



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO



Ozanan Garcia Mundim Filho

PROJETO DE SISTEMAS DE ENGENHARIA USANDO O *Whale
Optimization Algorithm*

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CATALÃO – GO, 2018

**TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR
VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES
NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: Dissertação Tese

2. Identificação da Tese ou Dissertação:

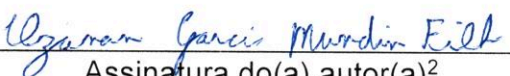
Nome completo do autor: Ozanan Garcia Mundim Filho

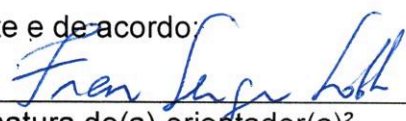
Título do trabalho: Projeto de Sistemas de Engenharia Usando o *Whale Optimization Algorithm*

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.


Assinatura do(a) autor(a)²

Ciente e de acordo:

Assinatura do(a) orientador(a)²

Data: 10 / 12 / 2018

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

² A assinatura deve ser escaneada.

OZANAN GARCIA MUNDIM FILHO

PROJETO DE SISTEMAS DE ENGENHARIA USANDO O *Whale
Optimization Algorithm*

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem e Otimização pela Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão.

Orientador:
Fran Sérgio Lobato

CATALÃO – GO

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Mundim Filho, Ozanan Garcia
Projeto de Sistemas de Engenharia Usando o Whale Optimization Algorithm [manuscrito] / Ozanan Garcia Mundim Filho. - 2018.
xciv, 94 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Fran Sérgio Lobato.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, Catalão, 2018.
Bibliografia.

Inclui siglas, abreviaturas, símbolos, gráfico, tabelas, algoritmos, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Otimização. 2. Sistemas bio-inspirados. 3. Whale optimization algorithm. 4. Problemas de Sistemas de Engenharia. I. Lobato, Fran Sérgio, orient. II. Título.

CDU 517



Defesa Nº 42

Ata de Defesa Pública – Dissertação de Mestrado

Aos 10 dias do mês de Dezembro do ano de 2018, às 10 h: 34 min, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores Dr. Fran Sérgio Lobato (presidente e orientador), Dr. Celso Vieira Abud e o Dr. Davi Leonardo de Souza para, em sessão pública realizada no Laboratório de Simulação de Mecanismos (J-01), da Regional Catalão (RC), da Universidade Federal de Goiás (UFG), procederem com a avaliação do trabalho intitulado: "PROJETO DE SISTEMAS DE ENGENHARIA USANDO O WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM", em nível de Mestrado, área de concentração *Modelagem e Otimização*, de autoria de **Ozanan Garcia Mundim Filho**, discente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização (PPGMO) da UFG/RC. A sessão foi aberta pelo presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca. A seguir, a palavra foi concedida ao discente que, dentro do tempo regulamentar, procedeu a apresentação de seu trabalho. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o candidato, tendo-se adotado o sistema de diálogo sequencial. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação do trabalho. Os membros da banca consideraram o trabalho final: () **Aprovado** ou () **Reprovado**. Cumpridas as formalidades de pauta, às 12 h: 20 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Fran Sérgio Lobato, lavrei a presente Ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente e, posteriormente, será homologada pelo Colegiado do PPGMO.

Catalão-GO, 10 de Dezembro de 2018.

Prof.(a) Dr.: Fran Sérgio Lobato
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e
Otimização, UFG/RC.
(Presidente da Banca)

Prof.(a) Dr.: Celso Vieira Abud
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e
Otimização, UFG/RC.

Prof.(a) Dr.: Davi Leonardo de Souza
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Discente: Ozanan Garcia Mundim Filho
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e
Otimização, UFG/RC.

Agradecimentos

A Deus, por todas as oportunidades e aprendizados.

Ao Prof. Dr. Fran Sérgio Lobato, pela orientação deste trabalho, por sempre estar disponível e disposto a ajudar e transmitir seu conhecimento, pelo companheirismo, pela confiança, e profissionalismo.

A minha noiva Raquel, por sempre me incentivar a ser uma pessoa melhor, pelo exemplo de carinho, amor e amizade.

Aos meus pais Ozanan e Maria de Fátima, por todo apoio, preocupação e amor, por estarem sempre presentes, mesmo que a distância.

A minha cunhada Fernanda, que me incentivou a ingressar no programa e por todo auxílio durante a minha formação.

Aos professores do PPGMO pela contribuição na minha formação e auxílio nas dificuldades.

A FAPEG por financiar e apoiar este trabalho.

Embora ninguém possa voltar atrás e fazer um novo começo, qualquer um pode começar agora e fazer um novo fim. (Francisco do Espírito Santo)

RESUMO

MUNDIM FILHO, O. G; LOBATO, F. S. *Projeto de Sistemas de Engenharia Usando o Whale Optimization Algorithm*. 2018. 94 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem e Otimização) – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

A formulação e a resolução de problemas de otimização configura uma linha de pesquisa de grande aplicabilidade, com destaque para o projeto de sistemas de engenharia. Tradicionalmente, a resolução desses problemas pode ser realizada considerando dois tipos de abordagens, a saber, as clássicas e as Meta-Heurísticas. Como exemplo dessa última classe pode-se citar uma recente técnica bio-inspirada na natureza, o *Whale Optimization Algorithm* (WOA). Essa estratégia evolutiva consiste na geração de candidatos à solução de problemas de otimização através da simulação dos movimentos de baleias jubarte em busca de alimentos. Todavia, por se tratar de uma nova técnica de otimização, o WOA requer a continuidade dos estudos de forma a melhorar o seu desempenho em problemas com maior complexidade. Diante disso, a presente contribuição tem por objetivo propor a estratégia *Adaptive Whale Optimization Algorithm* (AWOA), que atualiza os parâmetros internos do WOA considerando uma estratégia baseada no conceito de taxa de convergência e propõe um operador cognitivo-social como alternativa para a geração de candidatos. A metodologia é aplicada a uma série de problemas matemáticos e no projeto de sistemas de engenharia. Os resultados obtidos com esta nova abordagem demonstram que o AWOA apresentou desempenho, no mínimo, equivalente ao WOA, mas sem aumentar consideravelmente o custo computacional quando comparado com outras estratégias evolutivas.

Palavras-chaves: Otimização, Sistemas bio-inspirados, *Whale Optimization Algorithm*, Problemas de sistemas de engenharia.

ABSTRACT

MUNDIM FILHO, O. G; LOBATO, F. S. *Engineering System Design Using Whale Optimization Algorithm*. 2018. 94 f. Master Thesis in Modelling and Optimization – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

The formulation and solution of optimization problems configures a research line of great applicability, with emphasis in engineering systems design. Traditionally, the solution of these problems can be found by considering classical and metaheuristics methods. As an example of this last class we can cite a recent bio-inspired technique, the Whale Optimization Algorithm (WOA). This evolutive strategy consists in generating candidates to solve optimization problems through simulation of movements of humpback whales in search for food. However, this recent optimization technique requires new studies in order to improve its performance in problems more complex. Therefore, the present contribution aims to propose the Adaptive Whale Optimization Algorithm (AWOA), that consists in updating the internal parameters of WOA considering the concept of convergence rate and a cognitive-social operator as alternative to generate potential candidates. The methodology is applied to mathematical problems and to engineering systems design. The results obtained demonstrate that the AWOA presented good performance in relation to WOA, but without increasing considerably the computational cost when compared to other evolutionary strategies.

Keywords: Optimization, Bio-inspired systems, Whale Optimization Algorithm, Engineering Systems Design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Comportamento de caça das baleias jubarte	37
Figura 3.2 – Operador de Presas Circundantes	39
Figura 3.3 – Operador de Busca pela Presa	41
Figura 3.4 – Fluxograma para decisão do operador a ser utilizado por cada baleia.	42
Figura 3.5 – Variação do parâmetro a em relação ao número de gerações	43
Figura 3.6 – Gráfico da função objetivo f	43
Figura 3.7 – Variação do parâmetro a_2 em relação ao número de gerações	45
Figura 3.8 – Influência do tamanho da população na qualidade da solução obtida pelo WOA	50
Figura 3.9 – Influência do número de gerações na qualidade da solução obtida pelo WOA	51
Figura 3.10 – Variação do parâmetro A considerando as sementes 0, 4 e 8	52
Figura 3.11 – Variação do parâmetro C considerando as sementes 0, 4 e 8	53
Figura 4.1 – Evolução dos parâmetros a e a_2 ao longo das gerações considerando o WOA	57
Figura 4.2 – Taxa de convergência para os parâmetros a e a_2 no AWOA	58
Figura 4.3 – Evolução dos parâmetros a e a_2 ao longo das gerações considerando o WOA	58
Figura 4.4 – Fluxograma para decisão do operador a ser utilizado por cada baleia no AWOA.	61
Figura 5.1 – Mola sob tração/compressão	67
Figura 5.2 – Viga soldada	71
Figura 5.3 – Redutor de velocidade	72
Figura 5.4 – Vaso de pressão	75
Figura 5.5 – Perfis de fluxo mássico e de temperaturas no reator para $T_0=694$ K	80
Figura 5.6 – Perfis de umidade do sólido (M) e do gás (W) considerando a solução ob- tida pelo AWOA	84
Figura 5.7 – Perfis de temperatura do sólido (T_s) e do gás (T_f) considerando a solução obtida pelo AWOA	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – População inicial e avaliação da função objetivo considerados pelo algoritmo WOA	44
Tabela 3.2 – População atualizada segundo os operadores do WOA	48
Tabela 3.3 – Influência dos parâmetro considerados pelo WOA para a função teste . . .	49
Tabela 4.1 – Influência do operador proposto para a atualização dos parâmetros a e a_2 na qualidade da solução obtida pelos algoritmos WOA e AWOA	62
Tabela 4.2 – Influência do operador proposto para a atualização dos parâmetros a e a_2 na qualidade da solução obtida pelos algoritmos WOA e AWOA	63
Tabela 5.1 – Resultados obtidos com a aplicação do WOA e do AWOA aos estudos de caso matemáticos	67
Tabela 5.2 – Resultado obtidos com a aplicação do WOA e do AWOA no problema da mola sob tração/compressão	68
Tabela 5.3 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema da mola sob tração/compressão	69
Tabela 5.4 – Resultados obtidos com a aplicação do WOA ao problema viga soldada . .	71
Tabela 5.5 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema da viga soldada	72
Tabela 5.6 – Resultados obtidos com a aplicação do WOA e o AWOA ao problema do redutor de velocidade	74
Tabela 5.7 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema do redutor de velocidade	74
Tabela 5.8 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema do problema do vaso de pressão	76
Tabela 5.9 – Resultados obtidos com a aplicação do AWOA ao problema do vaso de pressão	77
Tabela 5.10 – Resultados obtidos pelas estratégias WOA e AWOA para $T_0=694$ K	80
Tabela 5.11 – Condições operacionais consideradas no projeto do secador	83
Tabela 5.12 – Resultados obtidos pelos algoritmos WOA e AWOA para $T_0=694$ K	84
Tabela 5.13 – Comparativo entre os resultados apresentados pelo WOA e o AWOA.	86

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1 – Pseudo-código da estratégia WOA	41
Quadro 4.1 – Pseudo-código da estratégia AWOA	60

LISTA DE SÍMBOLOS

A — Parâmetro utilizado para os operadores do WOA e AWOA NA Equação 3.1 e Área da seção transversal do secador na Equação 5.19a

a_2 — Parâmetro utilizado para os operadores do WOA e AWOA

b — Espessura da viga na Equação 5.8a e constante que define a espiral logaritmica do operador de Neutralização das Bolhas na Equação 3.2

b_1 — Largura da face

C — Parâmetro utilizado para os operadores do WOA e AWOA

C — Custo

C_{pf} — Capacidade térmica do gás de alimentação

C_p — Calor específico

C_{pg} — Capacidade térmica do gás de reação

d — Diâmetro do fio que forma a espira da mola

D — Diâmetro da mola

D_t — Diâmetro interno do tambor

d_1 — Diâmetro do primeiro eixo

d_2 — Diâmetro do segundo eixo

f — Fluido na Equação 5.14c e função objetivo na Equação 3.6

f_a — Atividade do catalisador

$f_{average}$ — Valor média da função objetivo da população

f_{worst} — Pior valor da função objetivo da população

G — Vazão mássica

G_{SU} — Vazão de sólidos úmido

g_j — Restrições de desigualdade

h — Espessura da solda na Equação 5.8a e entalpia na Equação 5.14c

H — Carga total do secador

h_k — Restrições de igualdade

i — Geração corrente

k — Geração corrente

k_p — Constante do processo

k_1 — Constantes de taxa

k_2 — Constante de taxa

l — Comprimento da solda na Equação 5.8a e Líquido na Equação 5.14c

L — altura do componente cilíndrico na Equação 5.11a e comprimento total do tambor na Equação 5.14c

l_1 — Comprimento do primeiro eixo entre os rolamentos

l_2 — Comprimento do segundo eixo entre os rolamentos

m — módulo da carga suportada dos dentes

M — Umidade do sólido

MM_{ar} — Massa molecular do ar

M_{eq} — Umidade de equilíbrio

m_p — Constante do processo

n — Número de variáveis de projeto

N — Número de espirais ativos na mola

N_{gen} — Número de gerações

n_{eval} — Número de avaliações da função objetivo

N_{N_2} — Número de moles de nitrogênio

n_1 — Número de dentes

P — Pressão do processo

p_b — Melhores soluções locais

p_g — Melhores soluções globais

p_t — Probabilidade de troca

r — Vetor aleatório entre 0 e 1

R — Raio interno do vaso na Equação 5.11a, constante dos gases ideais nas Equações 5.13a e 5.19a

