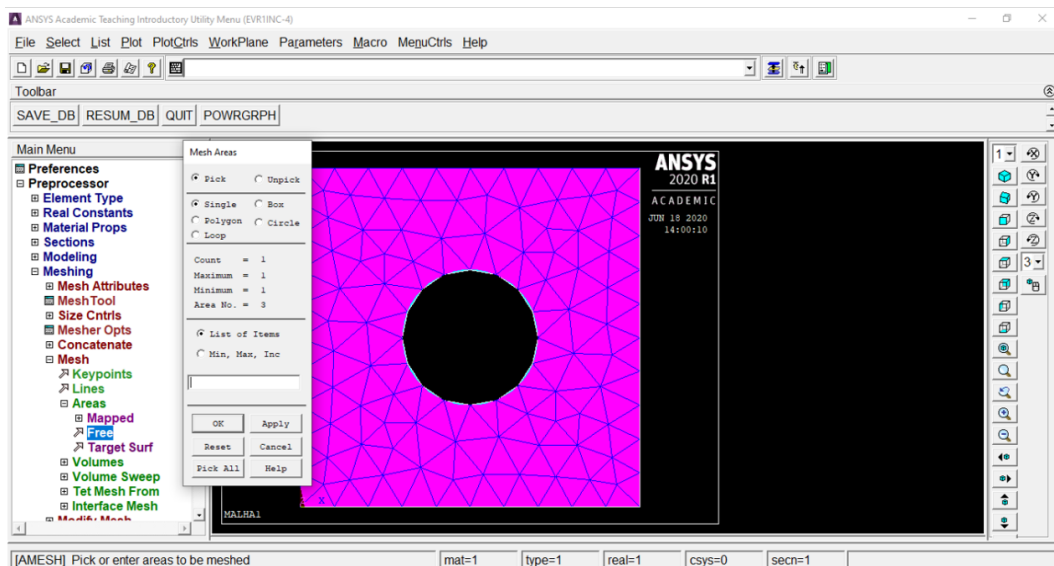
Figura B.18 – Material da Malha



Fonte: Elaboração Própria

Depois de definir o material, aplica-se a malha na matriz pelo caminho: *Preprocessor - Meshing - Mesh - Areas - Free*. Após selecionar a matriz dê um OK.

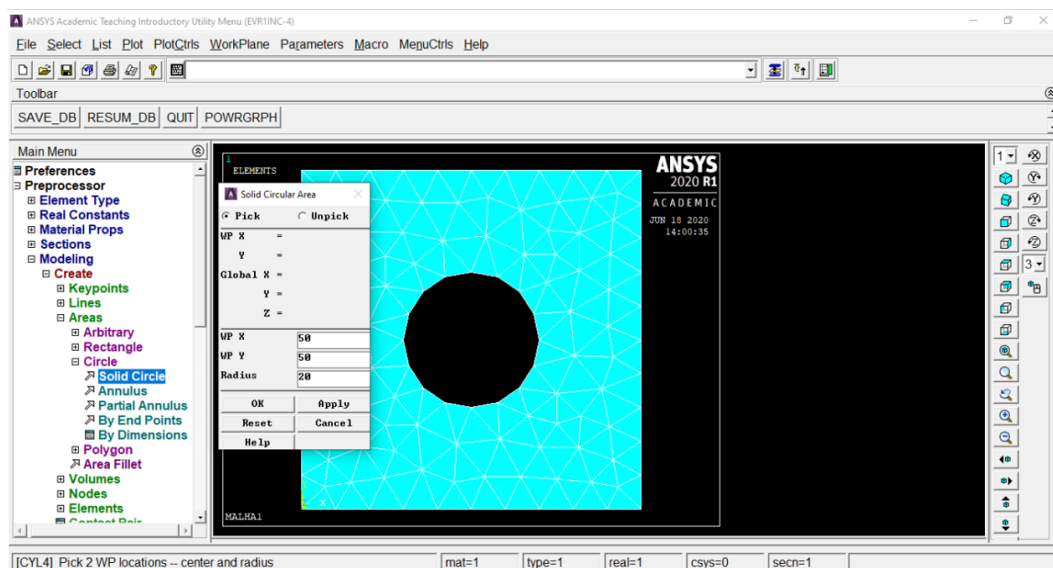
Figura B.19 – Malha da Matriz



Fonte: Elaboração Própria

Em seguida, a inclusão deve ser criada com o mesmo procedimento de criação de Área: *Preprocessor - Modeling - Create - Areas - Circle - Solid Circle*.

