UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO

Kamyla Maria Ferreira

PROPOSTA DE UM *framework* PARA PROBLEMAS QUE INTEGRAM DECISÕES DE LOCALIZAÇÃO, ROTEAMENTO E EMPACOTAMENTO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CATALÃO – GO, 2018

sistema de bibliotecas ufg

PRPG
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **[X] Dissertação** **[ ] Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

Nome completo do autor: Kamyla Maria Ferreira

Título do trabalho: **Proposta de um *framework* para problemas que integram decisões de localização, roteamento e empacotamento**

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Kamyla Maria Ferreira
Assinatura do(a) autor(a)[2]

Ciente e de acordo:

Thiago Alves de Queiroz
Assinatura do(a) orientador(a)[2]

Data: 27 / 02 / 2018

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.
Casos de embargo:
- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

[2] A assinatura deve ser escaneada.

KAMYLA MARIA FERREIRA

PROPOSTA DE UM *framework* PARA PROBLEMAS QUE INTEGRAM DECISÕES DE LOCALIZAÇÃO, ROTEAMENTO E EMPACOTAMENTO

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem e Otimização pela Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão.

Orientador:
Thiago Alves de Queiroz

CATALÃO – GO

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Ferreira, Kamyla Maria
Proposta de um framework para problemas que integram decisões de localização, roteamento e empacotamento [manuscrito] / Kamyla Maria Ferreira. - 2018.
CXXV, 125 f.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Alves de Queiroz .
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, Catalão, 2018.

Inclui siglas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Framework. 2. Problema de Localização e Roteamento. 3. Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Restrições de Empacotamento Bidimensional. 4. Problema de Localização e Roteamento com Restrições de Empacotamento Bidimensional. 5. Heurísticas. I. , Thiago Alves de Queiroz, orient. II. Título.

CDU 519.6

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL CATALÃO
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização - PPGMO

Defesa Nº 27

Ata de Defesa Pública – Dissertação de Mestrado

Aos dezesseis dias do mês de fevereiro do ano de 2018, às 09h:00 min, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores(as) Dr.(a) Thiago Alves de Queiroz (presidente e orientador), Dr. (a) Leonardo Junqueira, e Dr. (a) Sérgio Francisco da Silva para, em sessão pública realizada no Laboratório de Controle Operacional, Sala 03, Bloco J, da Regional Catalão (RC), da Universidade Federal de Goiás (UFG), procederem com a avaliação do trabalho intitulado: "*Proposta de um framework para problemas que integram decisões de localização, roteamento e empacotamento*", em nível de Mestrado, área de concentração *Modelagem e Otimização*, de autoria de Kamyla Maria Ferreira, discente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização (PPGMO) da UFG/RC. A sessão foi aberta pelo presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca, sendo que o professor Dr. Leonardo Junqueira teve participação via videoconferência. A seguir, a palavra foi concedida a discente que, dentro do tempo regulamentar, procedeu a apresentação de seu trabalho. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu a candidata, tendo-se adotado o sistema de diálogo sequencial. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação do trabalho. Os membros da banca consideraram o trabalho final: **(X) Aprovado** ou **( ) Reprovado**. Cumpridas as formalidades de pauta, às 12h:00 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Thiago Alves de Queiroz, lavrei a presente Ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pela discente e, posteriormente, será homologada pelo Colegiado do PPGMO.

Catalão-GO, 16 de fevereiro de 2018.

Prof.(a) Dr. (a): Thiago Alves de Queiroz
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, UFG/RC.
(Presidente da Banca)

Prof.(a) Dr. (a): Leonardo Junqueira
Programa de Pós-Graduação em Informática e Gestão do Conhecimento, Universidade Nove de Julho.

Prof.(a) Dr. (a): Sérgio Francisco da Silva
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, UFG/RC.

Discente: Kamyla Maria Ferreira
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, UFG/RC.

Dedico aos meus pais com todo amor.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus que nunca me desamparou e me manteve firme e com saúde para a realização dos meus objetivos.

Aos meus pais, Carlos e Creoni, e familiares pelo amor, incentivo, apoio e ajuda. Vocês são meu maior motivo para seguir em frente e lutar para conseguir atingir os meus objetivos

Ao meu orientador, o Prof. Dr. Thiago Alves de Queiroz, por toda paciência e dedicação. Só tenho a agradecer pelo incentivo e pela compreensão que me dedicou.

Agradeço aos meus amigos pelo companheirismo, pela participação na construção e na realização do meu sonho.

Muito obrigada a todos que me ajudaram a realizar este trabalho e, assim, concluir mais um sonho.

Agradeço também o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos para a realização do mestrado.

"O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis."

José de Alencar

RESUMO

FERREIRA, KAMYLA MARIA. *Proposta de um framework para problemas que integram decisões de localização, roteamento e empacotamento*. 2018. 125 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem e Otimização) – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

Este trabalho trata da resolução de problemas que envolvem decisões de localização, roteamento e empacotamento com foco nos problemas de localização e roteamento, roteamento de veículos capacitado com restrições de empacotamento bidimensional, e localização e roteamento com restrições de empacotamento bidimensional. Para tanto, propõe-se um *framework* capaz de reutilizar parte dos algoritmos, que são de domínio comum, para que o desenvolvimento do projeto seja sistematizado. O objetivo é que o *framework* possibilite a resolução de diferentes variantes do problema que integram as decisões de localização, roteamento e empacotamento sem ter que replicar algoritmos. Como proposta de algoritmo, desenvolve-se uma heurística híbrida, a qual envolve a cooperação entre dois métodos, o recozimento simulado e o algoritmo artificial de algas. O recozimento simulado possui quatro operadores de vizinhança, procedimentos de busca local e três procedimentos para diversificar a solução. O algoritmo artificial de algas é combinado com a técnica *Skyline* para verificar as restrições de empacotamento bidimensional. A partir da codificação do *framework* e da heurística, experimentos computacionais foram realizados para testar o seu desempenho e comparar os resultados com os mais recentes da literatura. Os resultados indicam que a heurística é competitiva com os demais métodos da literatura, sendo possível obter 36,25% de soluções iguais às melhores reportadas na literatura do problema de localização e roteamento, além do GAP médio ter sido de 0,57%. No problema de roteamento de veículos com restrições de empacotamento bidimensional, a heurística obteve 43,05% soluções iguais às melhores conhecidas na literatura, além do GAP médio ter sido de 3,33%. Os resultados obtidos para o problema de localização e roteamento com restrições de empacotamento bidimensional foram satisfatórios.

Palavras-chaves: *Framework*, Problema de Localização e Roteamento, Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Restrições de Empacotamento Bidimensional, Problema de Localização e Roteamento com Restrições de Empacotamento Bidimensional, Heurísticas.

ABSTRACT

FERREIRA, KAMYLA MARIA. *Proposal for a framework for problems that integrate location, routing, and packing decisions.* 2018. 125 f. Master Thesis in Modelling and Optimization – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

This research deals with the resolution of problems that involve the location, routing, and packing decisions with focus on the location routing problem, capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints, and location routing problem with two-dimensional loading constraints. For that, it is proposed a framework that reuses part of the algorithms, which are of a common domain, such that the development of the project is systematized. The objective of the framework is allowing the resolution of different variants of problems that integrate location, routing, and packing decisions without the need to replicate algorithms. As a proposal for an algorithm, it is developed a hybrid heuristic, which involves the cooperation between the simulated annealing and the artificial algae algorithm. The simulated annealing has four neighborhood operators, local search, and three procedures to diversify the solution. The artificial algae algorithm is combined with the skyline method in order to verify the feasibility of the two-dimensional packing constraints. Once the framework and heuristics have been codified, computational experiments are performed to test its performance, as well as comparisons are made with the most recent results published in the literature. The results show that the heuristic is competitive with other methods from the literature since it could obtain 36.25% solutions equal to the best ones reported in the literature of the location routing problem, besides the average GAP being 0.57%. For the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints, the heuristic could obtain 43.05% solutions equal to the best known in the literature, besides the average GAP being 3.33%. The results obtained for the location routing problem with two-dimensional loading constraints were satisfactory.

Keywords: Framework, Location-Routing Problem, Capacitated Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints, Location-Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints, Heuristics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Níveis de decisões do sistema de gestão logística. 41
Figura 2.2 – Aceitação de soluções piores visando escapar de ótimos locais. 46
Figura 2.3 – Ideia do funcionamento da VNS para problemas de minimização. 53
Figura 3.1 – Representação de uma solução para o LRP. 58
Figura 3.2 – Representação de uma solução para o 2L-CVRP. 61
Figura 3.3 – Exemplo de empacotamento que atende ao 2L-CVRP irrestrito e sequencial. 62
Figura 3.4 – Exemplo de empacotamentos relacionados à Condição 1. 63
Figura 3.5 – Exemplo de empacotamentos relacionados à Condição 2. 63
Figura 3.6 – Exemplo de malha de pontos para a base retangular do veículo. 65
Figura 3.7 – Exemplo de uma solução para o 2L-LRP. 67
Figura 4.1 – Compomentes do *framework*. 70
Figura 4.2 – Vetor usado para a representação da solução da heurística. 71
Figura 4.3 – Representação da operação de Troca. 75
Figura 4.4 – Representação da operação de Inserção. 75
Figura 4.5 – Representação da operação de Inversão. 76
Figura 4.6 – Representação da operação de Inserção de Uma Sequência. 76
Figura 4.7 – Representação de uma operação de Perturbação. 79
Figura 4.8 – Representação da operação de Troca Inversa. 79
Figura 4.9 – Representação da operação de Troca de Zeros. 80
Figura 4.10 –Representação da operação de Troca de Instalação. 80
Figura 4.11 –Conversão de uma solução de uma colônia de algas com valor real para inteiro. 82
Figura 4.12 –Exemplo de um padrão de empacotamento gerado pela *Skyline*. 83
Figura 4.13 –Padrão de empacotamento sobre a malha de *reduced raster points*. 84
Figura 4.14 –Exemplo de ponto inviável para o empacotamento. 85
Figura 4.15 –Desperdícios gerados com o empacotamento do item r. 86
Figura 4.16 –Característica dos pontos na *Skyline*. 87
Figura 4.17 –Aptidão de um item r para diferentes pontos do padrão. 87

Figura 5.1 – Frequência dos parâmetros na calibração das instâncias do 2L-CVRP. . . . 92
Figura 5.2 – Frequência dos parâmetros na calibração das instâncias do LRP e 2L-LRP. . 93
Figura 5.3 – Resultados da Classe 1 das instâncias do 2L-CVRP. 99
Figura 5.4 – Resultado das Classes 2-5 das instâncias do 2L-CVRP. 104
Figura 5.5 – Resultados das instâncias de Barreto (2004). 105
Figura 5.6 – Resultados das instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006). 108
Figura 5.7 – Resultados das instâncias de Tuzun e Burke (1999). 111

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Instâncias *benchmark* do CLRP. 33
Tabela 2.2 – Equivalência entre o recozimento simulado e o processo de otimização. . . 45
Tabela 5.1 – Parâmetros encontrados após a calibração dos parâmetros pelo *irace*. . . . 93
Tabela 5.2 – Intervalos para a geração dos itens. 94
Tabela 5.3 – Informações das instâncias adaptadas de Barreto (2004). 95
Tabela 5.4 – Informações das instâncias adaptadas de Tuzun e Burke (1999). 96
Tabela 5.5 – Informações das instâncias adaptadas de Prins, Prodhon e Calvo (2006). . 97
Tabela 5.6 – Informações das instâncias do 2L-CVRP. 98
Tabela 5.7 – Soluções para a Classe 1 das instâncias do 2L-CVRP. 100
Tabela 5.8 – Diferença dos GAPs da Classe 1 do 2L-CVRP. 101
Tabela 5.9 – Soluções médias das Classes 2 a 5 das instâncias do 2L-CVRP. 102
Tabela 5.10 –Soluções das Classes 2 a 5 das instâncias do 2L-CVRP. 103
Tabela 5.11 –Diferença dos GAPs das Classes de 2 a 5 do 2L-CVRP. 104
Tabela 5.12 –Soluções para as instâncias de Barreto (2004). 106
Tabela 5.13 –Diferença dos GAPs para as instâncias de Barreto (2004). 107
Tabela 5.15 –Diferença dos GAPs para as instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006). . 108
Tabela 5.14 –Soluções para as instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006). 109
Tabela 5.16 –Soluções para as instâncias de Tuzun e Burke (1999). 110
Tabela 5.17 –Diferença dos GAPs para as instâncias de Tuzun e Burke (1999). 111
Tabela 5.18 –Soluções para as Classes 2 a 5 das instâncias adaptadas de Prins, Prodhon e Calvo (2006). 113
Tabela 5.19 –Soluções para as Classes 2 a 5 das instâncias adaptadas de Barreto (2004). 114
Tabela 5.20 –Soluções para as Classes 2 a 5 das instâncias adaptadas de Tuzun e Burke (1999). 115

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2BPP — *Two-Dimensional Bin Packing Problem*

2E-VRP — *Two Echelon-Vehicle Routing Problem*

2L-CVRP — *Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints*

2L-LRP — *Location-Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints*

AAA — *Artificial Algae Argorithm*

ACO — *Ant Colony Optimization*

ALNS — *Adaptive Large Neighborhood Search*

B&B — *Branch-and-Bound*

B&C — *Branch-and-Cut*

B&P — *Branch-and-Price*

BKS — *Best Known Solution*

CLRP — *Capacitated Location-Routing Problem*

CVRP — *Capacitated Vehicle Routing Problem*

EGTS — *Extended Guided Tabu Search*

ELS — *Evolutionary Local Search*

FLP — *Facility Location Problem*

GRASP — *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*

GRASP+ILP — *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure with Integer Linear Programming*

GRASPxELS — *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* with Evolutionary Local Search

ILP — *Integer Linear Programming*

ILRP — *Inventory Location-Routing Problem*

L-CARP — *Location-Capacitated Arc Routing Problem*

LRP — *Location-Routing Problem*

LRPTW — *Location Routing Problem with Time Windows*

MACO — *Multiple Ant Colony Optimization*

NP-difícil — *Non-deterministic Polynomial-time Hard*

OC — Otimização Combinatória

OLRP — *Open Location Routing Problem*

PRMP — *Promise Routing-Memory Packing*

RCPSP — *Resource Constrained Project Scheduling Problem*

S2l-CVRP — *Vehicle Routing with Stochastic Two-Dimensional Items*

SA — *Simulated Annealing*

SALRP — *Simulated Anneling for Location-Routing Problem*

VND — *Variable Descent Neighborhood*

VNS — *Variable Neighborhood Search*

VRP — *Vehicle Routing Problem*

VRPTW — *Vehicle Routing Problem with Time Windows*

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 2.1 SA para problemas de minimização. 46

Algoritmo 2.2 Método de seleção por torneio. 50

Algoritmo 2.3 AAA para problemas de maximização. 52

Algoritmo 2.4 VNS para problemas de minimização. 54

Algoritmo 2.5 VND para problemas de minimização. 54

Algoritmo 4.1 Solução inicial. 74

Algoritmo 4.2 Busca local baseada em VND. 77

Algoritmo 4.3 AAA para verificar o empacotamento de uma rota. 81

Algoritmo 4.4 *Skyline* para empacotar itens. 84

Algoritmo 4.5 Estrutura geral da heurística híbrida SA+AAA. 89

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 25
1.1 Objetivos e Justificativas 27
1.2 Estratégia de Ação 28
1.3 Organização do Trabalho 29

2 REVISÃO DA LITERATURA 31
2.1 Estado-da-Arte para o LRP 31
2.1.1 Métodos Exatos para o LRP 33
2.1.2 Métodos Heurísticos para o LRP 34
2.2 Estado-da-Arte para o 2L-CVRP 37
2.2.1 Métodos Exatos para o 2L-CVRP 37
2.2.2 Métodos Heurísticos para o 2L-CVRP 39
2.3 Estado-da-Arte para o 2L-LRP 41
2.3.1 Métodos Exatos para o 2L-LRP e Outros Problemas 42
2.3.2 Métodos Heurísticos para o 2L-LRP e Outros Problemas 42
2.4 Métodos Heurísticos 44
2.4.1 Recozimento Simulado 44
2.4.2 Algoritmo Artificial de Algas 47
2.4.2.1 Movimento Helicoidal 48
2.4.2.2 Operação de Reprodução 50
2.4.2.3 Operação de Adaptação 50
2.4.2.4 Estrutura Geral do Algoritmo Artificial de Algas 51
2.4.3 Busca em Vizinhança Variável 52
2.4.4 Descida em Vizinhança Variável 54
2.4.5 Calibração de Parâmetros 54

3 CARACTERIZAÇÃO DOS PROBLEMAS 57
3.1 Descrição do LRP 57
3.2 Descrição do 2L-CVRP 60
3.3 Descrição do 2L-LRP 66

4 VISÃO GERAL DO *FRAMEWORK* 69
4.1 Framework 69

4.2 Representação da Solução . . . 71
4.3 Avaliação de uma Solução . . . 72
4.4 Solução Inicial . . . 73
4.5 Estruturas de Vizinhança . . . 75
4.6 Busca Local e Lin-Kernighan . . . 77
4.7 Procedimentos para Diversificar a Solução . . . 78
4.7.1 Procedimento de Perturbação . . . 78
4.7.2 Procedimento de Diversificação . . . 79
4.7.3 Troca de Instalação . . . 80
4.8 Algoritmo Artificial de Algas para o Empacotamento . . . 81
4.9 Estrutura Completa da Heurística . . . 88

5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS . . . 91
5.1 Instâncias e Calibração . . . 91
5.2 Resultados para o 2L-CVRP . . . 98
5.3 Resultados para o LRP . . . 104
5.3.1 Instâncias de Barreto (2004) . . . 105
5.3.2 Instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006) . . . 107
5.3.3 Instâncias de Tuzun e Burke (1999) . . . 108
5.4 Resultados para o 2L-LRP . . . 112
5.4.1 Instâncias Adaptadas de Prins, Prodhon e Calvo (2006) . . . 112
5.4.2 Instâncias Adaptadas de Barreto (2004) . . . 112
5.4.3 Instâncias Adaptadas de Tuzun e Burke (1999) . . . 112

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS . . . 117

REFERÊNCIAS . . . 119

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Devido a complexidade de resolução e por aparecerem em diversas situações reais, os problemas de Otimização Combinatória (OC) são bastante estudados atualmente (PRESTES, 2006). Alguns exemplos de problemas nesta área são os de roteamento, localização, empacotamento, escalonamento, entre outros. Os problemas de OC estão relacionados com a tomada de decisão e vários deles aparecem nas empresas logísticas.

O foco deste trabalho é investigar as variantes dos problemas que integram as decisões de localização, roteamento e empacotamento, uma vez que as decisões acerca destes problemas podem influenciar diretamente nos custos logísticos. Torna-se importante tomar decisões que minimizem o custo total relacionado com a localização de instalações e a distribuição das mercadorias aos clientes. O problema de localização de instalações (*Facility Location Problem* - FLP) busca definir, a um custo mínimo, a quantidade e a localização de instalações (depósitos, fábricas, empresas, hospitais, etc.) com o objetivo de suprir a demanda de clientes. O problema de roteamento de veículos (*Vehicle Routing Problem* - VRP) busca por rotas de custo mínimo total, partindo de uma instalação, para que veículos atendam a demanda de clientes por mercadorias. Por outro lado, o problema de empacotamento em *bins* bidimensionais (*Two-Dimensional Bin Packing Problem* - 2BPP) visa definir como os itens retangulares vão ser empacotados usando o menor número de recipientes retangulares possível.

Na literatura é possível encontrar diversos trabalhos na área de OC que lidam com a combinação dos problemas mencionados no parágrafo anterior, tais como o problema de localização e roteamento (*Location-Routing Problem* - LRP), o problema de roteamento de veículos capacitado com restrições de empacotamento bidimensional (*Capacitated Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints* - 2L-CVRP) e o problema de localização e roteamento com restrições de empacotamento bidimensional, (*Location-Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints* - 2L-LRP). O 2L-LRP surge como uma combinação do LRP e do 2L-CVRP.

O LRP busca pela configuração ótima relacionada a localizar instalações e distribuir mercadorias aos clientes a partir dessas instalações utilizando veículos de carga, de modo a minimizar o custo total decorrido das decisões de localizar e rotear. O 2L-CVRP tem como objetivo definir as rotas dos veículos cujo custo total seja mínimo, atendendo a demanda de todos os clientes. Os clientes têm uma demanda por itens retangulares que devem ser empacotados de forma viável na base do veículo. Por sua vez, o 2L-LRP busca definir onde as instalações devem ser abertas e quais as rotas de veículos devem ser estabelecidas, a partir dessas instalações, para atender a demanda de clientes por itens retangulares, com o empacotamento viável dos itens na base retangular dos veículos.

Em relação a complexidade, o 2L-LRP é considerado NP-difícil (*Non-deterministic Polynomial-time Hard*), pois ele generaliza o LRP e o 2L-CVRP, que por sua vez generalizam outros problemas NP-difíceis (GAREY; JOHNSON, 1979). A resolução desses problemas pode ser feita por meio de algoritmos exatos e heurísticas. Os algoritmos exatos retornam a solução ótima do problema. Em contrapartida, eles acabam não sendo viáveis computacionalmente para instâncias com tamanho médio e grande desses problemas, uma vez que apresentam tempo computacional de pior caso exponencial. Por outro lado, as heurísticas não garantem a solução ótima, mas o tempo computacional gasto para encontrar uma solução satisfatória geralmente é baixo.

A maioria das heurísticas possuem parâmetros internos que influenciam na convergência para boas soluções. Conforme Birattari e Kacprzyk (2009), os parâmetros não são fixos devido ao fato de não haver uma única definição para cada aplicação da heurística, além disso o valor ideal dos parâmetros depende do problema ou mesmo de suas instâncias. A obtenção dos parâmetros pode ser feita manualmente, ou seja, por meio de tentativa e erro, o que na maioria das vezes requer conhecimento, experiência, esforço e tempo. Outra alternativa para calibrar uma heurística consiste na utilização de métodos de configuração automática. Em geral, tais métodos são de fácil aplicação, trazem resultados estatísticos sem a necessidade de um conhecimento anterior sobre o tema e permitem a interação entre os parâmetros ou entre as especificações/peculiaridades do problema (ANSÓTEGUI; SELLMANN; TIERNEY, 2009). Na literatura é possível encontrar diferentes calibradores de parâmetros, como o *CALIBRA* (ADENSO-DÍAZ; LAGUNA, 2006), *ParamILS* (HUTTER *et al.*, 2009) e o *irace* (LÓPEZ-IBÁÑEZ *et al.*, 2016).

Neste trabalho, pretende-se resolver o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP a partir de um *framework* que engloba uma heurística híbrida e realizar a calibração dos parâmetros da heurística utilizando um método de configuração automática. Os resultados obtidos pela heurística devem ser comparados com outros da literatura a fim de mostrar a qualidade da heurística desenvolvida. Ao analisar as etapas de implementação da heurística, nota-se que algumas partes dos algoritmos vão ser iguais para todos os problemas em investigação. Além disso, a calibração dos parâmetros iniciais e os gráficos e tabelas com os resultados

podem ser repetidos para qualquer outro algoritmo que resolve o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP e suas variantes (e até mesmo para outros problemas de OC), o que permite a definição de padrões. Conforme Lobo (2009), ao realizar a definição de um padrão, pode-se reutilizar os componentes, reduzir erros, facilitar a compreensão do projeto, melhorar o processo de manutenção e estabelecer uma estrutura sólida para o desenvolvimento de um *software*. Dessa forma, com a possibilidade de se padronizar parte do projeto do algoritmo é que se objetiva desenvolver o *framework*.

1.1 Objetivos e Justificativas

O objetivo principal do trabalho é desenvolver um *framework* que dê suporte na resolução do LRP, 2L-CVRP e 2L-LRP, bem como possa ser aproveitado posteriormente para resolver outros problemas de OC. Para tanto, pretende-se criar um *framework* com estrutura composta pelo calibrador de parâmetros e pelas tabelas/gráficos para comparar os algoritmos. Os objetivos específicos são:

- Fazer um levantamento bibliográfico do LRP, 2L-CVRP e algumas de suas variantes (incluindo o 2L-LRP), além de estudar métodos heurísticos usados para resolvê-los;
- Desenvolver um *framework* que possui uma heurística híbrida capaz de resolver e lidar com o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP;
- Utilizar um método para a calibração dos parâmetros da heurística;
- Realizar experimentos com diversas instâncias dos problemas para verificar o desempenho da heurística.

Como forma de atingir os objetivos, primeiramente estuda-se os problemas de localização, roteamento e empacotamento bidimensional. Em seguida, as ações são voltadas para a análise e desenvolvimento do *framework* e de um método heurístico capaz de resolver o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP. Os métodos desenvolvidos são implementados em linguagem C++ a fim de realizar testes comparativos com outros métodos da literatura. Por sua vez, o *framework* é codificado em linguagem *Python* por ser mais fácil integrar diferentes componentes, inclusive se desenvolvidos em outras linguagens.

A heurística desenvolvida para o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP consiste de uma hibridização de heurísticas baseadas no recozimento simulado (*Simulated Annealing* - SA) (YU *et al.*, 2010), na descida em vizinhança variável (*Variable Descent Neighborhood* - VND) (WEI *et al.*, 2015), no algoritmo artificial de algas (*Artificial Algae Argorithm* - AAA) (ZHANG *et al.*, 2016) e na técnica *Skyline* (WEI *et al.*, 2017). Os dois primeiros métodos foram utilizados para lidar com as decisões de localização e roteamento, ao passo que os outros dois métodos foram usados para lidar com as restrições de empacotamento bidimensional. Busca-se que

tais heurísticas retornem soluções de qualidade em um tempo computacional comparável com o da literatura. Uma solução é considerada de qualidade se a diferença relativa entre ela e a melhor solução já conhecida é próxima de zero (BARRETO, 2004). Assim, quanto menor o percentual de diferença entre a solução da heurística em relação a melhor solução conhecida na literatura, maior é a qualidade da heurística.

A importância deste trabalho reside no fato de que atualmente não se conhece qualquer *framework* desenvolvido para auxiliar na resolução de problemas que integram as decisões de localização, roteamento e empacotamento. Além disso, o estudo do LRP se justifica pelo fato de que em diversas aplicações reais a localização de instalações e o roteamento de veículos não podem ser tratados separadamente sem afetar consideravelmente a solução do problema (BALDACCI; MINGOZZI; CALVO, 2011). Conforme Min, Jayaraman e Srivastava (1998), tomar as decisões de localizar e rotear independentemente gera limitações, sendo que os resultados tomados separadamente podem ser ótimos locais (SALHI; RAND, 1989). Nas aplicações reais, os responsáveis pela parte logística também precisam tratar o problema de roteamento e empacotamento de forma simultânea (IORI; SALAZAR-GONZÁLEZ; VIGO, 2007).

Vários estudos sobre o LRP e suas variantes foram desenvolvidos recentemente. Conforme Prodhon e Prins (2014), entre os anos de 2007 e 2013, foram publicados 72 artigos sobre esse problema. Além disso, nos trabalhos de Nagy e Salhi (2007) e Drexl e Schneider (2015) é possível perceber que vários estudos de caso foram realizados acerca de aplicações reais do LRP, refletindo a importância dele na resolução de problemas do cotidiano de empresas.

Visando minimizar os custos, as empresas logísticas estão em busca de um planejamento com as melhores decisões possíveis, as quais devem proporcionar maior eficiência na utilização dos recursos, melhorar a qualidade do serviço prestado aos clientes e diminuir os custos de transporte. Uma pesquisa realizada pelo Núcleo de Logística, Supply Chain e Infraestrutura da Fundação Dom Cabral (RESENDE *et al.*, 2015) com 111 empresas brasileiras, mostra que tais empresas tem um faturamento de 17% do Produto Interno Bruto, em que os custos logísticos representam 11,19% da receita dessas empresas. A maior parcela dos custos logísticos corresponde ao transporte de matéria-prima, do produto acabado e a distribuição urbana de produtos.

1.2 Estratégia de Ação

Esta pesquisa propõe um *framework* e um método heurístico híbrido para resolver o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP. Para tanto, modelos e métodos da literatura foram investigados visando desenvolver ou adaptar métodos heurísticos para resolver tais problemas. Inicialmente, realizou-se uma pesquisa em busca de artigos publicados em periódicos nas bases

Scielo, *Google scholar* e *Scopus*. Apesar de existirem outras bases, limitou-se apenas a estas, uma vez que elas já contemplam um número significativo de periódicos e com importantes publicações na área. Consultou-se ainda dissertações e artigos publicados em eventos da área para obter mais detalhes sobre os problemas e suas aplicações, motivação para o seu estudo e os métodos desenvolvidos recentemente.

Ao revisar a literatura sobre o LRP e o 2L-CVRP, encontrou-se uma quantidade significativa de artigos, com diferentes métodos de resolução. A maioria dos trabalhos empregaram métodos heurísticos, uma vez que as heurísticas conseguem resolver instâncias com maior número de instalações, clientes e itens em um tempo computacional baixo se comparado com o de métodos exatos. Em seguida, realizou-se um estudo sobre métodos heurísticos a fim de conhecer melhor como eles funcionam e também sobre métodos que calibram automaticamente os parâmetros de heurísticas. Com isso, partiu-se para o desenvolvimento da heurística com base nas propostas da literatura para, em seguida, desenvolver o *framework*.

A codificação dos métodos foi realizada em linguagem C++, sendo que os trabalhos da literatura utilizam dessa linguagem ou da linguagem C, o que permite uma comparação mais propícia entre os métodos. Posteriormente, testes computacionais foram realizados em instâncias da literatura e em instâncias adaptadas. Os resultados obtidos foram comparados, sempre que possível, com as melhores soluções conhecidas da literatura.

1.3 Organização do Trabalho

O presente trabalho está dividido em seis capítulos. No Capítulo 1 apresentou-se uma introdução geral do objeto de estudo, assim como os objetivos pretendidos, as justificativas para o seu estudo e a etapas relacionadas a execução do trabalho.

O Capítulo 2 traz uma revisão da literatura sobre o LRP, o 2L-CVRP e suas variantes, além de métodos utilizados para resolvê-los. Este capítulo também aborda aspectos relacionados com a resolução dos problemas objeto de investigação, de modo que se apresenta a estrutura básica das heurísticas e de seus parâmetros de entrada. Ainda, comenta-se sobre o pacote *irace* utilizado para realizar a calibração de parâmetros da heurística.

O Capítulo 3 define formalmente o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP, apresentando um modelo de programação linear inteira para cada um desses problemas. Ademais, definem-se os pontos de discretização de Scheithauer e Terno (1996) utilizados para lidar com o empacotamento dos itens na base retangular dos veículos.

O Capítulo 4 apresenta uma visão geral do *framework* e da heurística híbrida desenvolvida, que envolve um algoritmo baseado no recozimento simulado e procedimentos fundamentados em busca em vizinhança variável, no algoritmo artificial de algas e na técnica

Skyline.

O Capítulo 5 traz os experimentos computacionais realizados em instâncias da literatura e a discussão sobre a calibração dos parâmetros da heurística. Neste capítulo são apresentadas tabelas e ilustrações gráficas comparativa entre as soluções obtidas pela heurística para o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP.

O Capítulo 6 traz as conclusões obtidas e as direções futuras para o desenvolvimento de novos trabalhos a partir deste.

Capítulo 2

REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre as versões do LRP, do 2L-CVRP e do 2L-LRP. Na Seção 2.1, discute-se sobre as diferentes versões do LRP. Por sua vez, o 2L-CVRP é abordado na Seção 2.2. A Seção 2.3 sumariza o 2L-LRP, outros problemas envolvendo os três níveis de decisão do sistema de gestão logística e alguns trabalhos que abordaram aplicações reais do 2L-LRP em outros contextos. Finalmente, a Seção 2.4 apresenta diferentes métodos heurísticos para a resolução de problemas de otimização, focando nos métodos utilizados como base para o desenvolvimento da heurística híbrida para o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP, e também sobre o pacote *irace* utilizado para calibrar os parâmetros da heurística.

2.1 Estado-da-Arte para o LRP

De forma geral, o LRP pode ser definido por um conjunto de clientes e um conjunto de locais para abrir as instalações, tal que o custo das instalações e as demandas dos clientes são conhecidas. Além disso, cada instalação possui um custo fixo de abertura e há também um custo de distribuição, que inclui as despesas de aquisição de veículos e os gastos na operação de transporte. O objetivo do LRP é minimizar o custo total de abertura das instalações e de percorrer as rotas atendendo toda a demanda dos clientes.

Os primeiros estudos envolvendo o LRP foram realizados por Watson-Gandy e Dohrn (1973), Or e Pierskalla (1979), Jacobsen e Madsen (1980), Laporte e Nobert (1981) e Perl e Daskin (1985). Posteriormente, diversos outros estudos foram realizados a respeito deste problema, o que permitiu o surgimento de diversas variantes, a saber:

- Estocástico: um ou mais elementos (clientes, demanda dos clientes, tempo de viagem, entre outros) do problema não são conhecidos a princípio e são simulados por alguma distribuição de probabilidade durante a resolução do problema;
- Dinâmico: os dados e as condições do problema são alterados de um período para o outro;

- Multinível: os clientes não são atendidos diretamente a partir das instalações principais, ou seja, a partir da instalação primária atende-se, por exemplo, outras instalações secundárias que, por sua vez, podem atender outras instalações ou clientes. A quantidade de níveis é determinada conforme o número de escalões utilizados até chegar nos clientes;
- Multiobjetivo: o problema envolve mais de um objetivo, tal que se busca otimizar um conjunto de objetivos não integráveis e que muitas vezes são conflituosos;
- Janela de tempo: há uma limitação no tempo de viagem para um percurso ou para visitar cada cliente;
- Restrições de empacotamento: cada cliente tem uma certa quantidade de mercadorias que devem ser entregues. Para tanto, os itens devem ser empacotados de forma viável dentro dos veículos;
- Entrega fracionada: um cliente pode ser visitado mais de uma vez e por mais de um veículo;
- Distância total de uma rota: a distância máxima que o veículo pode percorrer em cada rota é limitada;
- Capacidade limitada: a capacidade máxima que uma instalação e/ou veículo pode atender é limitada;
- Coleta e entrega: os clientes podem ter uma oferta e/ou procura por demanda, ou seja, os clientes podem requerer tanto os serviços de coleta quanto de entrega de mercadorias. Se um cliente solicitar ambos os serviços de coleta e entrega, o problema é denominado de coleta e entrega simultânea;
- Muitos-para-muitos: é uma extensão da versão de coleta e entrega, em que o veículo realiza o recolhimento de mercadorias de vários clientes para depois realizar a entrega para vários outros clientes;
- Estoque: as decisões de gerenciamento de estoque são integradas ao problema, isto é, busca-se definir o quanto de mercadoria deve-se manter em estoque e quando se deve fazer um pedido ao fabricante.

A resolução do LRP e suas variantes foi feita por diferentes algoritmos exatos e heurísticos. As Seções 2.1.1 e 2.1.2 trazem uma discussão de alguns trabalhos da literatura que utilizaram métodos exatos e heurísticos para resolver o LRP e suas variantes, com ênfase nos trabalhos que resolveram o LRP capacitado (*Capacitated Location Routing Problem* - CLRP), isto é, a versão do LRP em que os veículos e as instalações têm capacidade limitada. Nos trabalhos da literatura a cerca do CLRP, os autores têm usado alguns conjuntos de instâncias, as

quais são denominadas de instâncias padrão (*benchmark*). A Tabela 2.1 sumariza algumas dessas instâncias e traz informações sobre o acrônimo referente ao conjunto de instâncias, o autor que as criou e o número de instâncias, instalações e clientes.

Tabela 2.1 – Instâncias *benchmark* do CLRP.

Acrônimo	Autor	Número de instâncias	Número de instalações	Número de clientes
P	Tese de Perl (1983)	5	2-15	12-318
TB	Tuzun e Burke (1999)	36	10-20	100-200
B	Barreto (2004)	13	5-14	21-150
ADF	Albareda-Sambola, Díaz e Fernández (2005)	15	5-10	10-30
PPW	Prins, Prodhon e Calvo (2006)	30	5-10	20-200
ABR	Akca, Berger e Ralphs (2009)	12	5	30-40
BMW	Baldacci, Mingozzi e Calvo (2011)	4	14	150-199

Fonte – Adaptado de Drexl e Schneider (2015).

2.1.1 Métodos Exatos para o LRP

Laporte e Nobert (1981) formularam o LRP por meio de um modelo de programação linear inteira e resolveram usando um algoritmo do tipo *Branch-and-Bound* (B&B). A versão do problema consistia em determinar uma única instalação e com número de veículos fixo. Além disso, não havia restrições relacionadas ao comprimento das rotas. A validação do algoritmo ocorreu por meio de um conjunto de instâncias aleatórias variando de 20 até 50 cidades.

Laporte, Nobert e Pelletier (1983) estudaram o LRP considerando a localização de várias instalações que pode ou não ter custos fixos e limite máximo para o número de instalações. Para resolver o problema, os autores utilizaram o algoritmo de corte de Gomory para o caso especial em que cada instalação tem somente um veículo e também o caso com mais de um veículo. O algoritmo foi testado em um conjunto de instâncias aleatórias com 20 a 50 cidades.

Berger, Coullard e Daskin (2007) propuseram uma abordagem exata baseada no método *Branch-and-Price* (B&P) para lidar com a versão do LRP em que os depósitos e veículos não têm capacidade limitada e com a restrição de distância máxima para as rotas. A validação do método foi realizada por meio de experimentos em instâncias geradas aleatoriamente, contendo 10 instalações e com o número de clientes no intervalo de 50 a 100. O algoritmo resolveu, na otimalidade, varias instâncias com 100 clientes em um tempo computacional de até 7.200,00 segundos.

Em busca da solução do CLRP, Belenguer *et al.* (2011) apresentaram um método exato do tipo *Branch-and-Cut* (B&C), para o qual os autores introduziram algumas desigualdades válidas para fortalecer o relaxamento da programação linear e procedimentos de separação exatos e heurísticos. Os experimentos computacionais foram realizados em 12 instâncias de

PPW (com até 50 clientes), 10 instâncias de B (com no máximo 88 clientes) e no conjunto de instâncias de ABR. As maiores instâncias resolvidas na otimalidade têm 5 instalações e 50 clientes.

Rodríguez-Martín, Salazar-González e Yaman (2014) abordaram a versão com centros (*hub*) de localização do LRP, a qual consiste em decidir onde abrir os centros de localização, atribuir os clientes aos centros e definir o roteamento entre os clientes e os centros, de forma que o custo de transporte seja mínimo. Os autores propuseram um modelo de programação inteira mista e utilizaram um método baseado no algoritmo exato B&C para resolver o problema. Os experimentos mostraram que o algoritmo é capaz de resolver instâncias com até 50 clientes.

Contardo, Cordeau e Gendron (2014a) utilizaram um algoritmo exato do tipo *Branch-and-Cut-and-Price* para resolver o CLRP. Os autores propuseram cinco novas famílias de desigualdades válidas. Experimentos numéricos realizados em 71 instâncias, contemplando os conjuntos ABR, BMW, PPW, 9 instâncias de TB e outras 16 instâncias adaptadas de B, mostraram que a abordagem é eficiente, superando quase todos os resultados apresentados por Belenguer *et al.* (2011), Contardo, Cordeau e Gendron (2011) e Baldacci, Mingozzi e Calvo (2011).

Ponboon, Qureshi e Taniguchi (2016) propuseram um algoritmo exato do tipo B&P para resolver o LRP com janelas de tempo (*Location Routing Problem with Time Windows* - LRPTW). Conforme os autores, o LRPTW ainda não havia sido resolvido por meio de um algoritmo exato. Na avaliação de desempenho, o algoritmo foi testado em dois conjuntos de instâncias, as quais foram adaptadas do conjunto B e da literatura do problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows* - VRPTW). No que concerne as instâncias adaptadas de B, os resultados obtidos pelo algoritmo foram comparados com a melhor solução conhecida da literatura, retirada dos trabalhos de Barreto (2004), Akca, Berger e Ralphs (2009), Baldacci, Mingozzi e Calvo (2011) e Belenguer *et al.* (2011). Para estas instâncias, o método B&P conseguiu obter as mesmas soluções da literatura, sendo que as instâncias são de porte pequeno, com no máximo 36 clientes e 5 instalações. Para as instâncias do VRPTW, que contém 10, 25 e 30 clientes, o método mostrou ser eficiente ao se comparar os resultados do LRPTW com os do VRPTW, conseguindo melhorar alguns resultados apresentados por Qureshi, Taniguchi e Yamada (2009).

2.1.2 Métodos Heurísticos para o LRP

As heurísticas vêm sendo desenvolvidas para o LRP desde a década de 1970, sendo que Prodhon e Prins (2014), Drexl e Schneider (2015) e Schneider e Drexl (2017) discutiram de forma bem geral sobre elas. Adiante, faz-se a revisão de trabalhos mais recentes que desenvolveram heurísticas para o LRP.

Duhamel *et al.* (2010) propuseram um método de solução baseado no Procedimento de Busca Adaptativa Aleatória Gulosa (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* - GRASP) combinado com uma Busca Local Evolutiva (*Evolutionary Local Search* - ELS), denominado de GRASPxELS, para o CLRP. As soluções são geradas usando a GRASP e melhoradas com a aplicação da ELS. Experimentos numéricos realizados no conjunto de instâncias de PPW, TB e B mostraram que a abordagem é eficiente, superando outros métodos publicados anteriormente e encontrando algumas soluções melhores que as apresentadas na literatura do CLRP.

Yu *et al.* (2010) propuseram uma heurística baseada no SA para resolver o CLRP, denominada por SALRP. A heurística SALRP gera uma solução inicial a partir de um algoritmo para o problema do caixeiro viajante e, posteriormente, aplicam-se operadores de vizinhança e busca local. Tal algoritmo foi aplicado nos conjuntos de instâncias de PPW, TB, B e P. Os resultados obtidos demonstraram que a heurística desenvolvida é bastante eficiente comparada ao estado-da-arte.

Em busca de resolver problemas no contexto da logística de cidades, Hemmelmayr, Cordeau e Crainic (2012) propuseram a heurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) com operadores que abrem e fecham instalações e reorganizam os clientes por meio da remoção e inserção em rotas. A heurística ALNS foi desenvolvida para resolver o problema de roteamento de veículos com dois níveis, do inglês *Two Echelon-Vehicle Routing Problem* (2E-VRP) e o CLRP. Experimentos computacionais realizados nos conjuntos de instâncias de PPW, TB e B mostraram que a heurística ALNS é satisfatória para resolução do LRP. Para o 2E-VRP, o algoritmo conseguiu superar resultados apresentados anteriormente na literatura.

Ting e Chen (2013) propuseram o método baseado no algoritmo de colônia de formigas, do inglês *Multiple Ant Colony Optimization* (MACO), para resolver o CLRP. Os autores dividiram o LRP em três subproblemas, quais sejam: o problema de localização de instalações capacitado; o problema de atribuir clientes as instalações; e o problema de roteamento de veículos capacitado, cada um com uma colônia de formigas associada. A primeira colônia de formigas está relacionada a abertura das instalações com base em sua capacidade e custo. A segunda colônia de formigas atribui os clientes às instalações mais próximas, além de considerar um procedimento de reparo quando a capacidade das instalações é violada. A terceira colônia de formigas é responsável por determinar boas rotas para cada instalação aberta. Os experimentos numéricos, realizados nos conjunto de instâncias de PPW, TB, B e P, indicam que a MACO é competitiva com outros algoritmos bem conhecidos, podendo obter novas soluções melhores que as apresentadas anteriormente na literatura.