R_w — Taxa de secagem

s — Sólido

S_1 — Área de superfície dos tubos de resfriamento por unidade de comprimento do reator

S_2 — Área da seção transversal da zona do catalisador

t — largura da viga na Equação 5.8a e tempo de residência na Equação 5.14c

T — Temperatura

T_{amb} — Temperatura ambiente

TC — Taxa de convergência

T_f — Temperatura do gás de alimentação

T_g — Temperatura do gás de reação

T_h — Espessura da tampa

T_s — Espessura do vaso de pressão

T_0 — Temperatura de referência

U — Coeficiente global de transferência de calor

U_a — Coeficiente de transferência volumétrica

UR — Umidade relativa

v — Vapor

V — Volume

v_{ar} — Velocidade do fluido

X — Vetor posição atual

x_L — Comprimento do Reator

X^* — Melhor solução até a geração corrente

W — Peso nas Equações 5.10a e 5.11a e fluxo mássico na Equação 5.13a

z — Coordenada cartesiana adimensional

— **Letras Gregas**

λ — Calor latente de vaporização da água

ω — Fator de inércia

Y — Desvio padrão

Σ — Média

ΔH — Calor de reação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
2	O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	29
2.1	Definição	29
2.2	Formulação Matemática	30
2.3	Classificação dos Métodos de Otimização	30
2.4	Algoritmos Bio-Inspirados	32
2.4.1	Algoritmo Genético	32
2.4.2	Recozimento Simulado	33
2.4.3	Enxame de Partículas	33
2.4.4	Colônia de Vagalumes	34
2.4.5	Colônia de Abelhas	34
2.4.6	Colônia de Formigas	35
2.4.7	Colônia de Morcegos	36
3	<i>WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM</i>	37
3.1	Operador de Presas Circundantes	38
3.2	Operador de Neutralização das Bolhas	39
3.3	Operador de Busca Pela Presa	40
3.4	Avaliação dos Operadores do WOA	42
3.5	Análise de Sensibilidade	48
4	<i>ADAPTIVE WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM</i>	55
4.1	Atualização dos Parâmetros do WOA	56
4.2	Operador Cognitivo-Social	59
4.3	Análise dos Operadores Propostos	60
4.3.1	Atualização dos Parâmetros a e a_2	62
4.3.2	Atualização da População via Operador Cognitivo-Social	62
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	65
5.1	Aplicações Matemáticas	65
5.2	Projetos de Sistemas de Engenharia	67
5.2.1	Mola Sob Tração/Compressão	67

5.2.2	Viga Soldada	70
5.2.3	Redutor de Velocidade	72
5.2.4	Vaso de Pressão	75
5.2.5	Reator de Amônia	76
5.2.6	Secador Rotativo	81
5.2.7	Consolidado dos Resultados	85
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	87
	REFERÊNCIAS	89

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O estudo de problemas de otimização vêm desde a antiguidade e se torna um tema cada vez mais atual com o passar dos tempos. Isto se deve a quantidade de aplicações que podem ser realizadas em diferentes campos da ciência. Em linhas gerais, pode-se definir a otimização como sendo uma ferramenta capaz de determinar a melhor configuração possível de uma dada tarefa de modo que a máxima eficiência do mesmo possa ser extraída, sem que todas as configurações possíveis tenham que ser avaliadas (SARAMAGO, 2003). A otimização está presente no cotidiano das pessoas, mesmo que intuitivamente. Um exemplo dessa aplicabilidade está no fato das pessoas programarem as tarefas que devem ser realizadas no dia, na semana ou no mês. Assim, mesmo que não seja resolvido um problema matemático, intuitivamente, as pessoas determinam a sequência de atividades baseando-se em sua experiência.

Uma das classes de problemas de otimização mais estudados no cenário atual consiste no projeto de sistemas de engenharia. Nesse tipo de estudo de caso, o problema a ser resolvido é escrito em termos de equações que representam os balanços de massa, energia e quantidade de movimento, bem como relações empíricas, de projeto, geométricas, limitações ambientais, entre outras (YAN; CHU; WANG, 2017; GANDOMI; YANG; ALAVI, 2013). Ressalta-se que nesses problemas os modelos são, naturalmente, complexos devido ao caráter multi-dimensional, a presença de não-linearidades e a possibilidade de existirem múltiplos objetivos.

A resolução numérica dos problemas de otimização pode ser obtida através da aplicação de dois tipos de abordagens, a saber, a Clássica (Determinística) e a Meta-Heurística (Não-Determinística). A principal diferença entre as duas metodologias está no fato de que a Abordagem Clássica faz uso de informações sobre o gradiente da função objetivo e das restrições para a determinação de um novo candidato à solução do problema de otimização. Por outro lado, a Meta-Heurística consiste na utilização de procedimentos que se baseiam em imitar o comportamento social de espécies encontradas na natureza, em analogias com

processos naturais (químicos, físicos ou biológicos) ou em estratégias puramente estruturais.

Nas últimas décadas têm-se observado grande aplicabilidade das Meta-Heurísticas em diferentes estudos de casos da ciência e engenharia. Isto justifica-se pelo fato destes serem de fácil implementação, de fácil concepção conceitual, por serem reconhecidos como estratégias de otimização de busca global e por serem capazes de obter a curva de Pareto (solução do problema de otimização multi-objetivo) em uma única execução (SARAMAGO, 2003; LOBATO *et al.*, 2008). Dentre as inúmeras Meta-Heurísticas que podem ser encontradas na literatura especializada, pode-se citar o *Whale Optimization Algorithm* (WOA), proposto recentemente por Mirjalili e Lewis (2016) para resolver problemas de otimização mono-objetivos. De forma geral, essa técnica de otimização baseia-se em realizar uma analogia entre o comportamento de caça das baleias jubarte e a busca pela posição no espaço de projeto onde localiza-se a solução ótima do problema (localização da fonte de comida). Para essa finalidade o WOA relaciona o valor da função objetivo com a quantidade de alimento disponível, bem como associa o movimento realizado pelas baleias à operadores matemáticos.

Embora o WOA seja uma estratégia de otimização recente, várias aplicações podem ser encontradas na literatura. Mirjalili e Lewis (2016) aplicaram o WOA em uma série de problemas matemáticos e em alguns problemas de engenharia, em que o seu desempenho é comparado com outras estratégias evolutivas. Rohani *et al.* (2016) aplicou o WOA para o planejamento do fluxo de trabalho em pátios de construção civil. Nesse estudo considerou-se como objetivos a minimização dos custos e do tempo de operação e uma rotina para a simulação dos locais no pátio em que geravam-se maior conflito de tempo e espaço. Zamani e Nadimi-Shahraki (2016) aplicaram o WOA como ferramenta para auxílio no diagnóstico de doenças. Prakash e Lakshminarayana (2016) adaptaram o WOA para resolver um problema de otimização multi-objetivo que consistia em encontrar o local ótimo para posicionar e dimensionar capacitores em sistemas de distribuição radial, onde considera-se como objetivos a minimização das perdas de energia, a maximização da confiabilidade do sistema e a minimização dos custos de operação. Dao, Pan e Pan (2016) também adaptaram o algoritmo para resolver problemas multi-objetivos para a determinação do caminho a ser percorrido por robôs móveis. Trivedi *et al.* (2016) elaboraram uma nova técnica de busca para o WOA para acelerar o processo de convergência do algoritmo baseada na adaptação dos parâmetros. Já Reddy, Reddy e Manohar (2017) utilizaram o WOA para minimizar a perda de energia e a melhoria do perfil de tensão dos geradores de energia. Sastry e Akhila (2017) utilizaram o WOA para otimizar a direção de chegada e polarização do sinal em sistemas elétricos. Já Mostafa *et al.* (2017) aplicaram o algoritmo em problemas de ressonância magnética. Medani, Sayah e Bekrar (2017) utilizaram o WOA para a otimização de um problema que minimiza a perda de energia em sistemas de redes de energia. Oliva, Aziz e Hassanien (2017) realizam uma adaptação dos parâmetros do WOA para a estimação de parâmetros de célu-

las fotovoltaicas. Mundim, Lobato e Souza (2017) otimizaram as condições operacionais em um reator empregado para a produção de amônia usando o WOA com operadores propostos para a atualização dinâmica dos seus parâmetros. Abdel-Basset *et al.* (2018) propuseram a hibridização do WOA com um algoritmo de busca local para resolver o problema de programação em sistemas *flowshop*. O WOA também foi aplicado em problemas para otimização da performance de sistemas de energia fotovoltaica, com o rastreamento do ponto de potência máxima e com a melhora da resposta de tensão dinâmica (HASANIEN, 2018). Mehne e Mirjalili (2018) propuseram a paralelização do WOA para fins da redução do tempo associado a sua execução na resolução de problemas de controle ótimos. Ala'M *et al.* (2018) associaram o WOA com um modelo de *machine learning* para detecção de perfis de *spam* em redes sociais *online*. Também pode ser destacada a aplicação do WOA em problemas de fluxo máximo (MASADEH; ALZAQEBAH; SHARIEH, 2018).

Apesar da aplicabilidade do WOA em diferentes contextos, essa recente estratégia de otimização ainda deve ser melhor avaliada em termos de seus operadores, bem como na resolução de outros estudos de caso. Diante do que foi apresentado, a presente contribuição tem por objetivo principal propor o *Adaptive Whale Optimization Algorithm* (AWOA) para a resolução de problemas de otimização. Os objetivos específicos deste trabalho são avaliar o desempenho do WOA e do AWOA em problemas matemáticos e de engenharia, bem como com outras estratégias de otimização, propor uma nova abordagem para atualização dos parâmetros do algoritmo considerando o conceito da taxa de convergência, propor um operador cognitivo-social como alternativa para a geração de candidatos em potencial à solução do problema de otimização e analisar a sensibilidade dos parâmetros do WOA e do AWOA.

O trabalho está estruturado como segue. No Capítulo 2 é realizada uma breve revisão sobre os conceitos relacionados com a formulação do problema de otimização, bem como a sua classificação. No Capítulos 3 é apresentada a descrição do WOA, com ênfase para a descrição de cada um dos operadores e da análise de sensibilidade dos seus parâmetros. No Capítulo 4 é apresentada a metodologia proposta para atualizar os parâmetros do WOA, o qual resulta em uma nova estratégia de otimização, a saber, o AWOA. No Capítulo 5 a metodologia proposta é aplicada a estudos de caso matemáticos e no projeto de sistemas de engenharia, respectivamente. As conclusões são apresentadas no último capítulo.

Capítulo 2

O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

2.1 Definição

Conceitualmente, a otimização visa melhorar algo que já existe ou criar algo novo, buscando a máxima eficiência e o menor custo, mas sem ter que testar todas as possibilidades envolvidas no processo (SARAMAGO, 2003). Devido a essa característica a otimização é capaz de solucionar problemas de diversas áreas de conhecimento, dentre as quais pode-se citar as aplicações industriais. Alguns exemplos são os problemas de planejamento e programação da produção, o roteamento de veículos, os sistemas de distribuição de energia elétrica e os projetos estruturais, dentre outros. A otimização é capaz de resolver problemas mono-objetivos, em que o problema possui apenas um objetivo, como também resolver problemas multi-objetivos, em que deve-se otimizar um vetor de objetivos. Nesse caso, encontra-se um conjunto de pontos ditos não dominados que atenda a todos os objetivos de maneira balanceada (solução de compromisso) (ARROYO *et al.*, 2002).

Segundo Saramago (2003), a otimização apresenta algumas vantagens, dentre as quais a principal é a redução do tempo dedicado ao projeto, pois não é necessário testar todas as possibilidades envolvidas. Por outro lado, ainda segundo o autor, a otimização apresenta algumas limitações, dentre as quais pode-se citar: *i*) o aumento do tempo e o aumento do custo computacional quando a complexidade do problema cresce (aumento da dimensão do problema e da não-linearidade associada ao estudo de caso em análise); *ii*) a possibilidade de ter que tratar de funções multi-modais, isto é, funções que apresentam mínimos locais; *iii*) a presença de variáveis mistas (reais, inteiras, discretas e binárias); e *iv*) a presença de descontinuidades nas funções analisadas (LOBATO *et al.*, 2008).

Nesta seção é apresentado uma breve revisão sobre os problemas de otimização, como é sua formulação matemática, a classificação dos métodos de otimização e alguns métodos bioinspirados.