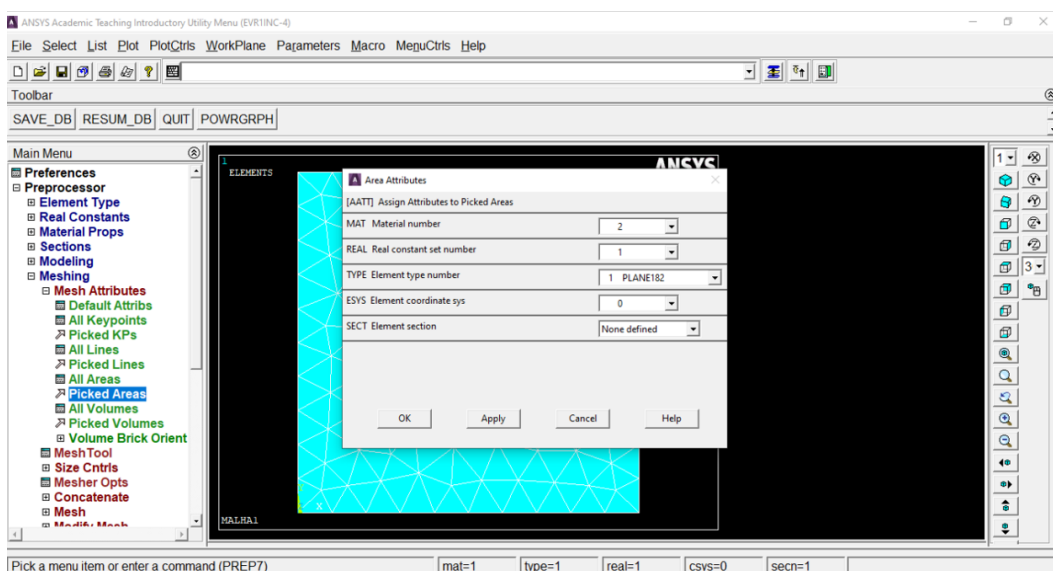
Figura B.20 – Criação da Inclusão



Fonte: Elaboração Própria

Depois de criada a inclusão, seu material deve ser definido em *Preprocessor - Meshing - Mesh Attributes - Picked Area*, ao selecionar a área da inclusão, a janela *MAT Material Number* deve constar o material 2.

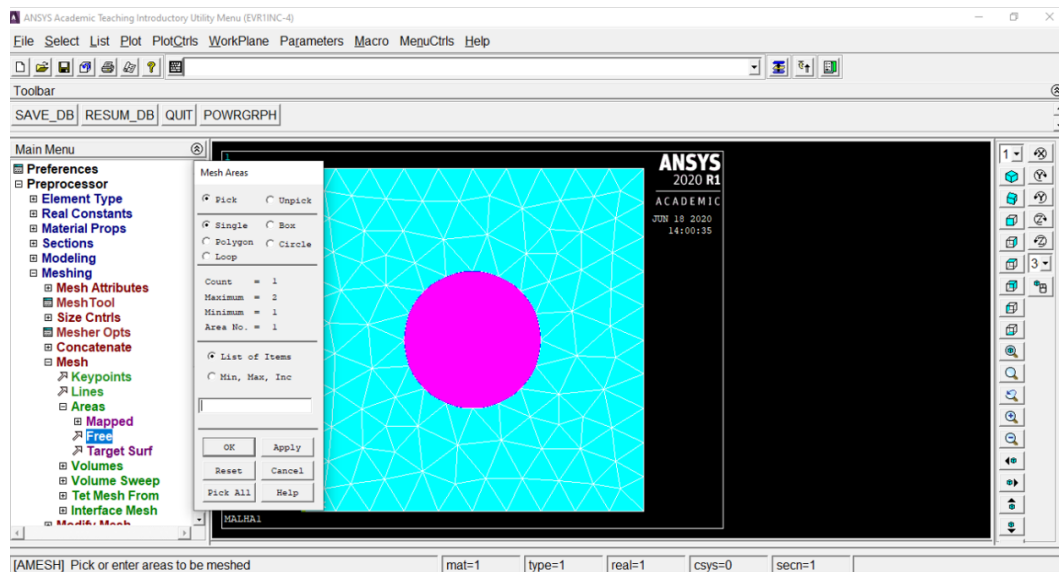
Figura B.21 – Material da Inclusão



Fonte: Elaboração Própria

Com o procedimento análogo ao da matriz cria-se a malha da inclusão em *Preprocessor - Meshing - Mesh - Areas - Free*, ao selecionar a área da inclusão dê um OK.