Govindan *et al.* (2014) utilizaram uma heurística híbrida, composta pelos métodos otimização de enxame de partículas multi-objetivo e algoritmo de busca em vizinhança variável multi-objetivo, para resolver o *Two Echelon - Location Routing Problem*, isto é, a versão do LRP com dois níveis. O problema abordado considera janela de tempo no contexto da oti-

mização da cadeia de suprimento de alimentos perecíveis. O objetivo do problema consiste em minimizar o custo associado a localização das instalações e ao roteamento de veículos, bem como reduzir os impactos ambientais causados pela emissão de carbono. O algoritmo desenvolvido foi aplicado em 12 instâncias geradas aleatoriamente, em que as instalações de nível 0 são as fábricas centrais e as de nível 2 são os clientes finais.

Para resolver o CLRP, Contardo, Cordeau e Gendron (2014b) desenvolveram uma heurística híbrida composta do método GRASP com resolução de um modelo de programação linear inteira, do inglês *Integer Linear Programming* (ILP), a qual os autores denominaram de GRASP+ILP. A solução inicial é gerada pelo método GRASP e por um método de busca local composto por sete operadores de vizinhança baseados em movimentos de abertura de instalações, troca de clientes entre rotas, divisão de rotas e 2-opt. A solução inicial é melhorada com a resolução de um modelo de programação inteira combinada com uma heurística de geração de colunas. Os autores aplicaram o algoritmo nos conjunto de instâncias de PPW, TB, B, BMW e 3 instâncias de P. O método proposto conseguiu melhorar resultados de algumas instâncias, para quais ainda não se conhece a solução ótima.

Marinakis (2015) desenvolveu uma heurística baseada no exame de partículas, com a agregação de um novo operador que combina três topologias de vizinhança diferentes, para resolver a variante do LRP com demanda estocástica. A heurística é composta de duas fases: na primeira fase é feita a resolução do FLP e a segunda fase corresponde ao VRP. Os autores também lidaram com o CLRP. A heurística foi testada nos conjuntos de instâncias B, PPW e TB durante a resolução do CLRP, enquanto que para solucionar o LRP estocástico os autores fizeram uma adaptação dessas instâncias. Para ambas as versões do LRP, a heurística obteve soluções satisfatórias, sendo que para o LRP com demandas estocásticas ela conseguiu melhorar o valor de cerca de 71,95% das instâncias testadas.

Yu e Lin (2015) desenvolveram uma heurística baseada no recozimento simulado para resolver o LRP aberto (*Open Location Routing Problem* - OLRP). Este problema lida com serviços terceirizados, isto é, quando uma empresa contrata outra para efetuar a entrega das mercadorias. O OLRP tem como objetivo minimizar os custos relacionados as operações de localizar as instalações, os custos fixos para utilizar um veículo e as despesas de distribuição. A heurística foi testada nos conjuntos de instâncias B, PPW, TB e P. Os resultados mostraram que a heurística é eficiente para resolver o OLRP tanto em qualidade da solução quanto no tempo computacional.

Através da utilização de uma heurística composta pelo algoritmo genético e procedimentos de busca local, Lopes, Ferreira e Santos (2016) resolveram o CLRP. Experimentos numéricos, realizados nas instâncias B, PPW e TB, mostraram que a heurística é competitiva com outros métodos apresentados na literatura anterior do problema, incluindo os métodos desenvolvidos por Escobar, Linfati e Toth (2013), Ting e Chen (2013) e Contardo, Cordeau e Gendron (2014b).

2.2 Estado-da-Arte para o 2L-CVRP

O 2L-CVRP tem como objetivo determinar rotas de veículos de forma que o custo total de transporte seja mínimo. O problema é caracterizado por uma instalação central e um conjunto de clientes, em que cada cliente demanda uma quantidade de itens retangulares. Além disso, tem-se um conjunto de veículos com um contêiner retangular, no qual os itens dos clientes devem empacotados sem que haja sobreposição entre quaisquer itens.

Apesar do 2L-CVRP apresentar uma vasta aplicabilidade, este problema ainda é pouco estudado e surgiu recentemente. Um levantamento de métodos e variantes do 2L-CVRP já investigadas na literatura pode ser encontrado em Iori e Martello (2013) e Pollaris *et al.* (2015). O primeiro trabalho envolvendo este problema foi desenvolvido por Iori (2004) em sua tese de doutorado. O 2L-CVRP possui algumas variantes relacionadas com a configuração do empacotamento, a orientação dos itens (a possibilidade de rotacionar os itens ou não), janelas de tempo, demanda estocástica, entre outras. O empacotamento dos itens pode ser feito de forma sequencial, isto é, respeitando a ordem dos clientes visitados na rota, ou irrestrita (os itens podem ser empacotados sem ter que respeitar a ordem de visita).

O 2L-CVRP apresenta um conjunto de instâncias *benchmark*. Tais instâncias são divididas em cinco classes, em que cada classe é composta por 36 instâncias, totalizando 180 instâncias. A partir das instâncias do problema de roteamento de veículos capacitado (*Capacitated Vehicle Routing Problem* - CVRP) de Reinelt (1991) e de Toth e Vigo (2002), Iori, Salazar-González e Vigo (2007) adaptaram 60 instâncias para o 2L-CVRP, as quais contêm até 35 clientes e 114 itens. Posteriormente, Gendreau *et al.* (2008) adaptaram novas instâncias com base nas instâncias de Toth e Vigo (2002), possuindo até 255 clientes e 786 itens. Assim, as instâncias de Iori, Salazar-González e Vigo (2007) e Gendreau *et al.* (2008) têm sido utilizadas como instâncias *benchmark* para o 2L-CVRP.

Na literatura do 2L-CVRP a maioria dos trabalhos são voltados para métodos heurísticos de modo que o desenvolvimento de métodos exatos para a resolução do 2L-CVRP ainda é escasso. As Seções 2.2.1 e 2.2.2, respectivamente, sumarizam métodos exatos e heurísticos utilizados para resolver o 2L-CVRP, com foco nos trabalhos voltados para a versão irrestrita do problema, uma vez que se objetiva resolver essa variante neste trabalho.

2.2.1 Métodos Exatos para o 2L-CVRP

Iori, Salazar-González e Vigo (2007) estudaram a versão sequencial do problema e desenvolveram um algoritmo exato do tipo B&C, com procedimentos de separação para encontrar desigualdades violadas relacionadas ao roteamento e a viabilidade do empacotamento. Os autores ainda agregaram algumas técnicas heurísticas e limitantes para melhorar o desempenho do método. A validação do método foi realizada sobre o conjunto de instâncias definidas por Iori, Salazar-González e Vigo (2007).

Azevedo *et al.* (2009) empregaram um algoritmo B&C para resolver o 2L-CVRP sequencial e irrestrito, com a adaptação de diferentes desigualdades válidas do CVRP e a utilização de técnicas heurísticas e exatas para verificar a viabilidade do empacotamento. No caso sequencial, os resultados obtidos foram comparados com os de Iori, Salazar-González e Vigo (2007), sendo identificada uma redução significativa no tempo de resolução das instâncias. Além disso, os autores conseguiram encontrar soluções ótimas para um total de nove instâncias até então em aberto. Para a versão irrestrita, o método conseguiu resolver 50 instâncias na otimalidade.

Souza (2013) estudou a versão sequencial e irrestrita do 2L-CVRP. Além disso, os autores consideram alguns características, referentes aos custos entre os clientes e as rotas, durante a resolução do problema, quais sejam: (1) custo das arestas são valores inteiro, a quantidade de rotas deve ser igual ao número de veículos disponíveis e o número de clientes por rota deve ser superior a um; (2) as distâncias entre os clientes assumem valores reais, a quantidade de rotas deve ser menor ou igual ao número de veículos disponíveis e pode haver rotas com somente um cliente. Assim, o autor resolveu quatro versões do problema, sendo elas: (i) a sequencial com as características em (1); (ii) a sequencial com as características em (2); (iii) a irrestrita com as características em (1); (iv) a irrestrita com as características em (2). Para resolver essas variantes do 2L-CVRP foram propostas heurísticas de geração de colunas, um algoritmo B&B e um algoritmo B&C baseado no de Iori, Salazar-González e Vigo (2007). Os resultados para os casos (ii) e (iv) indicam que a solução ótima foi obtida para 84 instâncias. Os resultados obtidos para os casos (i) e (iii) também foram satisfatórios, sendo que nenhuma das heurísticas de geração de colunas retornaram uma solução com diferença maior do que 5% em relação as soluções anteriores da literatura.

Côté, Gendreau e Potvin (2014) desenvolveram um algoritmo exato do tipo B&C para resolver o 2L-CVRP com demanda estocástica associada aos itens dos clientes, do inglês *Vehicle Routing with Stochastic Two-Dimensional Items* (S2L-CVRP). Além disso, os autores também resolveram o 2L-CVRP sequencial. O algoritmo B&C consegui resolver as instâncias *benchmark* com até 71 clientes e 226 itens para o 2L-CVRP sequencial. Já para o S2L-CVRP, os autores realizaram os testes computacionais a partir das instâncias adaptadas da *benchmark* do 2L-CVRP, sendo que o algoritmo resolveu instâncias com no máximo 44 clientes.

Para lidar com a versão sequencial do 2L-CVRP, Hokama, Miyazawa e Xavier (2016) propuseram um método exato B&C com a agregação de alguns procedimentos de separação para detectar rotas inviáveis. Os autores também propuseram algoritmos para encontrar padrões de empacotamento viáveis sobre uma malha de pontos. O algoritmo foi testado nas instâncias de Iori, Salazar-González e Vigo (2007), sendo possível melhorar os resultados de 8,70% das instâncias quando comparado com a literatura.

Côté, Guastaroba e Speranza (2017) estudaram o 2L-CVRP com o objetivo de analisar e discutir os benefícios obtidos com a integração do CVRP com o 2BPP. Para tanto, os

autores propuseram um modelo de programação linear inteira para o 2L-CVRP e diferentes métodos para obter a solução do problema de empacotamento dos itens dos clientes, uma vez que a etapa de verificar a viabilidade do empacotamento dos itens dos clientes nas rotas corresponde a um gargalo na resolução do 2L-CVRP. Para analisar a importância de uma abordagem integrada do 2L-CVRP foi feita uma comparação das soluções obtidas para o 2L-CVRP com outras três abordagens considerando separadamente os problema de roteamento e empacotamento. Os resultados mostram ganhos significativos ao tratar uma abordagem integrada do 2L-CVRP, sendo em torno de 7%.

2.2.2 Métodos Heurísticos para o 2L-CVRP

Um método heurístico para o 2L-CVRP foi proposto por Gendreau *et al.* (2008), que aplicaram a busca tabu para resolver as versões sequencial e irrestrita. Para checar a viabilidade do empacotamento, os autores utilizaram o algoritmo *Touching Perimeter*, enquanto a busca em vizinhança possui operações de troca de clientes entre duas rotas distintas. A cada movimento de troca, faz-se a devida inserção na lista tabu de forma que as soluções resultantes sejam diferentes de outras já encontradas. O algoritmo foi validado a partir de experimentos computacionais nas instâncias *benchmark*. Os resultados mostraram que a heurística é eficiente na resolução do 2L-CVRP, sendo possível encontrar várias soluções ótimas.

Fuellerer *et al.* (2009) apresentaram uma heurística de colônia de formigas, denominada ACO (*Ant Colony Optimization*), para otimizar o roteamento, enquanto que a viabilidade do empacotamento foi checada a partir de dois métodos heurísticos, *Bottom-Left Fill* e *Touching Perimeter Algorithm*. Na versão abordada, os itens podiam ser rotacionados ortogonalmente. O algoritmo foi utilizado para resolver quatro versões do problema: *(i)* orientada e sequencial; *(ii)* rotacionada e sequencial; *(iii)* orientada e irrestrita; e, por fim, *(iv)* rotacionada e irrestrita. Os experimentos computacionais ocorrem nas instâncias *benchmark* da literatura do 2L-CVRP. A heurística obteve bons resultados, conseguindo superar os métodos anteriores da literatura, em média, de 2,56% para a versão sequencial e de 3,20% para a versão irrestrita.

Leung *et al.* (2010) utilizaram o SA juntamente com um método de busca local para obter a solução do 2L-CVRP sequencial e irrestrito. A viabilidade do empacotamento é checada por meio de um conjunto de heurísticas definidas em Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2009) e mais uma nova heurística, denominada de *Max Fitness Value Heuristic*. Os autores testaram a heurística desenvolvida no conjunto de instâncias *benchmark* e compararam os seus resultados com Gendreau *et al.* (2008), Fuellerer *et al.* (2009) e Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2009). Para a versão irrestrita, os resultados foram inferiores ao de Fuellerer *et al.* (2009). Por outro lado, para a versão sequencial, a heurística teve melhores resultados.

Para resolver a versão irrestrita do 2L-CVRP, Duhamel *et al.* (2011) propuseram a heurística GRASPxELS. A resolução do 2L-CVRP pelo método GRASPxELS consiste em duas etapas, primeiro as restrições de empacotamento são relaxadas em restrições do Problema de Escalonamento de Projetos com Restrição de Recursos (*Resource Constrained Project Scheduling Problem* - RCPSP). Em seguida, as restrições do RCPSP são convertidas em uma solução para o 2L-CVRP. A GRASPxELS retornou soluções satisfatórias para as instâncias *benchmark*, conseguindo superar todos os resultados publicados anteriormente na literatura.

Leung *et al.* (2011) apresentaram uma heurística de Busca Tabu Guiada Estendida (*Extended Guided Tabu Search* - EGTS) baseada no método proposto por Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2009) para resolver o 2L-CVRP sequencial e irrestrito. Para verificar a viabilidade do empacotamento nas rotas, os autores utilizaram heurísticas propostas por Leung *et al.* (2010). Os experimentos realizados no conjunto de instâncias *benchmark* mostraram que a heurística é eficiente, de modo que foi possível superar as soluções obtidas por Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2009).

Com a proposta de heurística *Promise Routing-Memory Packing* (PRMP), Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2013) resolveram o 2L-CVRP sequencial e irrestrito. Para resolver o problema de roteamento, a heurística PRMP é composta pelo método de busca local combinada com a busca local guiada. Para lidar com o empacotamento, os autores utilizaram um conjunto de heurísticas que permitiu gerar diversos padrões de empacotamento e, assim, aumentar a probabilidade de se obter um empacotamento viável. O algoritmo foi aplicado no conjunto de instâncias *benchmark* do 2L-CVRP e os resultados mostram que a heurística é eficiente, sendo possível obter algumas soluções melhores que as reportadas anteriormente na literatura.

Em busca da solução do 2L-CVRP sequencial e irrestrito, Wei *et al.* (2015) propuseram uma heurística baseada em busca em vizinhança variável combinada com um procedimento de busca local e um mecanismo para diversificar a busca por rotas. A viabilidade do empacotamento foi testada a partir da aplicação da heurística busca tabu combinada à técnica *Skyline*. Os experimentos computacionais realizados nas instâncias *benchmark* mostraram que a abordagem é eficiente, conseguindo encontrar algumas soluções melhores em relação às apresentadas na literatura do 2L-CVRP. Os resultados foram comparados com os métodos propostos por Duhamel *et al.* (2011) e Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2013) para a versão irrestrita e com os métodos desenvolvidos por Fuellerer *et al.* (2009) e Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2013) para o 2L-CVRP sequencial.

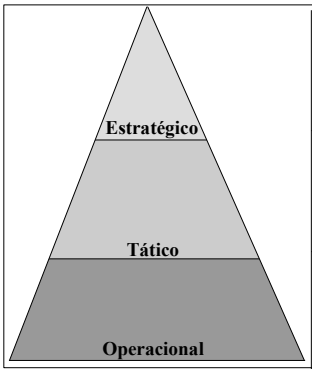
Recentemente, Wei *et al.* (2018) desenvolveram uma heurística baseada no SA para resolver quatro variantes do 2L-CVRP, que são as mesmas resolvidas por Fuellerer *et al.* (2009). O SA foi aplicado para lidar com o problema de roteamento de veículos, de modo que os autores introduziram um mecanismo de arrefecimento repetido e de aumento da temperatura para melhorar o SA. O problema de empacotamento bidimensional foi resolvido por

uma heurística baseada na técnica *Open Space*. Além disso, um procedimento de aceleramento, denominado *Trie*, foi utilizado, o qual guarda informações da viabilidade do empacotamento das rotas e controla o tempo gasto nas rotas. A validação da heurística ocorreu a partir de testes computacionais realizados sobre as instâncias *benchmark*. A heurística conseguiu obter soluções melhores ou iguais a melhor conhecida na literatura para a maioria das instâncias e para todas as versões consideradas, de forma que o SA superou todos os algoritmos anteriores da literatura.

2.3 Estado-da-Arte para o 2L-LRP

O 2L-LRP busca determinar, a um custo mínimo, onde as instalações devem ser abertas e estabelecer as rotas, partindo das instalações abertas, para que veículos atendam a demanda dos clientes por itens retangulares. O 2L-LRP é definido por um conjunto de instalações e um conjunto de clientes, de modo que as informações referentes a capacidade das instalações, o custo de abertura das instalações, a demanda dos clientes, a capacidade do veículo e o custo de utilizar um veículo são conhecidas. O 2L-LRP abrange os três níveis de decisão do sistema de gestão logística: estratégico, tático e operacional. A Figura 2.1, traz uma pirâmide com os níveis de decisões e suas principais características.

Figura 2.1 – Níveis de decisões do sistema de gestão logística.



Níveis organizacionais mais altos: Administradores	Visa a empresa como um todo; Investimento de capital alto; Duração de longos períodos; Decisões dificilmente reversíveis;
Níveis organizacionais intermediários: Gerentes	Visa os departamentos; Investimento de capital moderado; Prazo de duração médio; Decisões reversíveis com um custo moderado;
Níveis organizacionais inferiores: Supervisores	Visa as tarefas ou operações; Investimento de capital baixo; Curtos períodos; Decisões facilmente reversíveis;

Fonte – a autora.

Somente recentemente na literatura os pesquisadores notaram a importância de lidar com os três níveis de decisão do sistema de gestão logística em um único problema (HIASSAT; DIABAT; RAHWAN, 2017). Assim, a resolução do 2L-LRP tem aparecido só muito recentemente. A partir do levantamento bibliográfico foi possível identificar apenas um trabalho. Contudo, o 2L-LRP apresenta importantes aplicações reais como, por exemplo, em situações de desastres naturais e operações militares. Por isso, esta seção traz outros problemas envolvendo os três níveis de decisão do sistema logístico e também de trabalhos que lidaram com a questão de desastres naturais e operações militares. A resolução desses problemas por métodos exatos e heurísticos são apresentados nas Seções 2.3.1e 2.3.2, respectivamente.

2.3.1 Métodos Exatos para o 2L-LRP e Outros Problemas

A resolução do 2L-LRP com demandas incertas foi feita por Queiroz *et al.* (2016), que propuseram um modelo de programação linear inteira considerando capacidade limitada para as instalações e veículos. O modelo foi testado em uma instância com três cenários diferentes de incerteza. Essa instância foi construída a partir da adaptação de um caso real da cadeia de abastecimentos da Europa.

Outro problema envolvendo os três níveis de decisão é o problema de localização e roteamento com estoque (*Inventory Location-Routing Problem* - ILRP), o qual foi estudado por Shen e Qi (2007) através do desenvolvimento de um B&B com limitantes dados por uma relaxação Lagrangeana. Os autores consideraram a versão do ILRP com demanda incerta, sendo que a demanda dos clientes segue uma distribuição normal. Os autores apresentaram um modelo de programação inteira não-linear cujo objetivo foi definir quais instalações devem ser abertas e atribuir os clientes a elas visando minimizar o custo total relacionado a localização, ao estoque nas instalações e ao transporte. O método foi testado em um conjunto de instâncias com número de clientes variando de 40 a 320, sendo que os resultados apontaram para a sua boa qualidade.

2.3.2 Métodos Heurísticos para o 2L-LRP e Outros Problemas

Na revisão da literatura foi possível encontrar a resolução do 2L-LRP somente no trabalho de Queiroz *et al.* (2016), o qual utilizou um abordagem exata para obter a solução do problema. Assim, esta seção traz trabalhos relacionados a desastres naturais, operações militares e problemas que envolvem os três níveis de decisão do sistema logístico.

Murty e Djang (1999) propuseram um método de solução sequencial para resolver um problema de logística militar. O objetivo do problema é determinar onde cada unidade da guarda nacional dos Estados Unidos devem realizar seu treinamento, sendo que a distância máxima de viagem entre as bases onde as unidades do exército estão até o locais de treinamento deve ser respeitada. Além disso, a milhagem da frota do treinador móvel e a distância total percorrida por todas as unidades devem ser mínima. Os testes foram feitos sobre instâncias reais obtidas da guarda nacional do exército dos Estado Unidos.

Zhang, Ma e Jiang (2008) lidaram com a versão estocástica do ILRP e com multiperíodo (as demandas dos clientes variam de período para período), em que as demanda seguem uma distribuição de *Poisson*. Um algoritmo genético foi desenvolvido para resolver o problema e considera uma codificação binária para definir quais depósitos abrir. As rotas de cada depósito são determinadas por meio da aplicação do *Saving Algorithm*. Além disso, realiza-se a operação de cruzamento usando um procedimento seleção por roleta, o operador de dois pontos e o operador de mutação. O método foi validado através de testes em instâncias geradas aleatoriamente.

Song, He e Zhang (2009) desenvolveram uma heurística híbrida para o LRP com demanda incerta. O método é baseado no algoritmo genético com redes neurais artificiais. O algoritmo apresentado foi projetado para resolver o problema de evacuação das vítimas após algum tipo de desastre natural, visando reduzir o tempo total de evacuação. Experimentos computacionais foram realizados em um caso prático da cidade de Gulfport, nos Estados Unidos, e os resultados obtidos foram comparados com um algoritmo genético tradicional.

Ahmadi-Javid e Azad (2010) propuseram uma heurística híbrida composta pelo recozimento simulado e a busca tabu. A solução inicial do problema é gerada aleatoriamente de forma que as decisões de localizar depósitos, alocar clientes e rotear são tratadas iterativamente em dois estágios separados pela aplicação de diferentes operadores de vizinhança. Os testes computacionais foram realizados sobre um conjunto de instâncias de pequeno, médio e grande porte (com número de clientes variando entre 4 e 400 e os de depósitos entre 2 até 50), as quais foram geradas aleatoriamente. Os resultados obtidos para as instâncias de pequeno e médio porte mostraram que a heurística é eficiente, conseguindo obter uma solução de melhor qualidade do que o solucionador comercial Lingo 8.

O LRP com arcos capacitados, do inglês *Location-Capacitated Arc Routing Problem* (L-CARP), foi estudado por Pramudita, Taniguchi e Qureshi (2014), que propuseram uma busca tabu, com a divisão do L-CARP em dois outros problemas, de localização-alocação e o de roteamento de veículos capacitado. O método foi aplicado para resolver o problema de retirada de destroços, que busca determinar as rotas para coletar os destroços e definir o local onde eles serão despejados. Neste contexto, os autores precisaram agregar uma nova restrição ao L-CARP, denominada restrição de viabilidade de acesso aos destroços. A validação do método foi realizada por meio de experimentos em instâncias reais baseadas em um desastre ocorrido em Tóquio, no Japão.

Rath e Gutjahr (2014) estudaram o problema de localização de armazéns e roteamento, conhecido como *Warehouse Location-Routing Problem*, tendo como objetivo resolver o problema de socorrer as vítimas de desastres naturais. O problema busca pela localização de instalações e a definição de rotas para fornecer bens de socorro para as vítimas acidentadas. Os métodos utilizados pelos autores foram aplicados em 21 instâncias geradas sinteticamente e em um caso real da província de Manabí, no Equador.

Hiassat, Diabat e Rahwan (2017) estudaram o ILRP no contexto da otimização da cadeia de produtos perecíveis, para o qual propuseram um algoritmo genético com a agregação de busca local e uma nova representação dos cromossomos. Os experimentos computacionais foram realizados em um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente. Os resultados mostraram que a heurística é eficiente para resolver instâncias de médio e grande porte. Para as instâncias de pequeno porte, a heurística teve um comportamento relativamente fraco.

2.4 Métodos Heurísticos

Com base nos trabalhos descritos nas Seções 2.1 a 2.3, nota-se que foram empregados diferentes métodos para resolver o LRP, o 2L-CVRP e suas variantes. Heurísticas são utilizadas para resolver problemas de otimização em geral e, em breves palavras, consistem de métodos que seguem alguma ideia inteligente para explorar o espaço de soluções e obter uma boa solução, o que não garante a solução ótima. O objetivo fundamental de uma heurística é encontrar soluções de qualidade em um tempo computacional baixo, em especial, para problemas aplicados. Conforme Martí e Reinelt (2011), as heurísticas podem ser classificadas em:

- Métodos de decomposição: consistem em dividir o problema original em subproblemas mais fáceis de se obter a solução, de modo que todos os subproblemas devem compor a mesma classe do problema inicial;
- Métodos de indução: partindo de casos menores ou mais simples, generalizam-se as ideias para aplicar em problemas mais amplos;
- Métodos de redução: identificam algumas propriedades que presumidamente deverão possuir a solução ótima e simplificar o problema apresentando limitantes. O objetivo é delimitar o espaço das soluções reduzindo o problema.
- Métodos construtivos: iniciam com uma solução vazia e a cada passo um novo elemento é adicionado até a obtenção da solução final.
- Métodos de busca local: iniciam com uma solução viável e busca melhorar esta solução explorando sua vizinhança por meio de diferentes movimentos;
- Meta-heurísticas: uma estrutura heurística geral que pode ser aplicada em diferentes problemas com pequenas modificações para adaptá-las a problemas específicos. Alguns exemplos são: recozimento simulado, algoritmo genético, busca tabu, colônia de formigas e busca em vizinhança variável.

Mais detalhes desses métodos e algumas de suas aplicações podem ser encontrados no trabalho de Baghel, Agrawal e Silakari (2012). Além disso, as Seções 2.4.1 a 2.4.4 apresentam a explicação detalhada de alguns métodos heurísticos que foram utilizados neste trabalho e, por fim, a Seção 2.4.5 traz uma discussão sobre o pacote utilizado para calibrar os parâmetros da heurística.

2.4.1 Recozimento Simulado

O SA foi proposto por Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi (1983) fazendo uma analogia dos problemas de otimização com o processo de resfriamento de um metal em estado de fusão,

conforme a equivalência na Tabela 2.2. Baseado no trabalho de Metropolis *et al.* (1953) para simular a técnica de recozimento de um sólido, Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi (1983) mostraram ser possível estender tais conhecimentos à resolução de problemas de otimização, para encontrar uma solução viável ou até mesmo a solução ótima.

Tabela 2.2 – Equivalência entre o recozimento simulado e o processo de otimização.

Recozimento de um sólido	**Otimização**
Estado físico	Solução viável
Energia do estado	Valor da função objetivo
Estado fundamental do sólido	Ótimo global
Resfriamento rápido	Busca local
Resfriamento lento e controlado	Recozimento simulado

Fonte – Adaptado de Johnson *et al.* (1989).

O processo de recozimento (*annealing*) consiste em uma operação de tratamento térmico aplicado aos metais com o intuito de se obter uma massa homogênea de baixa energia na estrutura interna. O processo consiste em aquecer um metal a uma temperatura efetivamente alta em estágios progressivos, até cessar qualquer variação dos parâmetros e que não ocorram mais alterações nas características do sistema. Em seguida, o metal é resfriado lentamente de modo que a estrutura dos átomos do metal estabilize e se alcance um sólido cristalino. Esse processo apresenta uma convergência lenta, em virtude da redução da temperatura ser a uma taxa significativamente baixa a fim de assegurar a melhor cristalização do sólido.

O SA como método para a otimização permite a escolha de soluções piores na tentativa de fugir de ótimos locais. O método parte de uma temperatura e solução inicial. A temperatura inicial deve ser elevada para permitir explorar uma significativa variedade de soluções. Ao longo do processo iterativo, perturbações são realizadas nas soluções a fim de explorar suas vizinhanças. Em seguida, calcula-se o valor da função objetivo para a solução e faz-se a devida análise para verificar a sua aceitação de acordo com uma probabilidade estabelecida pelo critério de aceitação. Por fim, a temperatura do sistema é alterada através de um fator de resfriamento objetivando garantir a convergência (NEARCHOU, 2004).

As principais vantagens de se aplicar o SA estão relacionadas com a capacidade de lidar com problemas envolvendo muitas restrições e ter critérios para explorar diferentes regiões do espaço de busca. A estrutura padrão do SA para problemas de minimização é detalhada no Algoritmo 2.1, em que T_0 representa a temperatura inicial, T_f corresponde a temperatura final, α equivale ao coeficiente que controla o resfriamento da temperatura, podendo assumir valores no intervalo entre [0, 1], I_{iter} indica o número de soluções vizinhas a serem exploradas a cada temperatura T, $F(X)$ indica o valor da função objetivo para a solução X e XX representa a melhor solução.

Algoritmo 2.1- SA para problemas de minimização.

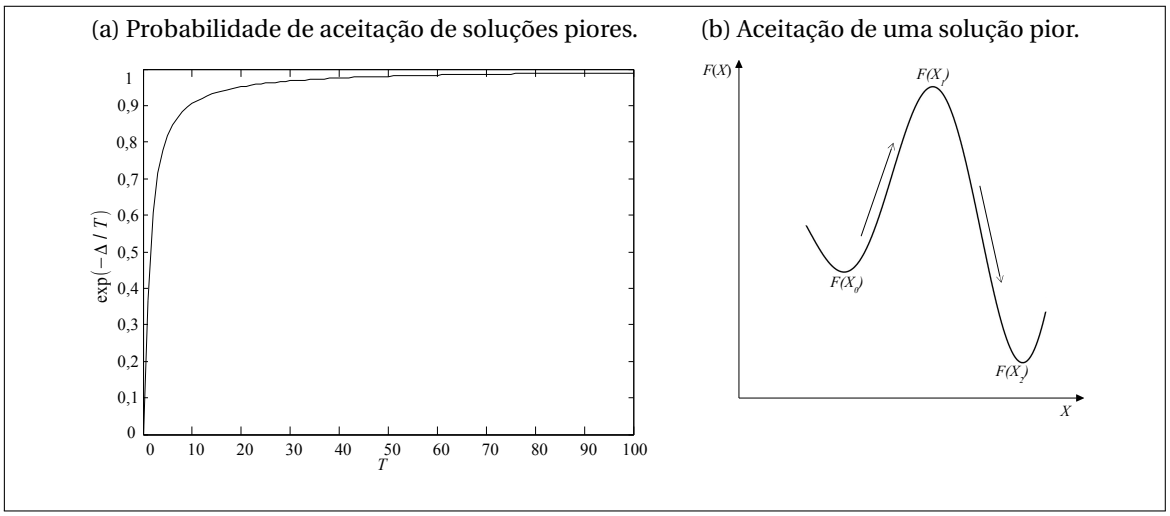
Entrada: α, I_{iter}, T_0, T_f.

```
1  Gerar uma solução inicial X;
2  XX ← X;        T ← T_0;
3  enquanto T ⩾ T_f faça
4      para I ← 0 até I_iter faça
5          Gerar uma solução Y na vizinhança de X;
6          ΔF ← F(Y) − F(X);
7          se ΔF ⩽ 0 então X ← Y;
8          senão
9              Gerar aleatoriamente um número r entre 0 e 1;
10             se r < e^{−ΔF/T} então X ← Y;
11         se F(X) < F(XX) então XX ← X;
12     T ← α T;
```

Saída: Solução XX.

A temperatura inicial T_0 deve ser elevada, visto que o critério de aceitação de soluções de qualidade inferior, $e^{-\Delta F/T}$, está em função da temperatura corrente e da diferença do custo das soluções geradas. Dessa forma, quanto maior a temperatura, maior será a probabilidade de aceitação de soluções de menor qualidade, conforme apresentado na Figura 2.2a. Assim, o método aceita no início quase todas as soluções de baixa qualidade e, ao longo do processo, com o resfriamento da temperatura pelo fator α, a probabilidade de aceitação de soluções inferiores decresce. Esta característica peculiar de considerar soluções de qualidade inferior à solução atual permite ao método escapar de ótimos locais conforme exemplifica a Figura 2.2b.

Figura 2.2 – Aceitação de soluções piores visando escapar de ótimos locais.



Fonte – a autora.

Os valores iniciais atribuídos aos parâmetros do SA influenciam diretamente na convergência para uma boa solução. Assim, torna-se essencial definir valores apropriados conforme o problema sendo resolvido. As temperaturas estão associadas ao número de iterações a executar, sendo que valores muito baixos podem ocasionar uma convergência prematura e valores elevados podem resultar em altos tempos computacionais. Outro parâmetro importante é a taxa de resfriamento utilizada para diminuir a temperatura, que impacta no número de iterações e na aceitação de soluções de baixa qualidade.

2.4.2 Algoritmo Artificial de Algas

O AAA simula o comportamento das algas. As algas são espécies fotossintéticas que se caracterizam por ficar perto da luz, realizar movimentos helicoidais, reproduzir por divisão mitótica e adaptar ao meio ambiente. Assim, este método tem como princípio reproduzir a vida das algas em busca de nutrientes e luz, ambos suficientes para que a colônia de algas possa sobreviver e reproduzir. Este método foi introduzido por Uymaz, Tezel e Yel (2015) para problemas de maximização, sendo empregado para resolver problemas de otimização não linear. Recentemente, Zhang *et al.* (2016) e Korkmaz, Babalik e Kiran (2017) propuseram uma adaptação do AAA para lidar com problemas de otimização combinatória, em particular, os autores lidaram com problemas de otimização binária. Zhang *et al.* (2016) aplicaram o AAA ao problema da mochila, enquanto Korkmaz, Babalik e Kiran (2017) usaram este para resolução do problema de localização de instalações não capacitado, em que bons resultados foram obtidos.

O AAA simula a vida das algas que consiste em: seu modo de mover/nadar, dado por um movimento helicoidal; adaptação a novos ambientes; e a reprodução por divisão mitótica. O algoritmo é composto por três fases principais: movimento helicoidal, adaptação e reprodução. A população de algas é representada na matriz (2.1), em que cada linha representa um grupo de algas que vivem juntas, denominado de colônia. Cada colônia representa uma solução para o problema.

$$z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & \cdots & z_{1T_{col}} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & \cdots & z_{2T_{col}} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & \cdots & z_{3T_{col}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ z_{N_{col}1} & z_{N_{col}2} & z_{N_{col}3} & \cdots & z_{N_{col}T_{col}} \end{bmatrix}, \tag{2.1}$$

em que cada $z_t = [z_{t1}\ z_{t2}\ z_{t3}\ \ldots\ z_{tT_{col}}]$, para $t = 1, 2, 3, \ldots, N_{col}$, representa uma colônia de algas, z_{ti} é a i-ésima alga da colônia t, N_{col} é a quantidade de colônias de algas e T_{col} é o número de algas que cada colônia contém.

Cada colônia z_t tem um parâmetro Cv_t representando as condições de vida das algas (ou tamanho), tal que quando as algas estão em condições de vida perfeita, elas vão se

reproduzir e aumentar de tamanho. O valor usual de Cv_t no início do algoritmo é 1 e, posteriormente, este valor é atualizado conforme a fórmula (2.2), em que μ_t representa taxa de crescimento dada pela fórmula (2.3), que relaciona a taxa de crescimento de microorganismos com sua alimentação (MONOD, 1949). Assim, quando as algas recebem nutrientes em quantidade suficiente, elas crescem e reproduzem, caso contrário, elas sobrevivem até um certo tempo futuro.

$$Cv_t = Cv_t \mu_t, \qquad t = 1, 2, \ldots, N_{col}. \tag{2.2}$$

$$\mu = \hat{\mu} \frac{H}{B + H}, \tag{2.3}$$

em que:

- μ: é a taxa de crescimento das algas;
- $\hat{\mu}$: é a taxa de crescimento máxima das algas, que é tomada como 1 devido a lei da conservação de massa;
- H: é a concentração do substrato para o crescimento. O valor de H é geralmente dado pelo valor da função objetivo, tal que quanto maior o valor de H, melhor são as condições de vida das algas;
- B: é a constante de meia saturação (ou de concentração de substrato). O valor de B é proporcional a Cv_t.

O cálculo do parâmetro μ_t tem variações, como por exemplo, Zhang *et al.* (2016) consideraram o valor μ_t sendo:

$$\mu_t = \frac{Cv_t + 4\,F(z_t)}{Cv_t + 2\,F(z_t)}, \qquad t = 1, 2, \ldots, N_{col}, \tag{2.4}$$

em que $F(z_t)$ é o valor da função objetivo para a colônia z_t. Zhang *et al.* (2016) consideram μ_t como o coeficiente de atualização de Cv_t e, assim, μ_t não apresenta relação com a fórmula de Monod (1949). Neste trabalho adotou-se a estratégia de Zhang *et al.* (2016) para realizar o cálculo do valor μ_t.

2.4.2.1 Movimento Helicoidal

As algas buscam locais com luz e nutrientes suficientes para poderem sobreviver. O movimento realizado pelas algas reais são do tipo helicoidal. No AAA, o movimento das colônias ocorre na direção da colônia que apresenta o melhor valor de função objetivo.

O movimento dado por cada colônia depende da proximidade da superfície (quanto mais próximo, mais energia a colônia possui), pois se tem menos atrito no movimento e, assim, a capacidade de busca nas vizinhanças ocorre com mais frequência. Neste contexto,

o movimento de um colônia depende da distância da alga em relação a superfície de atrito. A energia de uma colônia z_t é proporcional a quantidade de nutrientes absorvidos em um dado instante. As algas são idealizadas de forma esférica de modo que o volume de uma esfera corresponde às condições de vida de uma colônia, dado na fórmula (2.5). A superfície de atrito de uma colônia representa a área da superfície do hemisfério, representado na fórmula (2.6). Logo, a superfície de atrito das colônias é calculada conforme a fórmula (2.7).

$$V_{esfera} = \left(\frac{4\pi}{3} {r_t}^3\right) \rightarrow Cv_t = \left(\frac{4\pi}{3} {r_t}^3\right) \rightarrow r_t = \left(\sqrt[3]{\frac{3Cv_t}{4\pi}}\right). \tag{2.5}$$

$$\omega_t = 2\pi r_t^2. \tag{2.6}$$

$$\omega_t = 2\pi \left(\sqrt[3]{\frac{3Cv_t}{4\pi}}\right)^2, \qquad t = 1, 2, \ldots, N_{col}. \tag{2.7}$$

O movimento helicoidal ocorre em três dimensões para cada colônia. Dessa forma, três algas da colônia são selecionadas de forma aleatória e as suas respectivas posições são modificadas conforme as equações em (2.8) a (2.10).

$$z_{tv} = z_{tv} + (z_{qv} - z_{tv})(f_c - \omega_t)\rho, \tag{2.8}$$

$$z_{tw} = z_{tw} + (y_{qw} - z_{tw})(f_c - \omega_t)\cos(\alpha), \tag{2.9}$$

$$z_{tl} = z_{tl} + (z_{ql} - z_{tl})(f_c - \omega_t)\sin(\beta), \tag{2.10}$$

em que v, w e l são números inteiros escolhidos de forma aleatória no intervalo $[1, N_{col}]$ e representam as três algas escolhidas para modificar as posições; q corresponde a uma colônia vizinha escolhida por meio do método de seleção por torneio, como apresentado no Algoritmo 2.2; ρ é um número real que varia no intervalo $[-1, 1]$; e α e β são parâmetros definidos no intervalo de $[0, 2\pi]$.

O método de seleção por torneio consiste basicamente em escolher duas colônias da população de algas e gerar um número aleatório r entre 0 e 1. Se r for menor do que uma probabilidade ε definida previamente, o algoritmo retorna a melhor colônia dentre as duas escolhidas. Caso contrário, retorna-se a pior colônia. A melhor e a pior colônia são dadas conforme o valor de função objetivo. O valor de ε varia no intervalo $[0, 1]$, sendo mais usual utilizar valores próximos de 1.

Algoritmo 2.2- Método de seleção por torneio.

Entrada: ε, z.

Escolha duas colônias da população z aleatoriamente;
$r \leftarrow$ gerar um número aleatório entre 0 e 1;
se $r < \varepsilon$ **então**
    $j \leftarrow$ A melhor colônia é escolhida;
senão
    $j \leftarrow$A pior colônia é escolhida;

Saída: Colônia j.

2.4.2.2 Operação de Reprodução

Quando as algas recebem nutrientes e luz em quantidades adequadas, elas crescem e reproduzem rapidamente. Caso contrário, com baixo índice de nutrientes e luz, as algas sobrevivem até um certo período de tempo e, posteriormente, morrem. No AAA, a colônia z_t fica maior ao se mover em direção à colônia com maior valor de função objetivo e, consequentemente, a colônia com melhor condição de vida. Assim, na operação de reprodução, a colônia t com o menor valor de Cv_t recebe a solução da colônia com o maior valor de Cv_t, sendo este processo representado nas fórmulas dadas em (2.11) a (2.13). As fórmulas (2.11) e (2.12) representam a seleção da colônia com maior e menor valor de Cv_t, respectivamente, sendo que elas retornam o índice da colônia.

$$g = \underset{t=1,2,...,N_{col}}{\operatorname{argmax}} \ (Cv_t), \tag{2.11}$$

$$s = \underset{t=1,2,...,N_{col}}{\operatorname{argmin}} \ (Cv_t), \tag{2.12}$$

$$z_{si} = z_{gi}, \qquad i = 1, 2, \ldots, T_{col}. \tag{2.13}$$

2.4.2.3 Operação de Adaptação

As colônias que não podem crescer o suficiente tentam se adaptar ao ambiente. A adaptação é o processo no qual uma colônia busca se assemelhar a maior colônia da população. O valor inicial de aptidão Ap_t é zero para todas as colônias e é modificado com o movimento helicoidal. Caso o valor da função objetivo da colônia melhore com o movimento helicoidal, a aptidão permanece com o mesmo valor. Contudo, se o valor da função objetivo piorar, Ap é incrementado.

No AAA, o movimento de adaptação consiste em escolher a colônia d com maior Ap_d (que corresponde a colônia de algas que não conseguiu melhorar após realizar Ap_d movi-

mentos helicoidais) e adaptá-la seguindo as fórmulas (2.14) e (2.15).

$$d = \underset{t=1,2,...,N_{col}}{\operatorname{argmax}} \ (Ap_t). \tag{2.14}$$

$$z_{di} = \begin{cases} z_{di} + (z_{gi} - z_{di})r_2, & \text{se } r_1 < P_a, \\ z_{di}, & \text{caso contrário.} \end{cases}, \qquad i = 1, 2, \ldots, T_{col}. \tag{2.15}$$

em que i é o índice para cada alga, g representa a colônia de alga com melhor condição de vida, dada na fórmula (2.11), r_1 e r_2 são números reais aleatórios no intervalo [0, 1]. Conforme Zhang *et al.* (2016), a probabilidade de aplicar a operação de adaptação P_a tem seu valor geralmente entre 0,3 e 0,7.

2.4.2.4 Estrutura Geral do Algoritmo Artificial de Algas

O Algoritmo 2.3 apresenta a estrutura padrão do AAA para problemas de maximização, que possui seis parâmetros de entrada, quais sejam: P_a, que representa a probabilidade de aplicar a operação de adaptação; N_{iter} é o número máximo de iterações; N_{col} é a quantidade de colônias de algas; t_e é a taxa de perda de energia ao realizar um movimento; T_{col} denota o tamanho da população de cada colônia de algas; e, por fim, f_c corresponde a força de cisalhamento, que representa o atrito entre a superfície do corpo de uma colônia de algas e as partículas do fluído onde elas se encontram.

No início do Algoritmo 2.3, gera-se uma população inicial z, dada por uma matriz de algas de dimensão $N_{col} \times T_{col}$, e atribuem-se os valores de Cv e Ap. Em seguida, realiza-se o processo de melhoria da população inicial pela aplicação do movimento helicoidal, e das operações de reprodução e adaptação.