2.2 Formulação Matemática

Em linhas gerais, resolver um problema de otimização consiste em determinar o valor do vetor de variáveis de busca ou decisão, de modo a minimizar ou maximizar uma função objetivo (ou um vetor de funções objetivo), sujeito a um vetor de restrições que formam o espaço de busca ou projeto, composto por restrições laterais ou domínio das variáveis de projeto, restrições de igualdade e/ou desigualdade, restrições diferenciais, restrições integro-diferenciais, entre outras. Matematicamente, o problema de otimização mono-objetivo e com restrições algébricas pode ser definido como segue (VANDERPLAATS, 1999):

$$\min f(X), \quad (2.1)$$

sujeito à:

$$g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m, \quad (2.2a)$$

$$h_k(X) = 0, \quad k = 1, \dots, l, \quad (2.2b)$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.2c)$$

em que $f(X)$ é a função objetivo, $g_j(X)$ representam as j -ésimas restrições de desigualdade, $h_k(X)$ representam as k -ésimas restrições de igualdade, X_i é o vetor de variáveis de busca (ou projeto), onde os índices L e U representam os limites laterais inferior e superior (domínio das variáveis de projeto), respectivamente.

2.3 Classificação dos Métodos de Otimização

Os métodos propostos para resolver os problemas de otimização podem ser classificados em duas grandes classes: a Clássica (Determinística) e a Meta-Heurística (Não-Determinística) (VANDERPLAATS, 1999). Os Métodos Clássicos consistem na utilização de informações sobre o gradiente da função objetivo e das restrições para a determinação da direção de busca e, conseqüentemente, da solução ótima. Esse tipo de metodologia possui como característica básica a busca pela solução ótima a partir de uma estimativa inicial (definida pelo usuário) e, na medida em que são realizadas as iterações, informações sobre o gradiente da função objetivo e das restrições são utilizadas para a determinação de um novo candidato à solução ótima para o problema em análise. Essa classe pode ser subdividida em duas grandes sub-classes, a saber, os Métodos Indiretos (de ordem zero, de primeira ordem e de segunda ordem) e os Métodos Diretos.

Os Métodos Indiretos consistem na transformação do problema original multi-dimensional e restrito em um equivalente mono-dimensional e irrestrito a partir da aplicação de determinadas estratégias. Como principais representantes desse tipo de abordagem pode-se citar

o Método de Powell, o Método da Máxima Descida, os Métodos da Variável Métrica, o Método de Newton e o Método de Levenberg-Marquardt (VANDERPLAATS, 1999; LOBATO *et al.*, 2008). Por outro lado, os Métodos Diretos tem como principal característica o tratamento direto do problema original (multi-dimensional e restrito). Como principais representantes dessa classe pode-se citar o Método Simplex, o Método da Programação Linear Sequencial e o Método da Programação Quadrática Sequencial (VANDERPLAATS, 1999; LOBATO *et al.*, 2008).

De acordo com Vanderplaats (1999), os Métodos Clássicos apresentam as seguintes vantagens: *i*) rápida taxa de convergência, desde que a estimativa inicial esteja próxima ao ponto ótimo; *ii*) menor número de avaliações quando comparado com os métodos baseados em população; e *iii*) a condição de otimalidade pode ser demonstrada matematicamente, diferentemente dos métodos baseados em população. Entretanto, essa abordagem apresenta algumas desvantagens: *i*) investem todo o esforço computacional em um único ponto (estimativa inicial), o que levar a um elevado número de iterações ou a divergência; *ii*) na sua grande maioria, não são capazes de lidar com problemas de variáveis mistas (inteiras, binárias, discretas e contínuas) simultaneamente; *iii*) fazem o uso do gradiente da função objetivo e das restrições, o que aumenta o esforço computacional principalmente quando é necessário resolver problemas mais complexos; e *iv*) não são capazes de obter a curva de Pareto em uma única execução (LOBATO *et al.*, 2008; VANDERPLAATS, 1999).

Por outro lado, as Meta-Heurística são baseadas, em sua grande maioria, na analogia com processos (físicos, químicos, biológicos) que ocorrem na natureza de modo a imitar o comportamento social de espécies (DEB, 2001; LOBATO *et al.*, 2008). Apresentam como principal característica o fato de não fazerem uso de informações sobre o gradiente da função objetivo e das restrições para a obtenção da solução ótima. Além disso, a grande maioria destes métodos fundamentam-se no uso de uma população de candidatos, e não de um único ponto como acontece com os Métodos Clássicos. Assim, partindo-se de uma população inicial gerada de forma aleatória, na medida que o número de gerações é incrementado, cada um desses métodos faz uso de uma determinada abordagem para que essa população possa interagir e evoluir no sentido de se tornar homogênea (geralmente quando o número de gerações tende a infinito) em torno da solução ótima global (LOBATO *et al.*, 2008).

Como principais vantagens pode-se citar (LOBATO *et al.*, 2008): *i*) são reconhecidas como métodos de busca global, isto é, tem a capacidade de escapar de ótimos locais, diferentemente dos Métodos Clássicos; *ii*) podem ser facilmente adaptados para lidar com problemas com restrições e com variáveis mistas; *iii*) não investem todo o esforço computacional em um único ponto; e *iv*) são capazes de construir a curva de Pareto em uma única execução, tornando-os interessantes para lidar com problemas de otimização multi-objetivos. Por outro lado, como principais desvantagens pode-se citar: *i*) o elevado número de avaliações da função objetivo requeridas em relação as abordagens clássicas; *ii*) pos-

suem maior número de parâmetros que devem ser definidos em relação aos Métodos Clássicos; *iii*) o resultado final é função da semente e do tipo de gerador de números aleatórios considerados (por este motivo são necessárias várias simulações considerando diferentes sementes para que os valores médios possam ser obtidos); e *iv*) não apresentam nenhum tipo de demonstração matemática.

2.4 Algoritmos Bio-Inspirados

Dentro das Meta-Heurísticas tem-se a classe dos Métodos Bio-Inspirados, isto é, abordagens que se fundamentam em desenvolver algoritmos baseados em analogias com os fenômenos que acontecem na natureza de forma a explorar a inteligência dos enxames (análise do comportamento social de organismos vivos). Esses algoritmos exibem uma capacidade de auto-organização e controle descentralizado, em que a busca pela solução do problema é realizada a partir da interação entre os indivíduos que fazem parte do sistema (MENEZES; FREITAS; PARPINELLI, 2016). A seguir será apresentada uma breve revisão de alguns dos principais Métodos Bio-Inspirados já propostos.

2.4.1 Algoritmo Genético

Dentre os algoritmos bio-inspirados listados na literatura, o primeiro proposto foi o Algoritmo Genético. Esse é inspirado em mecanismos de seleção natural e na genética de populações para desenvolver estratégias para gerar candidatos à solução do problema de otimização. As primeiras implementações, a literatura especializada procurou estabelecer uma analogia entre um problema de otimização e a nomenclatura empregada no contexto da genética das populações. Nessa nomenclatura, um cromossomo representa o vetor de variáveis de projeto e um gene representa uma unidade do cromossomo (variável de projeto). Cada gene é composto por alelos, desta forma, com a alteração de algum alelo do gene é possível alterar o valor da variável de projeto, em consequência, pode-se encontrar outro valor para a função objetivo (BRAGA, 1998).

O funcionamento do algoritmo segue os seguintes passos (SARAMAGO, 2003): *i*) definir as características e os parâmetros do algoritmo (função objetivo, restrições, variáveis de projeto, tamanho da população, número de gerações, probabilidades de cruzamento e mutação); *ii*) gerar uma população inicial de forma aleatória e de acordo com os limites estabelecidos pelo usuário; *iii*) aplicar os operadores de seleção, cruzamento e mutação para a geração de uma nova população e *iv*) gerar uma nova população definida a partir de candidatos das duas populações, a de entrada e a de saída. Este procedimento é repetido até que um número de gerações seja alcançado.

O operador genético para a reprodução utiliza a probabilidade acumulada referente aos valores da função objetivo encontradas para cada candidato para definir quais destes

possuem maiores chances de sobrevivência. O cromossomo que apresenta maior valor da função objetivo (para um problema de maximização) apresenta maiores chances de sobreviver e passar seu material genético para outras gerações. Os operadores genéticos de cruzamento e mutação modificam os candidatos de forma a aumentar a capacidade de exploração do espaço de projeto. A diferença entre os dois operadores é que o de mutação inverte parte do material genético entre dois cromossomos e o operador de mutação altera-se apenas um alelo do cromossomo (CHAKOR; DATE, 2016).

Vale destacar que os primeiros algoritmos genéticos foram desenvolvidos a partir da utilização de codificação binária. Todavia, devido a alocação de memória requerida por este tipo de abordagem, logo foram desenvolvidos algoritmos que trabalhavam com codificação real.

2.4.2 Recozimento Simulado

O algoritmo de Recozimento Simulado (do inglês *Simulated Annealing*) foi proposto por Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi (1983). Esse algoritmo foi inspirado no processo de recozimento de materiais, como o vidro e o aço. Neste tipo de processo, inicialmente os materiais são aquecidos em altas temperaturas e em seguida são resfriados de forma lenta, com o objetivo de tornar o material mais resistente e estável (SARAMAGO, 2003).

Em termos de implementação, para representar o processo de recozimento foi definido o parâmetro temperatura, de modo que o seu valor pudesse ser reduzido ao longo das gerações de forma a representar o processo de recozimento. Para reduzir o valor desse parâmetro é utilizado um procedimento chamado *cooling schedule*. Destaca-se que no algoritmo existe um procedimento que o auxilia a escapar de mínimos locais a partir da escolha de uma solução que não seja a melhor encontrada até o momento (procedimento de Metropolis (METROPOLIS *et al.*, 1953)). No início do processo, a temperatura é alta e a probabilidade do algoritmo aceitar uma solução que não seja a melhor até o momento é maior. Por outro lado, na medida que a temperatura diminui a probabilidade do algoritmo explorar novos locais é reduzida (GONZALES; SANTOS; NETO, 2018).

2.4.3 Enxame de Partículas

Um outro representante bem difundido na literatura especializada é o Algoritmo de Enxame de Partículas (do inglês *Particle Swarm Optimization* - PSO). Esse algoritmo, desenvolvido por Kennedy e Eberhart (1995), foi inspirado no comportamento social observado em algumas espécies de pássaros. O PSO utiliza uma teoria social e cognitiva para com seus indivíduos. Cada indivíduo possui uma interação social com sua vizinhança, dessa forma eles sabem como é o comportamento de seus vizinhos, por isso a teoria social. Como também cada indivíduo é capaz de estimar sua própria experiência individual, por isso a teoria cog-

nitiva. Dessa maneira, a tomada de decisão de cada indivíduo é realizada levando em consideração seus conhecimentos sociais e suas experiências individuais (KENNEDY; EBERHART; SHI, 2001b; SHI *et al.*, 2001).

Os indivíduos do PSO levam em consideração três princípios para definir seu comportamento: *i*) avaliar (os indivíduos avaliam o ambiente para estimar seu comportamento); *ii*) comparar (os indivíduos comparam o comportamento da população ao seu redor) e *iii*) imitar (os indivíduos imitam o comportamento da população ao seu redor). Ressalta-se que esses comportamentos são característicos em organizações sociais humanas (SHI *et al.*, 2001).

No algoritmo PSO cada indivíduo é considerado como uma partícula, isto é, um candidato a solução do problema de otimização. Dessa maneira, cada partícula representa uma posição no espaço de busca que vai sendo atualizada a partir de informações da velocidade, do deslocamento e de sua melhor posição dentre todas as gerações. Assim, informações sobre o histórico das interações entre os indivíduos da população são considerados para aumentar a chance de obtenção da melhor solução possível (SOESANTI; SYAHPUTRA, 2016).

2.4.4 Colônia de Vagalumes

O Algoritmo de Colônia de Vagalumes também é um representante clássico no contexto das estratégias bio-inspiradas. Esse algoritmo, proposto por Yang (2010a), é fundamentado no comportamento social de vagalumes na etapa de acasalamento para a geração de candidatos em potencial a solução do problema de otimização. Conceitualmente, o algoritmo considera a capacidade de bioluminescência observada em determinadas espécies de vagalumes. Esse diz respeito a intensidade de luz com que os vagalumes emitem, sendo este um parâmetro para avaliar a sua posição em função do valor do objetivo considerado. Além disso, esta bioluminescência também apresenta outras características, dentre as quais pode-se citar: *i*) emissão de luz para encontrar parceiros para o acasalamento; *ii*) atrair presas e *iii*) afugentar prováveis predadores (MOHANTY, 2016).

No algoritmo desenvolvido por Yang (2010a) foi considerado que os vagalumes não possuem sexo, portanto, todos os vagalumes podem atrair ou serem atraídos. Além disso, que a atratividade relacionada aos vagalumes é proporcional ao brilho emitido por cada vagalume, sendo que o brilho decai a medida que a distância aumenta e a intensidade do brilho de cada vagalume é proporcional ao seu valor aplicado a função objetivo, isto é; quanto melhor avaliado o vagalume, maior o seu brilho e maior sua atratividade.