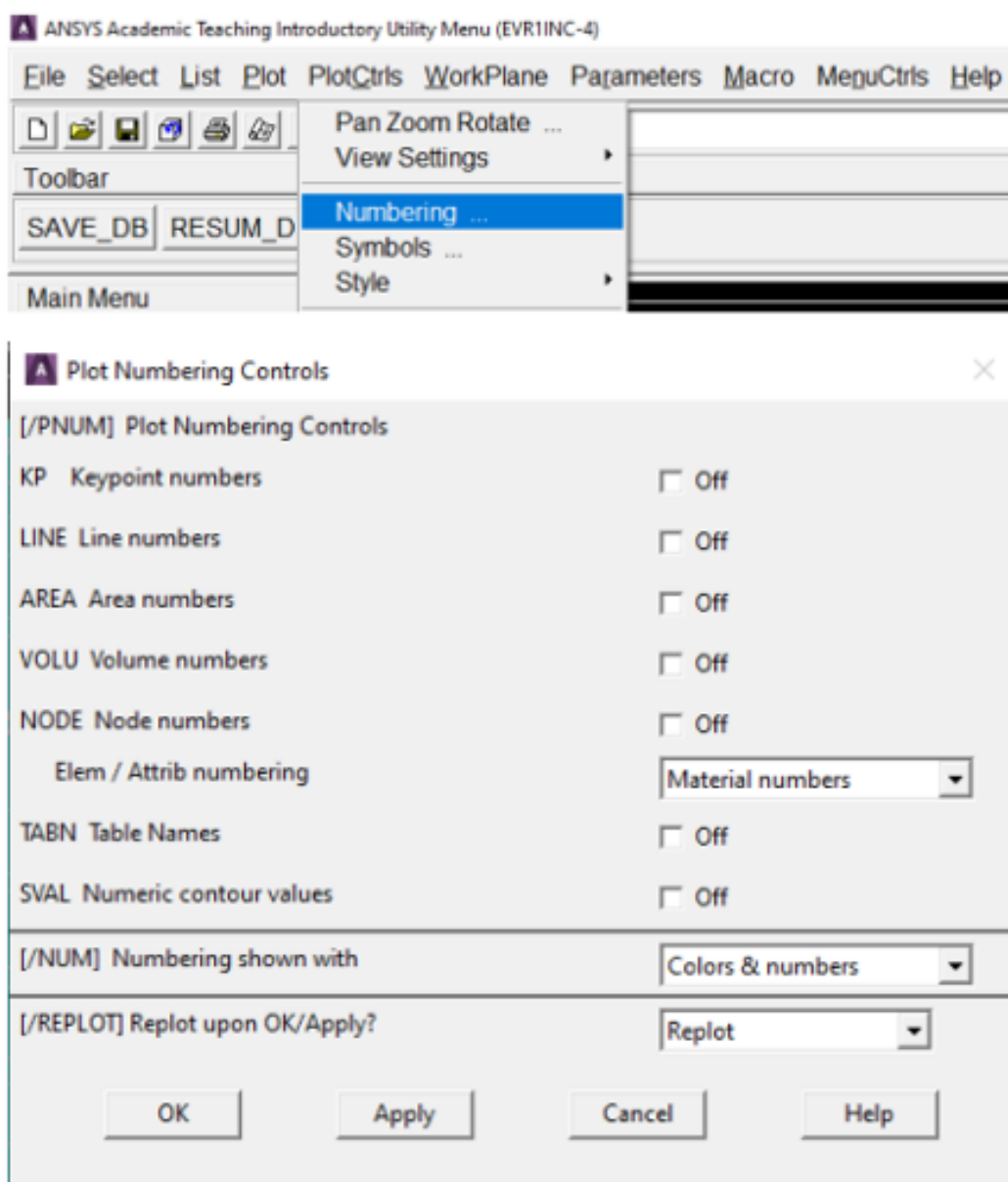
Figura B.22 – Malha da Inclusão



Fonte: Elaboração Própria

Para conferir se as malhas foram definidas de forma correta seleciona-se na janela *PlotCtrls* a opção *Numbering* e na janela que é aberta, a opção *Material numbers* em *Elem / Attrb numbering*.

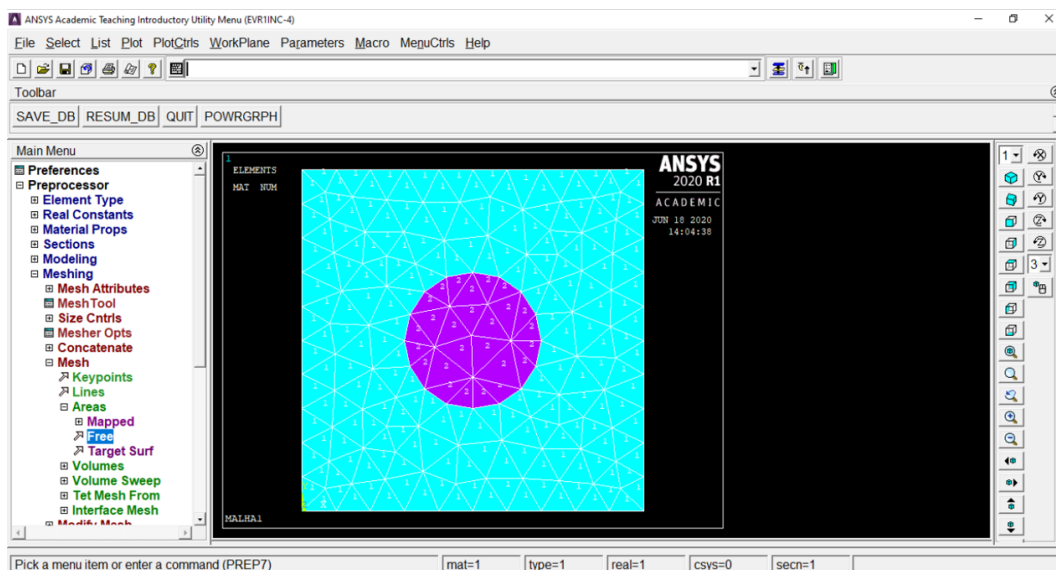
Figura B.23 – Conferência de malha



Fonte: Elaboração Própria

A visualização é abaixo, onde é evidenciado o Material 1 da Matriz e o Material 2 da inclusão.

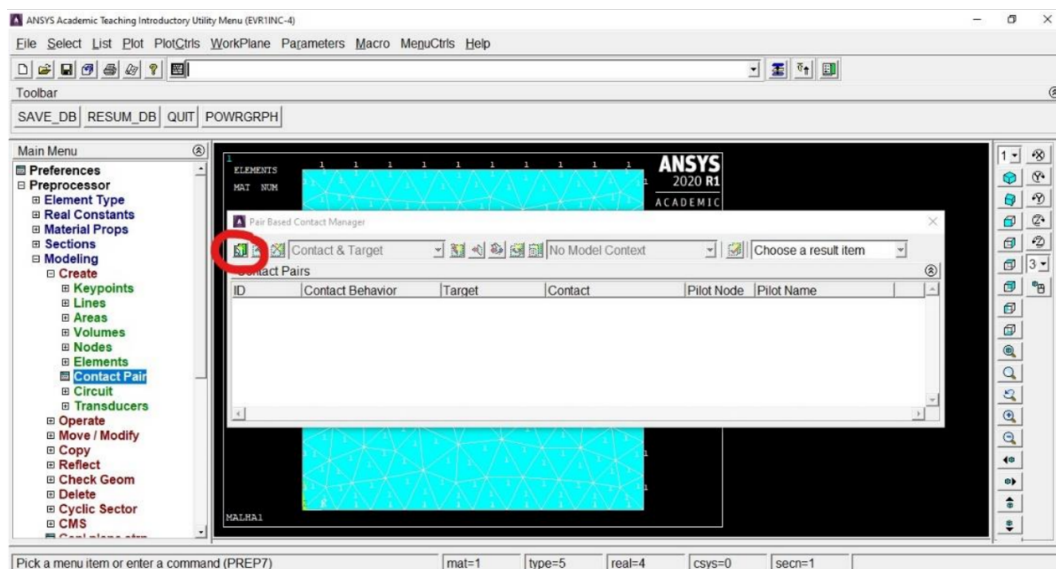
Figura B.24 – Visualização de materiais na malha