O movimento helicoidal é aplicado enquanto a energia de uma colônia t for maior do que zero, sendo o valor da energia decrementado toda vez que uma colônia t realiza um movimento e quando uma nova solução é pior do que a solução corrente, indicando perda de energia devido ao metabolismo da colônia. Na avaliação da nova solução, caso ela seja melhor, atualiza-se a solução anterior e o parâmetro nf, que indica se a colônia melhorou de solução, recebe $False$. Uma vez que o critério de parada para E_t seja atingido, verifica-se o valor de nf. Para o caso de $nf = True$, a alga não recebe mais energia e nutrientes e, assim, Ap_t é incrementado. Após a energia de todas as colônias esgotar, a população z é submetida ao processo de reprodução. Por fim, aplica-se a operação de adaptação, caso o valor de r seja menor do que a probabilidade de adaptação P_a. O algoritmo finaliza ao

atingir o número máximo de iterações.

Algoritmo 2.3- AAA para problemas de maximização.

Entrada: P_a, N_{iter}, N_{col}, t_e, T_{col}, f_c.

Gerar a população z com as colônias iniciais;
$Cv_t \leftarrow 1$, para $t \leftarrow 1, 2, \ldots, N_{col}$;
$Ap_t \leftarrow 0$, para $t \leftarrow 1, 2, \ldots, N_{col}$;
para $i \leftarrow 1$ até N_{iter} **faça**
    Calcular a energia E_t e a superfície de atrito ω_t;
    para $t \leftarrow 1$ até N_{col} **faça**
        $nf \leftarrow True$;
        enquanto $E_t > 0$ **faça**
            $Y \leftarrow$ Aplicar o **Movimento Helicoidal** em z_t;
            $E_t \leftarrow E_t - \frac{t_e}{2}$;
            se $F(z_t) < F(Y)$ **então** $z_t \leftarrow Y$; $nf \leftarrow False$;
            senão $E_t \leftarrow E_t - \frac{t_e}{2}$;
        se $nf = True$ **então** $Ap_t \leftarrow Ap_t + 1$;
    Atualizar o tamanho Cv_t de cada colônia de alga;
    $z \leftarrow$ Aplicar a **Operação de Reprodução** em z;
    $r \leftarrow$ gerar um número aleatório entre 0 e 1;
    se $r < P_a$ **então** $z \leftarrow$ Aplicar a **Operação de Adaptação** em z;

Saída: Colônia z_t com maior $F(z_t)$.

2.4.3 Busca em Vizinhança Variável

A busca em vizinhança variável, do inglês *Variable Neighborhood Search* (VNS), foi proposta por Mladenović e Hansen (1997) e seu funcionamento é baseado na ideia de mudar sistematicamente de uma vizinhança para outra conforme a solução não vai melhorando e, assim, as chances do método ficar preso em um ótimo local são menores. A VNS consiste em explorar vizinhanças gradativamente maiores, tal que as vizinhanças devem ser ordenadas de modo que as primeiras envolvam movimentos mais simples. Conforme Hansen e Mladenović (2014), a VNS é baseada nos seguintes fatos:

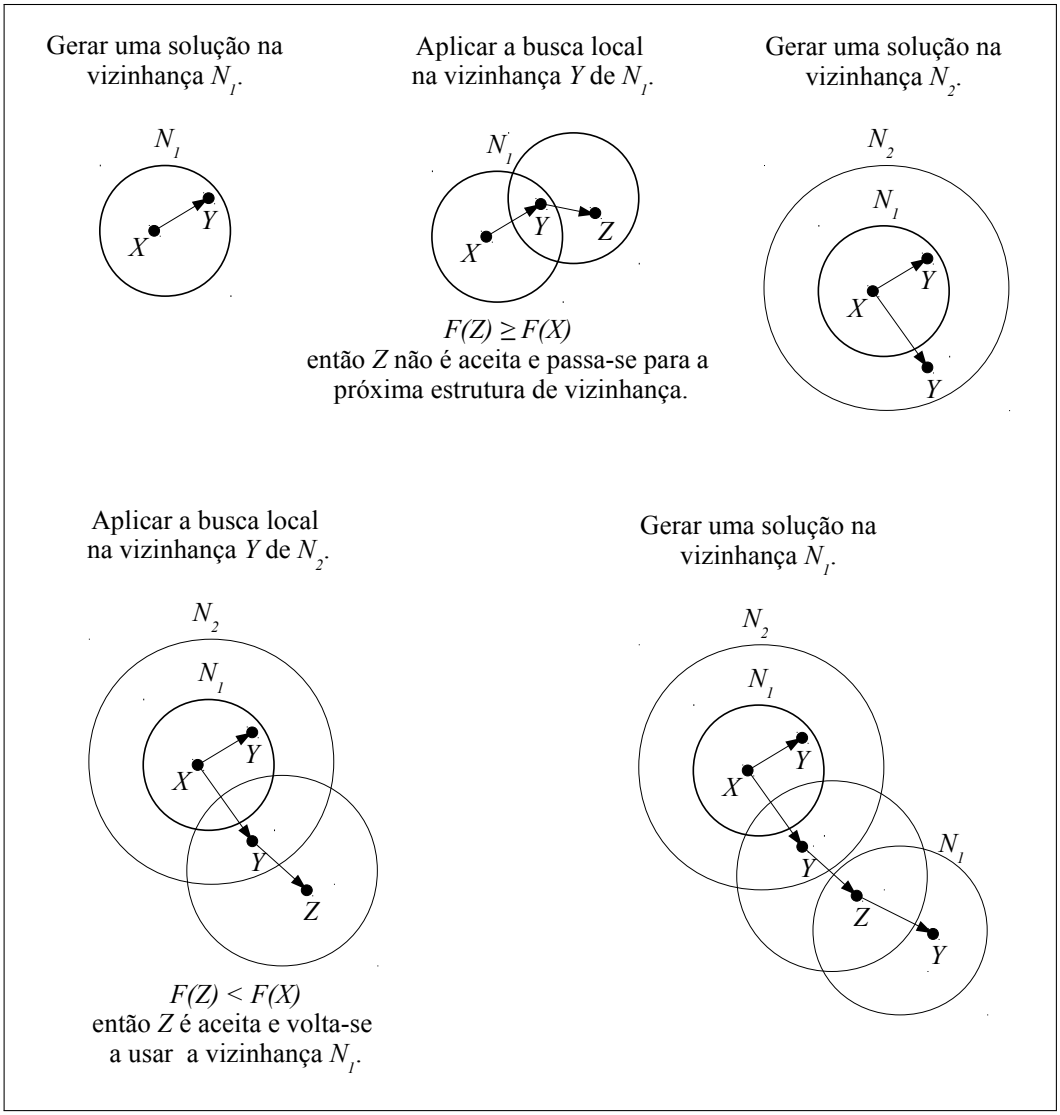
Fato 1: um ótimo local apresentado por uma estrutura de vizinhança não necessariamente corresponde a um ótimo local em relação a outra estrutura de vizinhança;

Fato 2: um mínimo global corresponde a um mínimo local com respeito às estruturas de vizinhança;

Fato 3: frequentemente um mínimo local em relação a uma ou várias estruturas de vizinhança compartilham características comuns.

A estrutura da VNS para problemas de minimização é apresentada no Algoritmo 2.4, enquanto a Figura 2.3 exemplifica o funcionamento da VNS. A VNS pode ser dividida em três etapas, quais sejam: obter uma solução inicial e gerar aleatoriamente uma solução vizinha através de alguma estrutura de vizinhança; realizar uma busca local partindo da solução gerada na etapa anterior; e, aceitar a solução da busca local somente se ela for melhor do que a solução corrente.

Figura 2.3 – Ideia do funcionamento da VNS para problemas de minimização.



Fonte – a autora.

No início do Algoritmo 2.4, gera-se uma solução inicial X e, a cada iteração, uma nova solução Y é obtida a partir da aplicação da estrutura de vizinhança N_k em X, em que k = 1, 2, ..., k_{max}. Em seguida, a solução Y é submetida a um procedimento de busca local para tentar obter uma solução Z que seja melhor. Se Z for melhor do que a solução corrente X, então a solução X é atualizada e o processo de aplicação dos operadores reinicia com $k = 1$. Caso contrário, passa-se a considerar a próxima estrutura de vizinhança sobre X. O

algoritmo termina quando o critério de parada é atingido, podendo ser um número máximo de iterações, o tempo de processamento ou um número máximo de iterações consecutivas permitidas sem que a solução corrente melhore.

Algoritmo 2.4- VNS para problemas de minimização.

```
1 Gerar uma solução inicial X;
2 k_max ← número de estruturas de vizinhança;
3 enquanto critério de parada não satisfeito faça
4     k ← 1;
5     enquanto k ⩽ k_max faça
6         Gerar aleatoriamente uma solução Y na vizinhança N_k(X);
7         Z ← Aplicar a busca local em Y;
8         se F(Z) < F(X) então X ← Z;      k ← 1;
9         senão k ← k + 1;
Saída: Solução X.
```

2.4.4 Descida em Vizinhança Variável

A VND é geralmente empregada como busca local e possui ideia similar a da VNS, explorando o espaço de soluções através de mudanças sistemáticas sobre as estruturas de vizinhança. Ao explorar cada vizinhança, pode-se considerar a melhor solução (*best improvement*) ou a primeira solução que melhore a solução corrente (*first improvement*). A VND retorna o ótimo local em relação a todas as estruturas de vizinhança e, assim, a probabilidade de alcançar o ótimo global é maior comparado com a aplicação de somente uma vizinhança (MLADENOVIĆ; HANSEN, 1997). A estrutura da VND é apresentada no Algoritmo 2.5.

Algoritmo 2.5- VND para problemas de minimização.

```
1 Gerar uma solução inicial X;
2 k_max ← número de estruturas de vizinhança;
3 k ← 1;
4 enquanto k ⩽ k_max faça
5     Encontre o melhor vizinho Y na vizinhança N_k(X);
6     se F(Y) < F(X) então X ← Y;      k ← 1;
7     senão k ← k + 1;
Saída: Solução X.
```

2.4.5 Calibração de Parâmetros

Encontrar a configuração mais adequada para um algoritmo não é uma tarefa fácil e requer bastante tempo, uma vez que vários testes devem ser executados com diferentes

parâmetros. A fim de auxiliar nesse processo, há pacotes que realizam a configuração automática dos parâmetros. Neste trabalho, utiliza-se o *irace* desenvolvido por López-Ibáñez *et al.* (2016), visando obter valores adequados para os parâmetros.

O *irace* foi projetado utilizando o *software* estatístico R, podendo lidar com diferentes tipos de parâmetros (inteiro, real, ordinário ou categórico), além das condições de dependência entre os parâmetros. O pacote implementa um processo de execução iterativo que avalia as configurações candidatas e elimina as que apresentam um desempenho estatístico baixo. O *irace* realiza uma corrida iterada (*Iterated Racing*), a qual consiste de três etapas:

Etapa 1: amostragem de configurações baseando-se em uma distribuição específica;

Etapa 2: seleção das melhores configurações ao longo das corridas;

Etapa 3: atualização da distribuição da amostra em direção às melhores configurações.

O *irace* requer um conjunto de instâncias, o intervalo de valores de cada parâmetro, a função de custo do problema, a quantidade de vezes que a função de custo vai ser avaliada e uma função auxiliar para aplicar uma determinada configuração candidata sobre uma dada instância. Nessa função auxiliar é que se aponta o algoritmo a ter seus parâmetros calibrados.

Na primeira iteração (corrida), o *irace* gera as configurações candidatas uniformemente no espaço de parâmetros. A cada iteração, as configurações são avaliadas nas instâncias de teste conforme a função de custo. Sempre que um certo número de iterações é atingido, realizam-se testes estatísticos (teste *t* de *Student* e *Friedman*) sobre os resultados. Assim, eliminam-se as configurações candidatas com evidência estatística de desempenho inferior. As configurações restantes são reavaliadas até que um certo número de iterações seja atingido ou restem poucas configurações candidatas.

Ao término da iteração, as configurações são ranqueadas e inseridas em um conjunto elite. Nas próximas iterações, seleciona-se no conjunto elite uma configuração, denominada pai, seguindo uma probabilidade proporcional a sua classificação, para que novas configurações sejam determinadas conforme os valores na configuração pai. O *irace* finaliza quando as avaliações são esgotadas ou se a quantidade de configurações candidatas para a nova iteração for menor do que as existentes no conjunto elite.

Capítulo 3

CARACTERIZAÇÃO DOS PROBLEMAS

Neste capítulo faz-se a definição do LRP, 2L-CVRP e 2L-LRP. Em seguida, discute-se como os itens foram considerados no problema de empacotamento que surge em cada rota. Para tanto, considera-se a base retangular do veículo discretizada em uma malha de pontos onde os itens são empacotados. Para cada problema, apresenta-se também um modelo de programação linear inteira.

3.1 Descrição do LRP

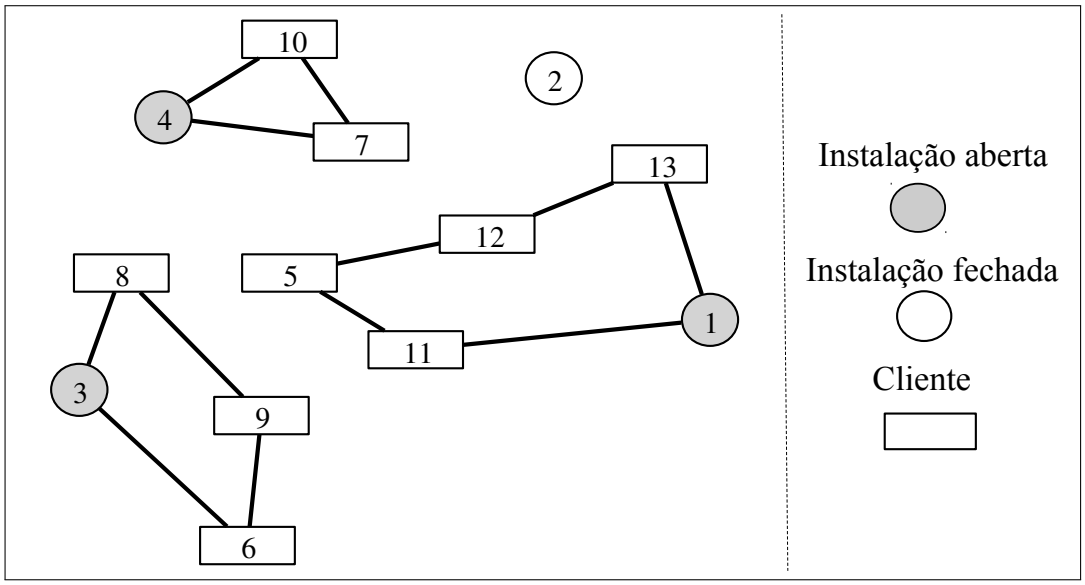
Conforme Prins *et al.* (2007), a variante capacitada do LRP pode ser definida em um grafo não orientado $G = (V, E)$, tal que V representa o conjunto de vértices, composto pelo subconjunto de instalações $I = \{1, 2, \ldots, m\}$, e pelo subconjunto de clientes $J = \{1 + m, 2 + m, \ldots, n+m\}$ e E representa todas as arestas que ligam dois nós de V, com exceção de arestas que conectam instalação à instalação. Cada aresta $\{i, j\} \in E$ tem uma distância/custo associado denotado por $\mathscr{C}_{ij} > 0$ e cada cliente $j \in J$ tem demanda d_j. Além disso, cada instalação $i \in I$ tem capacidade máxima de distribuição W_i e custo de abertura O_i. Existe um conjunto de K veículos idênticos, cada um com capacidade máxima de carga Q. Para cada veículo utilizado por uma instalação incorre um custo fixo $\mathscr{F}$. O LRP tem as seguintes restrições:

- a demanda de um cliente deve ser atendida por um único veículo e uma única vez;
- um veículo só pode executar uma única rota;
- cada rota começa e termina na mesma instalação;
- a capacidade de carga do veículo não pode ser excedida e a frota de veículos é homogênea;

- uma instalação pode ter mais de uma rota, de modo que a sua capacidade de distribuição deve ser respeitada.

O objetivo do LRP é obter uma solução de custo total mínimo dada pela abertura de instalações e das rotas partindo dessas instalações, satisfazendo as restrições mencionadas anteriormente. A Figura 3.1 ilustra um exemplo de solução para o LRP, na qual se tem 4 instalações e 9 clientes. Neste exemplo, 3 das 4 instalações foram abertas, além de terem sido utilizados 3 veículos, visto que há 3 rotas. A instalação 1 atende a maior quantidade de clientes, sendo os clientes 13, 12, 5 e 11. A instalação 2 está fechada. A instalação 3 atende uma rota, a qual é composta pelos clientes 8, 9 e 6. Por fim, os clientes 7 e 10 são atendidos pelo instalação 4. Ademais, as outras figuras consideradas neste trabalho seguem a mesma legenda da Figura 3.1.

Figura 3.1 – Representação de uma solução para o LRP.



Fonte – a autora.

Um modelo de programação linear inteira que permite resolver o LRP é apresentado adiante. Este modelo foi dado em Prins *et al.* (2007) e considera as seguintes variáveis de decisão:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a instalação } i \in I \text{ está aberta,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$f_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente } j \in J \text{ é atendido pela instalação } i \in I, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } \{i,j\} \in E \text{ é atravessada pelo veículo } k \in K, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Tomando como base as variáveis binárias y_i, f_{ij} e x_{ijk}, tem-se o seguinte modelo de programação linear inteira para o LRP, a saber:

$$\text{Minimizar} \sum_{i \in I} O_i \; y_i + \sum_{\{i,j\} \in E} \sum_{k \in K} \mathscr{C}_{ij} \; x_{ijk} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \mathscr{F}_i \; x_{ijk}. \tag{3.1}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \qquad \forall j \in J. \tag{3.2}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in J} d_j \; x_{ijk} \leqslant Q, \qquad \forall k \in K. \tag{3.3}$$

$$\sum_{j \in J} d_j f_{ij} \leqslant W_i \; y_i, \qquad \forall i \in I. \tag{3.4}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{jik} = 0, \qquad \forall i \in V, \; \forall k \in K. \tag{3.5}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} \leqslant 1, \qquad \forall k \in K. \tag{3.6}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leqslant |S| - 1, \qquad \forall S \subseteq J, \; \forall k \in K. \tag{3.7}$$

$$\sum_{u \in J} x_{iuk} + \sum_{u \in V \setminus \{j\}} x_{ujk} \leqslant 1 + f_{ij}, \qquad \forall i \in I, \; \forall j \in J, \; \forall k \in K. \tag{3.8}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \qquad \forall \{i, \; j\} \in E, \; \forall k \in K. \tag{3.9}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I. \tag{3.10}$$

$$f_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I, \; \forall j \in J. \tag{3.11}$$

A função objetivo (3.1) representa a minimização da soma dos custos envolvidos com a localização de instalações, custos de transporte, que corresponde a distância percorrida em cada rota, e o custo fixo de se utilizar veículos. As restrições em (3.2) garantem que os clientes devem ser atendidos por um único veículo e uma única vez, ou seja, um cliente só pode estar associado a uma rota e ter apenas um antecessor, seja outro cliente ou uma instalação. As restrições (3.3) delimitam a quantidade de clientes atendidos por uma rota,

assim respeitando a capacidade máxima que um veículo pode transportar. De forma similar, as restrições (3.4) delimitam a capacidade máxima de demanda que cada instalação pode atender caso ela esteja aberta.

As restrições em (3.5) e (3.6) estão relacionadas com a continuidade dos percursos nas rotas (cada vértice i deve ter um antecessor e um sucessor) e asseguram que a rota feita por cada veículo deve começar e terminar na mesma instalação. As restrições em (3.7) eliminam os subciclos, sendo que S representa um subconjunto de clientes. As restrições em (3.8) asseguram que um cliente só pode ser atribuído a uma instalação se existir uma rota capaz de interligá-los. As restrições de integralidade são dadas nas restrições (3.9) a (3.11), indicando que as variáveis são binárias.

3.2 Descrição do 2L-CVRP

Conforme Iori, Salazar-González e Vigo (2007), o 2L-CVRP pode ser definido em um grafo não orientado completo $G = (V, E)$, em que V representa o conjunto de vértices, composto pela única instalação $I = \{1\}$ e pelo subconjunto de clientes $J = \{2, 3, \ldots, n+1\}$, e E corresponde ao conjunto de arestas ligando dois vértices de V. Para cada aresta $\{i, j\} \in E$ está associado um custo $\mathscr{C}_{ij}$ positivo. Existe um conjunto de K veículos idênticos disponíveis na instalação, caracterizados por uma capacidade máxima de carga Q e um contêiner retangular cuja base tem área total $A_t = LC$, tal que L corresponde a largura e C o comprimento da base. O carregamento e o descarregamento dos itens é realizado somente por um lado do veículo (ao longo da direção do comprimento).

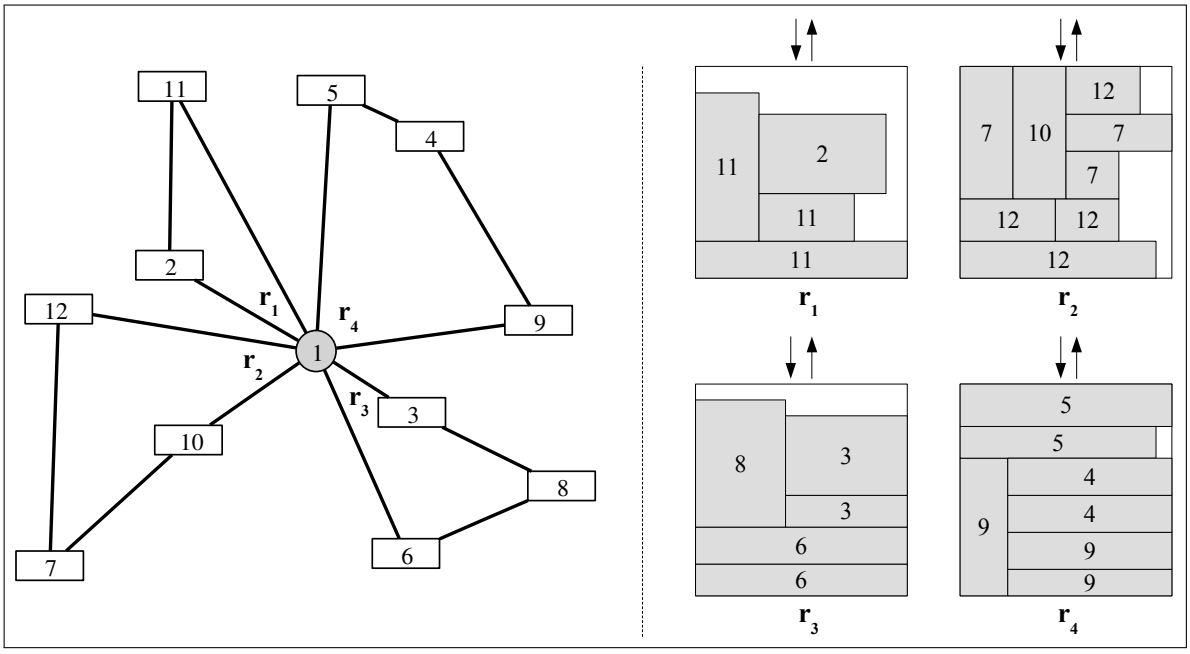
Além disso, cada cliente $j \in J$ tem um conjunto de R_j itens retangulares, com peso total d_j e área total a_j. Cada item retangular $r \in R_j$ tem largura l_{jr}, comprimento c_{jr} , área a_{jr} e peso d_{jr}. Com isso, cada item é caracterizado por um par (j, r), em que j corresponde ao cliente e r representa o índice do item deste cliente. Considera-se, sem perda de generalidade, que as dimensões da base retangular do veículo e dos itens são valores inteiros positivos. O objetivo do 2L-CVRP é obter rotas cujo custo total de transporte seja mínimo e satisfazendo as seguintes restrições:

- a demanda de um cliente deve ser atendida por um único veículo e uma única vez;
- um veículo só pode executar uma única rota;
- o número de rotas não pode ultrapassar a quantidade de veículos disponíveis;
- cada rota começa e termina na única instalação disponível;
- a capacidade de peso e área do veículo não podem ser excedidas;

- os itens retangulares devem ser empacotados na base retangular do veículo, tal que não haja sobreposição entre quaisquer dois itens e os itens estejam inteiramente contidos na base. Essas restrições de empacotamento são detalhadas logo adiante;
- os itens têm orientação fixa, isto é, não podem ser rotacionados. Além disso, o empacotamento dever ser ortogonal, ou seja, os itens devem ser empacotados com os seus lados paralelos aos lados da base do veículo.

A Figura 3.2 exemplifica uma solução para o 2L-CVRP. Nota-se que há a instalação, denominada por 1, e 11 clientes, representados pelos números de 2 à 12. Para atender a demanda de todos os clientes foram necessárias quatro rotas, tal que as rotas r_3 e r_4 contêm uma melhor utilização da base retangular do veículo.

Figura 3.2 – Representação de uma solução para o 2L-CVRP.

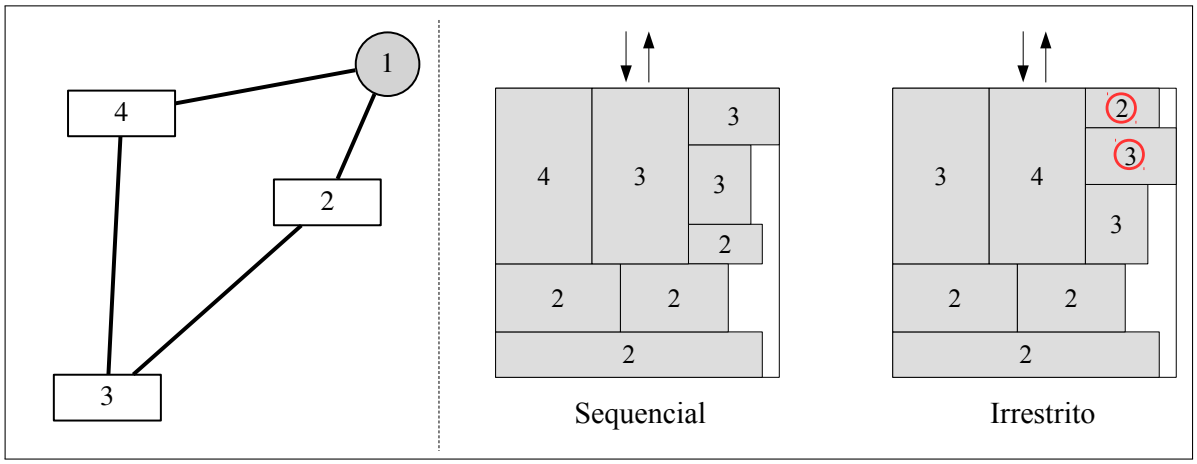


Fonte – a autora.

Além das restrições mencionadas, o 2L-CVRP pode ter as variantes sequencial e irrestrita. Tais versões do 2L-CVRP referem-se a possibilidade remanejar ou não a carga durante o descarregamento dos itens. Na versão irrestrita, o empacotamento dos itens não precisa considerar a ordem de descarregamento em relação a rota. Por outro lado, na versão sequencial, o empacotamento dos itens na base do veículo deve obedecer à ordem na qual os clientes são visitados, também denominada por restrição *Last In First Out* (LIFO) – último que entra, primeiro que sai.

A Figura 3.3 ilustra essas duas variantes do 2L-CVRP, dado o empacotamento dos itens referentes aos clientes de uma mesma rota. A rota é composta por três clientes, em que o cliente 2 demanda 5 itens retangulares, o cliente 3 requer 3 itens e, por fim, o cliente 4 tem apenas 1 item. A ordem da rota consiste em atender os clientes 4, 3 e 2, respectivamente.

Figura 3.3 – Exemplo de empacotamento que atende ao 2L-CVRP irrestrito e sequencial.



Fonte – a autora.

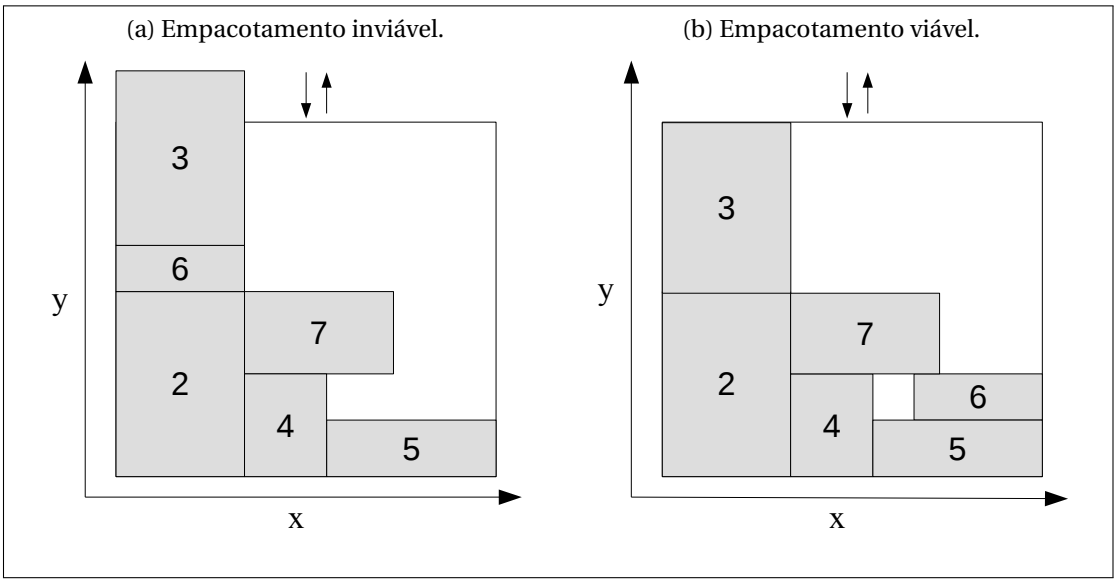
Na Figura 3.3, o primeiro empacotamento (da esquerda) representa o caso sequencial, em que não há obstrução ao descarregar os itens de um cliente ao longo da direção de retirada dos itens da base do veículo. Por sua vez, o empacotamento apresentado na direita não é viável para o caso sequencial. Note que o item do cliente 4 pode ser retirado sem obstrução, no entanto, os próximos itens a serem descarregados são do cliente 3 e, neste caso, um item do cliente 2 está obstruindo a passagem. Assim, para efetivar o descarregamento seria necessário realizar um remanejamento da carga, isto é, descarregar o item do cliente 2, depois descarregar os itens do cliente 3 e, por fim, voltar com o item do cliente 2 para dentro do veículo. Neste trabalho, considera-se apenas a versão irrestrita do 2L-CVRP.

Uma rota viável, composta por um subconjunto de clientes S_c, deve atender a duas condições de empacotamento. Para tanto, a base do veículo é mapeada no primeiro quadrante do sistema de coordenadas cartesiano, com origem em $(0, 0)$, canto superior direito em (L, C), eixo x relacionado a largura e o eixo y relacionado ao comprimento. A posição de um item $(j,\ r)$ na base do veículo é definida pelo par ordenado $(x_{jr},\ y_{jr})$, que representa um ponto da base retangular onde o item j tem o seu canto inferior esquerdo posicionado. Além disso, o empacotamento deve satisfazer as condições apresentadas a seguir.

Condição 1: Os itens do cliente j na rota S_c devem estar completamente contidos na base retangular do veículo, isto é, deve-se atender a restrição (3.12). Um exemplo dessa condição é apresentado na Figura 3.4, a qual é composta pelos itens 2, 3, 4, 5, 6 e 7, com um total de seis itens. O empacotamento da Figura 3.4a é inviável, de modo que o item 3 ultrapassou uma das dimensões da base do veículo. Em contrapartida, o empacotamento da Figura 3.4b é viável e todos os itens foram empacotados respeitando as dimensões do veículo.

$$0 \leqslant X_{jr} \leqslant L - l_{jr} \quad \text{e} \quad 0 \leqslant Y_{jr} \leqslant C - c_{jr}, \quad \forall\, j \in S_c,\ \forall r \in \{1, \ldots, R_j\}, \tag{3.12}$$

Figura 3.4 – Exemplo de empacotamentos relacionados à Condição 1.

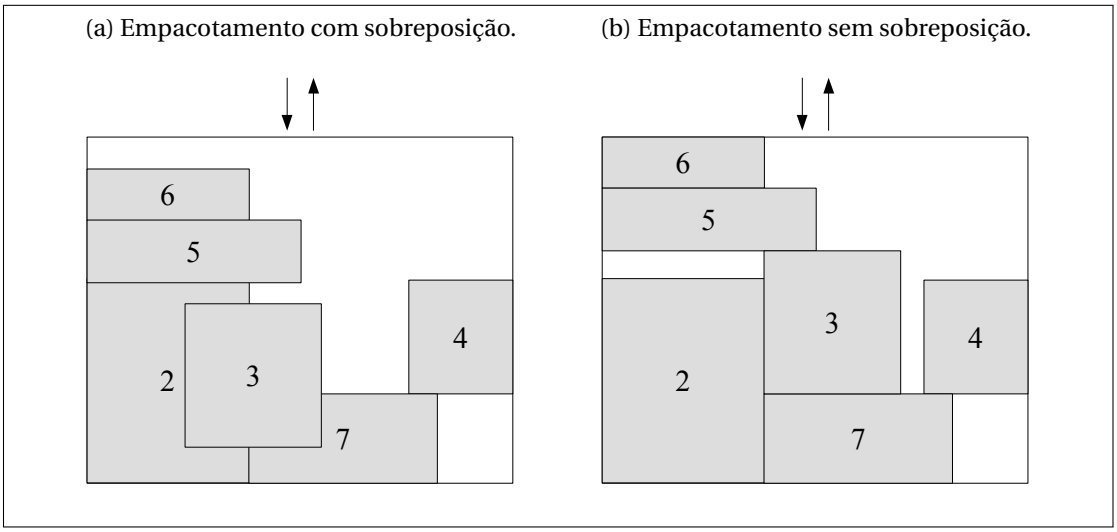


Fonte – a autora.

Condição 2: Os itens não podem se sobrepor, isto é, dois itens não podem ocupar um mesmo espaço na base do veículo. Assim, deve-se respeitar as restrições (3.13) envolvendo quaisquer dois clientes i e j (também $i = j$) para cada rota S_c. A Figura 3.5 exemplifica essa condição para uma rota com seis clientes. O empacotamento em 3.5a possui sobreposição, pois o item 3 sobrepõe os itens 2 e 7, enquanto o empacotamento em 3.5b é viável.

$$\begin{aligned} X_{ir} + l_{ir} \leqslant X_{jr'} \ \text{ ou } \ X_{jr'} + l_{jr'} \leqslant X_{ir} \ \text{ ou } \ Y_{ir} + c_{ir} \leqslant Y_{jr'} \ \text{ ou} \\ Y_{jr'} + c_{jr'} \leqslant Y_{ir}, \qquad \forall i,\ j \in S_c,\ \forall r \in \{1, \ldots, R_i\},\ \forall r' \in \{1, \ldots, R_j\},\ (j,r) \neq (j,r'). \end{aligned} \tag{3.13}$$

Figura 3.5 – Exemplo de empacotamentos relacionados à Condição 2.



Fonte – a autora.

Com relação aos pontos onde os itens podem ser empacotados na base retangular do veículo, uma vez que as dimensões adotadas são valores inteiros positivos, tem-se a discretização da base em uma malha de pontos, ao longo da largura L e do comprimento C. Na literatura existem vários tipos de malhas. A malha unitária considera todas as coordenadas inteiras possíveis em cada uma das dimensões da base do veículo, como definido nos conjuntos (3.14) e (3.15).

$$X_u = \{p \in \mathbb{Z} \mid 0 \leqslant p \leqslant L\}, \tag{3.14}$$

$$Y_u = \{q \in \mathbb{Z} \mid 0 \leqslant q \leqslant C\}, \tag{3.15}$$

sendo que X_u corresponde às coordenadas ao longo da largura e Y_u às coordenadas para o comprimento.

A malha unitária gera um número considerável de pontos para empacotar. Em busca de diminuir a quantidade de pontos, a literatura tem desenvolvido estratégias para refinar as malhas, como os *reduced raster points* de Scheithauer e Terno (1996), que partiram dos *canonical dissections* de Herz (1972).

Os *canonical dissections* estão relacionados com as combinações cônicas envolvendo as dimensões dos itens, sendo os conjuntos ao longo da largura e comprimento expressos, respectivamente, em (3.16) e (3.17), em que n_{itens} representa o número de itens disponíveis para empacotar. A malha de *reduced raster points* é obtida conforme (3.18) e (3.19).

$$X_d = \left\{ p \in \mathbb{Z} \mid p = \sum_{i=1}^{n_{itens}} \varepsilon_i \, l_i,\ 0 \leqslant p \leqslant L \quad \varepsilon_i \in \{0,\ 1\},\ i = 1, \ldots, n_{itens} \right\}, \tag{3.16}$$

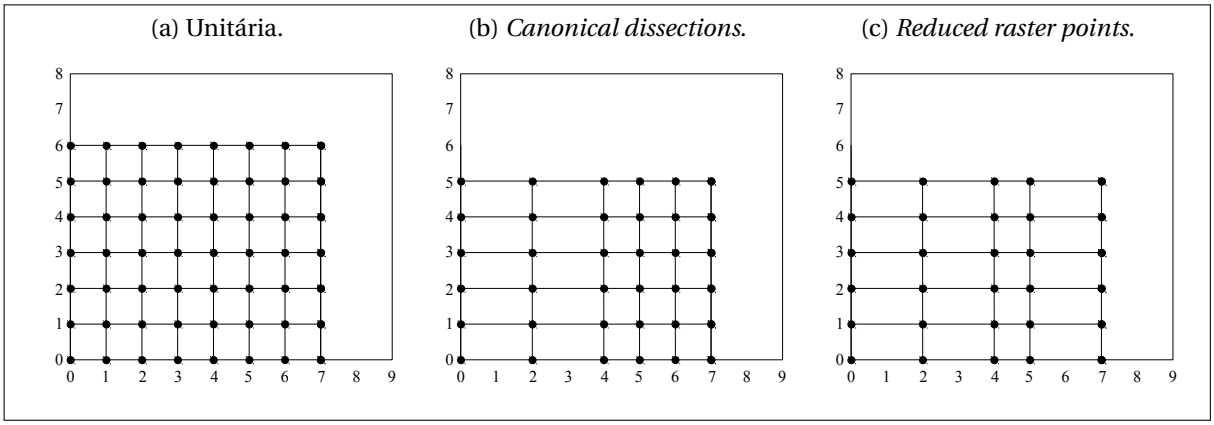
$$Y_d = \left\{ q \in \mathbb{Z} \mid q = \sum_{i=1}^{n_{itens}} \varepsilon_i \, c_i,\ 0 \leqslant q \leqslant C \quad \varepsilon_i \in \{0,\ 1\},\ i = 1, \ldots, n_{itens} \right\}. \tag{3.17}$$

$$X_r = \{\langle L - p \rangle_X \mid \forall p \in X_d\}, \text{ sendo } \langle L - p \rangle_X = \max\{s \in X_d \mid s \leqslant L - p\}, \tag{3.18}$$

$$Y_r = \{\langle C - q \rangle_Y \mid \forall q \in Y_d\}, \text{ sendo } \langle C - q \rangle_Y = \max\{t \in Y_d \mid t \leqslant C - q\}. \tag{3.19}$$

A Figura 3.6 ilustra um exemplo de malhas de pontos com distância unitária em 3.6a, *canonical dissections* em 3.6b e *reduced raster points* em 3.6c. Para esse exemplo, a base do veículo possui dimensões $(L,\ C) = (9,\ 8)$ e há quatro itens de dimensões: $(l_1,\ c_1) = (2,\ 3)$, $(l_2,\ c_2) = (4,\ 2)$, $(l_3,\ c_3) = (5,\ 2)$ e $(l_4,\ c_4) = (7,\ 5)$. A malha unitária tem um total de 56 pontos, enquanto que a malha de *canonical dissections* tem 30 pontos e a de *reduced raster points* tem apenas 20 pontos. É importante destacar que as coordenadas além de $L - \min_{i=1,\ldots,n_{itens}} (l_i)$ e $C - \min_{i=1,\ldots,n_{itens}} (c_i)$ podem ser desconsideradas, uma vez que Condição 1 nunca será satisfeita ao empacotar os itens sobre elas.

Figura 3.6 – Exemplo de malha de pontos para a base retangular do veículo.



Fonte – a autora.

O modelo de programação linear inteira para o 2L-CVRP é obtido a partir de uma adaptação do modelo apresentado para o LRP e consiste na função objetivo (3.20) e as restrições (3.21) a (3.28). Com isso, seja a variável binária x_{ijk} igual 1 quando a aresta $\{i, j\} \in E$ é atravessada pelo veículo $k \in K$ e, caso contrário, é igual a 0. Além disso, o modelo ainda considera o conjunto S_{inv} que contém todas as rotas cujo o empacotamento é inviável.

$$\text{Minimizar} \sum_{\{i,j\}\in E} \sum_{k\in K} \mathscr{C}_{ij}\, x_{ijk}. \tag{3.20}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i\in V} \sum_{k\in K} x_{ijk} = 1, \qquad \forall j \in J. \tag{3.21}$$

$$\sum_{i\in V} \sum_{j\in J} d_j\, x_{ijk} \leqslant Q, \qquad \forall k \in K. \tag{3.22}$$

$$\sum_{j\in V} x_{ijk} - \sum_{j\in V} x_{jik} = 0, \qquad \forall i \in V,\ \forall k \in K. \tag{3.23}$$

$$\sum_{i\in S} \sum_{j\in S} x_{ijk} \leqslant |S| - 1, \qquad \forall S \subseteq J,\ \forall k \in K. \tag{3.24}$$

$$\sum_{j\in J} \sum_{k\in K} x_{1jk} \leqslant K. \tag{3.25}$$

$$\sum_{u\in J} x_{1uk} + \sum_{u\in V\setminus\{j\}} x_{juk} = 2, \qquad \forall j \in J,\ \forall k \in K. \tag{3.26}$$

$$\sum_{i\in S_c} \sum_{j\in S_c} x_{ijk} \leqslant |S_c| - 1, \qquad \forall S_c \in S_{inv},\ \forall k \in K. \tag{3.27}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \qquad \forall \{i,\ j\} \in E,\ \forall k \in K. \tag{3.28}$$

A função objetivo (3.20) está relacionada a um conjunto de rotas de custo total mínimo. As restrições de (3.21) a (3.24) são obtidas do modelo do LRP, enquanto que a restrição (3.25) determina que o número de veículos utilizados deve ser menor ou igual a quantidade de veículos disponíveis. As restrições (3.26) garantem que cada cliente atendido por um dado veículo k está em uma rota que usa este veículo e inicia na instalação. As restrições (3.27) são responsáveis por garantir que as rotas da solução sejam viáveis quanto ao empacotamento dos itens na base dos veículos. Por fim, as restrições (3.28) indicam que as variáveis são binárias.

3.3 Descrição do 2L-LRP

Como o 2L-LRP é uma junção do LRP e do 2L-CVRP, adota-se os mesmos conjuntos para defini-lo. Assim, seja $G = (V, E)$ um grafo não orientado, tal que V é o conjunto de vértices, composto pelo subconjunto de instalações $I = \{1, 2, \ldots, m\}$ e o subconjunto de clientes $J = \{1 + m, 2 + m, \ldots, n + m\}$, e E é o conjunto com as arestas que ligam dois vértices de V, sendo cada aresta $\{i, j\} \in E$ com custo $\mathscr{C}_{ij} > 0$. Cada instalação $i \in I$ tem custo de abertura O_i e capacidade de atendimento máxima W_i.

Para atender a demanda dos clientes, tem-se um conjunto de K veículos idênticos, cada um com capacidade de carga Q e um custo fixo de utilização $\mathscr{F}$. As dimensões retangulares da base do contêiner de cada veículo são: L (largura) e C (comprimento), com área total $A_t = LC$. Cada cliente $j \in J$ tem uma demanda por R_j itens retangulares, com peso total d_j e área total $a_j = \sum_{r=1}^{|R_j|} l_{jr}\, c_{jr}$, em que l_{jr} é a largura, c_{jr} é o comprimento, a_{jr} é a área e d_{jr} é o peso do item $r \in R_j$.