2.4.5 Colônia de Abelhas

O Algoritmo de Colônia de Abelhas, proposto por Lucic e Teodorovic (2001), é inspirado no comportamento de colônia de abelhas em busca de insumos para produção de mel. Do ponto de vista da analogia entre o processo físico e o de otimização, destaca-se que as

abelhas podem procura alimentos em grandes distâncias a partir de sua colmeia (em torno de 10km), o que representa, na prática, o processo de busca global nas estratégias de otimização. Além disso, também pode ser enfatizado a capacidade de comunicação que existe nas colmeias, com destaque para a denominada *waggle dance*, que é uma dança que as abelhas realizam para se comunicar entre elas. A analogia entre o processo de busca por alimento e o processo de otimização pode ser descrito como segue. Após a procura por alimentos, as abelhas destacadas para essa tarefa retornam a colmeia. Estas se comunicam com a abelha rainha através da *waggle dance* de forma a compartilhar informações sobre o processo de busca, isto é; em quais locais há uma maior disponibilidade de alimentos. Assim, após a etapa de comunicação, a abelha rainha promove a busca local nas melhores regiões encontradas por meio do envio de novos grupos para a exploração desses locais (SONMEZ; AKGÜNGÖR; BEKTAŞ, 2017).

Segundo Karaboga e Basturk (2008), o algoritmo é dividido em três componentes e dois comportamentos. Os componentes são as fontes de alimento, as abelhas responsáveis pela busca global e as abelhas responsáveis pela busca local e os comportamentos consistem em recrutar uma fonte de alimento ou abandonar. O valor das fontes de alimentos é calculado a partir de alguns fatores, como a proximidade da colmeia, a quantidade de alimento e a facilidade em coletar o alimento. As abelhas responsáveis pela busca global, como o próprio nome diz, serão alocadas no processo de busca por novas regiões em potencial. Por outro lado, aquelas regiões com maior quantidade de alimentos serão exploradas pelas abelhas recrutadas para o processo de busca local.

2.4.6 Colônia de Formigas

O Algoritmo de Colônia de Formigas foi proposto por Dorigo, Maniezzo e Colorni (1991) com o objetivo de resolver o problema do caixeiro viajante. Ele é inspirado no comportamento de busca por comida em que os caminhos percorridos pelas formigas são delimitados pelo depósito de feromônio. Quanto maior a quantidade de feromônios no caminho, maior a probabilidade das formigas optarem por realizar o mesmo percurso. Os feromônios são depositados pelas formigas no chão durante o caminho entre o formigueiro e a fonte de alimento. Os caminhos mais curtos possuem mais feromônios do que os caminhos mais longos, dessa forma, as formigas tendem a escolher o caminho mais curto.

No algoritmo proposto, cada formiga vai de um local à outro, como também caminha aleatoriamente buscando novas regiões, liberando feromônios durante o percurso. O caminho a ser percorrido entre os locais é determinado por uma regra probabilística. A quantidade de feromônio liberado é inversamente proporcional ao caminho total entre as cidades. Assim, quando todas as formigas tiverem realizado todas as rotas, as distâncias mais curtas terão mais feromônios, com isso os caminhos mais longos vão sendo excluídos.

2.4.7 Colônia de Morcegos

O Algoritmo de Colônia de Morcegos é baseado no processo de eco-localização observado durante o voo de morcegos para fins da busca por alimentos ou para desviar de obstáculos. Os morcegos emitem ondas ultrasônicas que refletem na presa ou no obstáculo, dessa maneira, o morcego é capaz de saber a distância do seu alvo. Baseando-se nesta ideia, Yang (2010b) propôs um modelo matemático para modelar o movimento de morcegos na busca por alimentos.

O funcionamento do algoritmo se dá da seguinte maneira. Cada morcego é uma possível solução do problema e eles se movem no espaço atualizando três parâmetros, frequência, velocidade e a posição de seus indivíduos, com o objetivo de capturar a presa. Destaca-se que o algoritmo apresenta um comportamento social, assim como o algoritmo de enxame de partículas, visto que seus indivíduos atualizam a posição de acordo com a melhor solução encontrada (YUNIAHASTUTI; ANSHORI; ROBANDI, 2016).

No presente capítulo foi realizada uma breve revisão no que tange aspectos gerais na formulação do problema de otimização, bem como nas estratégias existentes para a resolução do mesmo, com ênfase nos Métodos Bio-Inspirados. No próximo capítulo será apresentado a descrição do WOA, estratégia inspirada no comportamento de caça de baleias jubarte e considerado nesta contribuição como metodologia base para a resolução dos problemas de otimização. Também será apresentada as suas características principais, bem como o funcionamento de seus operadores.

Capítulo 3

WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM

O WOA é uma nova estratégia bio-inspirada que se baseia na inteligência de enxames para a resolução de problemas de otimização. Esse algoritmo foi inspirado no comportamento de caça de baleias jubarte, de forma a simular o seu movimento na busca por uma fonte de alimento (MIRJALILI; LEWIS, 2016). Em linhas gerais, nessa estratégia as baleias procuram, de forma aleatória, as suas presas e quando encontram o seu ataque consiste em criar bolhas ao mesmo tempo em que se direcionam para as mesmas em forma de espiral, como ilustrado na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Comportamento de caça das baleias jubarte.



Fonte: Mirjalili e Lewis (2016).

Assim como acontece em outros algoritmos evolutivos, o WOA inicia o seu processo de busca através da geração aleatória de uma população inicial de candidatos (baleias) delimitados pelo espaço de projeto definido pelo usuário da técnica. Para atualizar essa população em cada geração, o WOA aplica três operadores, a saber, o de presas circundantes, o de neutralização das bolhas e o de busca por presas. Ao final da aplicação dos operadores

uma nova população é formada. A nova população consiste de novos candidatos, gerados por estes operadores, e por candidatos oriundos da população corrente. De posse dessa nova população, o melhor candidato encontrado, em termos do valor da função objetivo, é tomado como sendo a solução ótima da geração corrente. Tal procedimento é repetido até que um determinado critério de parada seja satisfeito. Geralmente, o critério adotado para a finalização do processo evolutivo é o número máximo de gerações. As próximas seções apresentam a descrição de cada um desses operadores.

3.1 Operador de Presas Circundantes

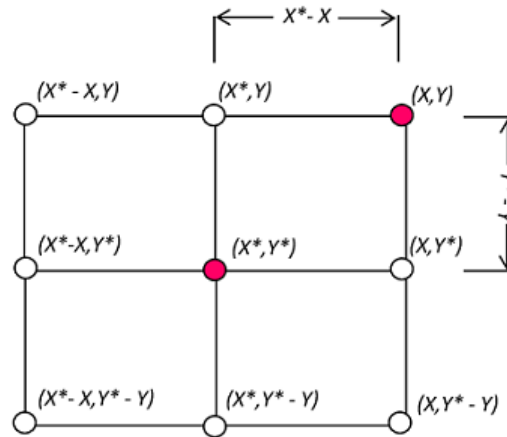
Conforme descrito por Mirjalili e Lewis (2016) este operador está fundamentado na ideia de que no processo de busca por alimento, as baleias jubarte conseguem encontrar o local onde as suas presas estão localizadas e com isso cercá-las. Todavia, no contexto da otimização, como a solução ótima não é conhecida (localização da presa), o algoritmo assume que o melhor ponto encontrado na geração corrente é um potencial ponto a ser explorado, sendo a busca realizada ao redor do mesmo. Dessa forma, os outros candidatos assumem posições próximas a presa alvo. Do ponto de vista matemático, a Equação (3.1) descreve esse comportamento (MIRJALILI; LEWIS, 2016).

$$X(i + 1) = X^*(i) - A | CX^*(i) - X(i) |. \quad (3.1)$$

Na Equação 3.1, i representa a geração corrente, X^* representa a melhor solução obtida até a presente geração e X é o vetor que caracteriza a posição atual. O parâmetro C é definido como sendo igual a $2r$, em que r é um vetor de números aleatórios entre zero e um. O parâmetro A é definido como sendo igual a $2ar - a$, em que o a decresce linearmente de dois à zero ao longo das gerações e r é um número aleatório entre zero e um (não necessariamente é utilizado o mesmo r na expressão do cálculo do parâmetro C , nos dois casos r é um número aleatório entre zero e um). Para esse operador, Mirjalili e Lewis (2016) definiriam a partir de testes preliminares que o parâmetro a deveria ser igual a unidade para fins de promover a busca local.

A Figura 3.2 demonstra como são gerados os pontos ao redor da presa alvo para um problema bidimensional, considerando os valores dos parâmetros A e C como um. Na Figura 3.2 os pontos $(X^* - X, Y)$, (X^*, Y) , ..., $(X^* - X, Y^*)$ são gerados em torno da presa alvo (X^*, Y^*) , imitando o comportamento de ataque das baleias jubarte em relação a suas presas. Tais pontos são gerados considerando a Equação (3.1) e a influência dos parâmetros A e C , que são funções do gerador de número aleatórios r e do parâmetro a .

Figura 3.2 – Ilustração de possíveis pontos a serem explorados pelo Operador de Presas Circundantes ao redor da presa alvo considerando os valores dos parâmetros A e C como um.



Fonte: Adaptado de Mirjalili e Lewis (2016).

3.2 Operador de Neutralização das Bolhas

Na natureza, durante o ataque as baleias jubarte realizam um movimento de encolhimento encurvado e com a forma muito próxima a uma espiral no sentido de reduzir a sua distância em relação as presas. No WOA, o mecanismo responsável por imitar esse tipo de comportamento, bem como atualizar a posição das baleias é o operador de neutralização das bolhas. Como proposto por Mirjalili e Lewis (2016), em cada geração, esse operador realiza apenas um dos dois seguintes movimentos: o encolhimento encurvado (primeiro movimento) e o posicionamento em espiral (segundo movimento). O primeiro é representado pelo decréscimo do parâmetro A , sendo A é um valor aleatório pertencente ao domínio compreendido entre $-a$ e a . No segundo movimento, determina-se a distância entre a posição da baleia e da melhor presa alvo na geração corrente. Dessa forma, para gerar uma nova posição utiliza-se a seguinte relação para imitar o movimento em espiral das baleias:

$$X(i+1) = D \exp(b\gamma) \cos(2\pi i) + X^*(i), \quad (3.2)$$

em que $D = |X^*(i) - X|$ representa a distância entre a baleia e a presa alvo na i -ésima geração, b é uma constante que define a forma da espiral logarítmica, γ é dado em função do parâmetro a_2 , definido como sendo $\gamma = (a_2 - 1)rand + 1$ e que assume a forma linear (varia de -2 à -1) ao longo das gerações, onde $rand$ é um gerador de números aleatórios pertencentes ao intervalo $[-1, 1]$.

Para descrever a forma como as baleias jubarte nadam em torno da presa dentro de uma determinada região e ao longo de um caminho em forma de espiral, Mirjalili e Lewis (2016) admitem uma probabilidade de troca (p_t) para essa finalidade. Caso seja sorteado um número aleatório p pertencente ao intervalo $[0, 1]$ e este seja menor que p_t a i -ésima baleia irá realizar um movimento de aproximação da presa. Por outro lado, se p for maior ou igual a p_t , a i -ésima baleia irá realizar o movimento no formato de uma espiral. Esse

mecanismo é apresentado na seguinte equação:

$$X(i+1) = \begin{cases} X^*(i) - A |CX^*(i) - X(j)| & \text{se } p < p_t, \\ D \exp(b\gamma) \cos(2\pi\gamma) + X^*(i) & \text{se } p \geq p_t \end{cases}. \quad (3.3)$$

Cabe ressaltar que os dois operadores apresentados são responsáveis por promover o refinamento da melhor solução obtida, isto é; um procedimento de busca local.

3.3 Operador de Busca Pela Presa

Para aumentar as chances do algoritmo localizar a solução global, isto é; permitir que as baleias se movam também para locais distantes do pontos corrente de referência, Mirjalili e Lewis (2016) propuseram o Operador de Busca pela Presa. Este operador utiliza a mesma abordagem apresentada para o Operador de Presas Circundantes. Todavia, ao invés de considerar o parâmetro a como sendo igual a unidade (busca local), os autores definiram maiores valores do que a unidade de forma que esse operador pudesse promover uma busca global. Outra característica desse operador é que ele atualiza a sua posição em relação a qualquer outra baleia, de forma aleatória, e não necessariamente, com relação à melhor solução obtida na geração corrente. Matematicamente, este operador é representado pela seguinte equação:

$$X(i+1) = X_{rand} - A |CX_{rand} - X|, \quad (3.4)$$

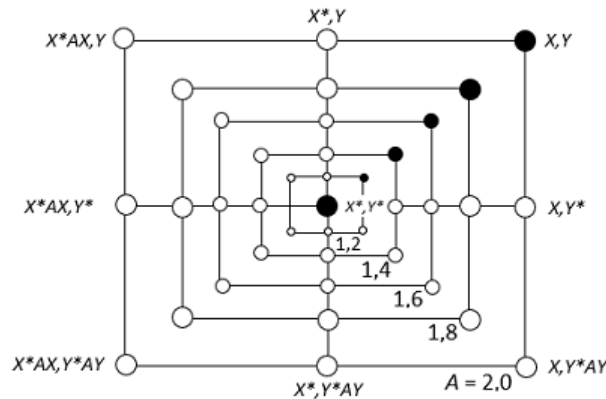
em que X_{rand} representa um candidato, escolhido de forma aleatória dentre todos os indivíduos da população e A é um valor aleatório pertencente ao domínio compreendido entre $-a$ e a , sendo que a já não é mais igual a unidade, mas sim um valor superior. A Figura 3.3 demonstra como é realizada a busca global considerando diferentes valores para o parâmetro A . Na Figura 3.3, (X^*, Y^*) representa um candidato a solução do problema escolhido aleatoriamente, e de acordo com os valores dos parâmetros utilizados na geração corrente, é calculado um novo candidato a solução do problema, representado pelos pontos ao redor de (X^*, Y^*) .