Fonte: Elaboração Própria

Para este trabalho serão utilizados elementos de contato na Zona de Transição (entre matriz e inclusão), assim os passos são: *Preprocessor - Modeling - Create - Contact Pair*. Depois disso, a janela circulada de vermelho na Figura B.25 deve ser selecionada

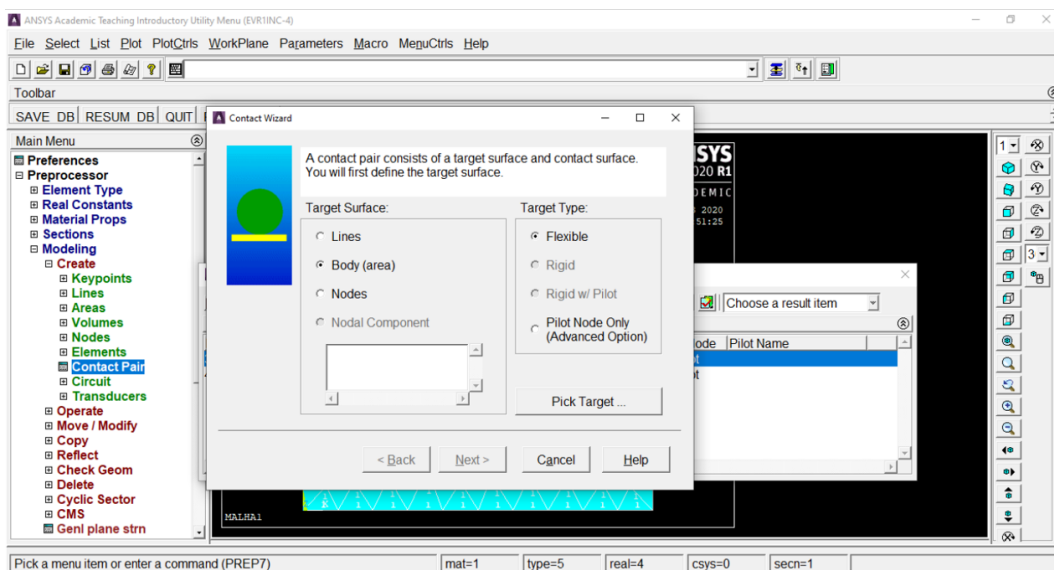
Figura B.25 – Adição de elementos de contato na interface



Fonte: Elaboração Própria

Em seguida, deve ser selecionada a opção *Pick Target* e marcada a matriz como primeira área de contato e *Next*.

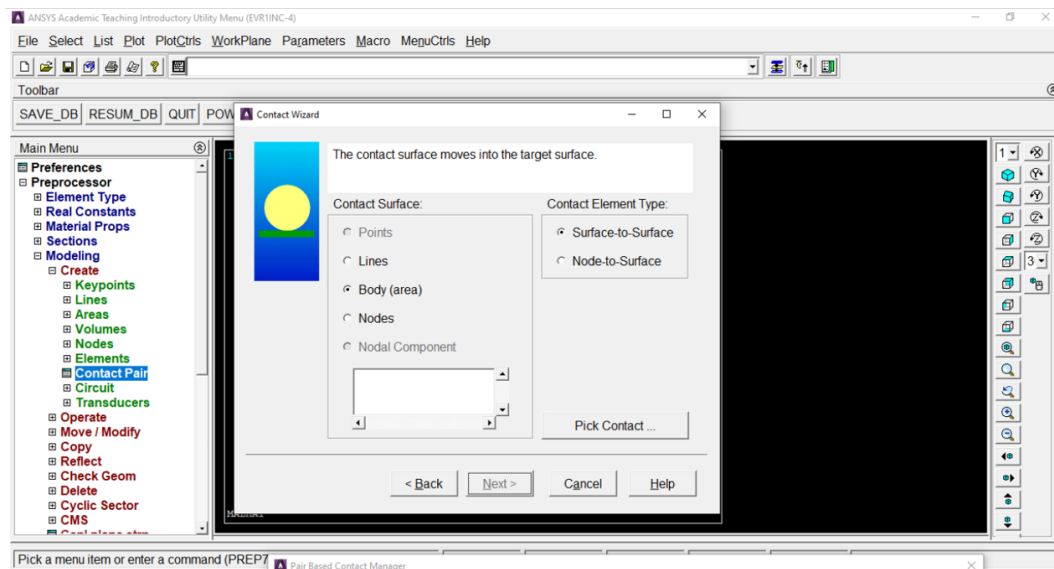
Figura B.26 – Seleção da área de contato 1



Fonte: Elaboração Própria

Depois, deve ser selecionada a opção *Pick Contact* e marcada a inclusão como segunda área de contato e *Next*.