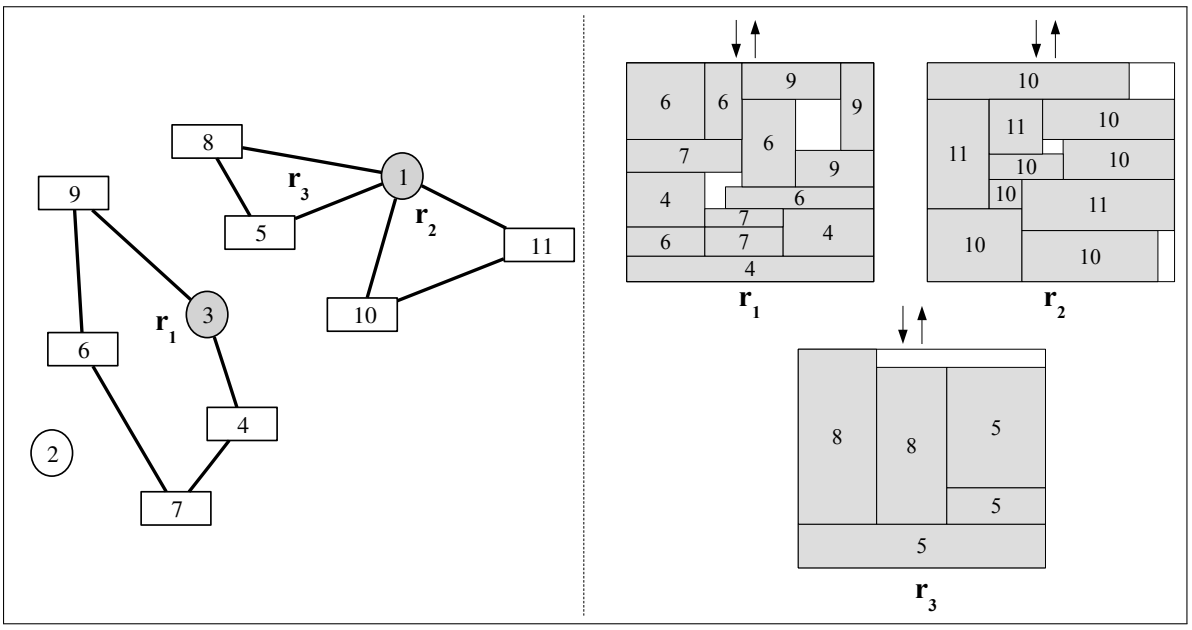
O objetivo do 2L-LRP é determinar quais instalações abrir e que rotas devem ser feitas a partir delas, de forma a ter o custo total de abertura e transporte mínimo. Além disso, deve-se atender as seguintes restrições:

- a capacidade de distribuição das instalações abertas deve ser respeitada;
- o peso total e a área total transportados por cada veículo devem respeitar sua capacidade;
- cada rota tem início e fim na mesma instalação;
- um veículo está associado a uma única rota;
- a demanda de um cliente deve ser suprida por um único veículo e em uma única visita;
- os itens devem ser arranjados na base do veículo sem sobreposição e respeitando as dimensões da base. Além disso, pode haver o remanejamento durante a entrega nos clientes, ou seja, considera-se a versão irrestrita;

- o empacotamento deve ser ortogonal e os itens têm orientação fixa.

A Figura 3.7 traz um exemplo de solução para o 2L-LRP, que é composta por 3 instalações e 8 clientes. As instalações correspondem aos números de 1 a 3 e os clientes de 4 a 11. Das 3 instalações disponíveis, apenas duas foram abertas, de forma que a instalação 1 atende duas rotas e a instalação 3 apenas uma rota.

Figura 3.7 – Exemplo de uma solução para o 2L-LRP.



Fonte – a autora.

Um modelo de programação linear inteira que permite resolver o 2L-LRP é apresentado com função objetivo (3.29) e as restrições (3.30) a (3.40), além de considerar as mesma variáveis de decisão usadas no modelo apresentado para o LRP.

$$\text{Minimizar} \sum_{i \in I} O_i \, y_i + \sum_{\{i,j\} \in E} \sum_{k \in K} \mathscr{C}_{ij} \, x_{ijk} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \mathscr{F}_i \, x_{ijk}. \tag{3.29}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \qquad \forall j \in J. \tag{3.30}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in J} d_j \, x_{ijk} \leqslant Q, \qquad \forall k \in K. \tag{3.31}$$

$$\sum_{j \in J} d_j f_{ij} \leqslant W_i \, y_i, \qquad \forall i \in I. \tag{3.32}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{jik} = 0, \qquad \forall i \in V, \, \forall k \in K. \tag{3.33}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} \leqslant 1, \qquad \forall k \in K. \tag{3.34}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leqslant |S| - 1, \qquad \forall S \subseteq J,\ \forall k \in K. \tag{3.35}$$

$$\sum_{u \in J} x_{iuk} + \sum_{u \in V \setminus \{j\}} x_{ujk} \leqslant 1 + f_{ij}, \qquad \forall i \in I,\ \forall j \in J,\ \forall k \in K. \tag{3.36}$$

$$\sum_{i \in S_c} \sum_{j \in S_c} x_{ijk} \leqslant |S_c| - 1, \qquad \forall S_c \in S_{inv},\ \forall k \in K. \tag{3.37}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \qquad \forall \{i,\ j\} \in E,\ \forall k \in K. \tag{3.38}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I. \tag{3.39}$$

$$f_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I,\ \forall j \in J. \tag{3.40}$$

Observa-se que a função objetivo (3.29) e as restrições de (3.29) a (3.36) foram obtidas diretamente do modelo para o LRP. Somente o conjunto de restrições em (3.37) foi obtido do 2L-CVRP, uma vez que as mesmas impõem que as rotas sejam viáveis quanto ao empacotamento.

Capítulo 4

VISÃO GERAL DO *FRAMEWORK*

Este capítulo descreve a heurística utilizada para resolver o LRP capacitado, o 2L-CVRP irrestrito e, consequentemente, o 2L-LRP irrestrito e capacitado. A heurística é híbrida, sendo composta pelo SA e AAA, com agregação de alguns procedimentos visando melhor explorar o espaço de soluções. A heurística busca a cooperação entre os dois métodos quando o problema envolve empacotamento (caso do 2L-CVRP e do 2L-LRP), de modo que sempre que a solução do problema de localização e roteamento é melhorada pelo SA, a mesma é considerada no AAA, que busca checar a viabilidade do empacotamento dos itens nas rotas. Quando o problema não envolve empacotamento, no caso do LRP, apenas se utiliza a heurística SA.

A Seção 4.1 apresenta a estrutura completa do *framework*. As Seções 4.2 e 4.3 apresentam como a solução é representada e como é a função usada para calcular o custo de uma solução, respectivamente. Na Seção 4.4, mostra-se como a solução inicial é gerada, enquanto as Seções 4.5 a 4.7 sumarizam os operadores de vizinhança, a busca local e os procedimentos de diversificar a solução, respectivamente. A Seção 4.8 discute sobre o AAA em conjunto com a técnica *Skyline* para checar a viabilidade das rotas quanto ao empacotamento dos itens. Por fim, a Seção 4.9 traz a estrutura completa da heurística.

4.1 Framework

A repetição de uma operação em várias partes de um sistema é uma complicação que os desenvolvedores lidam frequentemente. Uma forma de resolver esta situação envolve o desenvolvimento de rotinas que podem ser replicadas em todo o sistema. Contudo, o código torna-se mais vulnerável a erros e ocorre uma excessiva replicação que, consequentemente, ocasiona dificuldades na fase de validação.

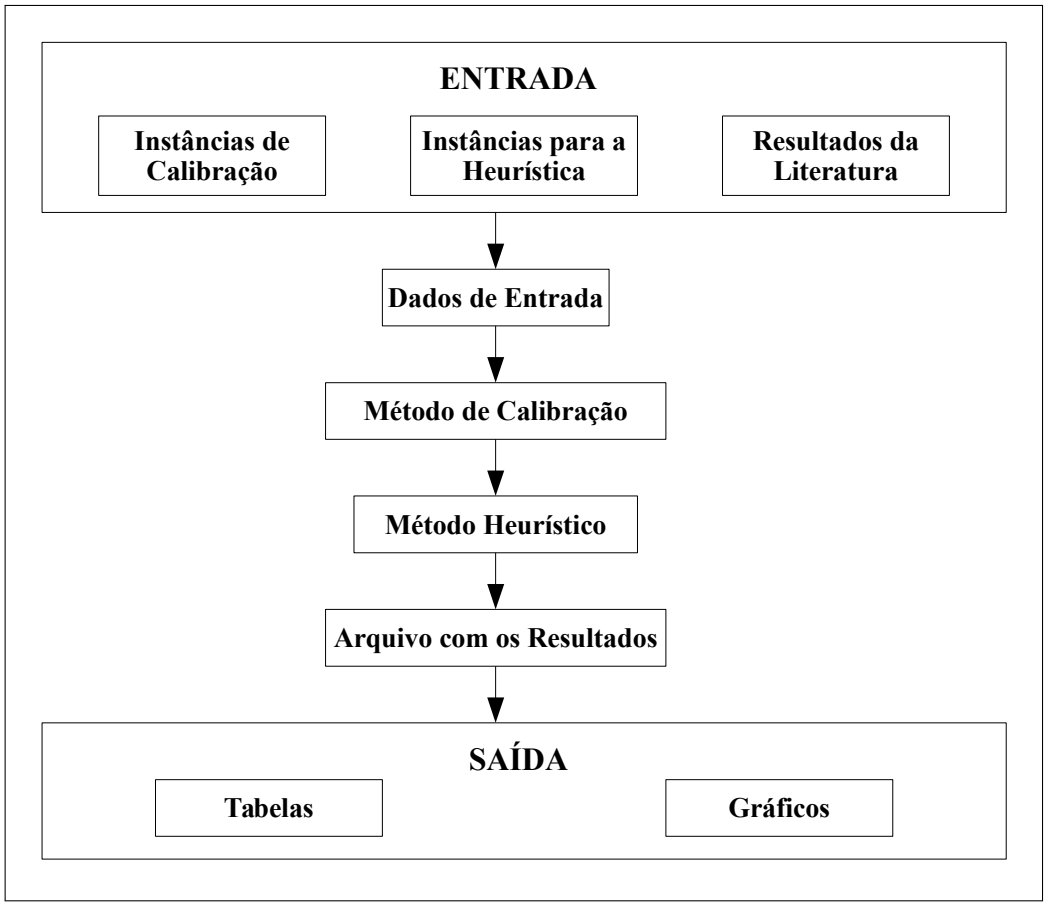
A partir disso, os *frameworks* surgem como uma alternativa para tratar a questão da replicação em códigos, uma vez que possuem um padrão de projeto que permite a sua reuti-

lização para resolver outros problemas com requisitos similares. Além disso, os *frameworks* agilizam e tornam o desenvolvimento do projeto mais rápido, bem como permitem ao desenvolvedor acoplar outros métodos externos.

Um *framework* é uma estrutura padrão de aplicação que pode ser modificada pelo desenvolvedor (FAYAD; SCHMIDT, 1997). Pinto (2000) define *framework* como um *software* parcialmente completo elaborado para ser instanciado. Assim, um *framework* é composto por um conjunto de códigos que fornecem uma arquitetura reutilizável para uma categoria específica, facilitando o desenvolvimento de funcionalidades genéricas. Conforme Eckel (2003), o princípio fundamental de um *framework* é separar as partes modificáveis das que são padrão. A primeira parte é a fixa (ou *hook points*), não sendo modificada, enquanto que a segunda parte é flexível, conhecida por *hotpots*, e que contém as funcionalidades específicas de cada problema.

O *framework* deste trabalho possui a seguinte composição: o método de calibração dos parâmetros e a construção de tabelas e gráficos compõem os *hook points*; e, as heurísticas fazem parte do *hotpots*. A Figura 4.1 apresenta a estrutura do *framework* desenvolvido.

Figura 4.1 – Compomentes do *framework*.



Fonte – a autora.

Na entrada do *framework* há três tipos de dados: dois conjuntos de instâncias, que são as instâncias de calibração dos parâmetros e as instâncias a serem propriamente resol-

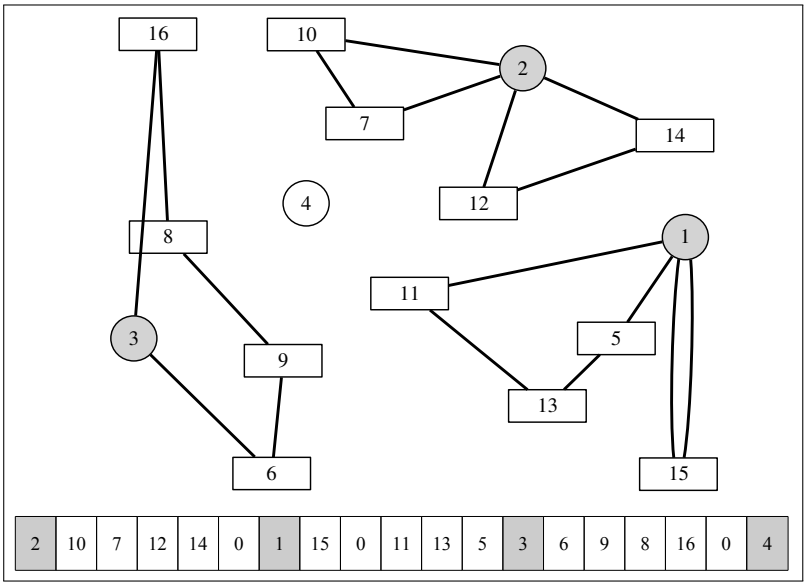
vidas; e, os resultados já conhecidos das instâncias, quando disponível, a fim de realizar comparações e construir tabelas/gráficos.

Após o fornecimento dos dados de entrada, inicia-se a calibração dos parâmetros para, em seguida, aplicar as heurísticas. Ao fim da execução das heurísticas, gera-se um arquivo com os resultados, como o valor da solução, o tempo computacional, a solução de cada instalação com os seus respectivos clientes na ordem em que devem ser atendidos, a representação gráfica da solução, entre outras informações. A partir desses resultados, criam-se as tabelas e gráficos comparativos.

4.2 Representação da Solução

A solução do LRP, 2L-CVRP e 2L-LRP é representada na forma de um vetor, exemplificado na Figura 4.2, o qual contém as instalações em I, os clientes em J e os zeros do Z_{zeros}. O Z_{zeros} indica a quantidade de zeros utilizados no vetor solução para rescindir rotas. O valor Z_{zeros} corresponde a quantidade de veículos (ou rotas) necessárias para atender a demanda de todos os clientes. A utilização dos zeros na representação da solução auxilia na obtenção de soluções melhores, pois sem os zeros as rotas só seriam terminadas quando a capacidade e/ou a área do veículo fosse atingida. Ao considerar os zeros, as rotas podem ser rescindidas com qualquer quantidade de demanda ou de área empacotada, desde que não ultrapasse a capacidade e área do veículo. Deste modo, o fim de uma rota ocorre quando se alcança um zero ou quando a capacidade e/ou área do veículo é atingida.

Figura 4.2 – Vetor usado para a representação da solução da heurística.



Fonte – a autora.

A Figura 4.2 ilustra uma solução do 2L-LRP e seu respectivo vetor solução. O exemplo é composto por 4 instalações, 12 clientes e 3 zeros, com as instalações correspondendo

aos números de 1 a 4 e os clientes de 5 a 16. A instalação 2 atende duas rotas, sendo uma composta pelos clientes 10 e 7 e a outra pelos clientes 12 e 14. A segunda rota atendida pela instalação 2 não tem um zero separando as rotas, evidenciando o seu fim por ter atingindo a capacidade do veículo e/ou a área total da sua base retangular. A instalação 1 atende duas rotas, sendo a primeira composta pelos clientes 11, 5 e 13 e a segunda pelo cliente 15. Por fim, os clientes 6, 9, 8 e 16 são atendidos pela instalação 3. A instalação 4 está fechada.

4.3 Avaliação de uma Solução

As equações apresentadas em (4.1) a (4.3) representam as funções para avaliar uma solução do LRP, 2L-CVRP e 2L-LRP, respectivamente.

$$\sum_{i \in I} O_i \, y_i + \sum_{\{i,j\} \in E} \sum_{k \in K} \mathscr{C}_{ij} \, x_{ijk} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \mathscr{F} \, x_{ijk} + P \sum_{i \in I} \psi_i. \tag{4.1}$$

$$\sum_{\{i,j\} \in E} \sum_{k \in K} \mathscr{C}_{ij} \, x_{ijk} + P \left(\max\{0, \lambda\}^2 \right). \tag{4.2}$$

$$\sum_{i \in I} O_i \, y_i + P \sum_{i \in I} \psi_i + \sum_{\{i,j\} \in E} \sum_{k \in K} \mathscr{C}_{ij} \, x_{ijk} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \mathscr{F} \, x_{ijk} + P \left(\max\{0, \lambda\}^2 \right). \tag{4.3}$$

Em (4.1), a primeira parcela está associada ao custo de abertura das instalações, a segunda parcela refere-se ao custo das rotas e a terceira parcela está relacionada com o custo de se utilizar veículos. Por fim, a última parcela corresponde a penalidade aplicada quando ocorre violação da capacidade das instalações abertas, de modo que o parâmetro P representa o valor da penalidade. Para realizar o cálculo da penalidade, seja μ_i a diferença entre a soma da demanda de todos os clientes atendidos pela instalação i e a capacidade dessa instalação W_i. Assim, $\psi_i = \max\{0, \mu_i\}^2$, partindo da ideia do método de penalidade exterior, que consiste em penalizar ao quadrado uma função quando ocorre alguma violação relacionada a sua respectiva restrição (VANDERPLAATS, 1999). Ao penalizar uma solução, espera-se que a heurística possa convergir para soluções viáveis com o passar das iterações.

Em (4.2), a primeira parcela corresponde ao custo das rotas e a segunda refere-se a penalidade atribuída quando os itens de todos os clientes de uma mesma rota não podem ser empacotados na base retangular do veículo. Para tanto, $\lambda = \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_j} a_{jr} - \phi$, que é a diferença entre a área total dos itens de todos os clientes em relação à área total ϕ dos itens empacotados, é penalizado seguindo o método da penalidade exterior. Por fim, a função de avaliação (4.3) para o 2L-LRP é a junção de (4.1) com a última parcela em (4.2) que é relacionada ao empacotamento dos itens nos veículos.

Na heurística desenvolvida neste trabalho, primeiro se calcula o custo decorrente da abertura de instalações e roteamento de veículos para, então, checar a viabilidade do empacotamento. Para tanto, no 2L-CVRP, o custo do roteamento $F_{rot}(X, P)$, para uma solução X, corresponde a primeira parcela de (4.2), enquanto que para o LRP e o 2L-LRP consiste no

cálculo de (4.1). O custo total $F_{total}(X,P)$, incluindo o empacotamento, consiste na soma de todas as parcelas de (4.2) para o 2L-CVRP. Já para o 2L-LRP, o F_{total} corresponde a calcular (4.3), enquanto que para o LRP consiste em calcular (4.1).

4.4 Solução Inicial

A solução inicial é gerada conforme o Algoritmo 4.1. No início do algoritmo, inicializa-se o conjunto de instalações I e dos clientes J conforme o problema sendo resolvido e cria-se um vetor solução inicial, Vet, vazio. Em seguida, gera-se um vetor de clientes A ordenado de forma decrescente em relação à área total dos itens dos clientes, caso o problema envolva restrições de empacotamento, caso contrário, usa-se a demanda de peso.

No Algoritmo 4.1, para cada instalação ainda não aberta, calcula-se Ω_i, que representa o número de clientes ainda não atendidos e com o menor custo $\mathscr{C}_{ij}$. A instalação i com maior valor de Ω_i é selecionada para ser aberta e, portanto, é adicionada no vetor solução. Nesta fase os parâmetros $somadep$, $somav$, u e v são inicializados. Os parâmetros $somadep$ e $somav$ guardam, respectivamente, a demanda atendida pelas instalações e pelas rotas, ou seja, a medida que os clientes são atribuídos a uma instalação, atualiza-se a demanda atendida pela instalação $somadep$ e pela rota $somav$. As variáveis u e v são iteradores utilizados para acessar as posições do vetor A.

No laço que se inicia na linha 9 do Algoritmo 4.1, os clientes vão sendo inseridos na instalação i de forma alternada. Primeiro, tenta-se adicionar um cliente com maior área ou demanda e depois um com menor área ou demanda. Desta forma, tenta-se adicionar o primeiro cliente do vetor A e, em seguida, o último cliente de A.

Antes de adicionar um cliente à instalação, torna-se necessário verificar se o mesmo respeita a capacidade da instalação e do veículo (em termos de demanda e/ou de área). Assim, se a inserção do cliente k respeita as condições de capacidade e o problema envolve empacotamento, passa-se para a etapa de checar a viabilidade do empacotamento. Para tanto, T, um vetor com todos os clientes da rota mais o novo cliente k, é submetido ao AAA, que tenta realizar o empacotamento de todos os itens dos clientes em T. Se o valor p retornado pelo AAA for $true$, todos os itens foram empacotados, logo k é adicionado ao vetor solução e atualiza-se os valores de $somadep$ e $somav$, caso contrário, considera-se o próximo cliente. Caso o problema não envolva empacotamento e a capacidade do veículo é respeitada, faz-se a adição do cliente k no vetor solução imediatamente. Após testar todos os clientes na rota, adiciona-se um zero em Vet para iniciar uma nova rota.

Quando a capacidade da instalação é atingida ou se todos os clientes são utilizados, verifica-se o número de rotas. Caso a quantidade de rotas utilizadas seja superior a quantidade de veículos disponíveis, como no caso do 2L-CVRP, reinicia-se o processo de gerar a solução inicial fazendo uma troca no vetor de clientes ordenado, a qual consiste em tro-

car aleatoriamente dois elementos de posição no vetor A. O Algoritmo 4.1 termina quando todos os clientes forem atribuídos a alguma instalação e alguma rota.

Algoritmo 4.1- Solução inicial.

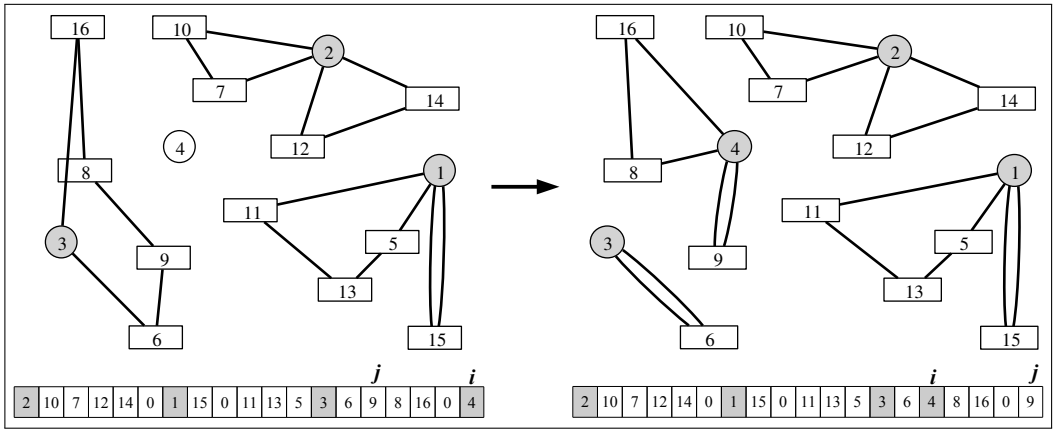
```
1  J ← Conjunto de clientes; I ← Conjunto de Instalações; Vet ← ø; Q_rotas ← 0;
2  se problema com empacotamento então A ← Ordenar J de forma decrescente
   observando o valor de área total dos itens por cliente;
3  senão A ← Ordenar J de forma decrescente observando o valor de peso total por cliente;
4  enquanto J ≠ ø faça
5      Calcular o valor de Ω_i para todo i ∈ I;
6      Selecionar a instalação i ∈ I com o maior valor de Ω_i para ser aberta;
7      Vet ← Vet ∪ {i}; somadep ← 0; somav ← 0; u ← 1; v ← m;
8      enquanto somadep ≤ CD_i faça
9          para l ← 1 até m faça
10             T ← ø;
11             se (l mod 2) ≠ 0 então k ← A(u); u ← u + 1;
12             senão k ← A(v); v ← v − 1;
13             se problema com empacotamento então
14                 se l = 1 então
15                     Vet ← Vet ∪ {k}; J ← J \ {k};
16                     somav ← somav + d_k; somadep ← somadep + d_k;
17                 senão
18                     se somacap + d_k ⩽ CD_i e somav + d_k ⩽ Q então
19                         T ← Vet ∪ {k};
20                         p ← Aplicar o AAA na rota T;
21                         se p = true então
22                             somav ← somav + d_k; somadep ← somadep + d_k;
23                             Vet ← Vet ∪ {k}; J ← J \ {k};
24             senão se somadep + d_k ⩽ CD_i e somav + d_k ⩽ Q então
25                 somav ← somav + d_k; somadep ← somadep + d_k;
26                 Vet ← Vet ∪ {k}; J ← J \ {k};
27         Vet ← Vet ∪ {0}; Q_rotas ← Q_rotas + 1; somav ← 0;
28     se Q_rotas > K então
29         J ← Conjunto de clientes; I ← Conjunto de instalações;
30         Q_rotas ← 0; Vet ← ø;
31         Trocar aleatoriamente duas posições do vetor A;
32     senão I ← I \ {i};
   Saída: Vet.
```

4.5 Estruturas de Vizinhança

As operações na vizinhança de uma solução ocorrem a partir de quatro operadores que realizam mudanças na posição dos elementos presentes no vetor solução. Tais operadores realizam mudanças em um única posição ou em uma sequência do vetor. O movimento das operações é ilustrado graficamente em cada caso, sendo que se considera a Figura 4.2 como base para realizar as operações de vizinhança.

A operação de Troca consiste em trocar duas posições do vetor solução, as quais são escolhidas aleatoriamente. Na Figura 4.3, o cliente 9 troca de lugar com a instalação 4 e, assim, todas as instalações foram abertas e é preciso sete veículos para atender a demanda dos clientes.

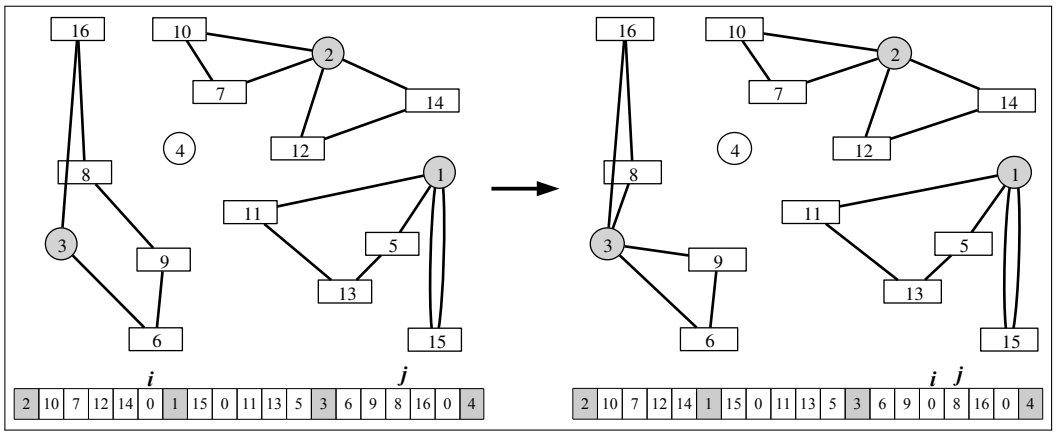
Figura 4.3 – Representação da operação de Troca.



Fonte – a autora.

A Inserção consiste em inserir o cliente da posição i imediatamente antes da posição j, em que as posições i e j são escolhidas de forma aleatória, com $i \neq j$. Na Figura 4.4, o elemento 0 na posição i foi inserido antes do cliente 8 em j e, assim, o vetor solução passa a ter seis rotas.

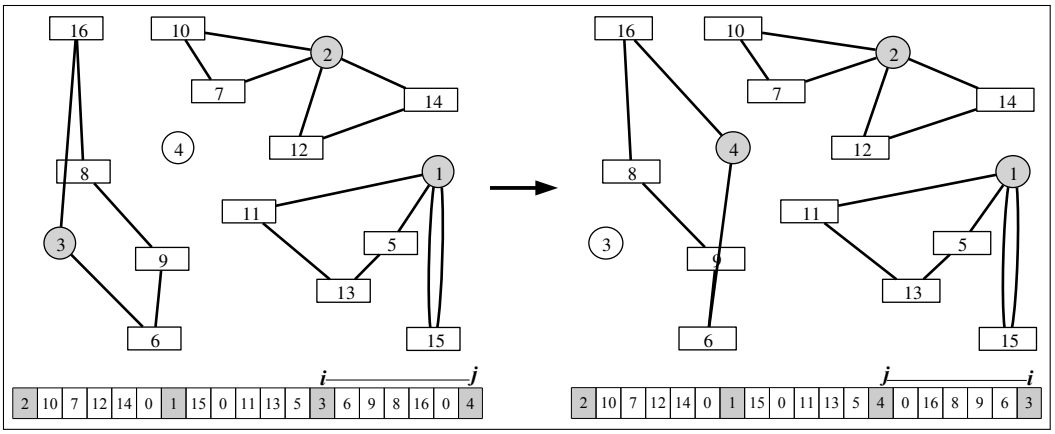
Figura 4.4 – Representação da operação de Inserção.



Fonte – a autora.

A Inversão consiste em escolher aleatoriamente duas posições do vetor solução e realizar a inversão dos elementos entre estas posições, ou seja, a sequência entre as posições passa a ser considerada em ordem inversa. A Figura 4.5 traz uma representação desta operação, sendo que os elementos entre as instalações 3 e 4 foram invertidos e, assim, a instalação 3 foi fechada e a 4 foi aberta.

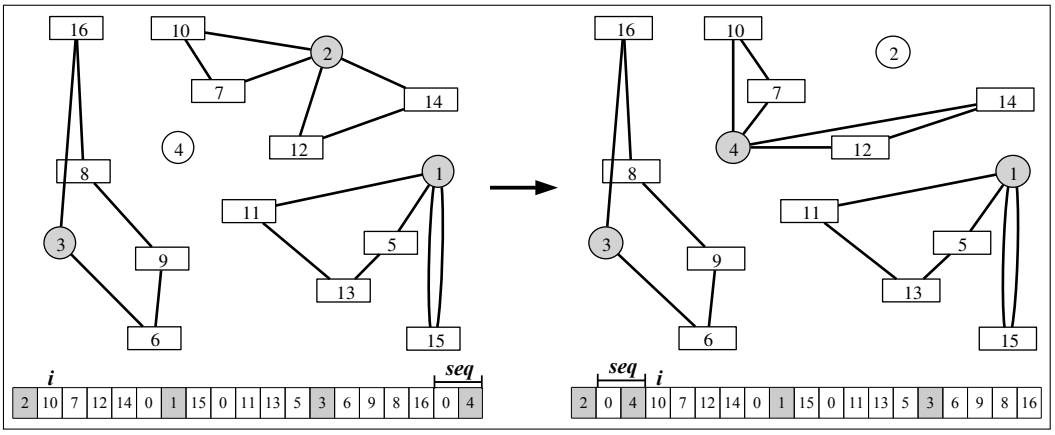
Figura 4.5 – Representação da operação de Inversão.



Fonte – a autora.

A última operação de vizinhança, a Inserção de Uma Sequência, consiste em remover uma sequência de posições consecutivas e inseri-la antes de uma posição i. O tamanho da sequência é escolhido aleatoriamente, sendo limitado à metade do tamanho do vetor solução. A sequência é inserida imediatamente antes da posição i, que também é escolhida aleatoriamente, e precisa ser fora da sequência. A ilustração deste movimento está na Figura 4.6, em que a sequência $seq = \{0, 4\}$ foi inserida antes do cliente 10, que corresponde a posição i, de modo que a instalação 4 foi aberta e a 2 foi fechada.

Figura 4.6 – Representação da operação de Inserção de Uma Sequência.



Fonte – a autora.

4.6 Busca Local e Lin-Kernighan

O Algoritmo 4.2 traz o procedimento de busca local e possui dois parâmetros de entrada iniciais, quais sejam: XX, que representa o vetor com a melhor solução; e, FF, que é o valor da solução XX. O procedimento de busca local deste trabalho utiliza os mesmos operadores de vizinhança descritos na Seção 4.5. Assim, tem-se:

Busca Local de Troca: consiste no operador de Troca, em que todas as posições do vetor solução são trocadas umas com as outras. A primeira posição requer cuidado, visto que nela só pode conter uma instalação. A primeira troca que resultar em uma solução de custo menor do que o da melhor solução atual é considerada;

Busca Local de Inserção: aplica-se o operador de Inserção entre todas as posições i e j do vetor solução. Vale destacar que a primeira posição do vetor não pode ser inserida em nenhuma outra posição. A busca local de inserção retorna a primeira solução de menor custo que é obtida;

Busca Local de Inversão: consiste no operador de Inversão, no qual, para cada $k = 1, 2, \ldots, \frac{tam}{2}$, as posições de i até $j = i + k$ são consideradas em ordem inversa para $i = 1, 2, \ldots, tam$, em que tam é o tamanho do vetor solução. A busca local de inversão retorna a primeira solução que tiver um custo menor do que a solução corrente;

Busca Local de Inserção de Uma Sequência: consiste em aplicar a operação de Inserção de Uma Sequência, em que a sequência possui no máximo seis posições. Logo, cada sequência de i até $i+1$, $i+2$, $i+3$, $i+4$ e $i+5$ é inserida imediatamente antes de todas as posições j possíveis, sendo que j deve estar fora da sequência. Além disso, a primeira posição do vetor solução não pode ser modificada. A primeira inserção que gerar um menor custo para a solução é considerada;

Algoritmo 4.2- Busca local baseada em VND.

Entrada: XX, FF.

1 $k \leftarrow 1$; $k_{max} \leftarrow 4$; $X_{local} \leftarrow XX$;
2 **enquanto** $k \leqslant k_{max}$ **faça**
3 **selecione** k **faça**
4 **caso** *1* : $F_{local} \leftarrow$Aplicar **Busca Local de Troca** em X_{local};
5 **caso** *2* : $F_{local} \leftarrow$Aplicar **Busca Local de Inserção** em X_{local};
6 **caso** *3* : $F_{local} \leftarrow$Aplicar **Busca Local de Inversão** em X_{local};
7 **caso** *4* : $F_{local} \leftarrow$Aplicar **Busca Local de Inserção de Uma Sequência** em X_{local};
8 **se** $F_{local} < FF$ **então** $XX \leftarrow X_{local}$; $FF \leftarrow F_{local}$; $k \leftarrow 1$;
9 **senão** $k \leftarrow k + 1$;

Saída: Solução em XX.

Observe que as buscas locais utilizam a ideia de retornar a primeira solução que melhore a melhor solução atual. Além disso, sempre que uma solução melhor for obtida, reinicia-se a aplicação dos operadores fazendo k receber 1. O procedimento de busca local finaliza quando nenhum dos operadores melhorar a melhor solução atual.

Após a aplicação da busca local, aplica-se a heurística de Lin-Kernighan, que se baseia na ideia de $\lambda - opt$, que é uma generalização do $2 - opt$. Nessa heurística, o valor de λ passa a ser variável e, assim, para cada passo, a quantidade de arestas trocadas varia conforme o valor de λ. A heurística define qual a melhor troca e também determina qual o melhor valor de λ para cada iteração. A ideia é sempre buscar por uma sequência de arestas $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_\lambda\}$ que, quando trocadas pelo subconjunto de arestas $y = \{y_1, y_2, \ldots, y_\lambda\}$, resulte uma rota viável de menor custo.

Conforme Lin e Kernighan (1973), a heurística inicia construindo um caminho aleatoriamente. Em seguida, escolhe-se um vértice t_1 e uma aresta $x_1 = \{t_1, t_2\}$. Além disso, escolhe-se uma nova aresta y_1 de troca, que parte do vértice t_2 e deve gerar uma redução no valor do caminho. Após determinar a primeira aresta que possibilite uma melhora no custo do caminho, inicia-se um processo iterativo que busca por uma nova aresta. Essa aresta deve conter o último vértice selecionado e ser capaz de reduzir novamente o custo do caminho. Após determinar as arestas originais x e o conjunto de arestas de troca y, um novo caminho T é criado, a rota é atualizada e os passos anteriores são executados novamente. A heurística finaliza quando não é possível gerar caminhos com λ movimentos capazes de melhorar a rota atual.

4.7 Procedimentos para Diversificar a Solução

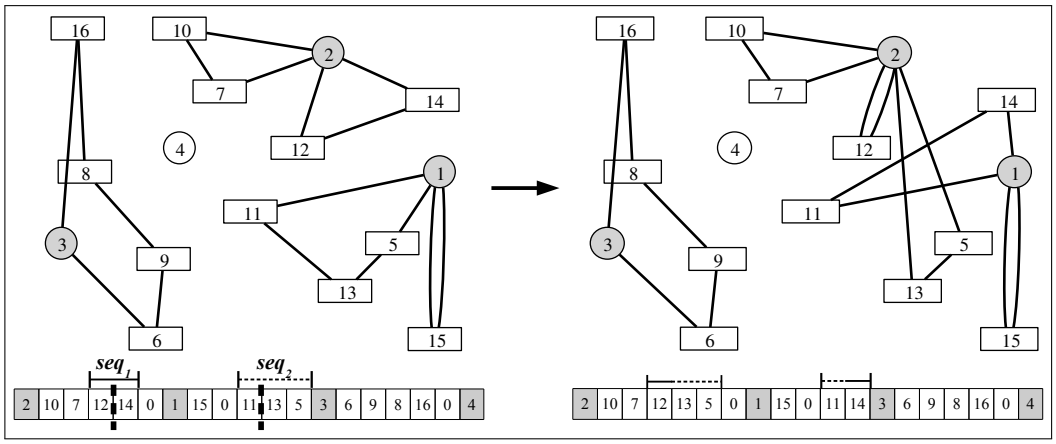
Para tentar escapar de ótimos locais, utiliza-se alguns procedimentos para diversificar a melhor solução obtida até o momento. Neste trabalho, três procedimentos diferentes para diversificar a solução são aplicados, quais sejam: Perturbação, Diversificação e Troca de Instalação. A operação de Troca de Instalação é aplicada somente em problemas que tenham mais de uma instalação, como o LRP e o 2L-LRP. A Diversificação é usada como um alternativa para substituir a Troca de Instalação, sendo utilizada apenas ao resolver o 2L-CVRP. Com o uso desses procedimentos, busca-se redirecionar a busca para regiões que ainda não foram suficientemente exploradas no espaço de soluções. A ideia é obter soluções com diferenças significativas em relação às melhores soluções encontradas.

4.7.1 Procedimento de Perturbação

O procedimento de Perturbação consiste em modificar duas rotas, r^1 e r^2, selecionadas do vetor solução de forma aleatória. A primeira rota começa na posição r_i^1 e termina em r_f^1 e a segunda rota inicia na posição r_i^2 e tem fim em r_f^2. Além disso, seleciona-se uma

posição aleatoriamente em cada uma das rotas, por exemplo, a posição l na primeira rota e a k na segunda rota. O movimento consiste em inserir a sequência de k até r_f^2 imediatamente antes da posição r_i^1. A sequência de l até r_f^1 é adicionada na segunda rota antes da posição marcada por k. Uma representação da operação de perturbação é ilustrada na Figura 4.7, em que se modificou uma rota da instalação 2 e outra da 1. Assim, a instalação 2 passa a atender um maior número de rotas e clientes, e a instalação 1 vai atender uma menor quantidade de clientes.

Figura 4.7 – Representação de uma operação de Perturbação.

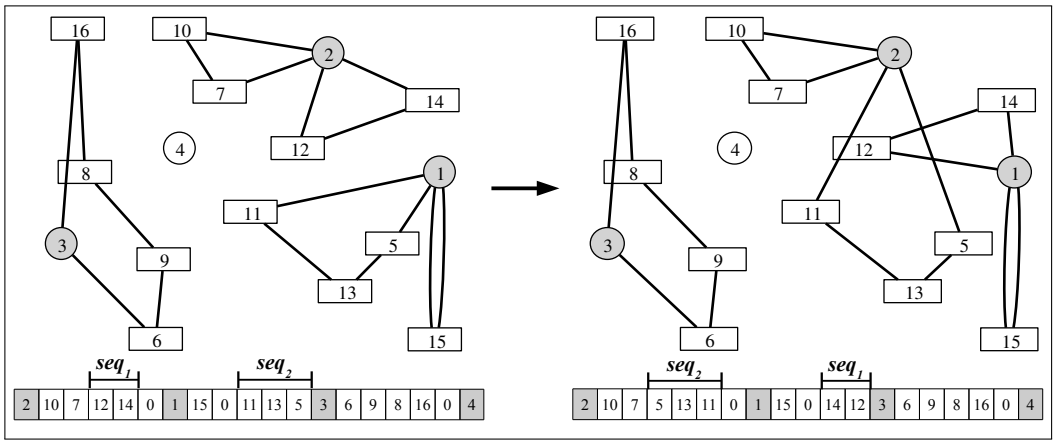


Fonte – a autora.

4.7.2 Procedimento de Diversificação

O procedimento de Diversificação consiste na aplicação de duas operações consecutivas, Troca Inversa e Troca de Zeros. A Troca Inversa consiste em trocar duas sequências de posição em ordem inversa, sendo que as duas sequências têm tamanho aleatório e limitado à metade do tamanho do vetor solução. A Figura 4.8 ilustra a troca de duas sequências na ordem inversa.

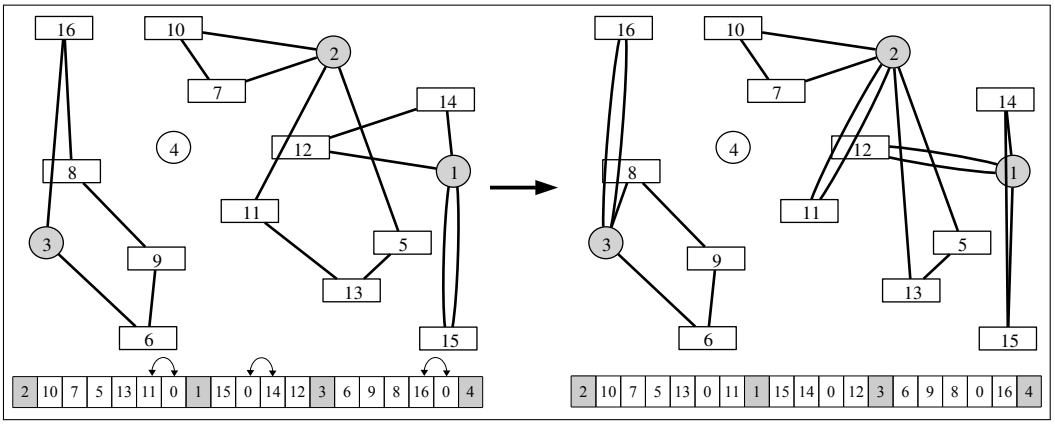
Figura 4.8 – Representação da operação de Troca Inversa.



Fonte – a autora.

A operação de Troca de Zeros realiza a troca dos elementos zeros de posições com o objetivo de modificar as rotas. O primeiro zero é trocado com a posição anterior à sua, o segundo zero assume a posição posterior à sua, o terceiro zero vai para a posição anterior à sua e, assim por diante, até todo o vetor solução ser percorrido com esta alternância nos zeros. A Figura 4.9 ilustra a operação de Troca de Zeros considerando o vetor solução gerado após a operação de Troca Inversa. Nota-se que a solução final obtida é bem diferente da original, em que se passou a ter uma maior quantidade rotas com poucos clientes em cada.