Em resumo, os Operadores de Presas Circundantes e de Neutralização das Bolhas tem como objetivo promover uma busca local através do refinamento da solução corrente. Já o Operador de Busca pela Presa permite que o algoritmo realize uma busca global, já que valores maiores que a unidade são utilizados para a caracterização do parâmetro a e, consequentemente, do parâmetro A .

O Quadro 3.1 apresenta o pseudo-código do algoritmo WOA (algoritmo canônico) proposto por Mirjalili e Lewis (2016).

Para definir qual comportamento cada candidato irá utilizar ao longo das gerações, o WOA utiliza os parâmetros A e p_t . Caso seja gerado um número aleatório menor do que p_t , o candidato será gerado a partir da aplicação da Equação (3.1) ou da Equação (3.4), a depender

Figura 3.3 – Ilustração de possíveis pontos a serem explorados pelo operador pelo Operador de Busca pela Presa ao redor de um candidato definido aleatoriamente, considerando diferentes valores para o parâmetro A .



Fonte: Adaptado de Mirjalili e Lewis (2016).

Início

Parâmetros de Entrada: n (número de variáveis de projeto), espaço de projeto, f (função objetivo), NP (tamanho da população), N_{Gen} (número de gerações), p_t (probabilidade de troca)

Inicializa-se a população (aleatoriamente)

Avalia-se a população com relação à função objetivo $f(x)$

Determina-se a melhor solução X^*

$i=1$ (Inicializa-se o contador do número de gerações)

Enquanto o critério de parada não for satisfeito **faça**

Para cada baleia, atualiza-se os parâmetros a , a_2 e A

Se $rand < p_t$ **faça**

Se $|A| < 1$ **faça**

Atualiza-se a posição da baleia (Equação (3.1))

Se $|A| \geq 1$ **faça**

Atualiza-se a posição da baleia (Equação (3.4))

Fim Se

Senão

Atualiza-se a posição da baleia (Equação (3.2))

Fim Se

$i=i+1$ (Atualiza-se o contador do número de gerações)

Fim Enquanto

Imprimir os resultados: Solução do problema de otimização e número de avaliações da função (n_{eval})

Fim

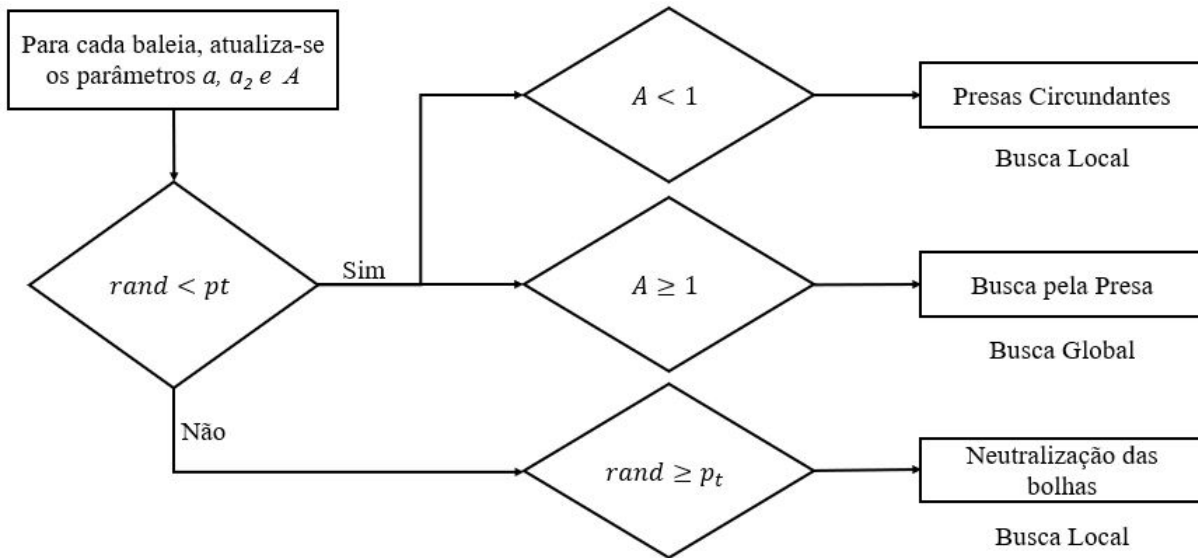
Fonte: o autor.

Quadro 3.1 – Pseudo-código da estratégia WOA.

do valor de A . Por outro lado, se o número aleatório gerado for maior do que p_t , aplica-se a Equação (3.2) para a geração de um candidato em potencial. A Figura 3.4 demonstra o

fluxograma para a escolha do operador a ser utilizado por cada baleia em cada iteração. Destaca-se que o parâmetro A varia entre $-a$ e a e conforme proposto por Mirjalili e Lewis (2016), o mesmo decresce linearmente de dois a zero ao longo das gerações, conforme a relação representada pela Equação 3.5.

Figura 3.4 – Fluxograma para decisão do operador a ser utilizado por cada baleia.



Fonte: O autor.

$$a = 2 - k \times (2/N_{gen}), \quad (3.5)$$

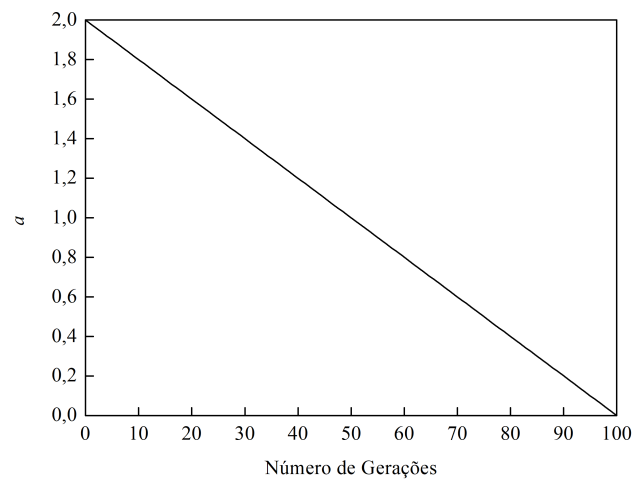
em que k é a geração corrente e N_{gen} é o número máximo de gerações definido pelo usuário. Assim, a partir do momento em que a for menor do que a unidade, apenas a busca local será realizada. O comportamento deste parâmetro é apresentado na Figura 3.5 para um processo onde o número de gerações é igual a 100.

3.4 Avaliação dos Operadores do WOA

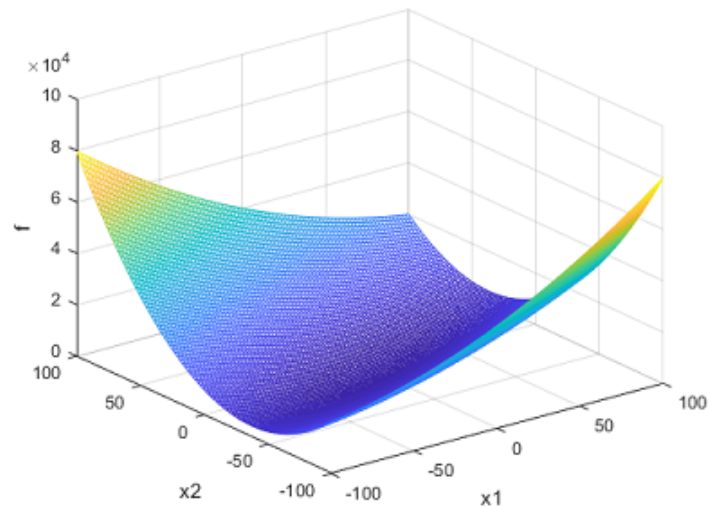
Para um melhor entendimento do funcionamento dos operadores do WOA será apresentada a primeira geração. Para essa finalidade considere a otimização da função bidimensional f , ilustrada na Figura 3.6.

$$\begin{aligned} \min f(x) &= x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2 + x_1 - x_2, \\ &-100 \leq x_1, x_2 \leq 100. \end{aligned} \quad (3.6)$$

O primeiro passo para a aplicação do WOA é definir o tamanho da população, foram consideradas 5 baleias, e a probabilidade de troca (foi considerado um valor igual a 0,5). Vale destacar que o tamanho da população igual a 5 foi escolhido com o intuito de demonstrar

Figura 3.5 – Variação do parâmetro a em relação ao número de gerações.

Fonte: O autor.

Figura 3.6 – Gráfico da função objetivo f .

Fonte: O autor.

o comportamento da população em uma geração. Em seguida, a partir da aplicação de um gerador de números aleatórios com semente igual a zero e do conhecimento do espaço de projeto para cada uma das variáveis, é definida a população inicial. Após esta etapa, cada candidato da população é avaliado de acordo com a função objetivo f . A Tabela 3.1 apresenta a população inicial, bem como os respectivos valores de f .

Como a população inicial foi gerada de forma aleatória, a chance da solução ter sido obtida é muito pequena. Assim, faz-se necessário a aplicação dos operadores para que essa população possa evoluir em direção da solução ótima, preferencialmente, a global. Assim,

Tabela 3.1 – População inicial e avaliação da função objetivo considerados pelo algoritmo WOA.

Candidatos	x_1	x_2	f
1	-56,208	-23,299	1369
2	-90,591	3,883	9228
3	35,773	66,193	11672
4	35,859	-93,089	46088
5	86,939	-89,308	62931

Fonte: o autor.

para a população corrente, a melhor solução é a representada pelo candidato de número 1, pois é a que apresenta o menor valor em termos da função objetivo. Para definir qual comportamento cada candidato irá seguir para gerar um novo candidato, o parâmetro A deve ser calculado. Para o primeiro candidato, tomando um aleatório r como sendo igual a 0,5297 e a como sendo igual a 2 (por se tratar do início processo, promove-se a busca global), o valor de A pode ser calculado de acordo com a seguinte relação (MIRJALILI; LEWIS, 2016):

$$\begin{aligned}
 A &= 2ar - a, \\
 A &= 2 \times 2 \times 0,5297 - 2, \\
 A &= 0,1188.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Se for gerado um aleatório p igual a 0,3834 e sabendo que A é menor que 1, o candidato irá utilizar o Operador de Presas Circundantes (Equação (3.1)). Para este operador é necessário calcular o parâmetro C definido como $2r$, sendo que r é um número aleatório pertencente ao intervalo $[0, 1]$. Neste caso, r foi definido como sendo igual a 0,6711, o que implica que C será igual a 1,3423. A partir destes parâmetros, calcula-se o novo valor para as variáveis de projeto x_1 e x_2 referentes ao novo candidato 1 via aplicação da Equação (3.1). Cabe ressaltar que X^* refere-se ao melhor resultado em termos do valor da função objetivo encontrado até o momento, isto é; $(X_1^*; X_2^*) = (-56,2082; -23,2996)$ (Tabela 3.1). Assim, aplicando-se a Equação (3.1) obtêm-se:

$$D_{X_1} = |CX_1^* - X_1| = |1,3423 \times (-56,2088) - (-56,2088)| = 19,24, \tag{3.8a}$$

$$X_1(i+1) = X_1^* - AD_{X_1} = (-56,2088) - 0,1188 \times 19,24 = -72,7885, \tag{3.8b}$$

$$D_{X_2} = |CX_2^* - X_2| = |1,3423 \times (-23,2996) - (-23,2996)| = 7,9754, \tag{3.8c}$$

$$X_2(i+1) = X_2^* - AD_{X_2} = (-23,2996) - 0,1188 \times 7,9754 = -24,2471. \tag{3.8d}$$

Dessa forma, tem-se um novo candidato 1 ($(X_1; X_2) = (-72,7885; -24,2471)$). Em seguida, o WOA determina um novo candidato 2. Para tanto, o valor de p foi tomado como

sendo igual a 0,589, r foi escolhido como sendo igual a 0,668, e a continua como sendo igual a 2 (por se tratar do início do processo evolutivo). Considerando esses parâmetros, o valor de A ($2ar - a$) é $2ar - a = 2 \times 2 \times 0,668 - 2 = -1,7326$. Como p é maior que 0,5 e o valor absoluto de A é maior que 1, o candidato 2 será atualizado segundo o Operador de Neutralização das Bolhas (Equação (3.2)). Para este operador é necessário calcular o valor do parâmetro γ , conforme a Equação (3.11), o qual varia entre $-a_2$ e a_2 :

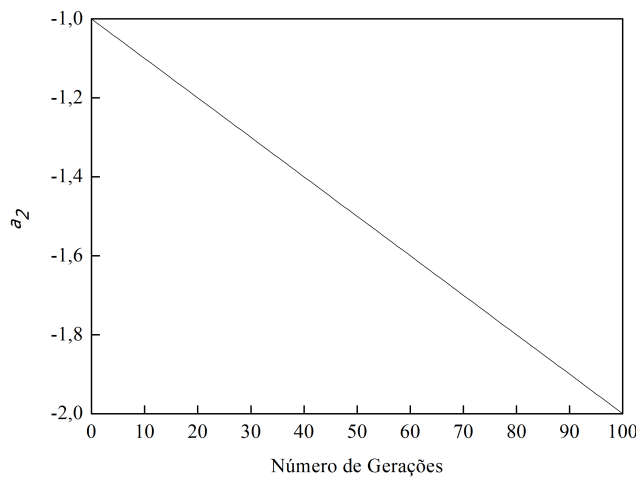
$$\gamma = (a_2 - 1)r + 1, \quad (3.9)$$

onde:

$$a_2 = -1 + k \times (-1/N_{gen}), \quad (3.10)$$

em que k -ésima geração corrente e N_{gen} o número máximo de gerações definido pelo usuário. Ressalta-se que o parâmetro a_2 decresce linearmente de -1 à -2, conforme a Figura 3.7 considerando N_{gen} igual a 100. Destaca-se que a definição da faixa de variação do parâmetro a_2 se deu por estudos realizados pelos autores do algoritmo.