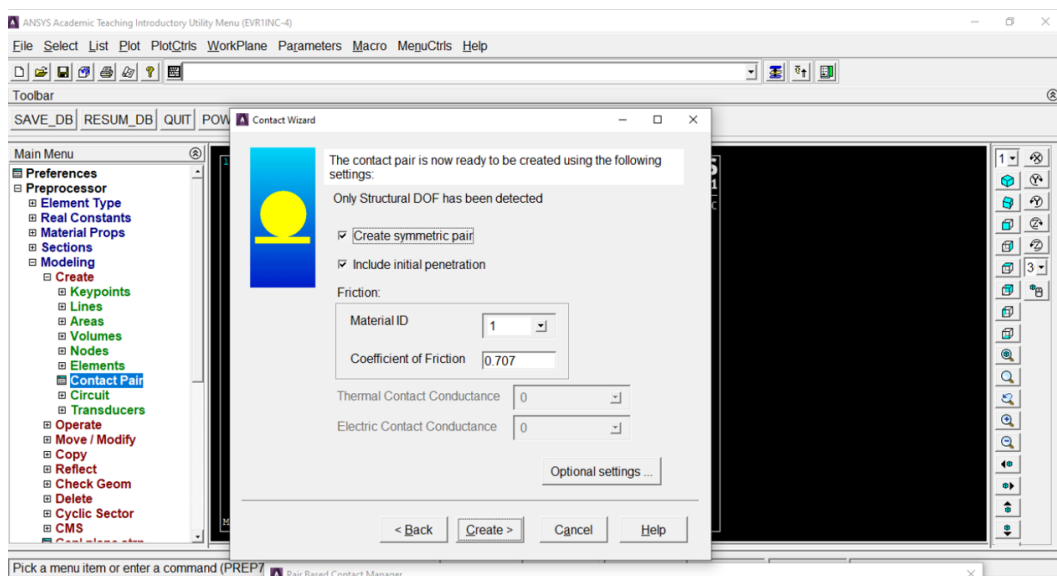
Figura B.27 – Seleção da área de contato 2



Fonte: Elaboração Própria

A última configuração de elemento de contato é quanto aos parâmetros, depois de definidos, deve ser selecionado *Create*.

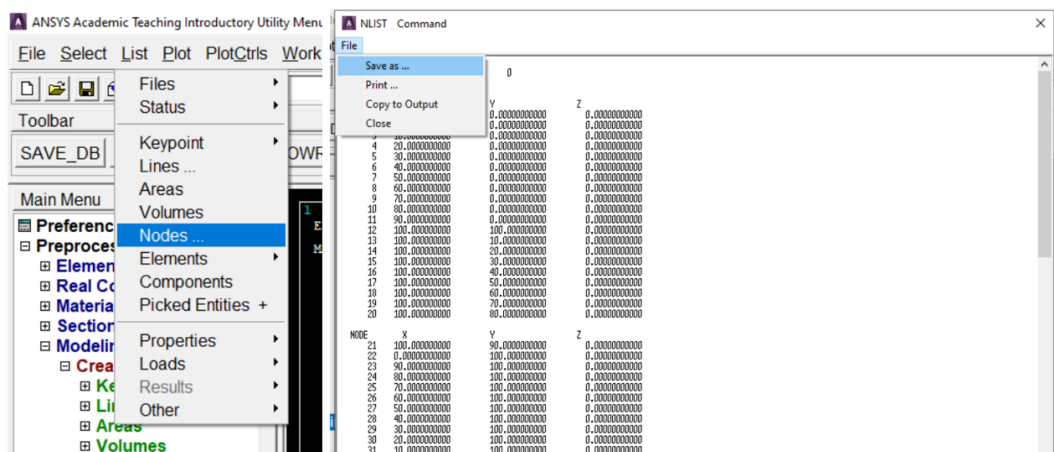
Figura B.28 – Parâmetros do Contato



Fonte: Elaboração Própria

Os dados que interessam são as coordenadas nodais, que são extraídas seguindo *List - Nodes - Coordinates Only*, em seguida é aberta a janela com os nós e suas respectivas coordenadas, podendo ser exportado em *File - Save as*.

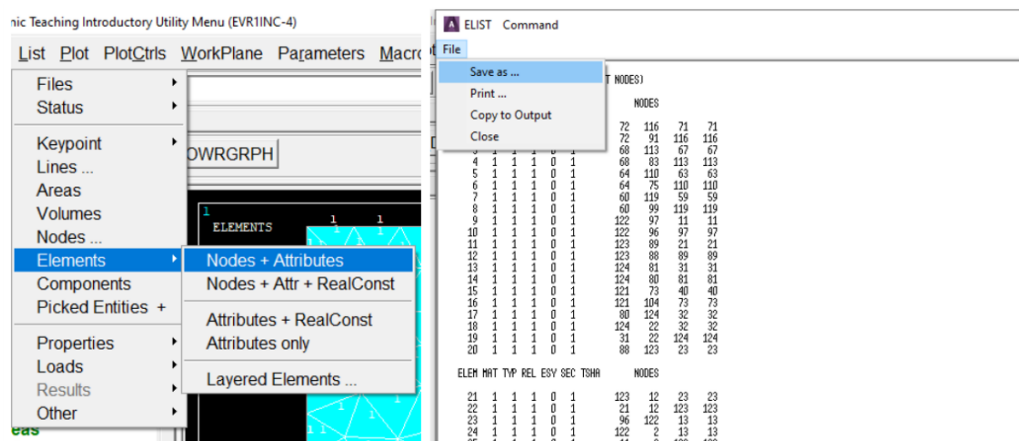
Figura B.29 – Extração de Coordenadas



Fonte: Elaboração Própria

A outra lista de interesse é a de Conectividade dos Elementos, que são extraídas seguindo *List - Elements - Nodes + Attributes*, em seguida é aberta a janela com os elementos e suas respectivas conectividades, podendo ser exportados em *File - Save as*.