Figura 4.9 – Representação da operação de Troca de Zeros.

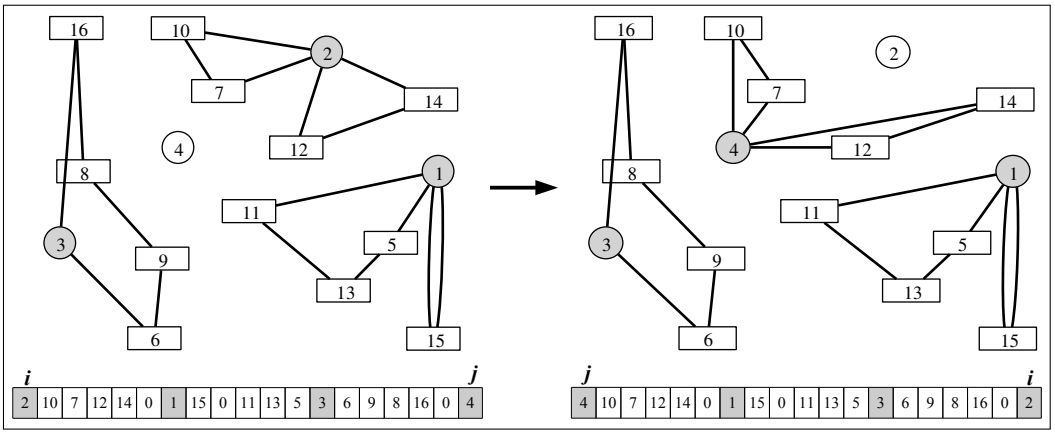


Fonte – a autora.

4.7.3 Troca de Instalação

A operação de Troca de Instalação realiza a troca de duas instalações de posição dentro do vetor solução para ampliar a busca por instalações que devem ser abertas ou que devem atender novos clientes, possivelmente com um menor custo. A operação consiste em escolher aleatoriamente uma instalação do vetor solução que esteja fechada e trocar com alguma instalação que estiver aberta. A troca que resultar no menor custo é efetivamente aplicada. A Figura 4.10 apresenta o movimento desta operação, em que a instalação i que estava aberta foi fechada e, assim, a instalação j foi aberta.

Figura 4.10 – Representação da operação de Troca de Instalação.



Fonte – a autora.

4.8 Algoritmo Artificial de Algas para o Empacotamento

O Algoritmo 4.3 apresenta a estrutura completa da heurística para verificar a viabilidade do empacotamento das rotas no 2L-CVRP e 2L-LRP. O objetivo do AAA é gerar uma sequência de itens para, então, aplicar a técnica $Skyline$ visando empacotar os itens dos clientes da dada rota. O algoritmo possui oito parâmetros iniciais, sendo P_a, N_{col}, t_e e f_c os mesmos parâmetros apresentados no Algoritmo 2.3. Além deles, o parâmetro n_{itens} corresponde a quantidade total de itens. Por simplificação na notação, os parâmetros a, l e c representam vetores de área, largura e comprimento dos itens, respectivamente, dado um total de n_{itens} itens.

Algoritmo 4.3- AAA para verificar o empacotamento de uma rota.

Entrada: P_a, N_{col}, t_e, f_c, a, l, c, n_{itens}.

Calcular a malha de ***Reduced Raster Points*** M_{raster};
Gerar a **População Inicial** z;
$Cv_t \leftarrow 1, \quad Ap_t \leftarrow 0, \quad$ para $t \leftarrow 1, 2, \ldots, N_{col}$;
$E_{emp_t} \leftarrow Skyline(z_t, a, l, c, n_{itens}, M_{raster}), \quad$ para $t \leftarrow 1, 2, \ldots, N_{col}$;
$I \leftarrow 0; \quad N_{aux} \leftarrow 1;$
enquanto $N_{aux} < n_{itens}$ **e** número de itens empacotados for inferior a n_{itens} **faça**
  $E_t \leftarrow \left\lceil \frac{Cv_t}{max(Cv)} \right\rceil, \quad \omega_t \leftarrow 2\pi \left(\sqrt[3]{\frac{3Cv_t}{4\pi}} \right)^2, \quad$ para $t \leftarrow 1, 2, \ldots, N_{col}$;
  $z^{'} \leftarrow z$;
  para $t \leftarrow 1$ *até* N_{col} **faça**
    $nf \leftarrow True$;
    enquanto $E_t > 0$ **faça**
      $z^{'} \leftarrow$ Aplicar o **Movimento Helicoidal** em $z_t^{'}$;
      $E_{emp1} \leftarrow Skyline(z_t^{'}, a, l, c, n_{itens}, M_{raster})$;
      $E_t \leftarrow E_t - \frac{e}{2}$;
      se $E_{emp1} > E_{emp_t}$ **então** $E_{emp_t} \leftarrow E_{emp1}; \quad z_t \leftarrow z_t^{'}; \quad nf \leftarrow False;$
      senão $E_t \leftarrow E_t - \frac{e}{2}$;
      $I \leftarrow I + 1$;
    se $nf = True$ **então** $Ap_t \leftarrow Ap_t + 1$;
  Atualizar o tamanho Cv_t de cada colônia de algas;
  $z \leftarrow$ Aplicar a **Operação de Reprodução** em z;
  $r \leftarrow$ número gerado aleatoriamente entre 0 e 1;
  se $r < P_a$ **então** $z \leftarrow$ Aplicar a **Operação de Adaptação** em z;
  se $N_{aux} < n_{itens}$ **então** $N_{aux} \leftarrow 2\, N_{aux}$;

Saída: $\max_{t=1, 2, \ldots, N_{Col}} (E_{emp_t})$.

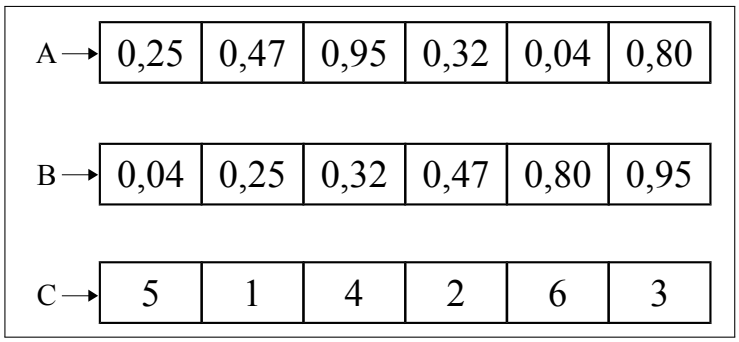
No início do Algoritmo 4.3, faz-se a discretização da base do veículo, ou seja, calcula-

se a malha de *reduced raster points* conforme as dimensões em l e c dos itens. O próximo passo é gerar a população inicial do AAA conforme (4.4). Observa-se que a população inicial é gerada de forma aleatória com valores reais variando entre 0 e 1.

$$z_{tj} = rand(0,1), \qquad \text{para } t = 1,2,\ldots,N_{col},\ j = 1,2,\ldots,n_{itens}. \tag{4.4}$$

Na linha 4 do Algoritmo 4.3, o empacotamento e o seu valor de aptidão são obtidos por meio da aplicação da técnica *Skyline* apresentada em mais detalhes adiante. Contudo, antes de aplicar a técnica *Skyline* é necessário converter a solução de uma colônia de algas com valores reais para inteiros. Para tanto, utiliza-se um decodificador. A Figura 4.11 traz um exemplo da conversão de uma solução de uma colônia de algas t com seis algas. No início do procedimento de converter a solução, passa-se a solução da colônia t, que corresponde a um vetor de números reais (veja o vetor A na Figura 4.11), para o decodificador, sendo que cada posição do vetor está relacionada a um item. Dado o vetor, o decodificar ordena de forma crescente os valores/algas (veja o vetor B da Figura 4.11) e, assim, a partir do vetor ordenado, cria-se um novo vetor de inteiros contendo o número da posição que elemento estava no vetor original (veja o vetor C na Figura 4.11).

Figura 4.11 – Conversão de uma solução de uma colônia de algas com valor real para inteiro.



Fonte – a autora.

Em seguida, calcula-se a energia da população que consiste em dividir a condição de vida da colônia t sobre a colônia com melhor condição de vida (maior valor) e, assim, o valor de energia da colônia varia no intervalo de [0, 1]. O próximo passo é a aplicação do movimento helicoidal, já descrito na Subseção 2.4.2.1, para gerar a nova solução z' que é aceita quando $E_{emp1} > E_{emp}$. Toda alga modificada é submetida a operação de verificação e, se for necessário, aplica-se a operação de reparação. A operação de verificação consiste em checar se o novo valor da alga está no intervalo entre 0 e 1. Caso não esteja, aplica-se a operação de reparação, que usa a função $sigmode$, dada em (4.5).

$$g(j) = sig(j) = \frac{1}{e^{-\tau j} + 1}, \tag{4.5}$$

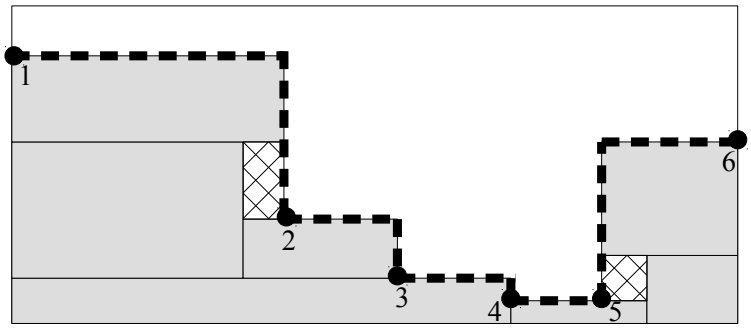
em que τ é um parâmetro que modifica a tendência da curva e j é o valor de uma alga (ZHANG *et al.*, 2016).

Quando a energia de todas as colônias acaba, atualiza-se o tamanho Cv_t da colônia t e, então, a população z é submetida a operação de reprodução (linha 20 do Algoritmo 4.3). Em seguida, no caso de um número r gerado aleatoriamente ser menor do que P_a, aplica-se a operação de adaptação.

A técnica *Skyline* desenvolvida neste trabalho parte da proposta de Wei *et al.* (2015) com algumas adaptações. A *Skyline* é utilizada para realizar o empacotamento dos itens a partir da sequência gerada pelo AAA, objetivando encontrar um *padrão de empacotamento* para os itens dos clientes em cada rota. Um padrão de empacotamento é representado por um horizonte retilíneo, sendo descrito como o contorno dado por um conjunto de barras horizontais consecutivas, conforme ilustra a Figura 4.12. Vale destacar que as regiões hachuradas nas figuras que representam o empacotamento com *Skyline* são consideradas como desperdício.

Um padrão de empacotamento é expresso como uma sequência de η-segmentos horizontais $(sg_1, sg_2, \ldots, sg_\eta)$, de modo que as seguintes propriedades devem ser satisfeitas: *(i)* a coordenada y de sg_j tem que ser diferente da coordenada y de sg_{j+1}, para $j = 1, 2, \ldots, \eta-1$; e, *(ii)* a coordenada x do extremo direito de sg_j deve ser a mesma coordenada x do extremo esquerdo de sg_{j+1}, para $j = 1, 2, \ldots, \eta - 1$. O primeiro padrão de empacotamento, quando o recipiente está vazio, é representado por um único segmento de linha horizontal iniciando em $(0, 0)$. Na Figura 4.12, cada segmento de linha sg_j é categorizado como j no seu extremo esquerdo. Os pontos representam as posições candidatas para empacotar os itens e são marcadas sobre os extremos dos segmentos. Os pontos das posições candidatas são obtidos da malha de *reduced raster points*.

Figura 4.12 – Exemplo de um padrão de empacotamento gerado pela *Skyline*.

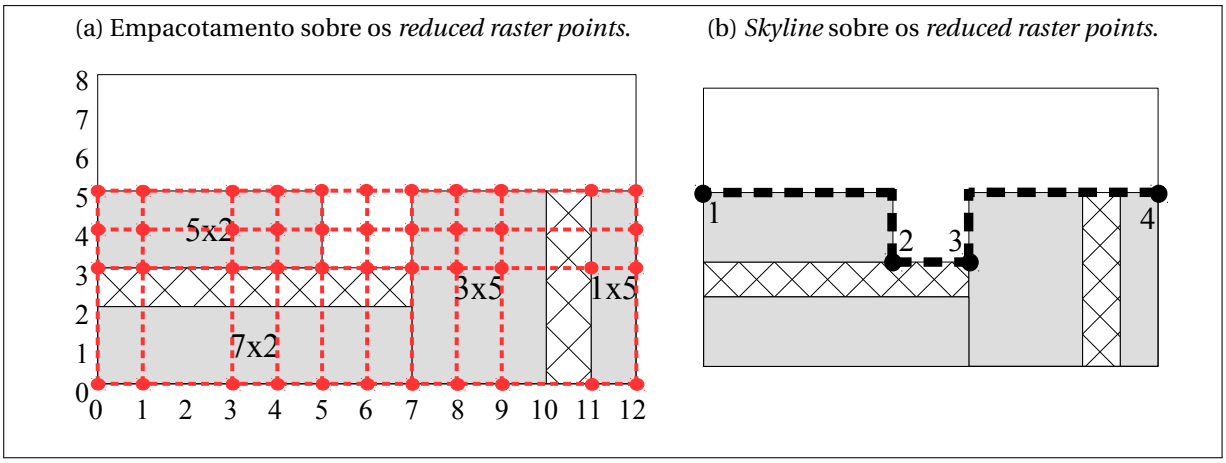


Fonte – a autora.

Devido ao uso da malha de *reduced raster points*, pode ocorrer de um item não atingir um ponto da malha, tal que a sua posição final fica entre dois pontos da malha. Isso se deve ao fato dos *reduced raster points* introduzirem áreas não utilizáveis no meio do empacotamento. Quando essa situação acontece, o intervalo entre a posição final do item e o próximo ponto da malha é considerado como desperdício. Essa circunstância é ilustrada na Figura 4.13. O empacotamento em 4.13a apresenta os pontos onde os itens podem ser empacotados (em vermelho). Ao analisar o empacotamento, nota-se que os *reduced raster points*

ocasionaram duas áreas vazias no meio do empacotamento (região hachurada). A primeira área vazia foi gerada ao empacotar o item (7, 2) e a segunda ocorre após empacotar o item (3, 5), uma vez que a dimensão dos itens não permitiu alcançar um ponto na malha de *reduced raster points*. O empacotamento apresentado em 4.13b traz os pontos das posições candidatas na *Skyline*, sendo que tais pontos correspondem aos pontos da malha *reduced raster points*, que estão no extremo dos segmentos.

Figura 4.13 – Padrão de empacotamento sobre a malha de *reduced raster points*.



Fonte – a autora.

A estrutura geral da heurística *Skyline* é apresentada no Algoritmo 4.4 e consiste basicamente em atualizar as posições candidatas para empacotar itens sempre que um novo item é empacotado. Um item é empacotado na posição que gera o melhor valor de aptidão.

Algoritmo 4.4- *Skyline* para empacotar itens.

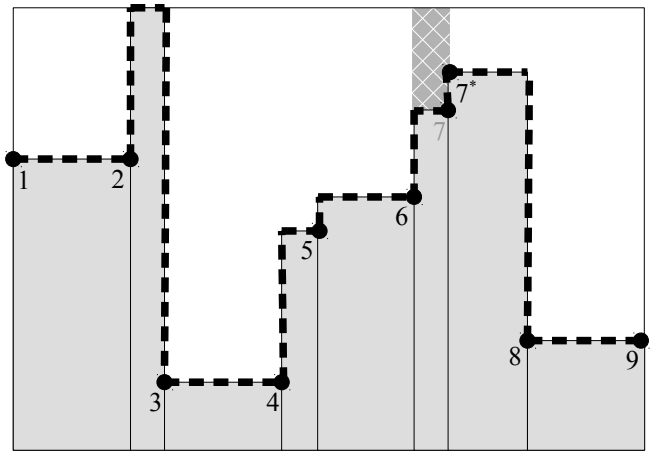
Entrada: $z, a, l, c, n_{itens}, M_{raster}$.

1 $area \leftarrow 0$;
2 **para** $t \leftarrow 1$ *até* n_{itens} **faça**
3 $r \leftarrow z(t)$;
4 Obter os pontos $P_t = [x_1 \quad y_1; x_2 \quad y_2; \ldots; x_{pos} \quad y_{pos}]$, sobre a malha M_{raster} onde os itens podem ser empacotados;
5 $viavel \leftarrow 0$;
6 **para** $p \in P_t$ **faça**
7 **se** $Verifica(r, p) = 1$ **então**
8 $FF(r, p) \leftarrow Avaliar(Desperdício(r, p), -Aptidão(r, p), y(p), x(p))$;
9 $viavel \leftarrow 1$;
10 **se** $viável = 1$ **então**
11 Empacotar r no ponto $p \in P_t$ que resultar em $Melhor(r, p, FF)$;
12 $area \leftarrow area + a_r$;

Saída: $area$.

No início do Algoritmo 4.4, determinam-se os pontos onde os itens podem ser empacotados. Durante essa fase, verifica-se se o ponto gerado é viável para o empacotamento de pelo menos um item ainda não empacotado. Caso este ponto não seja viável, então a posição é preenchida e um novo ponto é gerado. Na Figura 4.14, o ponto 7 não é viável para empacotar nenhum dos itens disponíveis. A região do ponto 7 é tratada como desperdício e, assim, sua área é preenchida e um novo ponto, 7^*, é considerado. Ademais, esta etapa é realizada até obter um ponto viável ou não haver mais pontos.

Figura 4.14 – Exemplo de ponto inviável para o empacotamento.

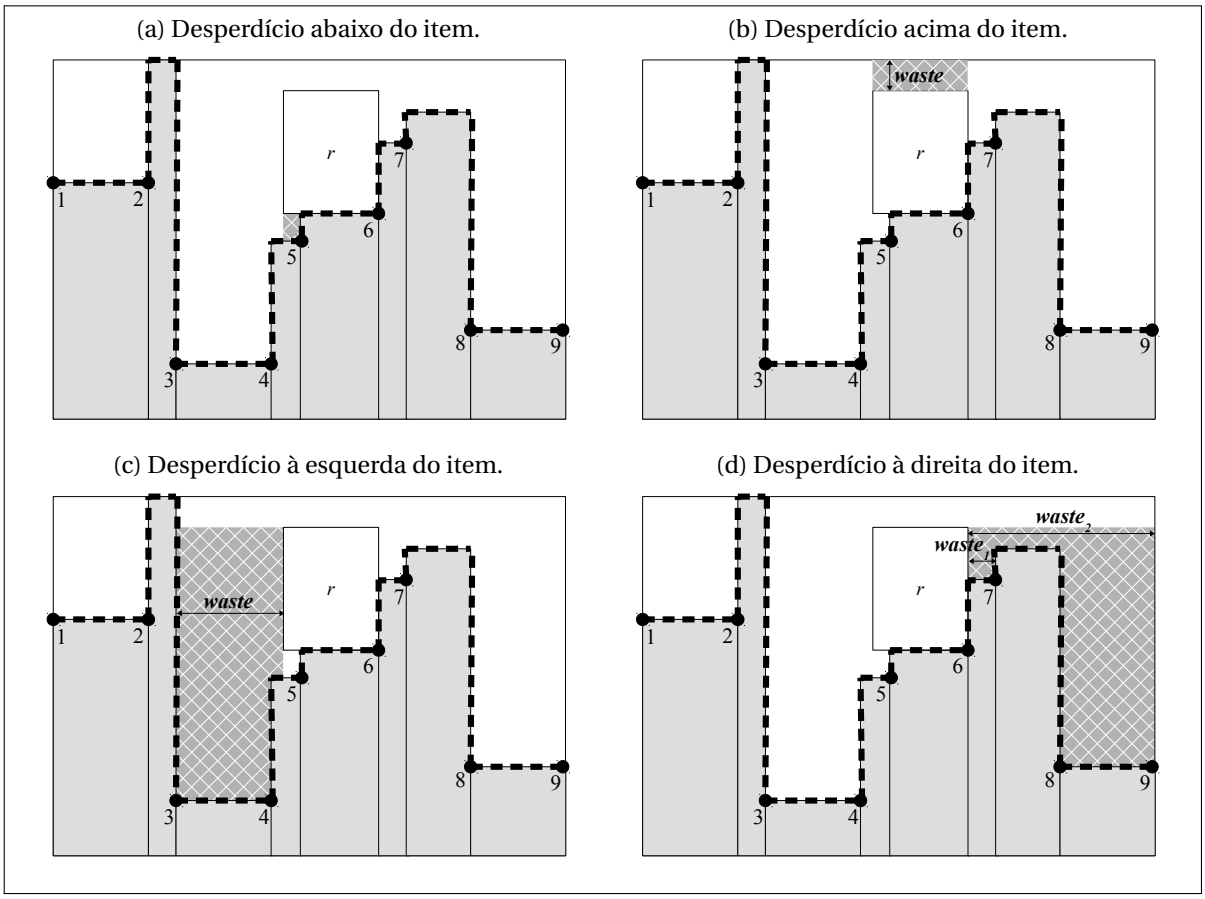


Fonte – a autora.

O próximo passo do Algoritmo 4.4 (linhas de 6 a 9) consiste em verificar, para cada ponto p do vetor P_t, se o item r ainda não avaliado pode ser empacotado em p. Caso seja possível, chama-se a função $Avaliar()$, para r e p, levando em consideração:

- $Desperdício(r, p)$: corresponde ao desperdício gerado ao empacotar o item r na posição p. A Figura 4.15 ilustra um exemplo. Após o empacotamento do item r, caso haja um espaço livre abaixo do item, tem-se que esse é tratado como desperdício (veja a Figura 4.15a). Por outro lado, os espaços livres (representados por $waste$) gerados acima, à direita e à esquerda do item r são tratados como desperdício se o comprimento/largura do espaço for menor do que o menor comprimento (c_{min}) ou largura (l_{min}) entre todos os itens ainda disponíveis. No caso do comprimento, ele deve ser maior do que c_{min} (veja a Figura 4.15b). Ao analisar o desperdício à direita ou à esquerda do item r, calcula-se a diferença entre cada ponto do padrão de empacotamento, que é posterior ou anterior, até o ponto em que a altura do segmento seja maior do que a altura do item r (veja as Figuras 4.15c e 4.15d). Analisando a Figura 4.15d, se a diferença entre o $waste_1$ for menor do que l_{min} , então tal espaço é considerado um desperdício. Assim, se o $waste_2$ for menor do que l_{min}, retorna-se apenas $waste_1$, caso contrário, retorna-se $waste_2$.

Figura 4.15 – Desperdícios gerados com o empacotamento do item r.



Fonte – a autora.

- $Aptidão(r, p)$: representa a quantidade de lados de r que tem tamanho igual ao do espaço onde o item vai ser inserido. A aptidão do item r, empacotado no ponto p, é dada de acordo com o espaço vazio com origem no ponto p. Cada ponto p tem informações sobre a coordenada $p.x$ e $p.y$ do ponto, a largura do segmento $p.l$, o comprimento do lado esquerdo $p.ec$ e direito $p.dc$ (veja a Figura 4.16). Seja r um item com largura l e comprimento c, e sabendo as informações sobre o segmento do ponto p, tem-se que:

  (i) Se $l_r = p.l$, $c_r = p.ec$, $c_r = p.dc$ e $c_r + p.y = C$, a aptidão do item r no ponto p corresponde a 4;

  (ii) Se $l_r = p.l$, $c_r = p.ec$ e $c_r = p.dc$, a aptidão do item r no ponto p é 3;

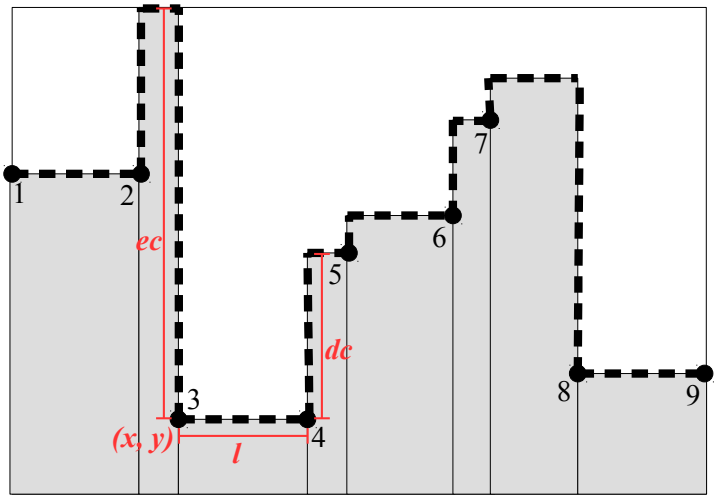
  (iii) Se $l_r = p.l$, $c_r = p.ec$ e $c_r \neq p.dc$ ou $l_r = p.l$, $c_r \neq p.ec$ e $c_r = p.dc$, o valor de aptidão de r em p é 2;

  (iv) Se $l_r = p.l$, $c_r \neq p.ec$ e $c_r \neq p.dc$ ou $l_r \neq p.l$, $c_r = p.ec$ e $c_r \neq p.dc$ ou $l_r \neq p.l$, $c_r \neq p.ec$ e $c_r = p.dc$, a aptidão é igual a 1;

  (v) Se $l_r \neq p.l$ e $c_r \neq p.ec \neq p.dc$, o ponto p tem aptidão 0.

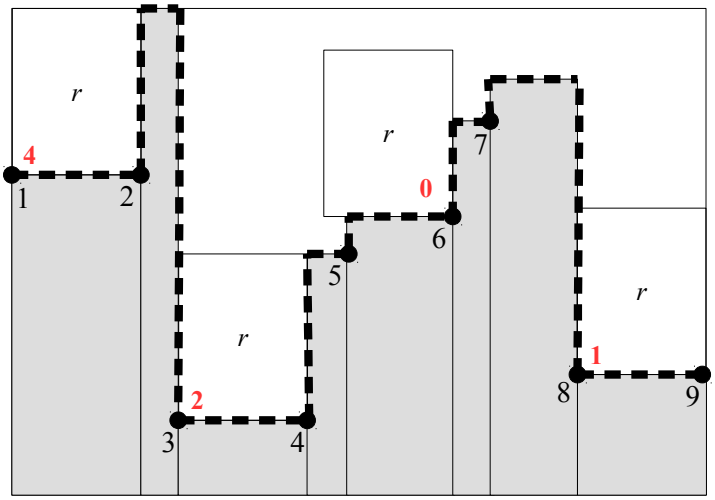
  Os melhores valores de aptidão ocorrem para os itens que melhor ocupam o dado espaço vazio. A Figura 4.17 exemplifica a aptidão de r sobre diferentes pontos p do padrão.

Figura 4.16 – Característica dos pontos na *Skyline*.



Fonte – a autora.

Figura 4.17 – Aptidão de um item r para diferentes pontos do padrão.



Fonte – a autora.

- $y(p)$: coordenada y do ponto p;
- $x(p)$: coordenada x do ponto p.

Os valores obtidos com a aplicação da função *Avaliar()* no item r e no ponto p são armazenados na variável $FF(r, p)$ para posteriormente ser analisado. Caso o item r possa ser empacotado em pelo menos uma posição, tem-se $viável$ igual a 1 na linha 10 do Algoritmo 4.4. Em seguida, chama-se a função $Melhor()$ para determinar o melhor ponto p entre aqueles que resultaram em "$viável = 1$", retornados pela função $Avaliar()$ para cada par (item, ponto). Durante a busca pelo melhor ponto, analise-se FF de forma que o melhor ponto é aquele em que a FF tiver o menor valor para os seus argumentos. Por exemplo, seja $FF(r, p_1) = [1, 0, -1, 4, 5]$ e $FF(r, p_2) = [1, 0, -2, 5, 8]$. Note que os dois primeiros argumentos

de $FF(r, p_1)$ e $FF(r, p_2)$ são idênticos, contudo, o terceiro argumento de $FF(r, p_2)$ é menor do que o de $FF(r, p_1)$, isto é, $-2 < -1$. Logo, o melhor ponto para empacotar o item r é o p_2. O Algoritmo 4.4 termina quando todos os itens forem empacotados ou não ter como mais empacotar itens.

4.9 Estrutura Completa da Heurística

A heurística híbrida desenvolvida neste trabalho para resolver o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP é apresentada no Algoritmo 4.5, possuindo oito parâmetros de entrada, em que I_{iter}, T_0, T_f e α são os mesmos do SA básico e os demais parâmetros são: N_m, que corresponde ao número de reduções consecutivas que podem ser realizadas na temperatura sem que a melhor solução melhore; K_B, que é a constante usada na função de aceitação de soluções ruins; P, representa a penalidade aplicada quando ocorre a violação da capacidade da instalação e/ou quando todos os itens de um rota não podem ser empacotados na base retangular do veículo; e, por fim, T_{max}, que é o tempo limite total para a execução, em segundos. A melhor solução é salva no vetor XX e tem valor FF.

No início do Algoritmo 4.5, gera-se uma solução inicial X conforme o procedimento descrito na Seção 4.4, sendo que durante a obtenção da solução inicial, a viabilidade do empacotamento dos itens é verificada. Para obter o custo da solução X, nesta etapa, somente é necessário calcular o valor em relação ao LRP ou VRP dependendo do problema. Em seguida, aplica-se a heurística de Lin-Kernighan para tentar melhorar o custo das rotas.

Em cada iteração do laço das linhas 6 a 18, uma nova solução Y é gerada na vizinhança de X conforme um dos operadores descritos na Seção 4.5. Após a geração da nova solução, verifica-se o custo associado ao LRP ou VRP e caso este custo seja menor do que FF, então cada rota da solução Y é submetida ao AAA para verificar a viabilidade quanto ao empacotamento. Caso contrário, $\mathscr{A}$ recebe a área total da base do veículo. Posteriormente, realiza-se a avaliação da solução Y considerando também o empacotamento, sendo que a nova solução é aceita caso tenha um custo menor do que o da solução corrente X ou se o valor da função de aceitação, $e^{-(FY-F)/(K_B T)}$, for maior do que um número aleatório r_r.

Quando I_{iter} iterações são executadas, a temperatura é reduzida por uma razão α e caso FF seja diferente do valor anterior F_{ant}, a solução XX é submetida ao procedimento de busca local e, em seguida, a heurística de Lin-Kernighan. Além disso, se o resto da divisão inteira entre nn e 20 for igual a zero, aplica-se um procedimento para diversificar a solução, que consiste em aplicar a operação de Troca de Instalação e Diversificação para problemas com mais de uma instalação e com somente uma instalação, respectivamente. Caso contrário, a solução X passa pela função de Perturbação. O Algoritmo 4.5 chega ao fim quando: a temperatura T for menor do que T_f, quando a melhor solução XX não for melhorada depois

de N_m reduções consecutivas de temperatura ou quando o tempo limite T_{max} for atingido.

Algoritmo 4.5- Estrutura geral da heurística híbrida SA+AAA.

Entrada: I_{iter}, N_m, T_0, T_F, α, K_B, P, T_{max}.

Gerar uma **Solução Inicial** X;
$X \leftarrow$ Aplicar a heurística de **Lin-Kernighan** em X;
$T \leftarrow T_0$; $nm \leftarrow 0$; $I_{aux} \leftarrow 10$; $F \leftarrow F_{rot}(X, P)$;
$FF \leftarrow F$; $XX \leftarrow X$; $F_{ant} \leftarrow FF$;
enquanto $T \geq T_F$ ***e*** $nm \leqslant N_m$ ***e*** $time \leqslant T_{max}$ **faça**
  para $I \leftarrow 1$ até I_{aux} **faça**
    $t \leftarrow$ número inteiro gerado aleatoriamente entre 1 e 4;
    A partir de t escolher um **Operador de Vizinhança** e gerar Y de X;
    $F_1 \leftarrow F_{rot}(Y, P)$;
    se $F_1 < FF$ **então** $\mathscr{A} \leftarrow$ para cada rota da solução Y aplique o **AAA**;
    senão $\mathscr{A} \leftarrow$ área total da base do veículo;
    $FY \leftarrow F_{total}(F_1, \mathscr{A}, P)$;
    se $FY - F \leqslant 0$ **então** $F \leftarrow FY$; $X \leftarrow Y$;
    senão
      $r_r \leftarrow$ número gerado aleatoriamente entre 0 e 1;
      se $r_r < e^{-(FY-F)/(K_B T)}$ **então** $F \leftarrow FY$; $X \leftarrow Y$;
    se $F < FF$ ***e*** X for viável **então** $XX \leftarrow X$; $FF \leftarrow F$; $nm \leftarrow 0$;
  $T \leftarrow \alpha T$; $nm \leftarrow nm + 1$;
  se $F_{ant} \neq FF$ **então**
    $F_{ant} \leftarrow FF$;
    $XX \leftarrow$ Aplicar a **Busca Local** em XX;
    $XX \leftarrow$Aplicar a heurística de **Lin-Kernighan** em XX;
  se $(nm \ mod \ 20) = 0$ **então**
    se $M > 1$ **então** $X \leftarrow$ Aplicar a Operação de **Troca de Instalação** em X;
    senão $X \leftarrow$ Aplicar o procedimento de **Diversificação** em X;
  senão $X \leftarrow$ Aplicar o procedimento de **Perturbação** em X;
  $F_1 \leftarrow F_{rot}(X, P)$;
  se $F_1 < FF$ **então** $\mathscr{A} \leftarrow$ para cada rota da solução X aplique o **AAA**;
  senão $\mathscr{A} \leftarrow$ área total da base do veículo;
  $F \leftarrow F_{total}(F_1, \mathscr{A}, P)$;
  se $F < FF$ ***e*** X for viável **então** $XX \leftarrow X$; $FF \leftarrow F$;
  se $I_{aux} < I_{iter}$ **então** $I_{aux} \leftarrow 2\, I_{aux}$;

Saída: FF.

Capítulo 5

EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo apresenta as instâncias utilizadas para realizar os experimentos computacionais e validar a heurística SA+AAA. Há também informações sobre a calibração dos parâmetros e das instâncias usadas nos testes. Além disso, discutem-se os resultados sobre as instâncias em comparação com o estado-da-arte, trazendo tabelas e figuras para evidenciar os resultados entre os diferentes métodos.

A heurística foi aplicada para resolver o LRP, o 2L-CVRP e o 2L-LRP. Busca-se mostrar que a heurística, mesmo sem modificações específicas, ainda é competitiva ao resolver mais de um problema, uma vez que é possível realizar comparação com outros trabalhos da literatura e evidenciar essa afirmação.

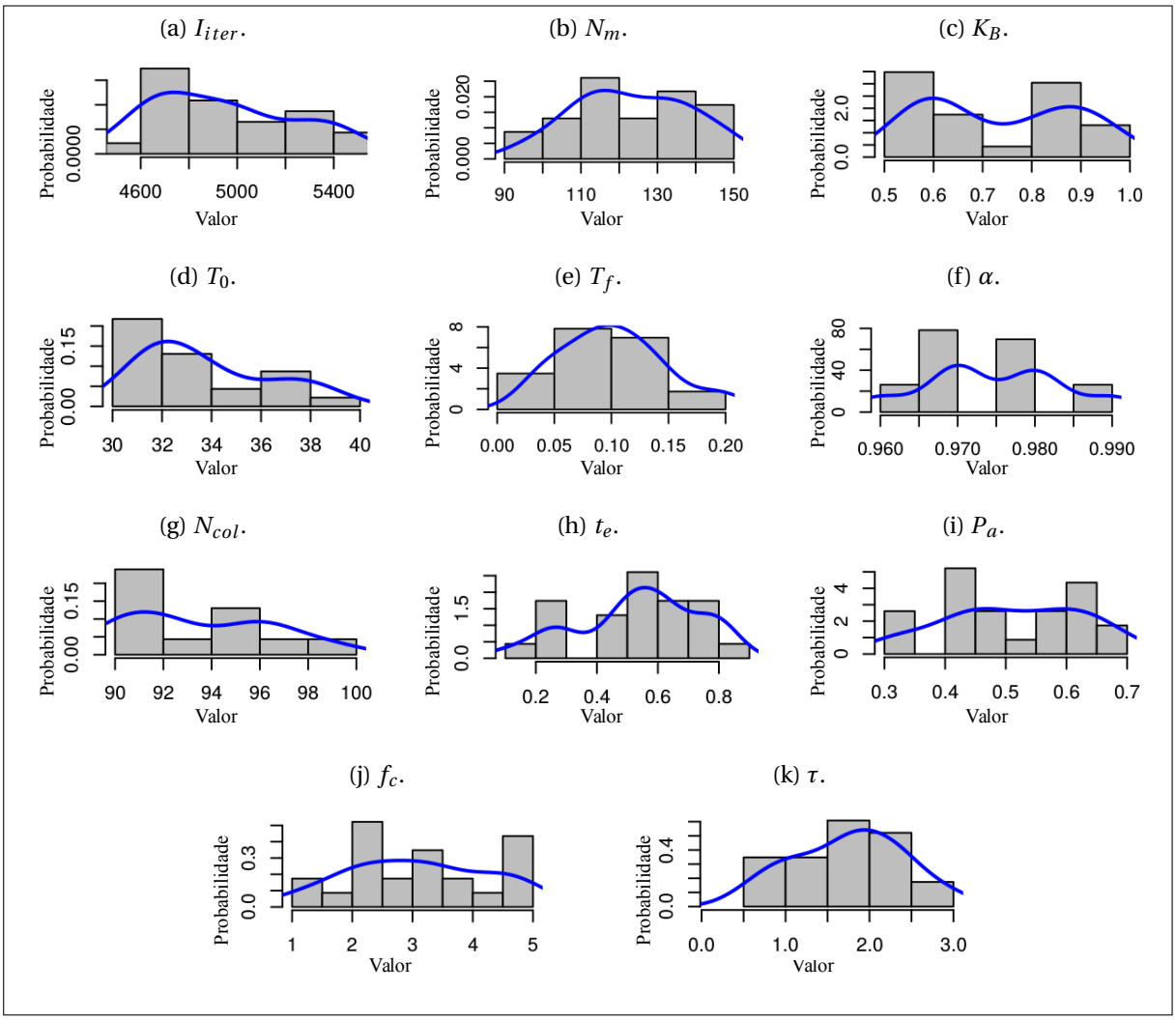
5.1 Instâncias e Calibração

A heurística e seus procedimentos foram codificados em linguagem C++, exceto o *framework* que foi codificado em *Python*. Os testes computacionais foram realizados em um computador com processador Intel Core i7-4790K de 4 GHz, 32 GB de memória RAM e sistema operacional Linux Ubuntu 14.04 LTS. Para cada instância foram realizadas dez execuções da heurística, uma vez que ela possui parâmetros internos aleatórios, com o valor da semente variando de 1 até 10.

Os parâmetros da heurística foram calibrados usando o *irace* de López-Ibáñez *et al.* (2016). A Tabela 5.1 traz o intervalo de valores para os parâmetros durante a calibração. Para realizar a calibração, escolheram-se algumas instâncias aleatoriamente, buscando contemplar instâncias de pequeno, médio e grande porte. Nesta tabela há os valores retornados pelo *irace* para os três problemas em estudo. As Figuras 5.1 e 5.2 ilustram a frequência dos parâmetros durante a calibração pelo *irace*. O *irace* atualiza os valores dos parâmetros a cada iteração, de modo a realizar as próximas pesquisas nas melhores regiões do espaço de busca. Nas Figuras 5.1 e 5.2 há a frequência de cada parâmetro da SA+AAA para o 2L-CVRP e LRP/2L-LRP, respectivamente. Cada figura apresenta um gráfico com probabilidade de en-

contrar soluções melhores dado o intervalo de cada parâmetro. Na Figura 5.1a, por exemplo, as melhores soluções foram obtidas com o valor de I_{iter} próximo de 4700.

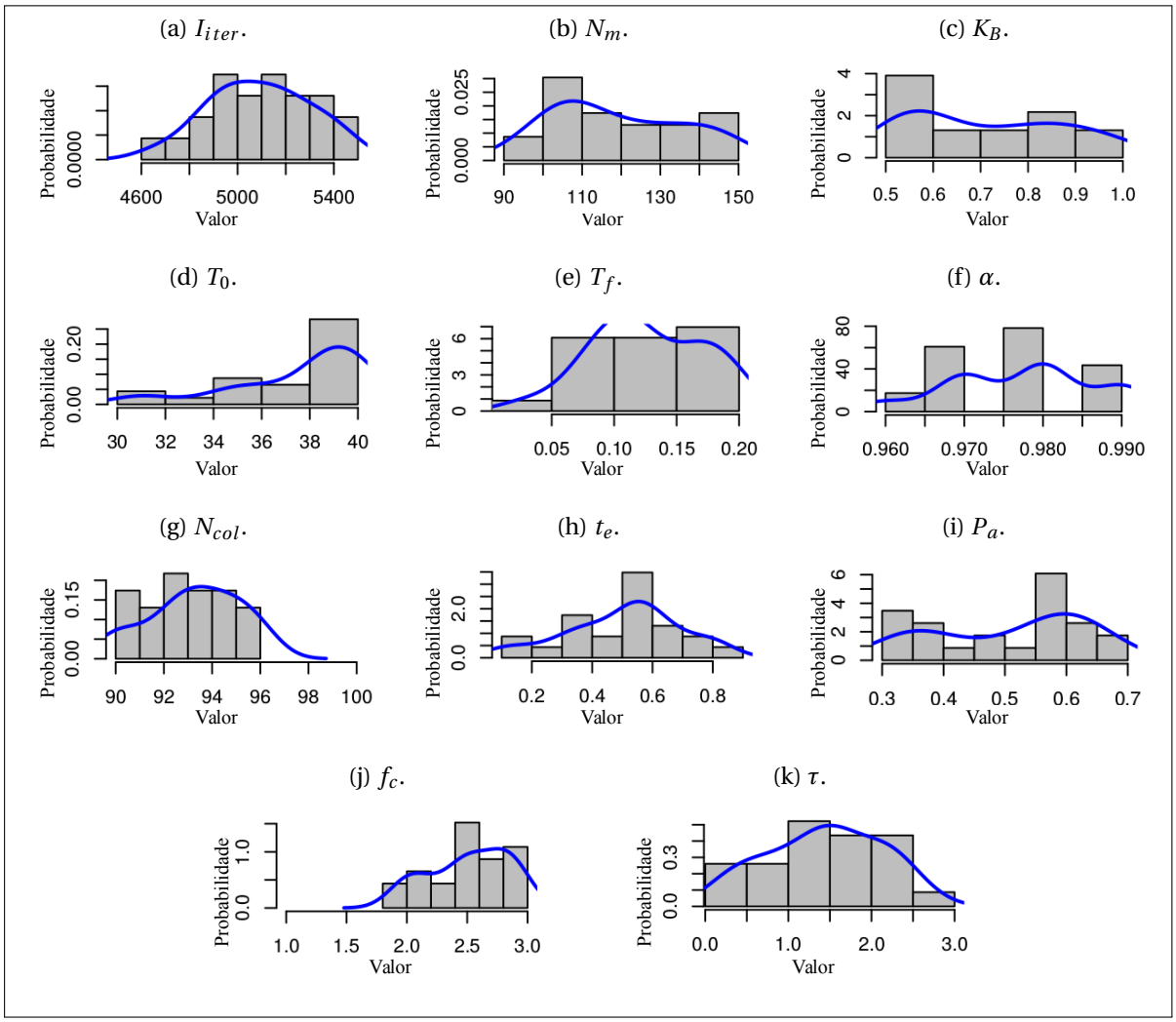
Figura 5.1 – Frequência dos parâmetros na calibração das instâncias do 2L-CVRP.



Fonte – a autora.