Figura 3.7 – Variação do parâmetro a_2 em relação ao número de gerações.



Fonte: O autor.

Por se tratar da primeira geração, o valor de a_2 é igual a -1 e considerando r como sendo igual a 0,6867, tem-se que:

$$\begin{aligned} \gamma &= (a_2 - 1)r + 1, \\ \gamma &= (-1 - 1)0,6867 + 1 = -0,3735, \end{aligned} \quad (3.11)$$

Assim, a nova posição para o candidato 2 será dada como (o parâmetro b foi considerado como sendo igual a unidade):

$$D_{X_1} = |X_1^* - X_1| = |(-56,2082) - (-90,5911)| = 34,3829, \quad (3.12a)$$

$$X_1(i+1) = D_{X_1} \exp(b\gamma) \cos(2\pi\gamma) + X_1^* =$$

$$34,3829 \times \exp(1 \times (-0,3735)) \cos(2\pi(-0,3735)) + (-56,2082) = -62,0657, \quad (3.12b)$$

$$D_{X_2} = |X_2^* - X_2| = |(-23,2996) - 3,8833| = 27,1819, \quad (3.12c)$$

$$X_2(i+1) = D_{X_2} \exp(b\gamma) \cos(2\pi\gamma) + X_2^* =$$

$$27,1829 \times \exp(1 \times (-0,3735)) \cos(2\pi(-0,3735)) + (-23,2996) = -36,4079. \quad (3.12d)$$

Assim, o novo candidato 2 será dado por $((X_1; X_2) = (-62,0657; -36,4079))$. Para o candidato 3, os parâmetros p e r foram tomados como sendo iguais a 0,092 e 0,9304, respectivamente. Logo A é igual a $2ar - a = 2 \times 2 \times 0,9304 - 2 = 1,7217$. Como p é menor que 0,5 e o valor absoluto de A é maior que um, o candidato 3 fará uso do Operador de Busca pela Presa. Para esse candidato é necessário calcular o parâmetro C e, conseqüentemente, o parâmetro D . Como C é igual a $2r$ e r foi definido como 0,8462 temos que C é igual a 1,6923. Como esse operador é para a busca global, o parâmetro D será determinado a partir de um candidato aleatório, e não da melhor solução (posição) corrente. Dessa forma, para definir o novo X_1 referente ao candidato 3, a distância D será calculada em relação a primeira posição de um candidato sorteado aleatoriamente. Nesse caso, considere que foi sorteada a variável de projeto X_1 referente ao candidato 4 $((X_1; x_2) = (35,8593; -93,0896))$ (ver a Tabela 3.1). Assim, para o novo candidato 3, $X_{rand} = X_1$ (que veio do candidato sorteado, nesse caso o candidato 4) e X_1 será o correspondente com relação ao candidato que deverá ser atualizado, isto é; X_1 é igual a 35,773 (do próprio candidato 3). Substituindo estas informações no Operador de Busca pela Presa obtêm-se o novo candidato 3 para a posição X_1 :

$$D_{X_1} = |CX_{rand} - X_1| = |1,6923 \times 35,8593 - 35,7729| = 24,9129, \quad (3.13a)$$

$$X_1(i+1) = X_{rand} - AD_{X_1} = 35,8593 - 1,7217 \times 24,9129 = -7,0345. \quad (3.13b)$$

Analogamente, deve-se definir a nova posição 2 para o candidato 3. Assim, considere que foi sorteada a variável de projeto X_2 referente ao candidato 3 $((X_1; x_2) = (35,773; 66,193))$ (ver a Tabela 3.1). Para o novo candidato 3, $X_{rand} = X_2$ (que veio do candidato sorteado, neste caso o candidato 3) e X_2 será o correspondente com relação ao candidato que deverá ser atualizado, isto é; X_2 é igual a 66,193 (do próprio candidato 3). Substituindo essas informações no Operador de Busca pela Presa obtêm-se o novo candidato 3 para a posição X_2 :

$$D_{X_2} = |CX_{rand} - X_2| = |1,6923 \times 66,1931 - 66,1931| = 45,8277, \quad (3.14a)$$

$$X_2(i+1) = X_{rand} - AD_{X_2} = 66,1931 - 1,6923 \times 45,8277 = -12,7106. \quad (3.14b)$$

Portanto, o novo candidato 3 será dado por $((X_1; X_2)=(-7,0345; -12,7106))$. Para o candidato 4, o parâmetro p foi tomado como sendo igual a 0,2625 e r como sendo igual a 0,7012. Assim, A é igual a $2ar - a = 2 \times 2 \times 0,7012 - 2 = 0,8048$. Para esse valor temos que o candidato 4 se enquadra no Operador de Presas Circundantes, visto que p é menor que 0,5 e A é menor que um. O parâmetro C para este candidato foi calculado como sendo igual a $2r = 2 \times 0,9102 = 1,8206$. A partir dessas informações é possível calcular o parâmetro D e a nova posição do candidato 4 como segue:

$$D_{X_1} = |CX^* - X_1| = |1,8206 \times (-56,2088) - 35,8593| = 139,1942, \quad (3.15a)$$

$$X_1(i+1) = X^* - AD_{X_1} = (-56,2088) - 0,8048 \times 139,1942 = -167,4217, \quad (3.15b)$$

$$D_{X_2} = |CX^* - X_2| = |1,8206 \times (-23,2996) - (-93,0896)| = 50,6654, \quad (3.15c)$$

$$X_2(i+1) = X^*(i) - AD_{X_2} = (-23,2996) - 0,8048 \times 50,6654 = -54,0732. \quad (3.15d)$$

Assim, o novo candidato 4 será dado por $((X_1; X_2)=(-167,4217;-54,0732))$. Finalmente, para o candidato 5, considerando os parâmetros p e r como sendo iguais a 0,6326 e 0,0475, respectivamente, A será igual a $2ar - a = 2 \times 2 \times 0,0475 - 2 = -1,8101$. Como p é maior que 0,5 e o valor absoluto de A é maior que 1, o candidato 5 será atualizado segundo o Operador de Neutralização das Bolhas. O valor do parâmetro γ calculado para este candidato foi igual a $\gamma = (a_2 - 1)rand + 1 = (-1 - 1)0,3282 + 1 = 0,3435$. Assim, as novas posições para esse candidato são dadas por:

$$D_{X_1} = |X^* - X_1| = |(-56,2082) - (-86,9386)| = 143,1467, \quad (3.16a)$$

$$X_1(i+1) = D_{X_1} \exp(b\gamma) \cos(2\pi\gamma) + X^* = 143,1467 \times \exp(1 \times (-0,3435)) \cos(2\pi(-0,3435)) + (-56,2082) = -168,1058, \quad (3.16b)$$

$$D_{X_2} = |X^* - X_2| = |(-23,2996) - (-89,3077)| = 66,0081, \quad (3.16c)$$

$$X_2(i+1) = D_{X_2} \exp(b\gamma) \cos(2\pi\gamma) + X^* = 66,0081 \times \exp(1 \times (-0,3435)) \cos(2\pi(-0,3435)) + (-23,2996) = -74,898. \quad (3.16d)$$

Portanto, o novo candidato 5 será dado por $((X_1; X_2)=(-168,1058;-74,898))$. De posse dos novos candidatos, o WOA avalia cada um de acordo com a função objetivo. A Tabela 3.2 apresenta a nova população, o valor da função objetivo e as respectivas operações consideradas para cada um destes.

Tabela 3.2 – População atualizada segundo os operadores do WOA.

Candidatos	A	p	$X_1(i+1)$	$X_2(i+1)$	f	Operador
1	0,118	0,383	-727885	-24,247	1484,1	Presas Circundantes
2	-1,732	0,589	-62,065	-36,407	2613,7	Neutralização das Bolhas
3	1,721	0,092	-7,034	-12,710	433,159	Busca pela Presa
4	0,804	0,262	-167,421	-64,073	7163,6	Presas Circundantes
5	-1,810	0,632	-168,105	-74,898	9944,3	Neutralização das Bolhas

Fonte: o autor.

Como pode ser visualizado na Tabela 3.2, dos cinco candidatos, dois utilizaram os Operadores de Neutralização das Bolhas e de Presas Circundantes (busca local) e um o Operador de Busca pela Presa (busca global). Para a nova população, o melhor valor de função objetivo foi obtido para o candidato 3 ($f=433,159$), sendo definido como sendo a nova presa alvo. Vale ressaltar que quando o espaço de projeto é violado, o WOA, automaticamente, corrige as posições em que isso acontece, fazendo com que esse valor que foi violado se torne um limite (inferior ou superior).

3.5 Análise de Sensibilidade

A qualidade da solução obtida em qualquer algoritmo de otimização é função dos parâmetros de entrada considerados. Assim, pode existir uma ou mais combinações destes parâmetros de forma com que o melhor resultado, em termos do valor da função objetivo e do custo computacional, sejam obtidos. Assim, faz-se necessário a análise da sensibilidade dos parâmetros de qualquer algoritmo para que a melhor relação entrada/qualidade da solução/custo computacional possa ser definida.

A presente seção tem por objetivo avaliar a influência de dois dos principais parâmetros de entrada do WOA, a saber, o tamanho da população (NP) e o número de gerações (N_{gen}). Para essa finalidade considere a minimização da seguinte função matemática (SARAMAGO, 2003):

$$\begin{aligned} \min f(x) &= x_1 \text{sen}(4x_1) + 1,1x_2 \text{sen}(2x_2), \\ &0 \leq x_1 \leq 10, \\ &0 \leq x_2 \leq 10, \end{aligned} \quad (3.17)$$

cujas solução ótima é $f=-18,55$.

Para a análise, foi considerado $NP=\{5, 20, 50, 100\}$ e $N_{gen}=\{10, 100, 200, 1000\}$. Para cada combinação entre estes parâmetros o WOA foi executado 20 vezes considerando diferentes sementes ($\{0, 1, 2, \dots, 19\}$) para a inicialização do gerador de números aleatórios. Vale ressaltar que a combinação destes dois parâmetros implica diretamente no custo computacional requerido para a resolução de um dado estudo de caso, isto é; no número de avali-

ações da função objetivo (n_{eval}), visto que $n_{eval} = NP + NP \times N_{gen}$. Assim, quanto maior forem esses valores, maior é o custo computacional requerido.

A Tabela 3.3 apresenta os resultados encontrados considerando cada combinação entre os parâmetros, bem como a média (Σ) e o desvio padrão (Υ) referentes ao valor da função objetivo. A partir dos resultados apresentados na Tabela 3.3 em relação ao tamanho da

Tabela 3.3 – Influência dos parâmetro considerados pelo WOA para a função teste.

Semente	População				Número de Gerações			
	5*	20*	50*	100*	10**	100**	200**	1000**
0	-12,279	-18,552	-18,554	-18,554	-16,725	-18,552	-16,984	-18,554
1	-8,875	-18,553	-18,554	-18,554	-18,538	-18,554	-18,554	-18,554
2	-11,683	-18,554	-18,554	-18,554	-16,979	-16,984	-18,554	-18,554
3	-9,501	-16,984	-18,554	-18,554	-18,554	-18,551	-18,554	-18,554
4	-10,722	-18,554	-18,554	-18,554	-16,982	-16,983	-16,984	-18,554
5	-18,260	-18,552	-18,554	-18,554	-15,399	-15,415	-18,554	-18,554
6	-11,676	-18,553	-18,554	-18,554	-18,435	-18,553	-18,554	-18,554
7	-18,551	-18,554	-18,554	-18,554	-15,413	-16,984	-18,554	-18,554
8	-16,975	-18,554	-18,554	-18,554	-16,959	-18,546	-18,554	-18,554
9	-11,681	-15,107	-18,554	-18,554	-13,841	-16,984	-18,554	-18,554
10	-9,035	-18,554	-18,554	-18,554	-18,553	-18,553	-18,554	-18,554
11	-18,554	-18,554	-18,554	-18,554	-15,088	-18,551	-18,554	-18,554
12	-13,843	-18,554	-18,554	-18,554	-13,840	-18,553	-18,554	-18,554
13	-16,983	-18,554	-18,554	-18,554	-13,845	-18,554	-16,984	-18,554
14	-8,567	-16,984	-18,554	-18,554	-11,596	-15,107	-18,553	-18,554
15	-13,884	-18,554	-18,554	-18,554	-18,283	-18,554	-18,554	-18,554
16	-15,107	-15,107	-18,554	-18,554	-16,939	-16,984	-18,554	-18,554
17	-18,553	-18,554	-18,554	-18,554	-12,286	-18,550	-18,554	-18,554
18	-9,035	-18,553	-18,554	-18,554	-18,552	-18,554	-18,554	-18,554
19	-11,683	-18,553	-18,554	-18,554	-18,112	-18,554	-18,554	-18,554
Σ	-13,270	-18,052	-18,554	-18,554	-16,245	-17,831	-18,318	-18,554
Υ	-3,622	1,115	0	0	2,215	1,114	0,575	0

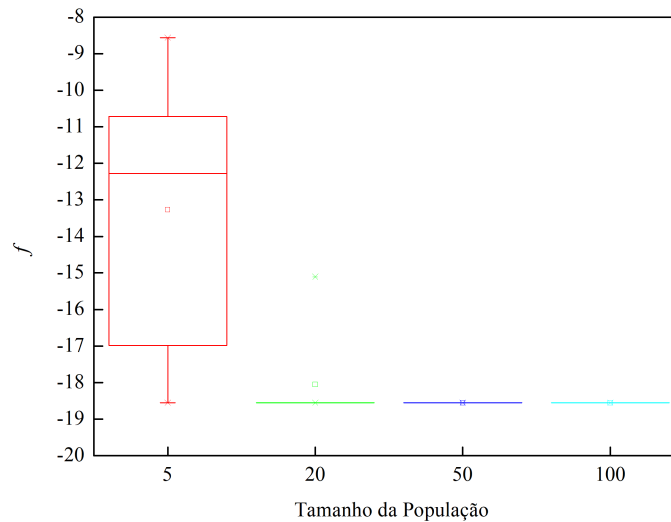
*500 gerações e **50 indivíduos na população.