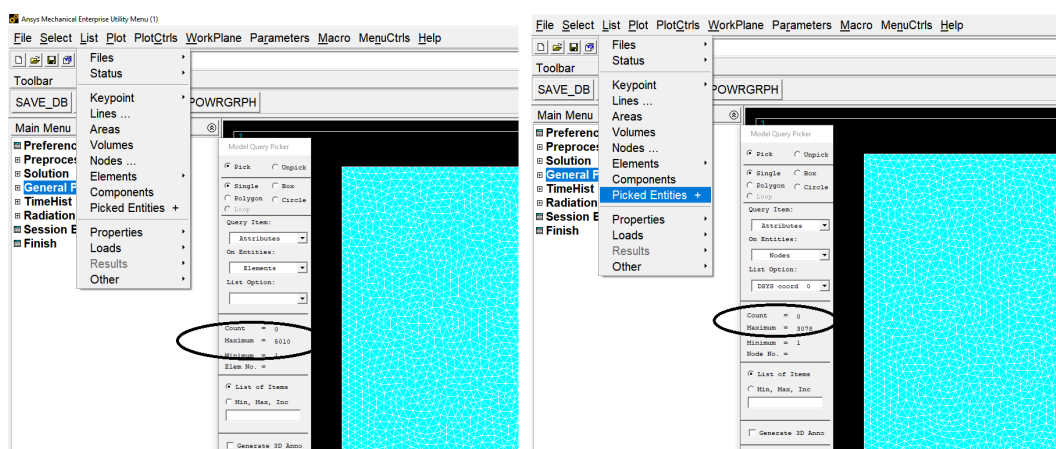
Figura B.30 – Extração de Conectividade



Fonte: Elaboração Própria

Salve os dois arquivos e anote os dados sobre a quantidade de nós e a quantidade de elementos. Esses valores estão em *List - Picked Entities+*. Selecione *Nodes* e *Elements* para ver esses valores. A Figura B.31 mostra onde anotar os valores.

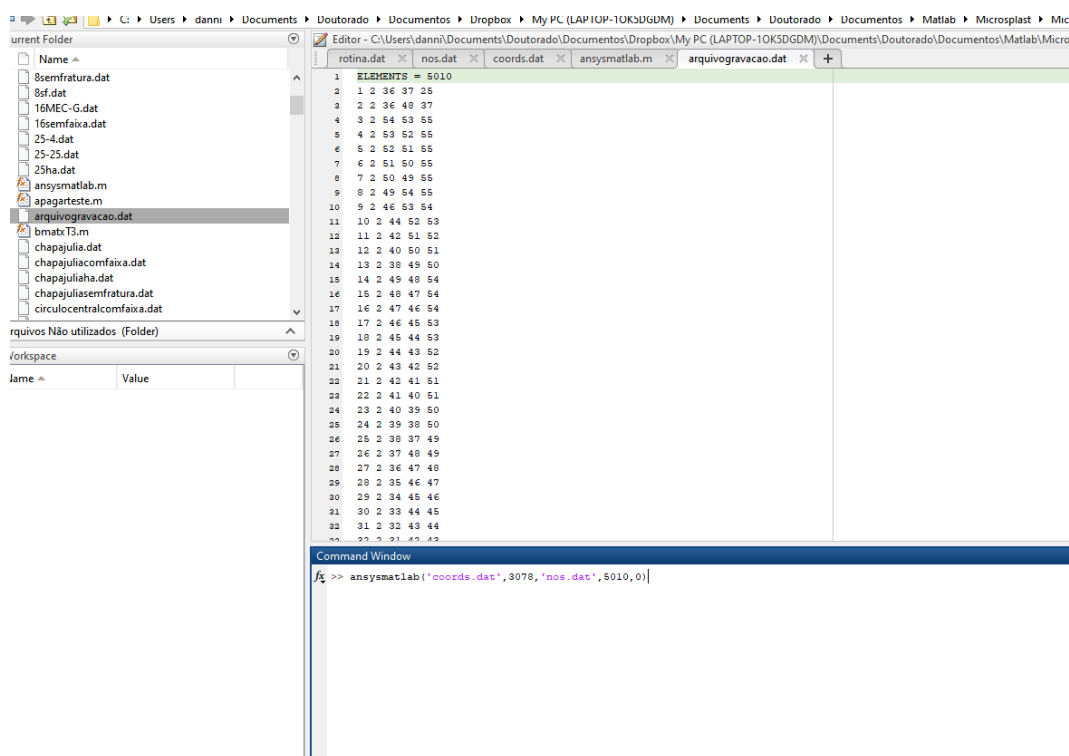
Figura B.31 – Valores dos Elementos e Nós da Malha



Fonte: Elaboração Própria

Com os dois arquivos e os valores de nós e elementos, execute a rotina no *Matlab* *ansysmatlab.m* inserindo a rotina de entrada na forma: *ansysmatlab('coords.dat', número de coordenadas, 'nos.dat', número de elementos, fratura)*. Para os valores de fratura inserir o valor 1 quando tiver e 0 quando não tiver. A Figura B.32 mostra como ficará a escrita do arquivo. A Saída do arquivo está escrito todos os dados a respeito dos elementos finitos, materiais, nós, coordenadas e dados dos elementos de fratura, sendo necessário apenas informar informações dos elementos finitos (Elástico, Mohr-Coulomb, etc.).