Os parâmetros P e $time$ não foram calibrados pelo *irace*, devido ao fato de P estar associado a penalidade na função objetivo. Dessa forma, o valor de P muito baixo pode trazer uma solução inviável. Assim, considerou-se o valor da penalidade P para evitar soluções que violassem a capacidade das instalações e não respeitassem a restrição de que todos os itens devem ser empacotados, buscando sempre uma solução viável. Logo, o valor de P é igual a 200 e o tempo de execução $time$ para cada instância é de 7.200,00 segundos para o LRP e o 2L-LRP. Para o 2L-CVRP, o valor de $time$ é definido de acordo com a escala da instância, sendo 900,00 segundos para $n \leqslant 50$, 1.800,00 segundos para $50 < n \leqslant 100$ e 3.600,00 segundos para $n > 100$, seguindo a metodologia de Wei *et al.* (2015).

Figura 5.2 – Frequência dos parâmetros na calibração das instâncias do LRP e 2L-LRP.



Fonte – a autora.

Tabela 5.1 – Parâmetros encontrados após a calibração dos parâmetros pelo *irace*.

Parâmetros	Limite Inferior	Limite Superior	LRP e 2L-LRP	2L-CVRP
I_{iter}	4500	5500	5061	4701
N_n	90	150	104	133
T_0	30	40	38	31
T_f	0,01	0,2	0,12	0,15
K_B	0,5	0,99	0,51	0,6
α	0,96	0,99	0,98	0,98
N_{col}	90	100	93	90
t_e	0,1	0,9	0,26	0,24
P_a	0,3	0,7	0,57	0,42
f_c	1	3	1,98	2,98
τ	0,1	3	2,21	0,7

Fonte – a autora.

Os testes consideram 180 instâncias para o 2L-CVRP[1], 80 instâncias do LRP[2] e 320 instâncias para o 2L-LRP adaptadas da literatura do LRP. As instâncias do 2L-LRP e 2L-CVRP são uma adaptação de instâncias propostas para o LRP e o CVRP, respectivamente. As informações originais dessas instâncias são mantidas, como número de clientes e de instalações disponíveis, coordenadas para os clientes, coordenadas para as instalações, capacidade do veículo, capacidade da instalação, demanda dos clientes, custo de abertura para as instalações e custo de utilização de um veículo. Assim, acrescentaram-se as informações referentes à demanda dos clientes por itens retangulares de dimensões variadas e as dimensões da base retangular de cada veículo. Seguindo a mesma proposta de Iori, Salazar-González e Vigo (2007), as dimensões da base do veículo são definidas para ter largura 20 e comprimento 40. A quantidade e a dimensão dos itens são geradas de forma uniforme aleatória conforme a Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Intervalos para a geração dos itens.

Classe	$\lvert R_j \rvert$	**Vertical**		**Homogêneo**		**Horizontal**	
		l_{jr}	c_{jr}	l_{jr}	c_{jr}	l_{jr}	c_{jr}
1	1	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]
2	[1, 2]	$\left[\frac{4}{10}L, \frac{9}{10}L\right]$	$\left[\frac{1}{10}C, \frac{2}{10}C\right]$	$\left[\frac{2}{10}L, \frac{5}{10}L\right]$	$\left[\frac{2}{10}C, \frac{5}{10}C\right]$	$\left[\frac{1}{10}L, \frac{2}{10}L\right]$	$\left[\frac{4}{10}C, \frac{9}{10}C\right]$
3	[1, 3]	$\left[\frac{3}{10}L, \frac{8}{10}L\right]$	$\left[\frac{1}{10}C, \frac{2}{10}C\right]$	$\left[\frac{2}{10}L, \frac{4}{10}L\right]$	$\left[\frac{2}{10}C, \frac{4}{10}C\right]$	$\left[\frac{1}{10}L, \frac{2}{10}L\right]$	$\left[\frac{3}{10}C, \frac{8}{10}C\right]$
4	[1, 4]	$\left[\frac{2}{10}L, \frac{7}{10}L\right]$	$\left[\frac{1}{10}C, \frac{2}{10}C\right]$	$\left[\frac{1}{10}L, \frac{4}{10}L\right]$	$\left[\frac{1}{10}C, \frac{4}{10}C\right]$	$\left[\frac{1}{10}L, \frac{2}{10}L\right]$	$\left[\frac{2}{10}C, \frac{7}{10}C\right]$
5	[1, 5]	$\left[\frac{1}{10}L, \frac{6}{10}L\right]$	$\left[\frac{1}{10}C, \frac{2}{10}C\right]$	$\left[\frac{1}{10}L, \frac{3}{10}L\right]$	$\left[\frac{1}{10}C, \frac{3}{10}C\right]$	$\left[\frac{1}{10}L, \frac{2}{10}L\right]$	$\left[\frac{1}{10}C, \frac{6}{10}C\right]$

Fonte – Iori, Salazar-González e Vigo (2007).

Classe 1: As instâncias dessa classe correspondem a um problema base, uma vez que cada cliente tem apenas um item de dimensões (1,1). Assim, qualquer sequência de clientes é viável para o empacotamento. Essas instâncias são usadas para verificar a eficácia da heurística com relação ao LRP e CVRP.

Classe 2-5: Cada cliente j demanda um conjunto R_j de itens retangulares, com quantidade inteira uniformemente distribuída no intervalo apresentado na segunda coluna da Tabela 5.2. Além disso, cada item $r \in R_j$ pode ser: *(i)* vertical , em que as larguras dos itens são maiores do que os comprimentos; *(ii)* homogênea, em que os itens têm dimensões geradas no mesmo intervalo; e, por fim, *(iii)* horizontal, em que o intervalo das larguras é menor do que os dos comprimentos.

[1] http://www.or.deis.unibo.it/
[2] http://prodhonc.free.fr/

As instâncias do LRP e as adaptadas para o 2L-LRP trazem informações sobre o número de clientes e de instalações disponíveis, coordenadas para os clientes, coordenadas para as instalações, as dimensões e a capacidade do veículo, capacidade da instalação, demanda dos clientes, custo de abertura para as instalações e custo de utilização de cada veículo, e as dimensões dos itens de cada cliente (quando as instância é do 2L-LRP). A quantidade total de veículos disponíveis foi definida para ser igual a quantidade de clientes. As Tabelas 5.3 a 5.5 apresentam as características das instâncias do LRP (Classe 1) e do 2L-LRP (Classes 2 a 5), em que as duas primeiras colunas fornecem o número da instância e seu o nome. A terceira e a quarta colunas possuem o número de instalações e de clientes, respectivamente, enquanto as demais colunas trazem a classe da instância e a quantidade total de itens.

O conjunto com 14 instâncias adaptadas de Barreto (2004) possui rotas capacitadas e não capacitadas, conforme a Tabela 5.3. Todas as instalações são capacitadas e seus custos associados não são variáveis, isto é, o custo de abertura é igual para todas e o mesmo vale para a capacidade. O número de clientes varia de 20 a 200 e a quantidade de instalações de 5 a 10. Devido as instâncias terem sido retiradas de diferentes fontes, a demanda dos clientes tem um variação de valor muito grande dependendo da instância. O custo das arestas é real. Por fim, para o 2L-LRP, o número total de itens por clientes está entre 21 a 398.

Tabela 5.3 – Informações das instâncias adaptadas de Barreto (2004).

Instância		**Instalações**	**Clientes**	**Classe 1**	**Classe 2**	**Classe 3**	**Classe 4**	**Classe 5**
Número	**Nome**			**Itens**	**Itens**	**Itens**	**Itens**	**Itens**
1	coordChrist50	5	50	50	77	97	125	165
2	coordChrist75	10	75	75	114	150	184	225
3	coordChrist100	10	100	100	146	197	243	308
4	coordDas88	8	88	88	133	170	224	273
5	coordDas150	10	150	150	231	309	377	462
6	coordGaspelle	5	21	21	32	49	52	56
7	coordGaspelle2	5	22	22	35	41	51	66
8	coordGaspelle3	5	29	29	46	60	65	98
9	coordGaspelle4	5	32	32	49	63	82	103
10	coordGaspelle5	5	32	32	49	58	77	108
11	coordGaspelle6	5	36	36	59	74	92	100
12	coordMin27	5	27	27	38	56	67	72
13	coordMin134	8	134	134	210	279	341	398
14	coordOr117	14	117	117	175	243	287	370

Fonte – a autora.

O conjunto de Tuzun e Burke (1999) é composto por 36 instâncias com veículos capacitados e instalações não capacitadas, isto é, a capacidade de cada instalação é assumida infinita, conforme a Tabela 5.4. O número de clientes pode ser 100, 150 ou 200 e com 10 ou 20 instalações disponíveis. A capacidade do veículo é 70 ou 150 e as coordenadas dos clientes e instalações têm distribuição uniforme no plano cartesiano. A demanda dos clientes varia no intervalo [1, 20] e também possui distribuição uniforme. Os demais dados, incluindo a

capacidade das instalações, o custo de abertura das instalações e o custo fixo de utilizar um veículo, são valores inteiros. O custo de cada aresta é dado pela distância Euclidiana e não é arredondado. As instâncias adaptadas a partir deste conjunto para o 2L-LRP ainda trazem informações sobre o número total de itens por clientes, que varia de 100 a 629 itens.

Tabela 5.4 – Informações das instâncias adaptadas de Tuzun e Burke (1999).

Instância		Instalações	Clientes	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Classe 5
Número	Nome			Itens	Itens	Itens	Itens	Itens
1	coordP111112	10	100	100	148	201	252	310
2	coordP111122	20	100	100	156	202	249	292
3	coordP111212	10	100	100	146	197	243	308
4	coordP111222	20	100	100	151	182	254	284
5	coordP112112	10	100	100	153	184	254	288
6	coordP112122	20	100	100	148	213	251	305
7	coordP112212	10	100	100	154	207	241	298
8	coordP112222	20	100	100	154	205	251	302
9	coordP113112	10	100	100	156	205	250	304
10	coordP113122	20	100	100	157	194	248	338
11	coordP113212	10	100	100	154	183	219	331
12	coordP113222	20	100	100	144	199	250	314
13	coordP121112	10	200	200	306	393	529	601
14	coordP121122	20	200	200	304	417	496	569
15	coordP121212	10	200	200	304	404	494	582
16	coordP121222	20	200	200	308	396	491	614
17	coordP122112	10	200	200	307	380	522	602
18	coordP122122	20	200	200	304	407	494	589
19	coordP122212	10	200	200	293	394	466	582
20	coordP122222	20	200	200	318	407	491	602
21	coordP123112	10	200	200	295	395	505	592
22	coordP123122	20	200	200	302	394	490	629
23	coordP123212	10	200	200	298	409	499	609
24	coordP123222	20	200	200	294	405	499	644
25	coordP131112	10	150	150	214	295	355	469
26	coordP131122	20	150	150	223	302	345	470
27	coordP131212	10	150	150	227	303	367	461
28	coordP131222	20	150	150	235	305	355	436
29	coordP132112	10	150	150	237	309	374	439
30	coordP132122	20	150	150	227	306	377	472
31	coordP132212	10	150	150	226	318	370	459
32	coordP132222	20	150	150	232	309	392	478
33	coordP133112	10	150	150	220	284	369	456
34	coordP133122	20	150	150	202	295	391	471
35	coordP133212	10	150	150	222	280	376	433
36	coordP133222	20	150	150	221	295	367	459

Fonte – a autora.

O conjunto de Prins, Prodhon e Calvo (2006), especificado na Tabela 5.5, contém 30 instâncias com capacidade limitada para as instalações e veículos. O número de instalações pode ser 5 ou 10, já o de clientes pode ser 20, 50, 100 ou 200, e a capacidade do veículo é definida como 70 ou 150. A demanda dos clientes tem distribuição uniforme no intervalo [11, 20]. As coordenadas das instalações e clientes têm distribuição uniforme no plano cartesi-

ano. A capacidade da instalação, o custo fixo de abertura da instalação e o custo de utilização de um veículo são valores inteiro. O custo de cada aresta é calculado através da distância Euclidiana multiplicada por 100 e arredondada para o próximo número inteiro. A quantidade total de itens varia de 20 a 622 no caso do 2L-LRP.

Tabela 5.5 – Informações das instâncias adaptadas de Prins, Prodhon e Calvo (2006).

Instância		**Instalações**	**Clientes**	**Classe 1**	**Classe 2**	**Classe 3**	**Classe 4**	**Classe 5**
Número	**Nome**			**Itens**	**Itens**	**Itens**	**Itens**	**Itens**
1	coord20-5-1	5	20	20	30	41	37	71
2	coord20-5-1b	5	20	20	33	46	51	69
3	coord20-5-2	5	20	20	29	43	52	60
4	coord20-5-2b	5	20	20	31	38	46	64
5	coord50-5-1	5	50	50	77	115	124	158
6	coord50-5-1b	5	50	50	73	108	126	139
7	coord50-5-2	5	50	50	75	96	116	151
8	coord50-5-2b	5	50	50	80	101	134	161
9	coord50-5-2bBIS	5	50	50	79	89	124	143
10	coord50-5-2BIS	5	50	50	78	90	130	173
11	coord50-5-3	5	50	50	80	93	120	146
12	coord50-5-3b	5	50	50	72	100	128	155
13	coord100-5-1	5	100	100	155	194	253	290
14	coord100-5-1b	5	100	100	149	179	227	326
15	coord100-5-2	5	100	100	150	206	267	292
16	coord100-5-2b	5	100	100	157	198	241	282
17	coord100-5-3	5	100	100	158	178	238	271
18	coord100-5-3b	5	100	100	154	218	242	301
19	coord100-10-1	10	100	100	149	205	247	288
20	coord100-10-1b	10	100	100	158	188	260	304
21	coord100-10-2	10	100	100	149	193	240	313
22	coord100-10-2b	10	100	100	160	207	245	282
23	coord100-10-3	10	100	100	145	188	253	292
24	coord100-10-3b	10	100	100	145	200	241	314
25	coord200-10-1	10	200	200	288	400	487	593
26	coord200-10-1b	10	200	200	296	397	510	596
27	coord200-10-2	10	200	200	302	406	531	575
28	coord200-10-2b	10	200	200	307	382	489	622
29	coord200-10-3	10	200	200	310	408	495	587
30	coord200-10-3b	10	200	200	306	395	485	584

Fonte – a autora.

As instâncias do 2L-CVRP contêm informações sobre o número de clientes, a quantidade de veículos disponíveis, o número total de itens, a capacidade do veículo, o comprimento e a largura da base do veículo, as coordenadas dos cliente e da instalação, e as dimensões dos itens de cada cliente. O número de clientes varia de 15 a 255 e o número total de itens de 15 a 786. A quantidade de veículos disponíveis para atender os clientes varia de 3 a 51 e a capacidade de carga de 48 a 38.000. O custo das arestas é calculado como a distância Euclidiana para valores reais de duas casas decimais. A Tabela 5.6 traz mais detalhes das instâncias do 2L-CVRP, incluindo a quantidade de clientes e a quantidade total de itens e de veículos disponíveis em cada classe.

Tabela 5.6 – Informações das instâncias do 2L-CVRP.

Instância		Clientes	Classe 1		Classe 2		Classe 3		Classe 4		Classe 5	
Número	Nome		Itens	Veículos	Itens	Veículos	Itens	Veículos	Itens	Veículos	Itens	Veículos
1	E016-03m	15	15	3	24	3	31	3	37	4	45	4
2	E016-05m	15	15	5	25	5	31	5	40	5	48	5
3	E021-04m	20	20	4	29	5	46	5	44	5	49	5
4	E021-06m	20	20	6	32	6	43	6	50	6	62	6
5	E022-04g	21	21	4	31	4	37	4	41	4	57	5
6	E022-06m	21	21	6	33	6	40	6	57	6	56	6
7	E023-03g	22	22	3	32	5	41	5	51	5	55	6
8	E023-05s	22	22	5	29	5	42	5	48	5	52	6
9	E026-08m	25	25	8	40	8	61	8	63	8	91	8
10	E030-03g	29	29	3	43	6	49	6	72	7	86	7
11	E030-04s	29	29	4	43	6	62	7	74	7	91	7
12	E031-09h	30	30	9	50	9	56	9	82	9	101	9
13	E033-03n	32	32	3	44	7	56	7	78	7	102	8
14	E033-04g	32	32	4	47	7	57	7	65	7	87	8
15	E033-05s	32	32	5	48	6	59	6	84	8	114	8
16	E036-11h	35	35	11	56	11	74	11	93	11	114	11
17	E041-14h	40	40	14	60	14	73	14	96	14	127	14
18	E045-04f	44	44	4	66	9	87	10	112	10	122	10
19	E051-05e	50	50	5	82	11	103	11	134	12	157	12
20	E072-04f	71	71	4	104	14	151	15	178	16	226	16
21	E076-07s	75	75	7	114	14	164	17	168	17	202	17
22	E076-08s	75	75	8	112	15	154	16	198	17	236	17
23	E076-10e	75	75	10	112	14	155	16	179	16	225	16
24	E076-14s	75	75	14	124	17	152	17	195	17	215	17
25	E101-08e	100	100	8	157	21	212	21	254	22	311	22
26	E101-10c	100	100	10	147	19	198	20	247	20	310	20
27	E101-14s	100	100	14	152	19	211	22	245	22	320	22
28	E121-07c	120	120	7	183	23	242	25	299	25	384	25
29	E135-07f	134	134	7	197	24	262	26	342	28	422	28
30	E151-12b	150	150	12	225	29	298	30	366	30	433	30
31	E200-16b	199	199	16	307	38	402	40	513	42	602	42
32	E200-17b	199	199	17	299	38	404	39	497	39	589	39
33	E200-17c	199	199	17	301	37	407	41	499	41	577	41
34	E241-22k	240	240	22	370	46	490	49	604	50	720	50
35	E253-27k	252	252	27	367	45	507	50	634	50	762	50
36	E256-14k	255	255	14	387	47	511	51	606	51	786	51

Fonte – a autora.

5.2 Resultados para o 2L-CVRP

As Tabelas 5.7 a 5.9 trazem os resultados obtidos pela heurística SA+AAA para o 2L-CVRP, em que se faz a devida comparação com os resultados obtidos pela heurística ACO de Fuellerer *et al.* (2009), SA de Leung *et al.* (2010), EGTS + LBFH de Leung *et al.* (2011), GRASP x ELS de Duhamel *et al.* (2011), PRMP de Zachariadis, Tarantilis e Kiranoudis (2013), VNS de Wei *et al.* (2015) e SA de Wei *et al.* (2018). Para diferefenciar as duas heurísticas da literatura baseadas no SA, denomina-se SAL a de Leung *et al.* (2010) e SAW a de Wei *et al.* (2018).

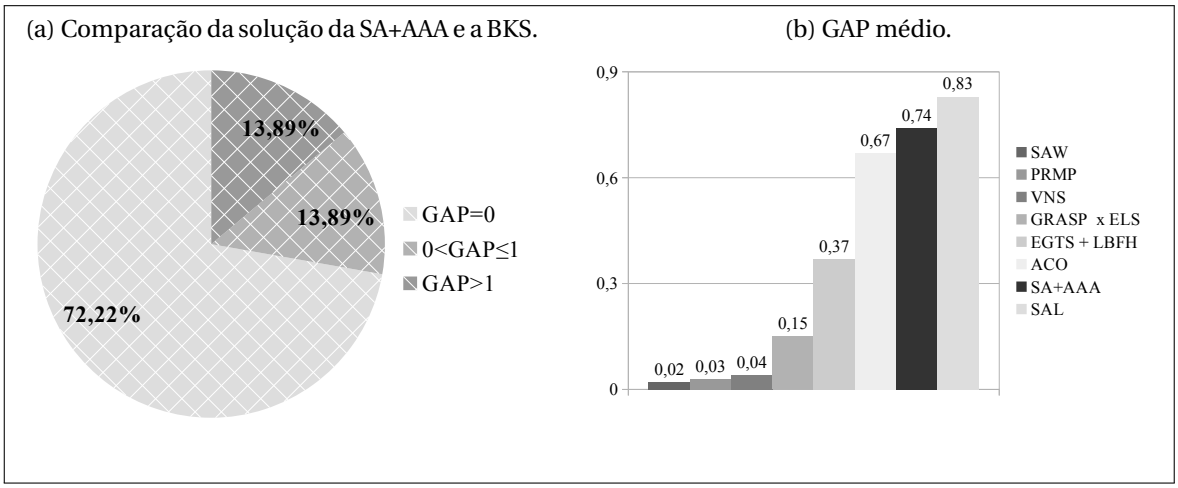
As Tabelas 5.7 e 5.10 trazem informações sobre cada instância, como o valor da melhor solução conhecida (BKS - *Best Known Solution*) obtida a partir dos trabalhos dos autores apresentados na própria tabela. Para cada uma das heurísticas, reporta-se o valor da solução, o tempo computacional gasto, em segundos, para obter a solução, e o GAP, em porcentagem, que corresponde a diferença entre a solução em relação a BKS, sendo dado por $100 \times ((solução - BKS)/BKS)$. As últimas colunas trazem os resultados obtidos pela heurís-

tica SA+AAA desenvolvida neste trabalho, com a solução média para todas as 10 execuções e a melhor solução, o tempo computacional gasto para encontrar a melhor solução e o seu respectivo GAP. Os resultados em negrito indicam que a solução encontrada é igual a da coluna BKS. Além disso, apresenta-se uma linha com a média dos resultados, que consiste na média para um mesmo grupo de instâncias, e a média global, que envolve todas as instâncias da tabela.

Em relação aos resultados na Tabela 5.7, correspondente a Classe 1 do 2L-CVRP, a heurística SA+AAA obteve 26 valores iguais a BKS para as 36 instâncias, sendo que a solução BKS foi encontrada para todas as instâncias com 50 clientes. Para a coluna "Média", a heurística obteve 20 soluções iguais a BKS em todas as suas execuções. Além disso, o tempo computacional foi baixo. Nas instâncias com até 100 clientes (instâncias de 20 a 24), a SA+AAA apresentou um GAP médio de 0,02%, que é inferior ao de quatro outras heurísticas, ACO, SAL, EGTS+LBFH e GRASPxELS. Para as instâncias com mais de 100 clientes (instância 25 em diante), a SA+AAA apresentou o desempenho inferior ao das demais heurísticas, com um GAP médio de 2,22%, exceto em relação a SAL, que teve GAP de 2,24%.

A Figura 5.3a traz o gráfico com informações sobre o GAP das soluções da SA+AAA comparadas com a BKS. Ao analisar a figura, nota-se a heurística obteve a solução BKS para mais da metade das instâncias, isto é, para 72,22%. Além disso, observa-se que algumas instâncias apresentaram GAP superior a 1%, as quais equivale a aproximadamente 13,89% das instâncias. A porcentagem de 13,89% corresponde um total de 5 instâncias, em que para 4 delas o GAP foi inferior a 3% e a instância restante teve um GAP médio de 17,68%. A Figura 5.3b traz o gráfico de barras com o GAP médio de todas as instâncias. As heurísticas SAW e PRMP apresentaram o menor GAP, com valor de 0,02% e 0,03%, respectivamente. A heurística SA+AAA teve um GAP de 0,74%, um dos maiores entre todos os métodos, o que foi ocasionado pelo fato de uma instância ter apresentado um GAP superior a 10%, ganhando somente da SAL.

Figura 5.3 – Resultados da Classe 1 das instâncias do 2L-CVRP.



Fonte – a autora.

Na Tabela 5.8 cada coluna e linha representam uma heurística, com informações da

Tabela 5.7 – Soluções para a Classe 1 das instâncias do 2L-CVRP.

Instâncias	BKS	ACO			SAL			EGTS+LBFH			GRASP x ELS			PRM			VNS			SAW			SA+AAA			
		Solução	Tempo (s)	GAP (%)	Solução	Tempo (s)	GAP (%)	Solução	Tempo (s)	GAP (%)	Solução	Tempo (s)	GAP (%)	Solução	Tempo (s)	GAP (%)	Solução	Tempo (s)	GAP (%)	Solução	Tempo (s)	GAP (%)	Média	Melhor	Tempo (s)	GAP (%)
1	278,73	278,73	0,09	0,00	278,73	12,00	0,00	278,73	1,60	0,00	278,73	0,00	0,00	278,73	0,00	0,00	278,73	0,00	0,00	278,73	0,90	0,00	**278,73**	**278,73**	11,69	**0,00**
2	334,96	334,96	0,05	0,00	334,96	9,30	0,00	334,96	1,30	0,00	334,96	0,00	0,00	334,96	0,00	0,00	334,96	0,00	0,00	334,96	0,30	0,00	**334,96**	**334,96**	7,38	**0,00**
3	358,40	358,40	0,23	0,00	358,40	11,60	0,00	358,40	2,90	0,00	358,40	0,00	0,00	358,40	0,00	0,00	358,40	0,10	0,00	358,40	1,00	0,00	**358,40**	**358,40**	14,10	**0,00**
4	430,88	430,88	0,27	0,00	430,89	8,90	0,00	430,88	2,10	0,00	430,88	0,00	0,00	430,88	0,00	0,00	430,89	0,00	0,00	430,89	0,90	0,00	**430,88**	**430,88**	14,57	**0,00**
5	375,28	375,28	0,32	0,00	375,28	10,70	0,00	375,28	2,30	0,00	375,28	0,00	0,00	375,28	0,00	0,00	375,28	0,00	0,00	375,28	0,00	0,00	**375,28**	**375,28**	16,82	**0,00**
6	495,85	495,85	0,30	0,00	495,85	15,60	0,00	495,85	2,60	0,00	495,85	0,00	0,00	495,85	0,00	0,00	495,85	0,10	0,00	495,85	2,50	0,00	**495,85**	**495,85**	14,29	**0,00**
7	568,56	568,56	0,24	0,00	568,56	9,30	0,00	568,56	2,60	0,00	568,56	0,00	0,00	568,56	0,00	0,00	568,56	0,00	0,00	568,56	0,00	0,00	**568,56**	**568,56**	15,58	**0,00**
8	568,56	568,56	0,24	0,00	568,56	7,30	0,00	568,56	2,80	0,00	568,56	0,00	0,00	568,56	0,00	0,00	568,56	0,00	0,00	568,56	0,00	0,00	**568,56**	**568,56**	20,64	**0,00**
9	607,65	607,65	0,57	0,00	607,65	25,20	0,00	607,65	4,30	0,00	607,65	0,00	0,00	607,65	0,00	0,00	607,65	0,10	0,00	607,65	1,10	0,00	**607,65**	**607,65**	26,84	**0,00**
10	535,80	535,80	2,27	0,00	535,80	26,50	0,00	535,80	5,00	0,00	535,80	0,00	0,00	535,80	0,10	0,00	535,80	0,10	0,00	535,80	5,80	0,00	537,00	**535,80**	52,17	**0,00**
11	505,01	505,01	0,81	0,00	505,01	20,30	0,00	505,01	4,50	0,00	505,01	0,00	0,00	505,01	0,00	0,00	505,01	0,00	0,00	505,01	0,60	0,00	**505,01**	**505,01**	40,85	**0,00**
12	610,00	610,00	1,54	0,00	610,00	43,90	0,00	610,00	13,50	0,00	610,00	0,20	0,00	610,00	0,20	0,00	610,00	0,90	0,00	610,00	5,40	0,00	**610,00**	**610,00**	25,47	**0,00**
13	2.006,34	2.006,34	1,26	0,00	2.006,34	16,80	0,00	2.006,34	6,80	0,00	2.006,34	0,00	0,00	2.006,34	0,30	0,00	2.006,34	0,10	0,00	2.006,34	0,00	0,00	**2.006,34**	**2.006,34**	292,62	**0,00**
14	837,67	837,67	4,10	0,00	837,67	26,70	0,00	837,67	10,30	0,00	837,67	0,20	0,00	837,67	0,10	0,00	837,67	0,10	0,00	837,67	0,00	0,00	**837,67**	**837,67**	188,00	**0,00**
15	837,67	837,67	2,83	0,00	837,67	24,70	0,00	837,67	6,90	0,00	837,67	0,00	0,00	837,67	0,40	0,00	837,67	0,10	0,00	837,67	0,00	0,00	**837,67**	**837,67**	228,36	**0,00**
16	698,61	698,61	1,97	0,00	698,61	50,10	0,00	698,61	17,30	0,00	698,61	0,00	0,00	698,61	0,30	0,00	698,61	1,10	0,00	698,61	4,00	0,00	**698,61**	**698,61**	222,46	**0,00**
17	861,79	861,79	3,28	0,00	861,79	64,20	0,00	861,79	14,20	0,00	861,79	0,00	0,00	861,79	1,60	0,00	861,79	4,00	0,00	861,79	22,20	0,00	863,94	**861,79**	280,72	**0,00**
18	723,54	723,54	9,51	0,00	723,54	37,80	0,00	723,54	12,50	0,00	723,54	8,30	0,00	723,54	3,60	0,00	723,54	1,40	0,00	723,54	6,70	0,00	**723,54**	**723,54**	243,14	**0,00**
19	524,61	524,61	7,94	0,00	524,61	56,70	0,00	524,61	21,50	0,00	524,61	0,30	0,00	524,61	2,10	0,00	524,61	2,00	0,00	524,61	9,00	0,00	**524,61**	**524,61**	292,57	**0,00**
Média			**1,99**	**0,00**		**25,14**	**0,00**		**7,11**	**0,00**		**0,47**	**0,00**		**0,46**	**0,00**		**0,53**	**0,00**		**3,18**	**0,00**			**105,70**	**0,00**
20	241,97	241,97	56,06	0,00	241,97	96,30	0,00	241,97	55,40	0,00	241,97	4,50	0,00	241,97	7,20	0,00	241,97	3,50	0,00	241,97	14,60	0,00	241,97	**241,97**	621,78	**0,00**
21	687,60	690,20	26,45	0,38	693,56	62,20	0,87	687,80	62,20	0,03	687,60	1,40	0,00	687,60	3,80	0,00	687,60	74,90	0,00	687,60	343,80	0,00	690,50	**687,60**	570,54	**0,00**
22	740,66	742,91	57,43	0,30	744,92	81,40	0,58	740,66	62,50	0,00	740,66	2,10	0,00	740,66	2,80	0,00	740,66	21,20	0,00	740,66	101,10	0,00	742,14	**740,66**	567,93	**0,00**
23	835,26	845,34	55,94	1,21	844,88	110,10	1,15	835,32	113,20	0,01	835,26	3.391,30	0,00	835,26	48,70	0,00	835,26	159,70	0,00	835,26	838,00	0,00	840,53	836,18	585,40	0,11
24	1.024,69	1.030,25	49,77	0,54	1.029,25	126,00	0,45	1.034,56	125,70	0,96	1.026,60	53,30	0,19	1.024,69	38,10	0,00	1.024,69	175,90	0,00	1.024,69	1.250,20	0,00	1.029,25	**1.024,69**	418,40	**0,00**
Média			**49,13**	**0,49**		**95,20**	**0,61**		**83,80**	**0,20**		**690,52**	**0,04**		**20,12**	**0,00**		**87,04**	**0,00**		**509,54**	**0,00**			**552,81**	**0,02**
25	826,14	830,82	167,14	0,57	830,83	91,60	0,57	826,14	128,10	0,00	827,39	2,40	0,15	826,14	8,60	0,00	826,14	332,20	0,00	826,14	418,00	0,00	829,22	827,39	832,88	0,15
26	819,56	819,56	175,69	0,00	819,56	49,80	0,00	819,56	85,80	0,00	819,56	0,40	0,00	819,56	11,20	0,00	819,56	1,70	0,00	819,56	1,60	0,00	**819,56**	**819,56**	746,44	**0,00**
27	1.082,65	1.100,22	190,52	1,62	1.098,91	89,80	1,50	1.091,40	166,70	0,81	1.082,65	486,50	0,00	1.082,65	172,30	0,00	1.082,65	445,50	0,00	1.082,65	1.306,00	0,00	1.092,12	**1.082,65**	943,36	**0,00**
28	1.040,70	1.062,23	252,48	2,07	1.054,66	206,00	1,34	1.040,70	199,30	0,00	1.042,12	129,80	0,14	1.042,12	71,20	0,14	1.042,12	1.021,50	0,14	1.042,12	24,60	0,14	1.055,15	1.042,12	1.151,26	0,14
29	1.162,96	1.168,13	769,14	0,44	1.190,19	196,00	2,34	1.163,38	469,80	0,04	1.162,96	549,60	0,00	1.162,96	121,90	0,00	1.162,96	172,90	0,00	1.162,96	35,90	0,00	1.168,54	**1.162,96**	1.431,64	**0,00**
30	1.028,42	1.041,05	310,25	1,23	1.050,64	174,40	2,16	1.040,73	972,00	1,20	1.033,42	2.165,90	0,49	1.028,42	267,50	0,00	1.028,42	1.570,00	0,00	1.029,79	1.435,80	0,13	1.043,00	1.034,34	1.842,55	0,58
31	1.299,56	1.341,89	521,84	3,26	1.361,82	451,70	4,79	1.358,01	2.667,90	4,50	1.306,07	5.096,10	0,50	1.299,56	353,80	0,00	1.302,48	1.813,80	0,22	1.301,03	1.884,00	0,11	1.784,07	1.529,33	3.339,93	17,68
32	1.296,91	1.334,26	517,68	2,88	1.339,50	219,20	3,28	1.324,82	1.974,80	2,15	1.303,52	4.492,40	0,51	1.296,91	312,00	0,00	1.300,22	1.976,10	0,26	1.300,30	2.006,90	0,26	1.321,86	1.311,18	3.010,38	1,10
33	1.296,13	1.331,69	476,63	2,74	1.334,20	239,80	2,94	1.312,97	1.386,60	1,30	1.301,06	4.842,10	0,38	1.299,55	434,10	0,26	1.298,02	2.204,10	0,15	1.296,13	1.884,20	0,00	1.324,18	1.314,70	3.275,03	1,43
34	708,39	712,32	614,53	0,55	719,89	339,00	1,62	711,98	2.710,50	0,51	713,51	3.007,40	0,72	709,82	328,20	0,20	708,39	2.125,20	0,00	708,66	1.658,30	0,04	727,12	722,29	3.600,00	1,96
35	862,79	868,12	1.452,58	0,62	888,00	204,50	2,92	875,07	2.076,50	1,42	870,63	2.616,50	0,91	866,06	396,30	0,38	865,39	2.050,40	0,30	862,79	1.611,00	0,00	888,28	870,59	3.600,00	0,90
36	583,98	616,69	1.588,25	5,60	603,69	426,40	3,38	586,58	2.405,80	0,45	592,87	5.264,70	1,52	585,46	228,90	0,25	586,49	2.420,20	0,43	583,98	1.276,30	0,00	614,45	599,97	3.600,00	2,74
Média			**586,39**	**1,80**		**224,02**	**2,24**		**1.270,32**	**1,03**		**2.387,82**	**0,44**		**225,50**	**0,10**		**1.344,47**	**0,12**		**1.128,55**	**0,06**			**2.281,12**	**2,22**
Média Global			**203,34**	**0,67**		**101,16**	**0,83**		**438,83**	**0,37**		**892,09**	**0,15**		**78,20**	**0,03**		**460,53**	**0,04**		**448,63**	**0,02**			**892,94**	**0,74**

Fonte – a autora.

mediana do GAP (os valores em negrito na diagonal) e a diferença entre os GAPs médios de cada par de métodos, que corresponde aos resultados acima da diagonal. Na análise dos resultados referentes a diferença entre os GAPs, as heurísticas na linha apresentam um GAP melhor do que as da coluna se os valores forem negativos. Caso contrário, a heurística da coluna tem um GAP melhor. Valores nulos (igual zero) indicam que o GAP entre as heurísticas da linha e coluna são iguais.

Nos resultados da Tabela 5.8, a heurística SAW teve o melhor desempenho, sendo seguida da PRMP. Por outro lado, a SA+AAA teve GAP melhor apenas do que a SAL. A mediana de todos os métodos foram zeros, indicando que para mais da metade das instâncias o GAP foi zero.

Tabela 5.8 – Diferença dos GAPs da Classe 1 do 2L-CVRP.

Heuística	**ACO**	**SAL**	**EGTS+LBFH**	**GRASPxELS**	**PRMP**	**VNS**	**SAW**	**SA+AAA**
ACO	**0,00**	-0,16	0,30	0,52	0,64	0,63	0,65	-0,07
SAL	-	**0,00**	0,46	0,68	0,80	0,79	0,81	0,09
EGTS+LBFH	-	-	**0,00**	0,22	0,34	0,33	0,35	-0,37
GRASP+ELS	-	-	-	**0,00**	0,12	0,11	0,13	-0,59
PRMP	-	-	-	-	**0,00**	-0,01	0,01	-0,71
VNS	-	-	-	-	-	**0,00**	0,02	-0,70
SAW	-	-	-	-	-	-	**0,00**	-0,72
SA+AAA	-	-	-	-	-	-	-	**0,00**

Fonte – a autora.

As Tabelas 5.9 e 5.10 trazem os resultados das instâncias do 2L-CVRP para as classes de 2 a 5, em que a Tabela 5.9 apresenta informações sobre a solução média das 10 execuções e a melhor solução obtida pelo SA+AAA. A Tabela 5.9 mostra que para a Classe 2, obteve-se 11 soluções iguais a BKS para a coluna “Melhor” e 6 para a coluna “Média”. Para a Classe 3, obteve-se 7 soluções iguais a BKS para a “Melhor” e 5 para a coluna “Média”. Na Classe 4, a SA+AAA encontrou a BKS para 7 instâncias na coluna “Melhor” e para 4 na coluna “Média”. Por fim, na Classe 5, obteve-se 6 soluções iguais a BKS para as colunas “Melhor” e “Média”.

A Tabela 5.10 apresenta a comparação da heurística SA+AAA com a literatura. Nos resultados apresentados, nota-se que a SA+AAA conseguiu obter cinco soluções iguais a BKS, sendo para as instâncias com até 50 clientes (até a instância 19). Além de ter o GAP médio de 1,62%, sendo melhor do que a SAL e EGTS+LBFH cujos GAPs são 1,97% e 2,51%, respectivamente. O tempo computacional médio da SA+AAA foi de 7.361,76 segundos. Para as instâncias com 100 clientes (de 20 a 24), a SA+AAA apresentou um GAP de 8,76%, o maior entre os demais métodos. Para as demais instâncias, o GAP da SA+AAA foi de 11,36% e o tempo computacional médio foi 3.150,08 segundos, o segundo maior tempo.

Tabela 5.9 – Soluções médias das Classes 2 a 5 das instâncias do 2L-CVRP.

Instâncias	Classe 2				Classe 3				Classe 4				Classe 5			
	BKS	**Média**	**Melhor**	**Tempo(s)**	**BKS**	**Média**	**Melhor**	**Tempo(s)**	**BKS**	**Média**	**Melhor**	**Tempo(s)**	**BKS**	**Média**	**Melhor**	**Tempo(s)**
1	278,73	282,49	**278,73**	19,66	284,52	**284,52**	**284,52**	9,04	282,95	292,74	**282,95**	371,89	278,73	**278,73**	**278,73**	18,94
2	334,96	**334,96**	**334,96**	14,52	352,16	**352,16**	**352,16**	10,95	334,96	342,00	342,00	20,08	334,96	**334,96**	**334,96**	12,03
3	387,70	**387,70**	**387,70**	41,73	394,72	395,24	**394,72**	78,33	364,45	**364,45**	**364,45**	43,37	358,40	**358,40**	**358,40**	34,06
4	430,88	433,82	**430,89**	32,91	430,88	444,52	440,68	174,10	447,37	**447,37**	**447,37**	26,98	430,88	**430,88**	**430,88**	25,98
5	375,28	**375,28**	**375,28**	44,62	381,69	**381,69**	**381,69**	58,76	383,87	**383,87**	**383,87**	120,41	375,28	**375,28**	**375,28**	43,52
6	495,85	497,00	**495,85**	92,55	497,17	498,62	498,16	87,19	498,32	**498,32**	**498,32**	87,77	495,75	495,85	495,85	53,57
7	725,46	**725,46**	**725,46**	175,31	678,75	697,30	**678,75**	122,68	700,72	702,61	702,45	191,89	657,77	661,20	658,64	148,53
8	674,55	704,75	**674,55**	169,38	738,43	741,09	740,85	146,02	692,47	702,97	**692,47**	121,44	609,90	633,59	621,85	226,77
9	607,65	**607,65**	**607,65**	134,10	607,65	**607,65**	**607,65**	145,36	621,23	625,11	625,10	210,17	607,65	**607,65**	**607,65**	135,89
10	689,68	698,57	689,82	717,71	615,68	645,25	620,55	676,11	710,87	736,22	718,02	347,38	678,66	692,93	690,96	474,06
11	684,21	726,18	714,50	900,01	706,73	715,17	712,14	382,66	784,88	852,47	831,38	900,00	624,82	639,99	636,77	248,64
12	610,57	623,22	**610,57**	170,99	610,00	**610,00**	**610,00**	154,44	614,23	619,93	**614,23**	125,84	610,00	611,33	610,23	136,48
13	2.585,72	2.719,15	2.610,77	900,00	2.436,56	2.594,81	2.468,06	740,51	2.548,06	2.814,10	2.743,21	900,34	2.334,78	2.439,52	2.434,99	708,21
14	1.038,09	1.154,60	1.058,71	900,17	996,25	1.142,00	1.109,17	900,30	981,00	989,28	987,23	408,08	875,00	996,06	926,18	900,69
15	1.013,29	1.160,94	1.107,66	900,03	1.154,66	1.197,72	1.178,74	900,13	1.181,30	1.334,79	1.286,66	900,76	1.159,94	1.289,37	1.244,28	900,05
16	698,61	**698,61**	**698,61**	203,40	698,61	698,61	698,61	193,54	703,35	703,38	703,35	160,56	698,61	698,61	698,61	149,67
17	863,66	875,48	870,86	259,18	861,79	862,84	861,79	249,78	861,79	863,31	861,79	238,66	861,79	864,08	861,79	282,04
18	1.004,99	1.124,59	1.033,15	900,19	1.069,45	1.149,44	1.118,78	900,00	1.118,57	1.199,45	1.162,99	900,38	917,94	940,34	925,77	811,20
19	754,53	842,36	823,56	900,08	771,74	851,67	812,61	900,10	775,87	861,72	822,71	900,14	644,59	713,51	684,78	900,51
20	524,91	609,00	594,11	1.800,09	521,31	591,20	558,12	1.800,03	539,52	610,68	581,86	1.800,08	471,64	549,72	514,70	1.800,08
21	992,83	1.145,47	1.083,66	1.800,15	1.118,11	1.248,13	1.169,35	1.800,26	973,03	1.107,34	1.063,06	1.800,08	877,75	998,82	956,56	1.800,15
22	1.035,66	1.208,64	1.167,32	1.800,06	1.052,98	1.182,02	1.153,26	1.800,11	1.045,91	1.199,86	1.153,37	1.800,79	932,38	1.056,36	1.012,97	1.800,48
23	1.035,18	1.272,62	1.171,53	1.800,32	1.079,03	1.202,65	1.161,59	1.800,08	1.071,30	1.195,42	1.162,65	1.800,26	935,33	1.054,35	1.005,60	1.810,01
24	1.178,07	1.341,31	1.270,50	1.800,07	1.080,88	1.203,79	1.177,58	1.800,09	1.108,34	1.236,19	1.197,41	1.800,13	1.028,04	1.060,25	1.050,35	758,25
25	1.407,86	1.579,93	1.518,36	1.800,05	1.369,26	1.551,68	1.501,54	1.800,19	1.405,65	1.573,70	1.550,96	1.800,11	1.150,69	1.325,07	1.284,78	1.800,50
26	1.272,87	1.513,79	1.430,58	1.800,02	1.344,10	1.509,27	1.430,04	1.800,01	1.394,19	1.657,00	1.555,68	1.800,22	1.213,88	1.352,64	1.319,67	1.802,18
27	1.313,12	1.517,02	1.450,57	1.800,06	1.370,40	1.551,16	1.500,29	1.800,00	1.316,19	1.489,16	1.450,29	1.800,15	1.245,38	1.396,85	1.342,90	1.800,53
28	2.551,41	3.055,28	2.934,38	3.600,00	2.608,27	3.095,77	2.962,05	3.600,00	2.602,93	3.005,45	2.858,46	3.600,00	2.308,61	2.744,84	2.583,45	3.600,00
29	2.196,00	2.584,60	2.465,14	3.600,00	2.087,15	2.402,39	2.255,81	3.600,00	2.247,23	2.581,80	2.491,01	3.600,00	2.128,84	2.437,65	2.395,55	3.600,00
30	1.803,26	2.084,80	2.007,19	3.600,00	1.830,50	2.110,24	2.021,39	3.600,00	1.826,10	2.128,08	2.023,90	3.600,00	1.521,91	1.788,21	1.710,49	3.600,00
31	2.254,47	2.550,80	2.498,89	3.600,00	2.276,14	2.569,77	2.521,95	3.600,00	2.382,77	2.719,88	2.688,01	3.600,00	1.987,08	2.311,49	2.190,64	3.600,00
32	2.241,02	2.629,80	2.558,77	3.600,00	2.240,85	2.550,31	2.479,42	3.600,00	2.259,83	2.583,50	2.520,69	3.600,00	1.954,15	2.279,59	2.183,68	3.600,00
33	2.259,29	2.603,18	2.491,98	3.600,00	2.348,25	2.682,74	2.611,03	3.600,00	2.373,63	2.756,45	2.669,54	3.600,00	1.977,25	2.313,75	2.243,89	3.600,00
34	1.170,77	1.340,04	1.302,91	3.600,00	1.204,58	1.342,21	1.303,75	3.600,00	1.193,18	1.346,19	1.322,63	3.600,00	1.016,88	1.179,62	1.142,83	3.600,00
35	1.364,35	1.594,57	1.502,94	3.600,00	1.446,20	1.632,95	1.594,05	3.600,00	1.492,98	1.751,08	1.694,48	3.600,00	1.237,51	1.446,86	1.428,66	3.600,00
36	1.681,82	1.942,21	1.901,41	3.600,00	1.776,35	1.959,08	1.929,37	3.600,00	1.658,72	1.869,16	1.842,52	3.600,00	1.478,68	1.707,48	1.670,04	3.600,00

Fonte – a autora.