Fonte: o autor.

população é possível constatar que o aumento do número de indivíduos, para um mesmo número de gerações ($N_{gen}=500$), favorece a obtenção de uma solução mais precisa, como pode ser comprovado pelos valores médios e desvio padrão encontrados. Todavia, é notório que o aumento do número de gerações favorece o aumento do número de avaliações da função objetivo. Para o estudo de caso analisado e para os parâmetros considerados, uma população com 20 candidatos já é capaz de obter, para a grande maioria das sementes, o valor mínimo para o problema proposto, atendendo bem o binômio qualidade de solução ($f=-18,554$) e custo computacional ($n_{eval} = 20+20 \times 500$). Já para maiores valores do tamanho da população, observa-se melhores valores em termos da média e do desvio padrão em relação a população com 20 candidatos. Todavia, em termos do custo computacional, am-

bas as populações com 50 e 100 indivíduos implicam em mais avaliações da função objetivo, isto é; para $NP=50$ tem-se $n_{eval} = 50+50 \times 500$ e para $NP=100$ tem-se $n_{eval} = 100+100 \times 500$, que são valores bem superiores aos requeridos para $NP=20$.

Figura 3.8 – Influência do tamanho da população na qualidade da solução obtida pelo WOA.



Fonte: O autor.

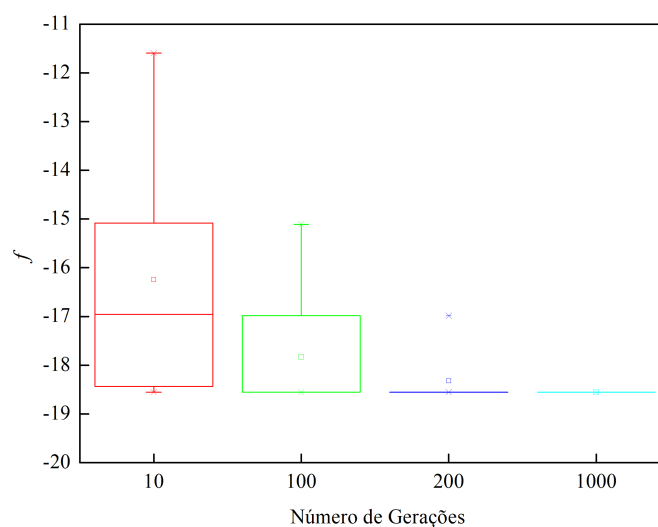
Ao se analisar a influência do número de gerações em relação a um número fixo de indivíduos da população ($NP=50$), conclui-se que quanto maior o valor do N_{gen} , maior é a chance de se obter a solução ótima. Isso se deve ao fato de que quanto maior o valor do número de gerações, mais vezes a população pode evoluir, o que na prática aumenta a possibilidade da solução ótima ser encontrada e, a depender do valor do N_{gen} , a população pode se tornar homogênea (o valor do desvio padrão é igual a zero) em torno da solução ótima. Para $N_{gen}=10$ ($n_{eval}=50+50 \times 10$) e 100 gerações ($n_{eval}=50+50 \times 100$) observa-se uma maior variabilidade dos resultados, visto os valores obtidos para a média e o desvio padrão. Ao se aumentar para 1000 gerações ($n_{eval}=50+50 \times 1000$) observa-se que a solução ótima foi obtida, já que a média coincide com o valor reportado na literatura e o desvio padrão é nulo (a população ficou homogênea em torno da solução ótima). É importante ressaltar que ao se aumentar o valor do N_{gen} , automaticamente tem-se o aumento do custo computacional requerido para a solução do problema. Assim, apesar de não ter sido avaliado outros valores para N_{gen} , intuitivamente espera-se que valores bem inferiores a 1000 possam ser empregados para que o binômio qualidade da solução/custo computacional possa ser atendido de forma satisfatória.

As Figuras 3.8 e 3.9 apresentam gráficos *boxplot* sobre a influência do tamanho da população e do número de gerações na qualidade da solução obtida, respectivamente. A partir da Figura 3.8 é possível observar que quando se utilizou o tamanho da população igual a 5

houve uma maior variação dos resultados, sendo que a média foi próximo de -13, demonstrada pelo quadrado no centro do *boxplot* e o maior valor encontrado foi próximo de -9, distante do ótimo (-18,554). Para o tamanho da população igual a 20, a variação dos resultados considerando diferentes sementes reduz consideravelmente, como é possível observar no gráfico, em que praticamente não há variação. Para o tamanho da população igual a 50 e 100 para todas as sementes chegou-se ao resultado ótimo, portanto a média dos resultados foi igual a -18,554 e não houve variação.

A partir da Figura 3.9 verifica-se que quando se utiliza o número de gerações igual a 10 a maioria dos resultados estão próximos da solução ótima, entre a mediana, próximo de -17, e o ponto de mínimo. No entanto, dentre as 20 sementes analisadas, para alguns casos o valor encontrado ficou distante do ótimo, chegando a -11,596, o que proporcionou uma maior variação dos resultados em relação aos outros valores testados para o número de gerações. Quando o número de gerações é aumentado para 100 há uma redução na variação, porém, ainda encontra-se alguns valores distante do ótimo. Para o número de gerações igual a 200 para a maioria das sementes chegou-se ao resultado esperado, entretanto nota-se que foi encontrado um *outlier* próximo de -17, representado pelo asterisco no gráfico. O *outlier* representa um valor fora do padrão para o *boxplot*, por isso não foi considerado um ponto de máximo. Já para o número de gerações igual a 1000 em todas as execuções encontrou o valor ótimo. Portanto, a partir das Figuras 3.8 e 3.9 verifica-se que com o aumento do tamanho da população e do número de gerações a qualidade da solução obtida é melhor, apesar do maior custo computacional.

Figura 3.9 – Influência do número de gerações na qualidade da solução obtida pelo WOA.



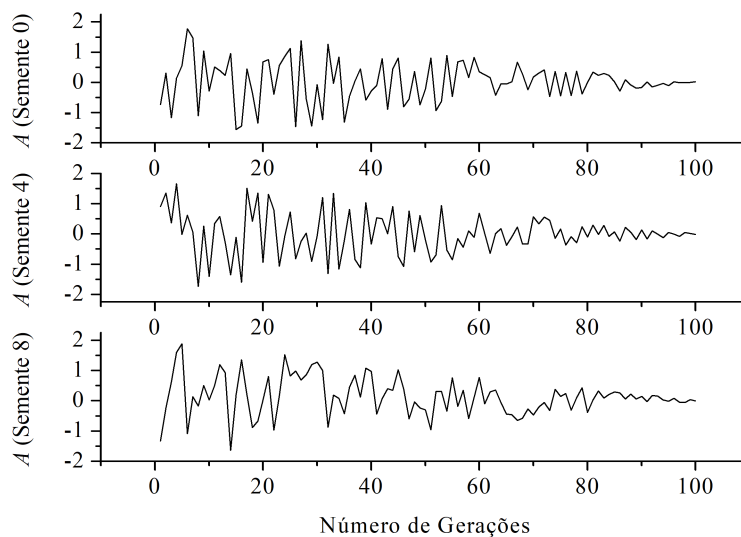
Fonte: O autor.

Como apresentado anteriormente, o WOA tem parâmetros internos que são depen-

dentes de geradores de números aleatórios, o que pode influenciar os valores obtidos para a função objetivo, a depender dos outros parâmetros considerados, conforme observado na Tabela 3.3. Além do tamanho da população e número de gerações, o WOA também possui outros dois parâmetros que são adaptados durante o processo evolutivo, a saber, A e C . O parâmetro A depende do variável aleatória a , e a diminui linearmente de dois a zero ao longo das gerações. Já o parâmetro C depende de r , que é uma variável aleatória entre zero e um. Visando identificar o perfil desses dois parâmetros, foram definidas sementes iniciais para as quais o processo evolutivo foi avaliado.

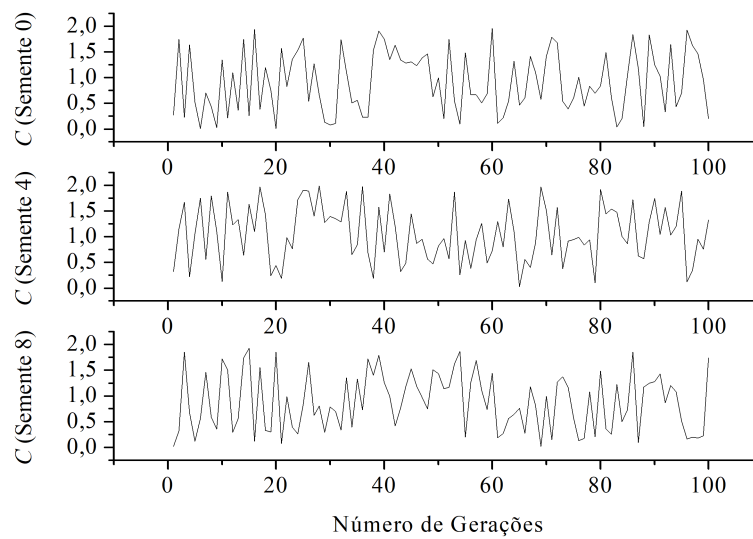
As Figuras 3.10 e 3.11 apresentam a influência dos parâmetros A e C ao longo das gerações considerando sementes iguais a zero, quatro e oito para a inicialização do gerador de números aleatórios e uma população com 50 candidatos e 100 gerações.

Figura 3.10 – Variação do parâmetro A considerando as sementes 0, 4 e 8.



Fonte: O autor.

Ao se analisar a Figura 3.10 observa-se que, para todas as sementes, inicialmente tem-se uma maior flutuação do parâmetro A e ao decorrer do processo evolutivo o mesmo tende a flutuar ao redor do valor zero. Isto significa que no início do processo evolutivo o parâmetro A deve flutuar dentro dos limites estabelecidos por Mirjalili e Lewis (2016) de forma a promover a busca global no Operador de Busca pela Presa e ao decorrer do processo tem-se a redução deste parâmetro de forma a promover a busca local no Operador de Presas Circundantes. Já o parâmetro C , para todas as sementes consideradas, variou dentro dos limites estabelecidos por Mirjalili e Lewis (2016) durante todo o processo evolutivo. Nesse caso, o parâmetro C é responsável por potencializar o valor de referência, isto é; a presa alvo, durante todo o processo de busca pelo ótimo. Assim, mesmo que esse valor flutue dentro de certos limites, o mesmo é ponderado posteriormente pelo parâmetro A (Equações 3.1 e 3.4),

Figura 3.11 – Variação do parâmetro C considerando as sementes 0, 4 e 8.

Fonte: O autor.

o qual tem o seu valor reduzido ao longo do processo evolutivo. Finalmente enfatiza-se que não se pode garantir a convergência do algoritmo mesmo com a redução do parâmetro A ou a flutuação do parâmetro C , visto que o algoritmo é função de outras condições de entrada, como por exemplo a semente (como demonstrado na 3.3 a de valor igual a 4 não converge para a solução ótima), do número de indivíduos na população e do número de gerações.

Diante do exposto, neste capítulo foi apresentado o WOA, bem como os seus operadores. Foi realizado um passo a passo do algoritmo no qual a população de baleias foi evoluída por uma geração. Também foi apresentada uma análise de sensibilidade de dois parâmetros de entrada do WOA, a saber, o tamanho da população e o número de gerações. A partir da análise de sensibilidade foi possível observar que o aumento dos parâmetros favorece a obtenção de uma solução mais precisa. Todavia, quanto maior os valores, maior é o custo computacional requerido para a resolução de um determinado estudo de caso. Assim, deve-se ponderar de forma a atender o binômio qualidade de solução e o custo computacional. Finalmente, esse resultado está de acordo com o que é reportado pela literatura especializada para outros algoritmos de otimização baseados em população.