Figura B.32 – Criação do Arquivo



Fonte: Elaboração Própria

A rotina para adaptar os arquivos de saída do *Ansys* para o arquivo de entrada no *Matlab* está descrita abaixo.

```
function [EVR] = evrsemfratura(coordenadas,number,nos,number2,
    fratura)
clc
%clear all
hold off;
format long;
%*****Coordenadas*****
disp(['Lendo Arquivo de Coordenadas']);
%Ler arquivo de Coordenadas
fid = fopen(coordenadas,'r');
apagar1 = fscanf(fid, '\nLIST ALL SELECTED NODES.    DSYS=%d',
    1);
apagar2 = fscanf(fid, '\n SORT TABLE ON  NODE  NODE  %s',1);
numerodegrupos=fix(number/20);
resto=rem(number,20);
```

```

coord=zeros(number,3);
g=1;

for i=1:numero de grupos
for n=1:20
apagar = fscanf(fid, '\n  NODE          X          Y
                  %s',1);
node=fscanf(fid, '%d', 1);
x=fscanf(fid, '%f', 1);
y=fscanf(fid, '%f', 1);
z=fscanf(fid, '%f', 1);
g=(i-1)*20+n;
coord(g, :, :, :)= [node, x, y];
end
i=i+1;
end
for n=1:resto
apagar = fscanf(fid, '\n  NODE          X          Y
                  %s',1);
node=fscanf(fid, '%d', 1);
x=fscanf(fid, '%f', 1);
y=fscanf(fid, '%f', 1);
z=fscanf(fid, '%f', 1);
g=(i-1)*20+n;
coord(g, :, :, :)= [node, x, y];
end
disp( ['Gravando Arquivo de Coordenadas']);
%*****Elementos sem Fratura*****
if fratura==0
disp( ['Lendo Arquivo dos Elementos']);
disp( ['Elementos Sem Fraturas']);
%Ler arquivos de Nos
fid2 = fopen(nos, 'r');
rotulo = fscanf(fid2, '%s', 6);