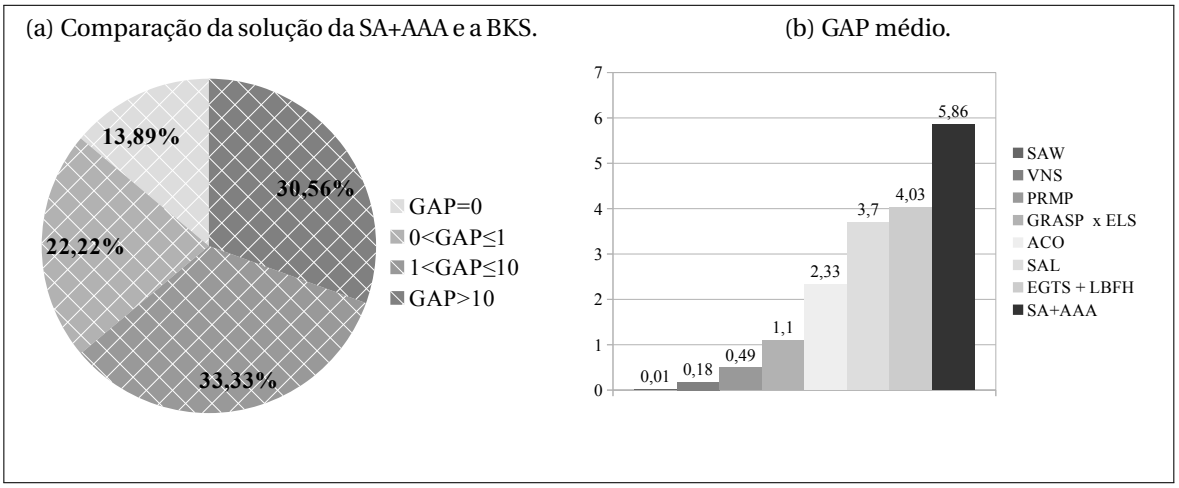
Tabela 5.10 – Soluções das Classes 2 a 5 das instâncias do 2L-CVRP.

Instâncias	BKS	ACO			SAL			EGTS+LBFH			GRASP x ELS			PRM			VNS			SAW			SA+AAA		
		Solução	Tempo(s)	Gap (%)	Solução	Tempo(s)	Gap (%)	Solução	Tempo(s)	Gap (%)	Solução	Tempo(s)	Gap (%)	Solução	Tempo(s)	Gap (%)	Solução	Tempo(s)	Gap (%)	Solução	Tempo(s)	Gap (%)	Solução	Tempo(s)	Gap (%)
1	281,23	285,77	2,87	1,61	290,17	15,30	3,18	291,97	3,15	3,82	282,65	0,90	0,50	281,23	0,40	0,00	281,23	1,20	0,00	281,23	5,70	0,00	**281,23**	104,88	**0,00**
2	339,26	341,02	0,19	0,52	341,35	13,20	0,62	341,89	1,71	0,78	339,26	0,10	0,00	339,26	0,30	0,00	339,26	0,10	0,00	339,26	0,40	0,00	341,02	14,40	0,52
3	375,81	376,32	1,18	0,14	377,37	21,70	0,42	379,41	3,52	0,96	376,32	0,50	0,14	376,32	0,40	0,14	376,32	0,90	0,14	375,81	0,70	0,00	376,32	49,37	0,14
4	435,01	438,65	1,43	0,84	435,01	18,30	0,00	440,85	2,81	1,34	435,01	0,20	0,00	435,01	0,30	0,00	435,01	0,30	0,00	435,01	1,00	0,00	437,46	64,99	0,56
5	379,03	379,03	6,43	0,00	379,49	22,60	0,12	382,22	3,06	0,84	379,03	0,10	0,00	379,03	1,10	0,00	379,03	1,50	0,00	379,03	0,60	0,00	**379,03**	66,83	**0,00**
6	497,04	497,27	2,03	0,05	501,02	21,00	0,80	498,96	3,37	0,39	497,04	0,40	0,00	497,04	0,30	0,00	497,04	1,00	0,00	497,04	1,80	0,00	**497,05**	80,27	**0,00**
7	690,67	696,91	4,82	0,90	698,65	26,10	1,16	699,29	7,66	1,25	691,11	1,40	0,06	690,67	1,60	0,00	690,67	2,50	0,00	690,67	1,90	0,00	691,33	159,60	0,10
8	678,84	691,14	10,03	1,81	703,12	29,30	3,58	701,77	9,87	3,38	678,84	0,80	0,00	678,84	2,60	0,00	678,84	3,80	0,00	679,44	5,30	0,09	682,43	165,90	0,53
9	612,01	612,02	2,13	0,00	612,01	27,50	0,00	614,67	4,76	0,43	612,01	0,60	0,00	612,01	1,60	0,00	612,01	1,30	0,00	612,01	2,40	0,00	**612,01**	156,38	**0,00**
10	674,88	682,53	30,10	1,13	694,18	70,10	2,86	705,04	27,26	4,47	675,79	15,10	0,13	676,75	26,90	0,28	674,92	25,10	0,01	674,88	16,70	0,00	679,84	553,82	0,73
11	701,07	721,82	23,64	2,96	732,87	70,70	4,54	731,41	20,32	4,33	705,95	11,30	0,70	703,22	27,20	0,31	702,47	59,90	0,20	701,07	23,70	0,00	723,70	607,83	3,23
12	611,20	611,26	3,76	0,01	613,94	46,00	0,45	617,47	7,51	1,03	611,26	16,90	0,01	611,26	1,40	0,01	611,20	3,30	0,00	611,20	6,90	0,00	611,26	146,94	0,01
13	2.480,73	2.520,73	39,13	1,61	2.555,37	29,00	3,01	2.581,41	23,50	4,06	2.490,62	78,00	0,40	2.491,18	52,70	0,42	2.484,16	25,20	0,14	2.480,73	22,00	0,00	2.564,26	812,27	3,37
14	973,23	991,26	96,52	1,85	1.007,08	100,90	3,48	1.030,49	34,31	5,88	984,42	79,90	1,15	975,88	164,30	0,27	975,06	295,50	0,19	973,23	53,40	0,00	1.020,32	777,31	4,84
15	1.128,18	1.167,28	68,91	3,47	1.192,77	108,00	5,73	1.194,71	55,38	5,90	1.144,69	257,70	1,46	1.132,91	20,10	0,42	1.128,60	246,30	0,04	1.128,18	445,30	0,00	1.204,34	900,24	6,75
16	699,79	699,80	6,17	0,00	701,27	49,70	0,21	702,46	11,90	0,38	699,79	6,00	0,00	699,79	4,10	0,00	699,79	1,60	0,00	699,79	4,00	0,00	**699,80**	176,79	**0,00**
17	862,62	864,06	3,99	0,17	864,05	57,80	0,17	862,62	16,27	0,00	864,05	21,60	0,17	864,05	2,40	0,17	864,05	4,00	0,17	864,05	18,20	0,17	864,06	257,42	0,17
18	1.027,45	1.043,31	162,66	1,54	1.063,48	125,30	3,51	1.065,94	45,72	3,75	1.029,71	413,50	0,22	1.031,95	33,00	0,44	1.027,98	79,80	0,05	1.027,45	160,50	0,00	1.060,17	877,94	3,18
19	737,40	752,05	60,47	1,99	763,78	155,40	3,58	771,57	43,82	4,63	739,19	268,50	0,24	741,78	24,30	0,59	737,73	250,50	0,04	737,40	206,60	0,00	785,92	900,21	6,58
Média			**27,71**	**1,08**		**53,05**	**1,97**		**17,15**	**2,51**		**61,76**	**0,27**		**19,21**	**0,16**		**52,83**	**0,05**		**51,43**	**0,01**		**361,76**	**1,62**
20	513,53	528,17	448,33	2,85	541,35	375,20	5,42	544,57	140,44	6,04	522,68	1.658,30	1,78	515,44	552,20	0,37	515,92	794,20	0,47	513,53	855,90	0,00	562,20	1.800,07	9,48
21	988,30	1.015,05	405,09	2,71	1.039,65	247,20	5,20	1.038,82	133,25	5,11	994,58	1.450,80	0,64	992,78	241,50	0,45	991,63	751,10	0,34	988,30	1.658,40	0,00	1.068,16	1.800,16	8,08
22	1.017,56	1.044,49	331,24	2,65	1.061,26	256,90	4,29	1.061,73	169,37	4,34	1.021,45	965,00	0,38	1.023,01	166,60	0,54	1.019,03	885,20	0,14	1.017,56	1.740,10	0,00	1.121,73	1.800,36	10,24
23	1.029,32	1.047,23	518,12	1,74	1.073,10	280,20	4,25	1.065,70	128,01	3,53	1.038,16	1.373,60	0,86	1.032,36	336,80	0,30	1.030,40	853,10	0,10	1.029,32	1.353,20	0,00	1.125,34	1.802,67	9,33
24	1.100,64	1.122,20	164,19	1,96	1.140,63	206,40	3,63	1.119,11	173,10	1,68	1.107,93	480,30	0,66	1.104,64	319,60	0,36	1.102,53	572,10	0,17	1.100,64	923,10	0,00	1.173,96	1.539,64	6,66
Média			**373,39**	**2,38**		**273,18**	**4,56**		**148,83**	**4,14**		**1.185,60**	**0,86**		**323,34**	**0,40**		**771,14**	**0,24**		**1.306,14**	**0,00**		**1.748,58**	**8,76**
25	1.330,32	1.365,77	864,19	2,66	1.394,44	417,40	4,82	1.397,98	365,42	5,09	1.345,08	2.967,70	1,11	1.341,26	921,70	0,82	1.333,76	998,70	0,26	1.330,32	1.833,30	0,00	1.463,91	1.800,21	10,04
26	1.306,59	1.346,22	1.033,56	3,03	1.369,02	417,70	4,78	1.373,99	312,61	5,16	1.317,41	2.299,20	0,83	1.311,79	403,50	0,40	1.306,60	1.050,60	0,00	1.306,59	1.466,80	0,00	1.433,99	1.800,61	9,75
27	1.309,92	1.342,28	713,08	2,47	1.375,52	353,20	5,01	1.377,29	262,16	5,14	1.323,54	2.716,60	1,04	1.318,04	438,20	0,62	1.311,27	874,50	0,10	1.309,92	1.696,00	0,00	1.436,01	1.800,19	9,63
28	2.506,12	2.630,12	3.600,00	4,95	2.671,74	540,20	6,61	2.673,04	769,64	6,66	2.560,06	5.065,50	2,15	2.530,46	3.701,90	0,97	2.519,35	2.259,20	0,53	2.506,12	2.222,30	0,00	2.834,59	3.600,00	13,11
29	2.163,06	2.246,78	3.600,00	3,87	2.270,18	671,10	4,95	2.272,00	1.023,55	5,04	2.191,46	4.128,60	1,31	2.173,02	1.835,70	0,46	2.166,14	2.232,80	0,14	2.163,06	2.169,90	0,00	2.401,88	3.600,00	11,04
30	1.741,87	1.802,04	3.600,00	3,45	1.839,20	718,70	5,59	1.862,15	1.141,94	6,91	1.775,44	4.753,70	1,93	1.760,59	2.151,80	1,07	1.746,82	2.495,40	0,28	1.741,87	1.337,10	0,00	1.940,74	3.600,00	11,42
31	2.220,22	2.317,10	3.600,00	4,36	2.372,69	810,00	6,87	2.378,20	3.388,66	7,12	2.282,28	4.988,20	2,80	2.244,13	2.927,40	1,08	2.227,79	2.952,90	0,34	2.220,22	2.080,90	0,00	2.474,87	3.600,00	11,47
32	2.167,60	2.261,98	3.600,00	4,35	2.315,32	860,40	6,81	2.307,68	2.503,34	6,46	2.233,27	4.900,60	3,03	2.196,85	3.713,80	1,35	2.177,66	2.648,70	0,46	2.167,60	1.954,70	0,00	2.435,64	3.600,00	12,37
33	2.236,73	2.337,89	3.600,00	4,52	2.381,78	891,20	6,48	2.422,95	2.289,26	8,33	2.284,82	4.988,90	2,15	2.261,68	1.964,80	1,12	2.239,91	2.942,70	0,14	2.236,73	1.949,90	0,00	2.504,11	3.600,00	11,95
34	1.144,14	1.200,64	3.600,00	4,94	1.220,20	1.229,90	6,65	1.213,33	5.350,23	6,05	1.191,13	5.244,50	4,11	1.157,22	3.551,70	1,14	1.147,67	2.459,60	0,31	1.144,14	2.472,60	0,00	1.268,03	3.600,00	10,83
35	1.380,90	1.455,70	3.600,00	5,42	1.479,41	1.581,20	7,13	1.479,40	5.956,63	7,13	1.435,22	5.015,50	3,93	1.401,17	2.756,50	1,47	1.388,55	2.620,60	0,55	1.380,90	2.447,20	0,00	1.555,03	3.600,00	12,61
36	1.637,04	1.755,26	3.600,00	7,22	1.755,62	1.658,10	7,24	1.762,02	5.648,74	7,63	1.729,79	4.874,00	5,67	1.669,44	4.245,60	1,98	1.656,00	3.012,00	1,16	1.637,04	2.953,50	0,00	1.835,84	3.600,00	12,14
Média			**2.917,57**	**4,27**		**845,76**	**6,08**		**2.417,68**	**6,39**		**4.328,58**	**2,50**		**2.384,38**	**1,04**		**2.212,31**	**0,36**		**2.048,68**	**0,00**		**3.150,08**	**11,36**
Média Global			**1.039,01**	**2,33**		**347,86**	**3,70**		**835,62**	**4,03**		**1.640,13**	**1,10**		**849,84**	**0,49**		**872,42**	**0,18**		**891,44**	**0,01**		**1.483,81**	**5,86**

Fonte – a autora.

Uma ilustração do GAP das soluções obtidas pela SA+AAA é dada na Figura 5.4a. Nota-se que 22,22% das instâncias tiverem um GAP entre 1% e 10%, enquanto que 30,56% apresentaram um GAP maior do que 10%, sendo que o maior GAP foi de 13,11%. A Figura 5.4b ilustra o GAP médio de todas as instâncias, em que a SAW apresentou o melhor resultado. A SA+AAA apresentou o pior GAP médio, igual a 5,86%.

Figura 5.4 – Resultado das Classes 2-5 das instâncias do 2L-CVRP.



Fonte – a autora.

Na Tabela 5.11, a diferença entre os GAPs médios entre cada par de heurísticas indica que a SAW foi a melhor e a SA+AA foi a pior (com todos os valores de sua coluna negativos). Além disso, a SAW apresentou a menor mediana, com valor de 0,00, uma vez que conseguiu obter a solução BKS para mais da metade das instâncias.

Tabela 5.11 – Diferença dos GAPs das Classes de 2 a 5 do 2L-CVRP.

Heuística	ACO	SAL	EGTS+LBFH	GRASPxELS	PRMP	VNS	SAW	SA+AAA
ACO	**1,98**	-1,37	-1,70	1,23	1,84	2,15	2,32	-3,53
SAL	-	**3,94**	-0,33	2,60	3,21	3,52	3,69	-2,16
EGTS+LBFH	-	-	**4,41**	2,93	3,54	3,85	4,02	-1,83
GRASP+ELS	-	-	-	**0,65**	0,61	0,92	1,09	-4,76
PRMP	-	-	-	-	**0,39**	0,31	0,48	-5,37
VNS	-	-	-	-	-	**0,14**	0,17	-5,68
SAW	-	-	-	-	-	-	**0,00**	-5,85
SA+AAA	-	-	-	-	-	-	-	**6,62**

Fonte – a autora.

5.3 Resultados para o LRP

Esta seção sumariza os resultados obtidos para o LRP, a partir da aplicação da heurística desenvolvida neste trabalho. A heurística foi testada em três conjuntos de instân-

cias, que são referência na literatura do LRP, ou seja, os conjuntos de Prins, Prodhon e Calvo (2006), Tuzun e Burke (1999) e Barreto (2004).

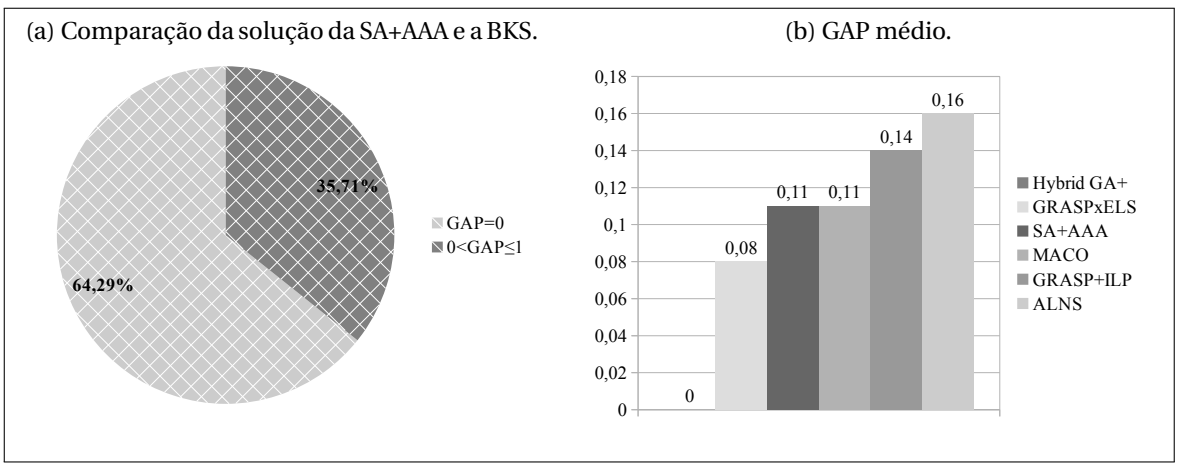
5.3.1 Instâncias de Barreto (2004)

A Tabela 5.14 contém o valor da BKS, que é obtido a partir dos trabalhos dos autores apresentados na própria tabela; as soluções encontradas por outros cinco métodos: GRASP x ELS de Duhamel *et al.* (2010), ALNS de Hemmelmayr, Cordeau e Crainic (2012), MACO de Ting e Chen (2013), GRASP + ILP de Contardo, Cordeau e Gendron (2014b) e Hybrid GA+ de Lopes, Ferreira e Santos (2016). Os resultados em negrito indicam que a solução encontrada é igual ou melhor a comparada com a BKS. Para a heurística SA+AAA são apresentadas a média das soluções e a melhor solução, além do tempo gasto (em segundos) para obter a melhor solução.

Em relação aos resultados na Tabela 5.12, nota-se que a SA+AAA obteve 10 soluções iguais a BKS para as 14 instâncias. Além disso, para a solução "Média", encontrou-se 8 soluções iguais a BKS. O GAP médio da SA + AAA foi de 0,11% e o tempo computacional variou de 30,00 a 105,00 segundos para as instâncias com até 5 instalações e 50 clientes e de 600,00 a 1200,00 segundos para as demais instâncias (mais instalações e clientes), sendo o tempo computacional médio de 541,68 segundos. As demais heurísticas da literatura obtiveram resultados melhores, embora apenas a MACO e a Hybrid GA+ resolveram a instância 14, que é a segunda instância com maior número de instalações e clientes.

A Figura 5.5a traz o GAP da heurística SA + AAA em relação a BKS, em que para 64,29% das instâncias foi possível chegar na BKS e nenhum GAP foi superior a 1%. Na Figura 5.5b, nota-se que os valores do GAP médio das heurísticas foram muito pequenos. O maior valor de GAP médio foi para a ALNS. A SA+AAA ficou ranqueada na terceira posição, em relação ao GAP, empatada com a heurística MACO.

Figura 5.5 – Resultados das instâncias de Barreto (2004).



Fonte – a autora.

Tabela 5.12 – Soluções para as instâncias de Barreto (2004).

Instâncias	BKS	GRASP x ELS		ALNS		MACO		GRASP+ILP		Hybrid GA+		SA+AAA			
		Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Média	Melhor	Tempo (s)	GAP (%)
1	565,60	565,60	0,00	565,60	0,00	565,60	0,00	569,49	0,69	565,60	0,00	**569,60**	**565,60**	97,07	**0,00**
2	844,40	850,80	0,76	853,47	1,07	844,88	0,06	844,58	0,02	844,40	0,00	854,83	848,85	391,60	0,53
3	833,40	833,40	0,00	833,43	0,00	836,75	0,40	840,67	0,87	833,40	0,00	844,94	**833,43**	759,56	**0,00**
4	355,80	355,80	0,00	355,80	0,00	355,80	0,00	355,80	0,00	355,80	0,00	443,35	**355,80**	637,63	**0,00**
5	43.919,90	43.963,60	0,10	44.309,20	0,89	44.131,02	0,48	43.952,30	0,07	43.919,90	0,00	44.427,72	44.161,90	2.245,25	0,55
6	424,90	424,90	0,00	424,90	0,00	424,90	0,00	424,90	0,00	424,90	0,00	**424,90**	**424,90**	54,27	**0,00**
7	585,10	585,10	0,00	585,11	0,00	585,10	0,00	585,10	0,00	585,10	0,00	**585,10**	**585,10**	33,15	**0,00**
8	512,10	512,10	0,00	512,10	0,00	512,10	0,00	512,10	0,00	512,10	0,00	**512,10**	**512,10**	61,69	**0,00**
9	562,20	562,20	0,00	562,22	0,00	562,22	0,00	562,22	0,00	562,20	0,00	**562,20**	**562,20**	73,79	**0,00**
10	504,30	504,30	0,00	504,30	0,00	504,30	0,00	504,30	0,00	504,30	0,00	**504,30**	**504,30**	82,79	**0,00**
11	460,40	460,40	0,00	460,40	0,00	460,40	0,00	460,40	0,00	460,40	0,00	**460,4**	**460,40**	103,35	**0,00**
12	3.062,00	3.062,00	0,00	3.062,02	0,00	3.062,00	0,00	3.062,00	0,00	3.062,00	0,00	**3.062,00**	**3.062,00**	39,11	**0,00**
13	5.709,00	5.719,30	0,18	5.712,99	0,07	5.709,00	0,00	5.719,25	0,18	5.709,00	0,00	5.842,09	5.726,68	1.820,29	0,31
14	12.290,30	-	-	-	-	12.355,91	0,53	-	-	12.290,30	0,00	12.450,03	12.311,20	1.183,96	0,17
Média Global			**0,08**		**0,16**		**0,11**		**0,14**		**0,00**			**541,68**	**0,11**

Fonte – a autora.

Em termos de diferença entre os GAPs das heurística é possível notar na Tabela 5.13 que a heurística SA+AAA teve GAP pior do que a GRASPxELS e Hybrid GA+. Todos os métodos conseguiram obter a solução BKS para mais da metade das instâncias, uma vez que o valor da mediana é igual a zero.

Tabela 5.13 – Diferença dos GAPs para as instâncias de Barreto (2004).

Heurística	GRASPxELS	ALNS	MACO	GRASP+ILP	Hybrid GA+	SA+AAA
GRASPxELS	**0,00**	-0,08	-0,03	-0,06	0,08	-0,03
ALNS	-	**0,00**	0,05	0,02	0,16	0,05
MACO	-	-	**0,00**	-0,03	0,11	0,00
GRASP+ILP	-	-	-	**0,00**	0,14	0,03
Hybrid GA+	-	-	-	-	**0,00**	-0,11
SA+AAA	-	-	-	-	-	**0,00**

Fonte – a autora.

5.3.2 Instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006)

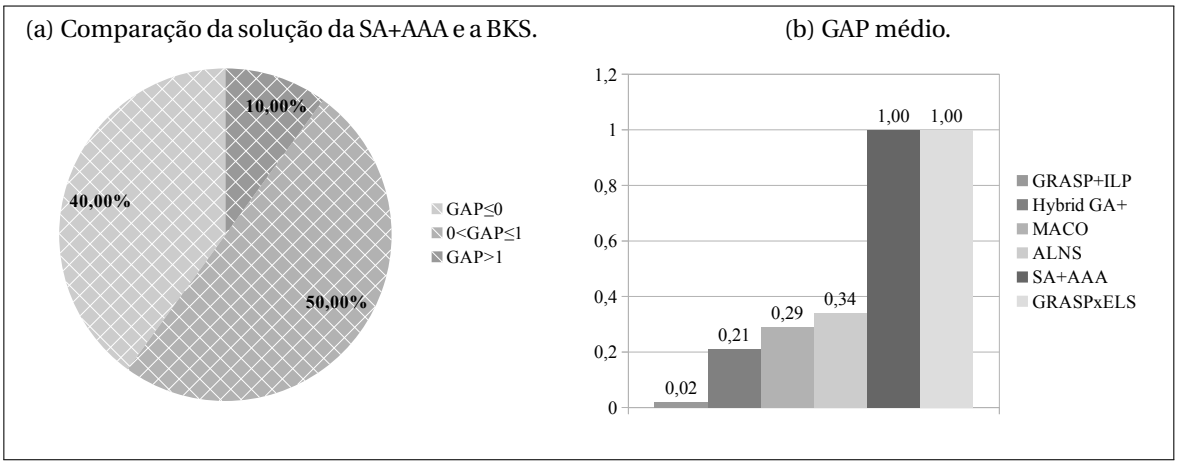
A Tabela 5.14 apresenta os resultados da heurística SA+AAA para o segundo conjunto composto por 30 instância, sendo que para 10 destas instâncias foi possível encontrar soluções iguais a BKS e uma solução melhor (com GAP de -0,04%). Para todas as instâncias contendo 20 clientes e 5 instalações, conseguiu-se as mesmas soluções BKS. Neste contexto, o GAP relacionado à cada solução é igual a zero, conforme ocorre para as demais heurísticas da literatura. Além disso, na coluna "Média", nota-se 10 soluções iguais a BKS. As instâncias de 5 a 12 apresentaram um GAP médio de 0,01%, em que apenas uma instância teve valor diferente da BKS, o mesmo vale para a coluna "Média". O GAP médio da SA+AAA foi melhor do que o da GRASPxELS, ALNS e GRASP + ILP. Para as instâncias de 13 a 18 (com 100 clientes e 5 instalações), o GAP médio foi baixo, com valor de 0,05%, de modo que nenhuma instância teve GAP superior a 0,15%.

Por outro lado, as instâncias de 13 a 18 (com 10 instalações e 100 clientes) apresentaram o maior GAP médio, que corresponde à 4,36%. Duas instância tiveram um diferença maior do que 10,00%, situação observada para todas as dez execuções da heurística. Contudo, uma instância obteve uma solução melhor que a BKS (veja a instância 21). Já nas instâncias com 200 clientes e 10 instalações (de 25 a 30), foi possível obter resultados próximos da BKS, com um GAP médio de 0,56%. O GAP médio de todas as instâncias foi de 1,00% e o tempo computacional foi de aproximadamente 988,83 segundos.

A Figura 5.6a sumariza os resultados das instâncias do LRP. Percebe-se que a SA+AAA retornou um GAP pequeno para a grande parte das instâncias, com valor menor do que 1%. A menor porcentagem dos resultados são para instâncias com GAP maior do que 1%. Na Figura 5.6b, nota-se que todas as heurísticas tiveram uma GAP médio menor ou igual a 1%,

um valor bem baixo, todavia a SA+AAA teve desempenho inferior comparada com as outras heurísticas da literatura (exceto a GRASPxELS, que tem GAP igual a da SA+AAA).

Figura 5.6 – Resultados das instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006).



Fonte – a autora.

Na Tabela 5.15, observa-se que a GRASP+ILP apresentou o melhor GAP, sendo seguida pela Hybrid GA+. Na coluna da SA+AAA, percebe-se que todos os valores foram negativos, exceto em relação a linha da GRASPxELS, que o valor foi igual a zero. Logo, a SA+AAA teve desempenho inferior aos demais método, com exceção da GRASPxELS, em que ficou empatada. Em relação a mediana, a GRASP+ILP apresentou o menor valor.

Tabela 5.15 – Diferença dos GAPs para as instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006).

Heurística	GRASPxELS	ALNS	MACO	GRASP+ILP	Hybrid GA+	SA+AAA
GRASPxELS	**0,12**	0,66	0,71	0,98	0,79	0,00
ALNS	-	**0,04**	0,05	0,32	0,13	-0,66
MACO	-	-	**0,12**	0,27	0,08	-0,71
GRASP+ILP	-	-	-	**0,00**	-0,19	-0,98
Hybrid GA+	-	-	-	-	**0,03**	-0,79
SA+AAA	-	-	-	-	-	**0,05**

Fonte – a autora.

5.3.3 Instâncias de Tuzun e Burke (1999)

A Tabela 5.16 traz o resultado da heurística SA+AAA para as instâncias de Tuzun e Burke (1999). A heurística SA+AAA conseguiu encontrar 9 soluções iguais a BKS e uma melhor. Observa-se ainda que a SA+AAA precisou de um tempo computacional maior, principalmente devido ao fato dessas instâncias terem um maior número de instalações e de clientes.

Tabela 5.14 – Soluções para as instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006).

Instâncias	BKS	GRASP x ELS		ALNS		MACO		GRASP+ILP		Hybrid GA+		SA+AAA			
		Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Média	Melhor	Tempo (s)	GAP (%)
1	54.793,00	54.793,00	0,00	54.793,00	0,00	54.793,00	0,00	54.793,00	0,00	54.793,00	0,00	54.793,00	**54.793,00**	28,64	**0,00**
2	39.104,00	39.104,00	0,00	39.104,00	0,00	39.104,00	0,00	39.104,00	0,00	39.104,00	0,00	39.104,00	**39.104,00**	25,21	**0,00**
3	48.908,00	48.908,00	0,00	48.908,00	0,00	48.908,00	0,00	48.908,00	0,00	48.908,00	0,00	48.908,00	**48.908,00**	28,31	**0,00**
4	37.542,00	37.542,00	0,00	37.542,00	0,00	37.542,00	0,00	37.542,00	0,00	37.542,00	0,00	37.542,00	**37.542,00**	24,14	**0,00**
Média			**0,00**		**0,00**		**0,00**		**0,00**		**0,00**			**26,58**	**0,00**
5	90.111,00	90.111,00	0,00	90.111,00	0,00	90.111,00	0,00	90.111,00	0,00	90.111,00	0,00	90.111,00	**90.111,00**	111,18	**0,00**
6	63.242,00	63.242,00	0,00	63.242,00	0,00	63.242,00	0,00	63.242,00	0,00	63.242,00	0,00	63.596,30	**63.242,00**	96,67	**0,00**
7	88.298,00	88.643,00	0,39	88.443,00	0,16	88.298,00	0,00	88.298,00	0,00	88.298,00	0,00	88.966,50	**88.298,00**	179,43	**0,00**
8	67.308,00	67.308,00	0,00	67.340,00	0,05	67.308,00	0,00	67.373,00	0,10	67.308,00	0,00	67.978,90	67.340,00	322,09	0,05
9	84.055,00	84.055,00	0,00	84.055,00	0,00	84.055,00	0,00	84.055,00	0,00	84.055,00	0,00	84.055,00	**84.055,00**	103,62	**0,00**
10	51.822,00	51.822,00	0,00	51.822,00	0,00	51.822,00	0,00	51.883,00	0,12	51.822,00	0,00	51.932,20	**51.822,00**	207,24	**0,00**
11	86.203,00	86.203,00	0,00	86.203,00	0,00	86.203,00	0,00	86.203,00	0,00	86.203,00	0,00	86.444,80	**86.203,00**	98,89	**0,00**
12	61.830,00	61.830,00	0,00	61.830,00	0,00	61.830,00	0,00	61.830,00	0,00	61.830,00	0,00	62.294,50	**61.830,00**	161,28	**0,00**
Média			**0,05**		**0,03**		**0,00**		**0,03**		**0,00**			**160,05**	**0,01**
13	275.457,00	276.960,00	0,55	275.636,00	0,06	276.220,00	0,28	275.457,00	0,00	276.467,00	0,37	276.222,10	275.636,00	1.022,83	0,06
14	214.056,00	215.854,00	0,84	214.735,00	0,32	214.323,00	0,12	214.056,00	0,00	214.686,00	0,29	215.332,90	214.291,00	570,87	0,11
15	193.708,00	194.267,00	0,29	193.752,00	0,02	194.441,00	0,38	193.708,00	0,00	194.013,00	0,16	194.675,60	193.851,00	520,24	0,07
16	157.095,00	157.375,00	0,18	157.095,00	0,00	157.222,00	0,08	157.178,00	0,05	157.172,00	0,05	157.565,90	157.150,00	860,45	0,04
17	200.305,00	200.345,00	0,02	200.305,00	0,00	201.038,00	0,37	200.339,00	0,02	200.327,00	0,01	201.302,60	200.325,00	798,09	0,01
18	152.441,00	152.528,00	0,06	152.441,00	0,00	152.722,00	0,18	152.466,00	0,02	152.653,00	0,14	153.459,10	152.467,00	788,45	0,02
Média			**0,32**		**0,07**		**0,24**		**0,01**		**0,17**			**760,15**	**0,05**
19	287.892,00	301.418,00	4,70	296.877,00	3,12	291.134,00	1,13	287.892,00	0,00	289.649,00	0,61	319.465,80	318.715,00	605,74	10,71
20	233.453,00	269.594,00	15,48	235.849,00	1,03	235.348,00	0,81	234.080,00	0,27	233.453,00	0,00	269.999,30	269.135,00	794,81	15,28
21	243.695,00	243.778,00	0,03	244.740,00	0,43	245.263,00	0,64	243.695,00	0,00	244.075,00	0,16	245.372,10	**243.590,00**	856,02	**-0,04**
22	203.988,00	203.988,00	0,00	204.016,00	0,01	205.524,00	0,75	203.988,00	0,00	203.988,00	0,00	204.791,90	204.099,00	1.084,21	0,05
23	252.927,00	253.511,00	0,23	253.801,00	0,35	254.302,00	0,54	252.927,00	0,00	253.510,00	0,23	254.557,90	253.208,00	1.107,58	0,11
24	204.664,00	205.087,00	0,21	205.609,00	0,46	204.786,00	0,06	204.664,00	0,00	204.755,00	0,04	205.768,90	204.770,00	1.085,58	0,05
Média			**3,44**		**0,90**		**0,66**		**0,04**		**0,17**			**922,32**	**4,36**
25	475.327,00	486.467,00	2,34	480.883,00	1,17	478.843,00	0,74	475.327,00	0,00	480.435,00	1,07	480.145,80	479.021,00	3.165,77	0,78
26	377.327,00	382.329,00	1,33	378.961,00	0,43	378.865,00	0,41	377.327,00	0,00	380.505,00	0,84	380.717,20	379.134,00	3.167,66	0,48
27	449.291,00	452.276,00	0,66	450.451,00	0,26	451.457,00	0,48	449.291,00	0,00	451.293,00	0,45	451.987,80	450.529,00	3.086,48	0,28
28	374.575,00	376.027,00	0,39	374.751,00	0,05	374.972,00	0,11	374.575,00	0,00	374.943,00	0,10	376.955,60	375.483,00	2.652,06	0,24
29	469.870,00	478.380,00	1,81	475.373,00	1,17	475.155,00	1,12	469.870,00	0,00	475.276,00	1,15	478.687,90	476.697,00	3.103,66	1,45
30	363.103,00	365.166,00	0,57	366.902,00	1,05	365.401,00	0,63	363.103,00	0,00	365.592,00	0,69	365.443,40	363.509,00	3.007,59	0,11
Média			**1,18**		**0,69**		**0,58**		**0,00**		**0,72**			**3.030,54**	**0,56**
Média Global			**1,00**		**0,34**		**0,29**		**0,02**		**0,21**			**988,83**	**1,00**

Fonte – a autora.

Tabela 5.16 – Soluções para as instâncias de Tuzun e Burke (1999).

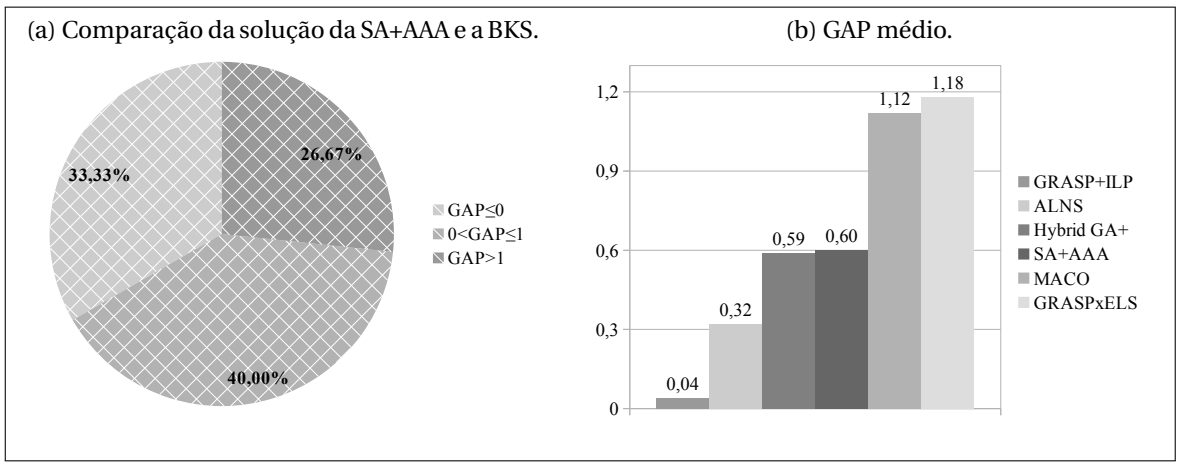
Instâncias	BKS	GRASP x ELS		ALNS		MACO		GRASP+ILP		Hybrid GA+		SA+AAA			
		Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Solução	GAP (%)	Média	Melhor	Tempo (s)	GAP (%)
1	1.467,68	1.473,36	0,39	1.467,68	0,00	1.489,68	1,50	1.469,40	0,12	1.469,54	0,13	1.483,83	**1.467,68**	815,24	**0,00**
2	1.449,20	1.449,20	0,00	1.452,14	0,20	1.453,89	0,32	1.449,20	0,00	1.449,20	0,00	1.468,73	**1.449,20**	849,49	**0,00**
3	1.394,90	1.396,59	0,12	1.394,93	0,00	1.407,78	0,92	1.394,90	0,00	1.395,80	0,06	1.412,41	1.396,46	802,94	0,11
4	1.423,29	1.432,29	0,63	1.433,42	0,71	1.433,42	0,71	1.423,29	0,00	1.432,29	0,63	1.434,46	1.432,29	855,95	0,63
5	1.167,16	1.167,16	0,00	1.167,53	0,03	1.208,04	3,50	1.169,10	0,17	1.167,53	0,03	1.172,65	**1.167,16**	805,18	**0,00**
6	1.102,24	1.102,24	0,00	1.102,24	0,00	1.102,24	0,00	1.102,40	0,01	1.102,38	0,01	1.104,61	**1.102,24**	853,23	**0,00**
7	791,70	792,03	0,04	791,70	0,00	792,90	0,15	791,70	0,00	791,91	0,03	794,52	**791,70**	826,30	**0,00**
8	728,30	728,30	0,00	728,30	0,00	728,30	0,00	728,30	0,00	730,27	0,27	731,17	**728,30**	862,45	**0,00**
9	1.238,49	1.240,39	0,15	1.238,70	0,02	1.265,27	2,16	1.238,49	0,00	1.238,49	0,00	1.248,47	**1.238,49**	815,07	**0,00**
10	1.245,30	1.246,00	0,06	1.246,52	0,10	1.256,95	0,94	1.245,30	0,00	1.246,06	0,06	1.252,06	1.247,28	862,91	0,16
11	902,26	902,30	0,00	902,26	0,00	902,26	0,00	902,26	0,00	903,50	0,14	913,06	**902,26**	812,69	**0,00**
12	1.018,29	1.018,29	0,00	1.018,29	0,00	1.018,29	0,00	1.018,30	0,00	1.019,39	0,11	1.037,84	**1.018,29**	890,50	**0,00**
Média			**0,12**		**0,09**		**0,85**		**0,02**		**0,12**			**837,66**	**0,08**
13	1.899,90	1.944,57	2,35	1.922,70	1,20	1.945,43	2,40	1.899,90	0,00	1.921,30	1,13	1.972,19	1.915,69	1.749,60	0,83
14	1.825,30	1.864,24	2,13	1.847,93	1,24	1.853,22	1,53	1.825,30	0,00	1.830,75	0,30	1.889,91	1.848,98	1.810,85	1,30
15	1.964,30	1.992,41	1,43	1.975,83	0,59	1.991,44	1,38	1.964,30	0,00	1.981,26	0,86	2.020,21	1.995,78	1.738,62	1,60
16	1.792,80	1.835,25	2,37	1.806,31	0,75	1.812,34	1,09	1.792,80	0,00	1.813,72	1,17	1.831,20	1.810,72	1.870,51	1,00
17	1.446,80	1.453,78	0,48	1.447,43	0,04	1.499,05	3,61	1.446,80	0,00	1.457,01	0,71	1.481,51	1.449,72	1.766,47	0,20
18	1.443,90	1.444,17	0,02	1.445,32	0,10	1.446,63	0,19	1.443,90	0,00	1.446,46	0,18	1.470,13	1.449,29	902,43	0,37
19	1.204,76	1.219,86	1,25	1.204,98	0,02	1.204,76	0,00	1.204,80	0,00	1.211,83	0,59	1.207,52	1.206,14	1.778,02	0,11
20	931,30	945,81	1,56	931,49	0,02	931,73	0,05	931,30	0,00	934,37	0,33	938,96	931,49	888,49	0,02
21	1.694,64	1.712,11	1,03	1.694,64	0,00	1.724,02	1,73	1.695,90	0,07	1.708,63	0,83	1.738,13	1.719,20	847,92	1,45
22	1.398,00	1.402,94	0,35	1.400,50	0,18	1.401,05	0,22	1.398,00	0,00	1.400,01	0,14	1.404,48	**1.396,37**	1.890,24	**-0,12**
23	1.198,60	1.214,82	1,35	1.198,67	0,01	1.217,29	1,56	1.198,60	0,00	1.213,93	1,28	1.215,48	1.211,53	1.754,97	1,08
24	1.152,01	1.155,96	0,34	1.152,01	0,00	1.158,03	0,52	1.157,30	0,46	1.157,11	0,44	1.189,37	1.156,61	911,27	0,40
Média			**1,22**		**0,35**		**1,19**		**0,04**		**0,66**			**1.492,45**	**0,69**
25	2.243,40	2.295,90	2,34	2.265,15	0,97	2.304,67	2,73	2.243,40	0,00	2.270,18	1,19	2.324,22	2.287,91	3.023,14	1,98
26	2.138,40	2.203,57	3,05	2.183,05	2,09	2.187,65	2,30	2.138,40	0,00	2.177,32	1,82	2.233,94	2.204,81	3.228,20	3,11
27	2.209,30	2.246,39	1,68	2.233,55	1,10	2.231,46	1,00	2.209,30	0,00	2.230,37	0,95	2.280,60	2.249,44	3.016,20	1,82
28	2.225,10	2.265,53	1,82	2.230,94	0,26	2.275,70	2,27	2.225,10	0,00	2.250,38	1,14	2.282,56	2.234,84	3.108,26	0,44
29	2.077,80	2.106,47	1,38	2.082,60	0,23	2.098,56	1,00	2.077,80	0,00	2.101,75	1,15	2.132,65	2.107,97	3.087,42	1,45
30	1.694,80	1.779,05	4,97	1.710,67	0,94	1.711,25	0,97	1.694,80	0,00	1.712,60	1,05	1.727,15	1.704,30	3.123,79	0,56
31	1.458,55	1.474,25	1,08	1.458,55	0,00	1.472,93	0,99	1.465,40	0,47	1.466,64	0,55	1.472,93	1.468,74	2.994,16	0,70
32	1.082,90	1.085,69	0,26	1.085,29	0,22	1.087,57	0,43	1.082,90	0,00	1.087,91	0,46	1.141,42	1.087,45	3.190,08	0,42
33	1.954,70	2.004,33	2,54	1.964,75	0,51	1.978,74	1,23	1.954,70	0,00	1.976,97	1,14	1.999,42	1.984,07	3.123,35	1,50
34	1.926,64	1.964,40	1,96	1.926,64	0,00	1.959,71	1,72	1.931,10	0,23	1.951,47	1,29	1.963,61	1.927,65	3.109,99	0,05
35	1.762,09	1.778,80	0,95	1.762,09	0,00	1.782,94	1,18	1.763,10	0,06	1.772,91	0,61	1.780,99	1.769,44	2.947,20	0,42
36	1.392,00	1.453,82	4,44	1.393,06	0,08	1.392,70	0,05	1.392,00	0,00	1.399,82	0,56	1.425,07	1.393,12	3.268,43	0,08
Média			**2,20**		**0,53**		**1,32**		**0,06**		**0,99**			**3.101,69**	**1,04**
Média Global			**1,18**		**0,32**		**1,12**		**0,04**		**0,59**			**1.810,60**	**0,60**

Fonte – a autora.