```

```
numerodegrupos2=fix(number2/20);
resto2=rem(number2,20);
elem=zeros(number2,5);
g=1;

for i=1:numerodegrupos2
    apagar = fscanf(fid2,'%s',7);
    for n=1:20
        elemento=fscanf(fid2, '%d', 1);
        material=fscanf(fid2, '%d', 1);
        typ=fscanf(fid2, '%f', 1);
        rel=fscanf(fid2, '%f', 1);
        esy=fscanf(fid2, '%f', 1);
        sec=fscanf(fid2, '%f', 1);
        no1=fscanf(fid2, '%f', 1);
        no2=fscanf(fid2, '%f', 1);
        no3=fscanf(fid2, '%f', 1);
        no4=fscanf(fid2, '%f', 1);
        g=(i-1)*20+n;
        elem(g,:,:,:,:)=[elemento, material, no1, no2, no3];
    end
    i=i+1;
end
apagar = fscanf(fid2,'%s',7);
for n=1:resto2
    elemento=fscanf(fid2, '%d', 1);
    material=fscanf(fid2, '%d', 1);
    typ=fscanf(fid2, '%f', 1);
    rel=fscanf(fid2, '%f', 1);
    esy=fscanf(fid2, '%f', 1);
    sec=fscanf(fid2, '%f', 1);
    no1=fscanf(fid2, '%f', 1);
    no2=fscanf(fid2, '%f', 1);
    no3=fscanf(fid2, '%f', 1);
```

```
no4=fscanf(fid2, '%f', 1);
g=(i-1)*20+n;
elem(g, :, :, :, :, :)= [elemento, material, no1, no2, no3];
end
disp( ['Mudando as Coordenadas Iguais']);
% Mudanca de Nos
nrows=size(coord,1);
for i=1:nrows
for k=i:nrows
if (coord(i,2) == (coord(k,2)) && (coord(i,3) == (coord(k,3)
)
if (coord(i,1) == (coord(k,1))
else
for j=1:number2
if elem(j,3)==coord(i,1)
elem(j,3)=coord(k,1);
j=1+j;
end
end
for j=1:number2
if elem(j,4)==coord(i,1)
elem(j,4)=coord(k,1);
j=1+j;
end
end
for j=1:number2
if elem(j,5)==coord(i,1)
elem(j,5)=coord(k,1);
j=1+j;
end
end
end
end
end
```

```
end

fclose(fid);
disp( ['Criando Arquivo: arquivogravacao.dat']);
fid = fopen( 'arquivogravacao.dat', 'w' ) ;
fprintf(fid, 'ELEMENTS = %d \n', number2);
for i=1:number2
fprintf(fid, '%d %d %d %d %d \n', elem(i,1), elem(i,2), elem(i,3), elem(i,4), elem(i,5));
end
fprintf(fid, '\n NODE_COORDINATES = %d \n', number);
for i=1:number
fprintf(fid, '%d %f %f \n', coord(i,1), coord(i,2), coord(i,3))
;
end
fprintf(fid, '\n\n NUMBER_OF_CONTACT_ELEMENT_GROUPS = 0 \n');
fprintf(fid, 'CONTACT ELEMENTS = 0 \n');
fclose(fid);
%disp( ['Arquivo Concluido']);
end
%*****Elementos com Fratura*****
if fratura==1
disp( ['Lendo Arquivo dos Elementos']);
disp( ['Elementos Sem Fraturas']);
%Leitura do Numero de Elementos
fid2 = fopen(nos,'r');
rotulo = fscanf(fid2,'%s',6);
numerodegrupos2=fix(number2/20);
resto2=rem(number2,20);
elem=zeros(number2,5);
g=1;

for i=1:numerodegrupos2
```

```
for n=1:20
apagar = fscanf(fid2, '\n  ELEM MAT TYP REL ESY SEC TSHA
    NODES %s', 1);
apagar4=fscanf(fid2, '%d %d', 2);
typ=fscanf(fid2, '%f', 1);
if typ~=1
break
end
apagar3=fscanf(fid2, '%f %f %f %f %f %f %f', 7);
li=(i-1)*20+n;
end
if typ~=1
break
end
i=i+1;
end
fclose(fid2);

%Gravacao da Linha de Elementos
fid2 = fopen(nos, 'r');
rotulo = fscanf(fid2, '%s', 6);
numerodegrupos3=fix(li/20);
resto3=rem(li,20);
elem=zeros(li,5);
elem2=zeros(li,5);
g=1;

for i=1:numerodegrupos3
rotulo = fscanf(fid2, '%s', 8);
for n=1:20
elemento=fscanf(fid2, '%d', 1);
material=fscanf(fid2, '%d', 1);
typ=fscanf(fid2, '%f', 1);
rel=fscanf(fid2, '%f', 1);
```

```
esy=fscanf(fid2, '%f', 1);
sec=fscanf(fid2, '%f', 1);
no1=fscanf(fid2, '%f', 1);
no2=fscanf(fid2, '%f', 1);
no3=fscanf(fid2, '%f', 1);
no4=fscanf(fid2, '%f', 1);
g=(i-1)*20+n;
elem(g, :, :, :, :, :)= [elemento, material, no1, no2, no3];
end
i=i+1;
end
rotulo = fscanf(fid2, '%s', 8);
for n=1:resto3
elemento=fscanf(fid2, '%f', 1);
material=fscanf(fid2, '%f', 1);
typ=fscanf(fid2, '%f', 1);
rel=fscanf(fid2, '%f', 1);
esy=fscanf(fid2, '%f', 1);
sec=fscanf(fid2, '%f', 1);
no1=fscanf(fid2, '%f', 1);
no2=fscanf(fid2, '%f', 1);
no3=fscanf(fid2, '%f', 1);
no4=fscanf(fid2, '%f', 1);
g=(i-1)*20+n;
elem(g, :, :, :, :, :)= [elemento, material, no1, no2, no3];
end

%linhas para apagar
restoapagar=20-resto3;
if restoapagar>0
for i=1:restoapagar
elemento=fscanf(fid2, '%d', 1);
material=fscanf(fid2, '%d', 1);
typ=fscanf(fid2, '%d', 1);
```

```
if typ==3
nelemf=li+restoapagar;
break
end
apagarlinhas=fscanf(fid2, '%d %d %d', 3);
linee=fscanf(fid2, '%s', 1);
nosapagar=fscanf(fid2, '%f %f', 2);
end
end

numerodegrupos2=fix(number2/20);
resto2=rem(number2,20);
g=1;
if restoapagar>0
ngruporest=numerodegrupos2-numerodegrupos3+1;
else
ngruporest=numerodegrupos2-numerodegrupos3;
end
p=1;
for i=1:ngruporest
apagar = fscanf(fid2,'%s',8);

for n=1:20
elemento=fscanf(fid2, '%d', 1);
if elemento==5011;
elemento;
end
material=fscanf(fid2, '%d', 1);
typ=fscanf(fid2, '%f', 1);
if typ~=12
rel=fscanf(fid2, '%f', 1);
esy=fscanf(fid2, '%f', 1);
sec=fscanf(fid2, '%f', 1);
TSHA=fscanf(fid2, '%s', 1);
```

```
no1=fscanf(fid2, '%f', 1);
no2=fscanf(fid2, '%f', 1);
end
if typ==12
rell=fscanf(fid2, '%f', 1);
esyl=fscanf(fid2, '%f', 1);
secl=fscanf(fid2, '%f', 1);
noo1(p)=fscanf(fid2, '%d', 1);
noo2(p)=fscanf(fid2, '%d', 1);
no0=fscanf(fid2, '%d', 1);
p=p+1;
end
g=( (numerodegrupos2-i)*20-1)*20+n;
end
i=i+1;
end
nosiguais=zeros(p-1,2);
nrows=size(coord,1);
n=1;
for i=1:nrows
for k=i:nrows
if (coord(i,2)) == (coord(k,2)) && (coord(i,3)) == (coord(k,3))
)
if (coord(i,1)) == (coord(k,1))
else
x=coord(i,1);
y=coord(k,1);
nosiguais(n, :, :)=[x,y];
n=n+1;
end
end
end
end
```

```
elemf=zeros(p-1,6);
disp(['Mudando as Coordenadas Iguais']);
for ii=1:p-1
no1=noo1(ii);
no2=noo2(ii);
for i=1:n-1
if no1==nosiguais(i,1)
noo4=nosiguais(i,2);
end
if no2==nosiguais(i,1)
noo3=nosiguais(i,2);
end
end
elemf(ii, :, :, :, :, :)= [ii,1,no1,no2,noo3,noo4];
ii=ii+1;
end

disp(['Criando Arquivo: arquivogravacao.dat']);
fid = fopen('arquivogravacao.dat','w');
fprintf(fid, 'ELEMENTS = %d \n', li);
for i=1:li
fprintf(fid, '%d %d %d %d %d \n', elem(i,1), elem(i,2), elem(i,3), elem(i,4), elem(i,5));
end
fprintf(fid, '\n NODE_COORDINATES = %d \n', number);
for i=1:number
fprintf(fid, '%d %f %f \n', coord(i,1), coord(i,2), coord(i,3))
;
end
fprintf(fid, '\n\n NUMBER_OF_CONTACT_ELEMENT_GROUPS = 1 \n');
fprintf(fid, 'CONTACT ELEMENTS = 0 \n');
fprintf(fid, 'CONTACT_ELEMENT_GROUP = 1\n');
fprintf(fid, 'CONTACT PENALTY FACTOR = 200000\n');
fprintf(fid, 'PARAMETER BETA = 0.707\n');
```

```
fprintf(fid, 'MAX NORMAL TRACTION = 0.09\n');  
fprintf(fid, 'CHARACTERISTIC OPENING = 0.0568\n');  
for i=1:p-1  
    fprintf(fid, '%d %d %d %d %d %d \n', elemf(i,1), elemf(i,2),  
        elemf(i,3), elemf(i,4), elemf(i,5), elemf(i,6));  
end  
fclose(fid2);  
fclose(fid);  
disp( ['Arquivo Concluido']);  
end  
end
```