Nas instâncias de 1 a 12, com 100 clientes, o GAP médio foi de 0,08%, sendo que nenhum GAP foi maior do que 1,00%. Ao comparar com a solução das outras heurísticas, a SA+AAA obteve o segundo menor GAP médio, perdendo apenas para a GRASP+ILP (com valor de GAP igual a 0,02%). Para as instâncias de 13 a 24, a SA+AAA teve um GAP médio de 0,69% e o tempo computacional médio de 1.492,45 segundos. O GAP médio da SA + AAA foi superior ao das heurísticas ALNS, GRASP+ILP e Hybrid GA+. Para a instância 22, a SA+AAA conseguiu melhorar a solução BKS em 0,12%. Nas instâncias de 25 em diante (com 200 clientes), a SA+AAA teve o maior GAP médio comparado com as demais heurísticas (exceto a MACO), sendo de 1,80%. Para cinco dessas instâncias o GAP foi superior a 1%, sendo o maior GAP dentre essas instâncias de 3,11%, para uma instância com 200 clientes e 20 instalações.

A comparação, em termos de GAP, da SA+AAA com o valor da BKS, é dada na Figura 5.7a. Nota-se que grande parte das instâncias tiveram um GAP inferior a 1%, sendo o GAP igual a zero para 33,33% das instâncias. Além disso, nenhum GAP foi superior a 5%. Na Figura 5.7b é perceptível que o GAP médio retornado pela SA+AAA foi de 0,60%, sendo o quarto maior, em que o melhor GAP médio foi de 0,04% para a GRASP+ILP. Ao analisar os resultados da Tabela 5.17, nota-se que heurística SA+AAA apresentou um GAP médio melhor do que o da GRASPxELS e MACO. Por outro lado, a GRASP+ILP teve o melhor GAP e o menor valor de mediana.

Figura 5.7 – Resultados das instâncias de Tuzun e Burke (1999).



Fonte – a autora.

Tabela 5.17 – Diferença dos GAPs para as instâncias de Tuzun e Burke (1999).

Heurística	GRASPxELS	ALNS	MACO	GRASP+ILP	Hybrid GA+	SA+AAA
GRASPxELS	**0,99**	0,86	0,06	1,14	0,59	0,58
ALNS	-	**0,06**	-0,80	0,28	-0,27	-0,28
MACO	-	-	**1,00**	1,08	0,53	0,52
GRASP+ILP	-	-	-	**0,00**	-0,55	-0,56
Hybrid GA+	-	-	-	-	**0,56**	-0,01
SA+AAA	-	-	-	-	-	**0,39**

Fonte – a autora.

5.4 Resultados para o 2L-LRP

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos pela heurística SA+AAA para o 2L-LRP. A heurística foi testada em três conjuntos de instâncias adaptadas da literatura do LRP, que são as instâncias apresentadas na Seção 5.3.

5.4.1 Instâncias Adaptadas de Prins, Prodhon e Calvo (2006)

A Tabela 5.18 apresenta os resultados para as instâncias adaptadas de Prins, Prodhon e Calvo (2006) para o 2L-LRP. A tabela traz o nome da instância, a solução BKS do LRP e, para cada uma das classes, apresenta a solução média, a melhor solução e o tempo computacional gasto (em segundos) para encontrar a melhor solução. Os valores em negrito correspondem às soluções iguais a BKS conforme a Tabela 5.14, sendo que a BKS, neste caso, corresponde a um limitante inferior. Analisando os resultados, observa-se que o tempo computacional médio gasto para resolver as instâncias foi baixo, sendo o maior valor de 852,08 segundos, para a Classe 4. Nota-se ainda que uma solução da Classe 5 foi igual a BKS. As soluções encontradas pela SA+AAA nas Classes de 4 a 5 ficaram próximas do LRP, sendo que a medida que a classe aumenta, tem-se uma tendência do resultado ser mais próximo da BKS.

5.4.2 Instâncias Adaptadas de Barreto (2004)

Os resultados para as Classes de 2 a 5 estão apresentados na Tabela 5.19. O maior tempo computacional médio foi para a Classe 2. O tempo médio gasto pela SA+AAA foi de 452,53, 373,85, 379,47 e 439,00 segundos para as Classes 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Neste conjunto de instâncias, as soluções reportadas pela SA+AAA ficaram um pouco mais distantes das soluções para o LRP. Todavia, na Classe 5, obteve-se uma solução igual a BKS. Ademais, a SA+AAA conseguiu obter melhores soluções a medida que a classe foi aumentando, ou seja, os resultados das Classes 4 e 5 ficaram mais próximos do LRP.

5.4.3 Instâncias Adaptadas de Tuzun e Burke (1999)

A Tabela 5.20 mostra os resultados para as Classes de 2 a 5, sendo que os resultados obtidos para essas classes foram mais distantes da BKS do LRP e o tempo computacional médio também foi maior. O menor tempo computacional médio da SA+AAA foi de 1.689,08 segundos e o maior de 1.823,40 segundos, observando todas as classes. Assim, percebe-se que o tempo computacional foi aumentando a medida que o número de itens por cliente foi aumentando nas instâncias. A solução obtida para as últimas classes ficou mais próxima da BKS para o LRP.

Tabela 5.18 – Soluções para as Classes 2 a 5 das instâncias adaptadas de Prins, Prodhon e Calvo (2006).

Instâncias	~~BKS do LRP~~	Classe 2			Classe 3			Classe 4			Classe 5		
		Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)
1	54.793,00	55.720,80	55.218,00	28,99	56.154,50	55.433,00	23,42	58.075,70	58.075,00	21,37	57.111,50	55.433,00	27,74
2	39.104,00	51.344,00	50.974,00	29,95	50.320,60	49.222,00	27,26	44.044,00	43.585,00	27,24	44.244,10	43.623,00	27,05
3	**48.908,00**	51.816,60	50.948,00	48,32	50.130,30	49.379,00	28,14	49.997,40	49.738,00	24,22	50.822,50	48.908,00	23,97
4	37.542,00	44.419,00	43.349,00	26,53	42.880,70	41.113,00	25,37	44.687,40	44.446,00	28,20	42.271,90	41.568,00	24,03
5	90.111,00	97.943,80	96.098,00	112,62	101.666,60	96.420,00	124,13	97.980,50	95.195,00	171,21	94.885,80	93.157,00	88,63
6	63.242,00	87.682,70	81.624,00	124,01	93.265,00	89.752,00	123,38	92.206,40	89.023,00	185,68	78.952,30	71.071,00	135,60
7	88.298,00	93.865,10	91.088,00	95,80	92.966,40	90.533,00	128,26	92.509,80	90.446,00	284,82	94.744,90	90.663,00	125,13
8	67.308,00	89.689,90	86.410,00	135,04	86.926,20	84.642,00	136,26	87.324,50	85.446,00	137,52	82.048,70	79.135,00	134,35
9	84.055,00	85.320,10	84.699,00	102,82	85.205,00	84.643,00	97,30	90.151,10	86.284,00	121,21	85.722,30	85.011,00	98,65
10	51.822,00	69.729,60	68.816,00	212,19	64.303,30	62.308,00	139,23	67.007,50	66.058,00	148,26	65.031,90	64.254,00	140,02
11	86.203,00	95.221,40	91.902,00	154,29	89.122,00	86.456,00	224,15	89.430,90	87.274,00	160,50	88.526,00	86.927,00	108,66
12	61.830,00	84.429,80	77.924,00	115,34	86.394,20	79.104,00	116,42	84.054,90	80.950,00	133,12	78.885,90	74.060,00	127,90
13	275.457,00	283.846,40	281.826,00	556,78	283.020,10	278.454,00	432,81	281.813,20	279.738,00	379,76	282.345,50	280.635,00	489,60
14	214.056,00	265.407,20	259.163,00	455,62	249.354,70	245.284,00	480,98	253.098,90	245.921,00	538,62	252.349,50	246.064,00	991,13
15	193.708,00	199.270,80	196.893,00	574,43	200.344,00	198.209,00	330,29	201.019,30	198.020,00	455,80	197.773,90	195.842,00	332,98
16	157.095,00	193.291,80	189.258,00	619,18	189.374,90	183.078,00	756,28	185.616,10	178.941,00	915,30	187.307,10	174.032,00	703,47
17	200.305,00	208.979,90	207.433,00	760,98	208.341,20	204.855,00	396,51	205.470,80	203.463,00	523,59	205.075,30	202.973,00	404,64
18	152.441,00	192.099,30	187.364,00	613,17	200.173,10	198.486,00	366,75	182.802,40	178.797,00	696,01	183.436,40	177.813,00	490,17
19	287.892,00	322.956,20	318.935,00	753,32	326.438,40	325.023,00	348,37	324.796,60	320.143,00	442,76	321.478,50	318.169,00	640,64
20	233.453,00	306.788,60	304.251,00	788,77	305.952,30	302.109,00	401,67	305.784,90	303.412,00	854,15	292.550,60	286.285,00	693,84
21	243.695,00	250.260,80	247.710,00	742,30	249.559,80	248.151,00	785,15	249.762,90	246.594,00	597,48	249.533,70	247.280,00	215,46
22	203.988,00	251.822,40	244.820,00	504,97	238.201,00	233.757,00	760,05	239.460,70	235.644,00	888,93	229.718,00	226.793,00	750,64
23	252.927,00	260.897,40	257.802,00	360,23	261.789,10	257.075,00	588,09	260.966,80	256.631,00	389,97	266.707,40	254.848,00	339,97
24	204.664,00	262.331,60	238.484,00	863,41	268.652,30	243.286,00	665,26	244.995,90	236.642,00	529,50	240.276,50	231.277,00	494,23
25	475.327,00	490.935,00	489.324,00	2.011,06	491.046,20	488.652,00	2.896,64	496.571,50	486.756,00	2.272,61	488.951,10	484.321,00	2.665,68
26	377.327,00	483.698,60	460.236,00	2.317,39	479.167,20	459.259,00	2.923,52	474.438,80	460.838,00	3.341,95	437.204,70	423.298,00	3.213,02
27	449.291,00	458.050,80	456.358,00	2.605,34	461.927,00	459.960,00	2.778,62	460.129,40	455.713,00	2.173,11	456.561,10	454.538,00	2.632,62
28	374.575,00	455.124,50	437.452,00	3.407,55	446.159,50	438.699,00	3.140,23	441.429,70	431.831,00	3.057,21	424.919,78	420.266,00	3.159,42
29	469.870,00	488.576,50	482.284,00	2.841,53	489.787,50	485.011,00	2.862,98	496.177,00	485.395,00	2.757,86	484.263,10	480.874,00	1.392,07
30	363.103,00	457.199,20	451.211,00	2.719,67	454.127,90	451.284,00	2.494,84	450.696,30	441.705,00	3.304,40	425.430,10	416.320,00	2.822,42
Média Global				**822,72**			**820,08**			**852,08**			**783,12**

Fonte – a autora.

Tabela 5.19 – Soluções para as Classes 2 a 5 das instâncias adaptadas de Barreto (2004).

Instâncias	~~BKS do LRP~~	Classe 2			Classe 3			Classe 4			Classe 5		
		Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)
1	565,60	747,76	704,00	248,65	791,53	749,54	129,38	748,61	709,74	162,95	706,72	698,29	206,38
2	844,40	1.135,02	1.087,28	353,16	1.200,23	1.168,64	290,07	1.079,33	1.055,20	489,19	1.117,86	1.063,77	516,73
3	833,40	1.314,67	1.240,56	399,01	1.293,54	1.266,83	388,45	1.241,78	1.227,93	688,70	1.226,48	1.178,87	481,56
4	355,80	699,83	613,76	589,55	617,62	609,88	523,81	633,17	604,39	689,38	573,08	547,96	564,51
5	43.919,90	70.916,58	65.100,50	1.660,38	66.985,96	64.749,70	913,81	67.228,57	63.783,30	1.196,59	63.906,98	60.406,40	1.303,07
6	424,90	446,68	435,33	27,93	469,86	464,06	28,58	434,81	430,53	31,24	431,83	**424,90**	32,09
7	585,10	835,07	808,62	37,19	732,93	722,53	37,53	726,35	701,97	40,87	721,31	682,18	58,47
8	512,10	660,74	638,18	71,07	645,75	623,43	51,14	594,09	580,02	47,61	628,18	614,51	59,63
9	562,20	721,10	683,55	55,11	692,72	661,10	58,14	657,26	649,51	56,41	656,21	635,28	55,59
10	504,30	691,34	660,81	69,05	631,49	611,56	63,36	675,07	649,64	72,01	693,28	653,05	73,85
11	460,40	633,11	620,78	65,53	587,32	579,41	66,29	621,29	590,64	68,88	537,48	519,22	113,69
12	3.062,00	3.543,69	3.466,98	60,48	3.776,99	3.694,31	43,12	3.646,90	3.557,68	62,75	3.390,30	3.242,72	64,56
13	5.709,00	9.354,71	9.051,31	1.488,25	9.664,63	9.317,21	1.441,07	8.872,17	8.514,82	1.062,15	8.557,22	8.144,11	1.593,48
14	12.290,30	21.879,23	21.273,00	1.210,02	23.159,31	22.455,60	1.199,19	20.681,62	20.117,30	643,87	20.079,78	19.387,80	1.022,38
Média Global				**452,53**			**373,85**			**379,47**			**439,00**

Fonte – a autora.

Tabela 5.20 – Soluções para as Classes 2 a 5 das instâncias adaptadas de Tuzun e Burke (1999).

Instâncias	~~BKS do LRP~~	Classe 2			Classe 3			Classe 4			Classe 5		
		Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)	Média	Melhor	Tempo (s)
1	1.467,68	2.124,34	2.067,45	466,72	2.127,22	2.087,35	564,88	2.021,66	1.974,08	430,97	1.911,78	1.841,96	962,44
2	1.449,20	2.099,18	1.991,28	920,62	2.125,16	2.081,19	456,03	2.094,89	1.993,11	942,70	1.942,73	1.803,83	662,80
3	1.394,90	2.021,72	1.927,37	585,23	1.996,63	1.935,05	662,60	1.942,13	1.872,65	573,03	1.947,06	1.889,02	547,73
4	1.423,29	2.050,26	1.934,21	740,07	1.993,16	1.914,48	819,29	2.045,07	1.937,75	631,68	1.868,32	1.772,85	888,15
5	1.167,16	1.789,60	1.713,39	767,47	1.560,39	1.531,04	761,23	1.700,80	1.638,50	915,58	1.551,18	1.443,21	739,79
6	1.102,24	1.497,62	1.451,39	662,91	1.688,15	1.588,15	938,66	1.495,31	1.455,59	601,05	1.406,18	1.361,25	692,20
7	791,70	1.082,32	1.059,01	564,72	1.118,46	1.106,13	720,68	1.036,25	1.000,73	826,42	1.038,39	953,77	717,51
8	728,30	1.066,62	1.005,06	625,81	1.062,77	1.011,78	1.113,95	1.033,08	976,23	728,86	965,29	953,66	841,60
9	1.238,49	1.838,29	1.768,60	443,36	1.748,86	1.691,33	454,91	1.697,35	1.658,94	910,42	1.618,18	1.557,99	457,99
10	1.245,30	1.759,48	1.671,81	460,82	1.734,35	1.673,14	528,06	1.671,79	1.642,68	864,19	1.726,61	1.662,44	862,61
11	902,26	1.344,30	1.325,69	634,75	1.297,87	1.254,78	964,73	1.198,26	1.172,03	589,67	1.242,72	1.206,97	926,67
12	1.018,29	1.376,94	1.289,78	944,27	1.376,06	1.346,78	482,00	1.417,83	1.328,45	804,47	1.350,19	1.320,39	870,25
13	1.899,90	2.890,65	2.794,70	1.800,27	2.917,35	2.784,07	869,77	2.744,61	2.693,03	1.781,79	2.827,81	2.683,46	1.894,15
14	1.825,30	2.658,46	2.511,20	1.218,38	2.755,81	2.631,65	1.284,51	2.685,56	2.389,58	1.784,13	2.530,71	2.431,90	1.332,46
15	1.964,30	3.006,10	2.933,34	1.315,11	3.021,45	2.900,89	1.023,77	2.925,52	2.804,59	1.402,04	2.763,78	2.588,25	1.226,77
16	1.792,80	2.746,35	2.631,52	1.891,51	2.660,48	2.612,40	1.834,63	2.694,85	2.403,34	1.809,83	2.409,64	2.361,95	1.875,60
17	1.446,80	2.337,72	2.277,24	1.971,26	2.440,45	2.345,05	1.490,26	2.272,88	2.210,61	1.909,32	2.084,21	1.938,33	2.557,79
18	1.443,90	2.214,97	2.135,79	1.611,37	2.226,21	2.187,70	1.515,52	2.135,25	2.072,10	1.944,23	2.077,66	1.969,74	993,40
19	1.204,76	1.849,24	1.684,88	1.831,59	1.940,24	1.923,72	1.744,24	1.694,07	1.673,32	1.006,15	1.716,17	1.623,43	1.580,66
20	931,30	1.308,10	1.279,11	1.960,84	1.323,07	1.302,08	1.908,37	1.323,30	1.303,25	1.733,56	1.232,83	1.220,95	2.081,74
21	1.694,64	2.672,08	2.520,24	1.850,55	2.640,10	2.486,59	1.534,51	2.735,89	2.613,82	1.439,05	2.485,53	2.304,67	630,96
22	1.398,00	1.976,48	1.785,34	2.270,79	2.006,56	1.857,25	1.958,89	1.972,41	1.873,21	1.718,47	1.870,38	1.797,33	1.499,65
23	1.198,60	1.858,55	1.768,22	1.773,95	1.826,10	1.715,36	1.832,95	1.856,29	1.778,88	1.483,29	1.692,15	1.566,50	737,47
24	1.152,01	1.595,67	1.573,01	1.364,16	1.682,76	1.661,80	1.934,50	1.665,89	1.602,27	1.546,92	1.551,08	1.529,11	877,61
25	2.243,40	3.668,25	3.343,45	2.662,45	3.457,42	3.298,85	2.729,71	3.528,00	3.381,63	3.281,98	3.227,94	3.163,93	3.285,76
26	2.138,40	3.286,71	3.196,31	3.162,04	3.293,95	3.120,78	2.973,19	3.336,04	2.992,65	3.350,18	2.902,11	2.796,98	2.131,02
27	2.209,30	3.417,04	3.304,89	1.551,68	3.516,49	3.393,93	2.667,25	3.245,95	3.127,57	3.132,50	3.101,96	2.971,93	3.403,60
28	2.225,10	3.469,85	3.320,71	3.055,97	3.437,17	3.347,99	2.698,22	3.227,81	3.118,17	3.393,15	3.033,70	2.913,85	3.600,00
29	2.077,80	3.398,51	3.310,98	3.113,29	3.265,69	3.190,51	2.355,73	3.323,52	3.192,80	2.844,82	3.083,65	2.911,18	1.966,81
30	1.694,80	2.683,25	2.578,47	2.563,23	2.721,67	2.529,44	3.600,00	2.567,25	2.488,28	2.306,45	2.271,92	2.170,63	3.600,00
31	1.458,55	2.285,25	2.234,51	3.094,60	2.316,20	2.285,21	2.782,42	2.129,48	2.106,27	2.228,59	2.032,27	1.923,07	3.541,84
32	1.082,90	1.641,59	1.626,55	2.697,54	1.712,96	1.552,41	3.600,00	1.581,36	1.526,23	3.600,00	1.446,08	1.370,90	2.743,82
33	1.954,70	2.938,42	2.728,96	2.108,86	2.956,48	2.767,34	3.162,75	2.819,28	2.722,17	3.515,24	2.772,76	2.577,97	3.600,00
34	1.926,64	3.121,27	2.994,39	3.519,81	2.999,96	2.846,84	3.306,39	2.908,19	2.746,40	3.217,87	2.794,34	2.615,74	2.402,85
35	1.762,09	2.805,73	2.767,19	2.227,59	2.981,50	2.816,38	2.667,68	2.809,41	2.741,73	3.006,73	2.618,33	2.480,70	2.802,36
36	1.392,00	2.147,05	1.915,48	2.373,31	2.025,32	1.990,77	2.567,01	1.973,95	1.921,18	3.387,17	1.884,79	1.833,15	2.843,37
Média Global				**1.689,08**			**1.736,37**			**1.823,40**			**1.732,76**

Fonte – a autora.

Capítulo 6

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou uma heurística híbrida para resolver o problema de localização e roteamento (LRP), o problema de roteamento de veículos capacitados com restrições de empacotamento bidimensional (2L-CVRP) e o problema de localização e roteamento com restrições de empacotamento bidimensional (2L-LRP). Considerou-se a versão capacitada do LRP, em que as instalações e os veículos têm capacidade limitada, a irrestrita do 2L-CVRP, na qual os itens são empacotados sem precisar considerar a ordem de entrega aos clientes, e a capacitada e irrestrita do 2L-LRP.

O LRP busca definir quais instalações devem ser abertas e determinar um conjunto de rotas para atender a demanda dos clientes. O 2L-CVRP consiste em definir as rotas dos veículos para suprir a demanda dos clientes por itens retangulares, em que o empacotamento bidimensional dos itens em cada rota deve ser viável. Por fim, o 2L-LRP visa determinar quais instalações devem ser abertas e como as rotas são estabelecidas para atender a demanda dos clientes por itens retangulares, que devem ser empacotados na base do veículo.

Para auxiliar na resolução desses problemas e de outras variantes dos mesmos foi codificado um *framework*. O *framework* permitiu automatizar o processo de resolução, uma vez que ao calibrar os parâmetros da heurística pelo *irace*, os valores encontrados são passados diretamente para a heurística, que já inicia a execução sobre o conjunto de instâncias fornecido. Além disso, após a obtenção dos resultados, torna-se possível obter diretamente as tabelas e gráficos comparativos.

A heurística híbrida desenvolvida parte da cooperação do recozimento simulado e do algoritmo artificial de algas, com agregação de alguns procedimentos para melhor explorar o espaço de busca, tais como: operadores de vizinhança, busca local baseada na descida em vizinhança variável, procedimentos de perturbação, diversificação e troca de instalações e, por fim, a técnica *Skyline* para empacotar itens. A heurística foi codificada na linguagem

C++ e testada em quatro conjuntos de instância da literatura, sendo que um conjunto diz respeito ao 2L-CVRP e os outros três conjuntos ao LRP. Também, fez-se uma adaptação das instâncias do LRP para o 2L-LRP. No geral, a heurística retornou soluções competitivas com as de outros métodos da literatura recente.

Para as instâncias do 2L-CVRP, a heurística retornou um GAP médio de 3,33%. Além disso, a heurística obteve 31 soluções iguais a melhor conhecida na literatura, considerando a melhor solução dos resultados. As instâncias com maior número de clientes e itens apresentaram os maiores GAPs. Em relação à resolução do LRP, o GAP médio foi menor do que para o 2L-CVRP, sendo de 1,00%, 0,11% e 0,60% para as instâncias de Prins, Prodhon e Calvo (2006), Barreto (2004) e Tuzun e Burke (1999), respectivamente. Ademais, a heurística conseguiu para 29 instâncias (de um total de 80 instâncias) soluções iguais à melhor conhecida. Os piores resultados ocorreram para as instâncias com maior número de clientes e itens, bem como com mais possibilidades para localizar as instalações. Com relação ao 2L-LRP, como não há trabalhos para realizar a comparação, acredita-se que a heurística híbrida retornou soluções satisfatórias e dentro de um tempo aceitável, em particular, ao pensar em um problema que envolve os três níveis de decisão do sistema logístico.

Como forma de continuar com o desenvolvimento da pesquisa, os trabalhos futuros envolvem resolver outras variantes do LRP e do 2L-CVRP. Neste contexto, pode-se citar as variantes do problema de roteamento de veículos com janela de tempo, frota heterogênea e com coleta e entrega. Já para o problema de empacotamento bidimensional, tem-se o interesse nas versões com estabilidade, agrupamento, fragilidade, balanceamento de carga, rotação dos itens e a restrição sequencial. Por fim, no problema de localização de instalações, as variantes com múltiplos níveis, máxima cobertura e demanda incerta dos clientes parecem ser promissoras de investigação. Além disso, objetiva-se criar uma representação genérica da solução para englobar o maior número possível de variantes para, assim, facilitar o desenvolvimento de métodos de resolução. Outra linha de trabalhos futuros poderia envolver o estudo e desenvolvimento de novos métodos heurísticos/híbridos para deixar os resultados ainda mais próximos dos reportados na literatura. Uma outra linha de investigação consiste em propor e resolver modelos de programação linear inteira para esses problemas. Em particular, lidar com a proposta de novas desigualdades válidas e procedimentos de separação para elas.

REFERÊNCIAS

ADENSO-DÍAZ, B.; LAGUNA, M. Fine-tuning of algorithms using fractional experimental designs and local search. *Operations Research*, INFORMS, v. 54, n. 1, p. 99–114, 2006. Citado na página 26.

AHMADI-JAVID, A.; AZAD, N. Incorporating location, routing and inventory decisions in supply chain network design. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 46, n. 5, p. 582–597, 2010. Citado na página 43.

AKCA, Z.; BERGER, R. T.; RALPHS, T. K. A branch-and-price algorithm for combined location and routing problems under capacity restrictions. In: *Operations Research and Cyber-Infrastructure*. [S.l.]: Springer, 2009. p. 309–330. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.

ALBAREDA-SAMBOLA, M.; DÍAZ, J. A.; FERNÁNDEZ, E. A compact model and tight bounds for a combined location-routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 32, n. 3, p. 407–42, 2005. Citado na página 33.

ANSÓTEGUI, C.; SELLMANN, M.; TIERNEY, K. A gender-based genetic algorithm for the automatic configuration of algorithms. In: SPRINGER. *International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*. [S.l.], 2009. p. 142–157. Citado na página 26.

AZEVEDO, B. L. D. *et al.* A branch-and-cut approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. In: *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 2491 – 2502. Citado na página 38.

BAGHEL, M.; AGRAWAL, S.; SILAKARI, S. Survey of metaheuristic algorithms for combinatorial optimization. *International Journal of Computer Applications*, Foundation of Computer Science, v. 58, n. 19, 2012. Citado na página 44.

BALDACCI, R.; MINGOZZI, A.; CALVO, R. W. An exact method for the capacitated location-routing problem. *Operations Research*, INFORMS, v. 59, n. 5, p. 1284–1296, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 28, 33 e 34.

BARRETO, S. S. *Análise e Modelização de Problemas de Localização-Distribuição*. Tese (Doutorado) — Gestão Indústrial, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2004. Citado 13 vezes nas páginas 16, 17, 24, 28, 33, 34, 95, 105, 106, 107, 112, 114 e 118.

BELENGUER, J.-M. *et al.* A branch-and-cut method for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 38, n. 6, p. 931–941, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.

BERGER, R. T.; COULLARD, C. R.; DASKIN, M. S. Location-routing problems with distance constraints. *Transportation Science*, INFORMS, v. 41, n. 1, p. 29–43, 2007. Citado na página 33.

BIRATTARI, M.; KACPRZYK, J. *Tuning metaheuristics: a machine learning perspective*. [S.l.]: Springer, 2009. v. 197. Citado na página 26.

CONTARDO, C.; CORDEAU, J.-F.; GENDRON, B. *A computational comparison of flow formulations for the capacitated location-routing problem*. [S.l.]: Technical Report CIRRELT-2011-47, Université de Montréal, Canada, 2011. Citado na página 34.

____. An exact algorithm based on cut-and-column generation for the capacitated location-routing problem. *INFORMS Journal on Computing*, INFORMS, v. 26, n. 1, p. 88–102, 2014a. Citado na página 34.

____. A grasp+ ilp-based metaheuristic for the capacitated location-routing problem. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 20, n. 1, p. 1–38, 2014b. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 105.

CÔTÉ, J.-F.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. An exact algorithm for the two-dimensional orthogonal packing problem with unloading constraints. *Operations Research*, INFORMS, v. 62, n. 5, p. 1126–1141, 2014. Citado na página 38.

CÔTÉ, J.-F.; GUASTAROBA, G.; SPERANZA, M. G. The value of integrating loading and routing. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 257, n. 1, p. 89–105, 2017. Citado na página 38.

DREXL, M.; SCHNEIDER, M. A survey of variants and extensions of the location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 241, n. 2, p. 283–308, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 28, 33 e 34.

DUHAMEL, C. *et al.* A grasp × els approach for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 37, n. 11, p. 1912–1923, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 105.

____. A multi-start evolutionary local search for the two-dimensional loading capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 38, n. 3, p. 617–640, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 98.

ECKEL, B. Thinking in patterns. problem-solving techniques using java. *Available on Internet*, v. 3, 2003. Citado na página 70.

ESCOBAR, J. W.; LINFATI, R.; TOTH, P. A two-phase hybrid heuristic algorithm for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 70–79, 2013. Citado na página 36.

FAYAD, M.; SCHMIDT, D. C. Object-oriented application frameworks. *Communications of the ACM*, ACM, v. 40, n. 10, p. 32–38, 1997. Citado na página 70.

FUELLERER, G. *et al.* Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 36, n. 3, p. 655–673, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 98.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*. [S.l.]: San Francisco: Freeman, 1979. Citado na página 26.

GENDREAU, M. *et al.* A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Networks*, Wiley Online Library, v. 51, n. 1, p. 4–18, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.

GOVINDAN, K. *et al.* Two-echelon multiple-vehicle location–routing problem with time windows for optimization of sustainable supply chain network of perishable food. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 152, p. 9–28, 2014. Citado na página 35.

HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. Variable neighborhood search. In: *Search methodologies*. [S.l.]: Springer, 2014. p. 313–337. Citado na página 52.

HEMMELMAYR, V. C.; CORDEAU, J.-F.; CRAINIC, T. G. An adaptive large neighborhood search heuristic for two-echelon vehicle routing problems arising in city logistics. *Computers & Operations Research*, v. 39, p. 3215–3228, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 105.

HERZ, J. C. Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting. *IBM Journal of Research and Development*, IBM, v. 16, n. 5, p. 462–469, 1972. Citado na página 64.

HIASSAT, A.; DIABAT, A.; RAHWAN, I. A genetic algorithm approach for location-inventory-routing problem with perishable products. *Journal of Manufacturing Systems*, Elsevier, v. 42, p. 93–103, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 43.

HOKAMA, P.; MIYAZAWA, F. K.; XAVIER, E. C. A branch-and-cut approach for the vehicle routing problem with loading constraints. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 47, p. 1–13, 2016. Citado na página 38.

HUTTER, F. *et al.* Paramils: an automatic algorithm configuration framework. *Journal of Artificial Intelligence Research*, v. 36, n. 1, p. 267–306, 2009. Citado na página 26.

IORI, M. *Metaheuristic algorithms for combinatorial optimization problems*. Tese (Doutorado) — Department of Electronics, Computer Science and Systems, University of Bologna, Bologna, Italy, 2004. Citado na página 37.

IORI, M.; MARTELLO, S. An annotated bibliography of combined routing and loading problems. *Yugoslav Journal of Operations Research*, Faculty of Organizational Sciences et al., v. 23, n. 3, p. 311–326, 2013. Citado na página 37.

IORI, M.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J.-J.; VIGO, D. An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Transportation Science*, INFORMS, v. 41, n. 2, p. 253–264, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 28, 37, 38, 60 e 94.

JACOBSEN, S. K.; MADSEN, O. B. A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 5, n. 6, p. 378–387, 1980. Citado na página 31.

JOHNSON, D. S. *et al.* Optimization by simulated annealing: an experimental evaluation; part i, graph partitioning. *Operations Research*, INFORMS, v. 37, n. 6, p. 865–892, 1989. Citado na página 45.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.

KORKMAZ, S.; BABALIK, A.; KIRAN, M. S. An artificial algae algorithm for solving binary optimization problems. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, Springer, p. 1–15, 2017. Citado na página 47.

LAPORTE, G.; NOBERT, Y. An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 6, n. 2, p. 224–226, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.

LAPORTE, G.; NOBERT, Y.; PELLETIER, P. Hamiltonian location problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 12, n. 1, p. 82–89, 1983. Citado na página 33.

LEUNG, S. C. *et al.* Simulated annealing for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, Springer, v. 22, n. 1-2, p. 61–82, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 98.

____. Extended guided tabu search and a new packing algorithm for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 38, n. 1, p. 205–215, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 98.

LIN, S.; KERNIGHAN, B. W. An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations Research*, INFORMS, v. 21, n. 2, p. 498–516, 1973. Citado na página 78.

LOBO, E. J. *Guia prático de engenharia de software*. [S.l.]: Universo dos Livros Editora, 2009. Citado na página 27.

LOPES, R. B.; FERREIRA, C.; SANTOS, B. S. A simple and effective evolutionary algorithm for the capacitated location–routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 70, p. 155–162, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 105.

LÓPEZ-IBÁÑEZ, M. *et al.* The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, Elsevier, v. 3, n. 1, p. 43–58, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 26, 55 e 91.

MARINAKIS, Y. An improved particle swarm optimization algorithm for the capacitated location routing problem and for the location routing problem with stochastic demands. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 37, p. 680–701, 2015. Citado na página 36.

MARTÍ, R.; REINELT, G. Heuristic methods. In: ____. *The linear ordering problem: exact and heuristic methods in combinatorial optimization*. [S.l.]: Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2011. cap. 2, p. 17–40. Citado na página 44.

METROPOLIS, N. *et al.* Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, AIP Publishing, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953. Citado na página 45.

MIN, H.; JAYARAMAN, V.; SRIVASTAVA, R. Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 108, n. 1, p. 1–15, 1998. Citado na página 28.

MLADENOVIĆ, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 54.

MONOD, J. The growth of bacterial cultures. *Annual Reviews in Microbiology*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 3, n. 1, p. 371–394, 1949. Citado na página 48.

MURTY, K. G.; DJANG, P. A. The us army national guard's mobile training simulators location and routing problem. *Operations Research*, INFORMS, v. 47, n. 2, p. 175–182, 1999. Citado na página 42.

NAGY, G.; SALHI, S. Location-routing: Issues, models and methods. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 177, n. 2, p. 649–672, 2007. Citado na página 28.

NEARCHOU, A. C. Flow-shop sequencing using hybrid simulated annealing. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Springer, v. 15, n. 3, p. 317–328, 2004. Citado na página 45.

OR, I.; PIERSKALLA, W. P. A transportation location-allocation model for regional blood banking. *AIIE Transactions*, Taylor & Francis, v. 11, n. 2, p. 86–95, 1979. Citado na página 31.

PERL, J.; DASKIN, M. S. A warehouse location-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 19, n. 5, p. 381–396, 1985. Citado na página 31.

PINTO, S. C. C. d. S. *Composição em WebFrameworks*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000. Citado na página 70.

POLLARIS, H. *et al.* Vehicle routing problems with loading constraints: state-of-the-art and future directions. *OR Spectrum*, Springer, v. 37, n. 2, p. 297–330, 2015. Citado na página 37.

PONBOON, S.; QURESHI, A. G.; TANIGUCHI, E. Branch-and-price algorithm for the location-routing problem with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 86, p. 1–19, 2016. Citado na página 34.

PRAMUDITA, A.; TANIGUCHI, E.; QURESHI, A. G. Location and routing problems of debris collection operation after disasters with realistic case study. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, Elsevier, v. 125, p. 445–458, 2014. Citado na página 43.

PRESTES, Á. N. *Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicadas ao problema do caixeiro viajante*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Rio Grande do Norte, 2006. Citado na página 25.

PRINS, C.; PRODHON, C.; CALVO, R. W. Solving the capacitated location-routing problem by a grasp complemented by a learning process and a path relinking. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, Springer, v. 4, n. 3, p. 221–238, 2006. Citado 13 vezes nas páginas 16, 17, 24, 33, 96, 97, 105, 107, 108, 109, 112, 113 e 118.

PRINS, C. *et al.* Solving the capacitated location-routing problem by a cooperative lagrangean relaxation-granular tabu search heuristic. *Transportation Science*, INFORMS, v. 41, n. 4, p. 470–483, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 58.

PRODHON, C.; PRINS, C. A survey of recent research on location-routing problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 238, n. 1, p. 1–17, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 34.

QUEIROZ, T. A. *et al.* Demand uncertainty for the location-routing problem with two-dimensional loading constraints. In: *Computational Management Science*. [S.l.]: Springer, 2016. p. 47–53. Citado na página 42.

QURESHI, A.; TANIGUCHI, E.; YAMADA, T. An exact solution approach for vehicle routing and scheduling problems with soft time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 45, n. 6, p. 960–977, 2009. Citado na página 34.

RATH, S.; GUTJAHR, W. J. A math-heuristic for the warehouse location–routing problem in disaster relief. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 42, p. 25–39, 2014. Citado na página 43.

REINELT, G. Tsplib—a traveling salesman problem library. *ORSA Journal on Computing*, INFORMS, v. 3, n. 4, p. 376–384, 1991. Citado na página 37.

RESENDE, P. T. V. *et al. Pesquisa de custos logísticos no Brasil 2015*. Relatório de Pesquisa - Fundação Dom Cabral, Nova Lima - Minas Gerais, Brasil, 2015. Acesso em: 04/01/2018. Disponível em: <http://www.fdc.org.br/professoresepesquisa/publicacoes/Paginas/publicacao-detalhe.aspx?publicacao=18572>. Citado na página 28.

RODRÍGUEZ-MARTÍN, I.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J.-J.; YAMAN, H. A branch-and-cut algorithm for the hub location and routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 50, p. 161–174, 2014. Citado na página 34.

SALHI, S.; RAND, G. K. The effect of ignoring routes when locating depots. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 39, n. 2, p. 150–156, 1989. Citado na página 28.

SCHEITHAUER, G.; TERNO, J. The g4-heuristic for the pallet loading problem. *The Journal of the Operational Research Society*, Palgrave Macmillan Journals, v. 47, n. 4, p. 511–522, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 64.

SCHNEIDER, M.; DREXL, M. A survey of the standard location-routing problem. *Annals of Operations Research*, Springer, p. 1–26, 2017. Citado na página 34.

SHEN, Z.-J. M.; QI, L. Incorporating inventory and routing costs in strategic location models. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 179, n. 2, p. 372–389, 2007. Citado na página 42.

SONG, R.; HE, S.; ZHANG, L. Optimum transit operations during the emergency evacuations. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, Elsevier, v. 9, n. 6, p. 154–160, 2009. Citado na página 43.

SOUZA, V. A. A. *Algoritmos para o Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Restrições de Carregamento Bidimensional*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG, Brasil, 2013. Citado na página 38.

TING, C.-J.; CHEN, C.-H. A multiple ant colony optimization algorithm for the capacitated location routing problem. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 141, n. 1, p. 34–44, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 35, 36 e 105.

TOTH, P.; VIGO, D. An overview of vehicle routing problems. In: *The vehicle routing problem*. Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. p. 1–26. Citado na página 37.

TUZUN, D.; BURKE, L. I. A two-phase tabu search approach to the location routing problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 116, n. 1, p. 87–99, 1999. Citado 13 vezes nas páginas 16, 17, 24, 33, 95, 96, 105, 108, 110, 111, 112, 115 e 118.

UYMAZ, S. A.; TEZEL, G.; YEL, E. Artificial algae algorithm (aaa) for nonlinear global optimization. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 31, p. 153–171, 2015. Citado na página 47.

VANDERPLAATS, G. N. Constrained functions of n variables: sequential unconstrained minimization techniques. In: ____. *Numerical optimization techniques for engineering design*. [S.l.]: Colorado Springs, CO, 1999. cap. 5, p. 145–186. Citado na página 72.

WATSON-GANDY, C. D. T.; DOHRN, P. J. Depot location with van salesmen-a practical approach. *Omega*, Elsevier, v. 1, n. 3, p. 321–329, 1973. Citado na página 31.

WEI, L. *et al.* An improved skyline based heuristic for the 2d strip packing problem and its efficient implementation. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 80, p. 113–127, 2017. Citado na página 27.

____. A variable neighborhood search for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 243, n. 3, p. 798–814, 2015. Citado 5 vezes nas páginas 27, 40, 83, 92 e 98.

____. A simulated annealing algorithm for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 265, p. 843–859, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 98.

YU, F. V. *et al.* A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 58, n. 2, p. 288–299, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 35.

YU, V. F.; LIN, S.-Y. A simulated annealing heuristic for the open location-routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 62, p. 184–196, 2015. Citado na página 36.

ZACHARIADIS, E. E.; TARANTILIS, C. D.; KIRANOUDIS, C. T. A guided tabu search for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 195, n. 3, p. 729–743, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.

____. Integrated distribution and loading planning via a compact metaheuristic algorithm. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 228, n. 1, p. 56–71, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 98.

ZHANG, B.; MA, Z.; JIANG, S. Location-routing-inventory problem with stochastic demand in logistics distribution systems. In: IEEE. *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2008. WiCOM'08. 4th International Conference on*. [S.l.], 2008. p. 1–4. Citado na página 42.

ZHANG, X. *et al.* Binary artificial algae algorithm for multidimensional knapsack problems. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 43, p. 583–595, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 27, 47, 48, 51 e 82.