No próximo capítulo será apresentado a metodologia proposta e denominada de *Adaptive Whale Optimization Algorithm* (AWOA) para a resolução de problemas de otimização. Em linhas gerais, é apresentado a inserção de um novo operador, denominado de cognitivo-social e de uma abordagem para a atualização de alguns dos parâmetros do WOA considerando o conceito de taxa de convergência.

Capítulo 4

ADAPTIVE WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM

Desde o seu desenvolvimento, o WOA tem sido aplicado em diferentes campos da ciência, conforme destacado no primeiro capítulo. Para aumentar a chance de sucesso no WOA, alguns autores tem apresentado sugestões para melhorar o desempenho dessa nova estratégia de otimização, dentre os quais pode-se citar o trabalho de Hu *et al.* (2016). Nessa proposta os autores inseriram um novo parâmetro, o fator de inércia (ω), nos Operadores de Presas Circundantes e Neutralização de Bolhas propostos por Mirjalili e Lewis (2016). O fator de inércia foi aplicado para ajustar a influência da melhor solução atual na atualização dos candidatos, quando o fator de inércia é próximo de zero, reduz a influência da melhor solução atual, já quando o fator de inércia é próximo de um a influência da melhor solução atual é maior. Assim, as novas relações propostas por Hu *et al.* (2016) são dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned} X(i+1) &= \omega X^*(i) - A |C\omega X^*(i) - X(i)|, \\ D &= |\omega X^*(i) - X(i)|, \\ X(i+1) &= D \exp(b\gamma) \cos(2\pi i) + \omega X^*(i). \end{aligned} \tag{4.1}$$

Essa nova abordagem foi aplicada em uma série de problemas matemáticos com diferentes níveis de complexidade em que foi analisado a variação do parâmetro ω de 0 à 1 com incremento da ordem de 0,1. Com os resultados obtidos, os autores conseguiram melhorar o desempenho do WOA em reação à sua versão canônica.

Como observado no trabalho de Hu *et al.* (2016), a qualidade da solução, bem como a convergência do WOA pode ser melhorada a partir da inserção de novas estratégias. Nesse cenário, o presente capítulo tem por objetivo propor duas modificações no algoritmo canônico proposto por Mirjalili e Lewis (2016). A primeira consiste na atualização dos parâmetros a e a_2 considerando o conceito de taxa de convergência, empregado como uma medida de homogeneidade da população (LOBATO; STEFFEN, 2008). Já a segunda consiste na definição de um novo operador, a saber, um cognitivo-social para a geração de candidatos em

potencial para a resolução do problema de otimização. O fator cognitivo é inspirado no conceito cognitivo sócio, em que considera-se a experiência dos indivíduos da população para a geração de novos candidatos. Com a inserção dos novos operadores ao algoritmo canônico, têm-se uma nova estratégia de otimização, denominado de *Adaptive Whale Optimization Algorithm* (AWOA).

4.1 Atualização dos Parâmetros do WOA

Conforme sugerido por Mirjalili e Lewis (2016), os parâmetros a e a_2 são atualizados de forma linear, conforme as expressões 4.2 e 4.3:

$$a = 2 - k \left(\frac{2}{N_{gen}} \right), \quad (4.2)$$

$$a_2 = -1 + k \left(\frac{-1}{N_{gen}} \right), \quad (4.3)$$

em que k é a geração corrente e N_{gen} é o número máximo de gerações permitidas.

Como observado nas Equações 4.2 e 4.3, ambos os parâmetros são atualizados considerando expressões lineares do tipo rampa. Neste caso, a principal desvantagem da abordagem do tipo rampa é o fato da mesma independe de quaisquer informações sobre o andamento do processo evolutivo, isto é; a mesma é apenas uma relação empírica proposta por Mirjalili e Lewis (2016) a partir de ampla experimentação numérica.

Como alternativa para a atualização desses parâmetros, no presente estudo é considerado o conceito de taxa de convergência, proposto por Lobato e Steffen (2008) como mecanismo base para que os parâmetros do Algoritmo de Evolução Diferencial pudessem ser atualizados. A taxa de convergência (TC) é dado pela seguinte relação: (LOBATO; STEFFEN, 2008):

$$TC = \frac{f_{average}}{f_{worst}}, \quad (4.4)$$

em que $f_{average}$ é o valor médio da função objetivo da população e f_{worst} é o pior valor da função objetivo da população, respectivamente.

A TC pode ser interpretada como uma forma de mensurar a homogeneidade da população em um processo evolutivo. Inicialmente tem-se TC próximo de zero, i.e.; o “pior” valor da função objetivo é bem diferente do valor médio da função objetivo, o que faz com que a taxa seja pequena. Já no final do processo evolutivo, como a população tende a ficar homogênea, a TC tende a unidade.

De posse destas informações, a relação para a atualização dos parâmetros a e a_2 é proposta pelas expressões 4.5 e 4.6:

$$a = \frac{1}{2 + 2(1 - TC)}, \quad (4.5)$$

$$a_2 = -1 - TC, \quad (4.6)$$

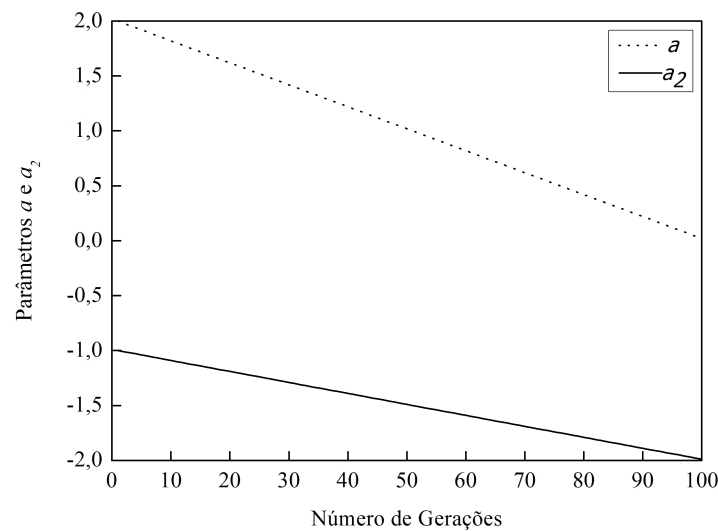
em que a e a_2 variam conforme os limites observados para a TC , nos intervalos $[1/4; 1/2]$ e $[-2; -1]$, respectivamente. Diferentemente das expressões lineares propostas por Mirjalili e Lewis (2016), na estratégia proposta, estes parâmetros são atualizados a partir da evolução do valor da função objetivo a partir do conceito de taxa de convergência. Assim, a atualização dos parâmetros a e a_2 dependem, exclusivamente, do andamento do processo evolutivo.

Para ilustrar essa proposta, considere o seguinte estudo de caso (MIRJALILI; LEWIS, 2016):

$$\begin{aligned} \min f &= \sum_{i=1}^{30} x_i^2, \\ -100 &\leq x_i \leq 100, i = 1, \dots, 30. \end{aligned} \quad (4.7)$$

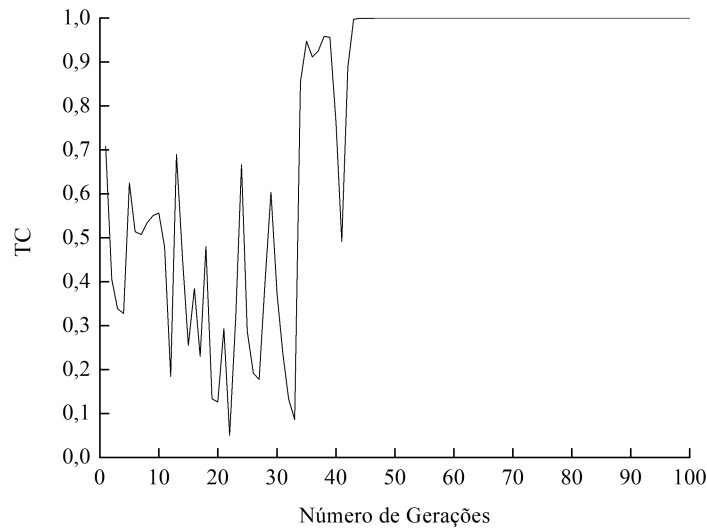
Considerando uma população com 50 baleias, 100 gerações e a mesma semente para a inicialização do gerador de números aleatórios, nas Figuras. 4.1 à 4.3 são apresentadas a variação dos parâmetros a e a_2 considerando a metodologia proposta por Mirjalili e Lewis (2016), a taxa de convergência e a variação dos parâmetros a e a_2 conforme esse conceito, respectivamente.

Figura 4.1 – Evolução dos parâmetros a e a_2 ao longo das gerações considerando o WOA.

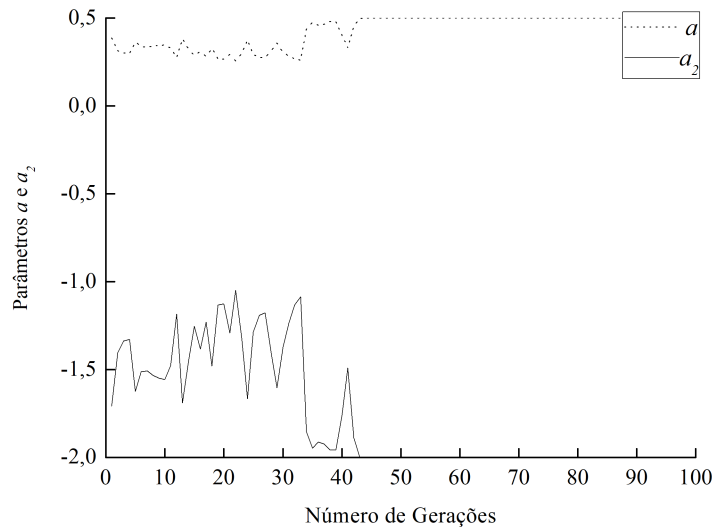


Fonte: O autor.

Na Figura 4.1 observa-se que na metodologia proposta por Mirjalili e Lewis (2016) os parâmetros a e a_2 variam linearmente sem que nenhuma informação sobre o andamento do processo evolutivo seja considerada. Já na Figura 4.2 percebe-se que no início do processo evolutivo a população apresenta diversidade, já que o valor da TC flutua entre zero e a unidade. Ao longo do processo evolutivo a população torna-se homogênea e o valor da

Figura 4.2 – Taxa de convergência para os parâmetros a e a_2 no AWOA.

Fonte: O autor.

Figura 4.3 – Evolução dos parâmetros a e a_2 ao longo das gerações considerando o AWOA.

Fonte: O autor.

TC se aproxima da unidade. Neste caso, conforme pode ser observado nas Figuras. 4.2 e 4.3, os valores dos parâmetros a e a_2 se aproximam de seus valores limites, isto é; 0,5 e -2, respectivamente. Assim, o processo de convergência empregado no AWOA é dependente da evolução do valor da função objetivo, diferentemente do observado quando apenas uma expressão linear é considerada.

Finalmente, apesar de ambos os algoritmos convergirem para a solução ótima do pro-

blema, o AWOA, diferentemente do WOA, utiliza informações sobre o andamento do processo evolutivo para a atualização dos parâmetros a e a_2 . Intuitivamente, esta característica pode ser benéfica para a convergência do problema, visto que ao se considerar a atualização dos parâmetros via uso de informações sobre o andamento do processo evolutivo, leva-se em consideração esse efeito, diferentemente de se empregar uma estratégia puramente empírica, como a descrita no algoritmo canônico.

4.2 Operador Cognitivo-Social

No algoritmo proposto por Mirjalili e Lewis (2016) nenhuma informação a respeito da experiência de indivíduos da população é levada em consideração para a atualização dos parâmetros do WOA, pelo menos de forma direta. Baseado nessa observação, o operador cognitivo-social proposto tem por objetivo incorporar ao WOA canônico um mecanismo no qual informações sobre a experiência adquirida por indivíduos da população possam ser utilizados para a geração de parte dos novos candidatos a solução do problema de otimização. Para tanto, considera-se a ideia proposta por Kennedy e Eberhart (1995) para a implementação do Algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization).

Em uma população, cada indivíduo possui sua própria experiência, sendo o mesmo capaz de estimar a qualidade dessa experiência. Além disso, como os indivíduos convivem em uma sociedade, eles também possuem conhecimentos sobre como seus vizinhos comportam-se. Esses dois tipos de informação correspondem à aprendizagem individual (cognitiva) e a transmissão cultural (social), respectivamente. Nesse caso, as ações tomadas por um indivíduo é dependente de seu desempenho no passado e do desempenho de alguns de seus vizinhos (KENNEDY; EBERHART, 1995; KENNEDY; EBERHART; SHI, 2001a). Nesse cenário, a ideia por trás de um sistema cognitivo-social é que os indivíduos tenderão a mover-se em direção uns dos outros e irão influenciar uns aos outros.

A interação entre os indivíduos pode ser mensurada de duas formas. A primeira conecta conceitualmente todos os membros de uma população entre si. Como consequência, o comportamento de cada indivíduo é influenciado pelo comportamento de todos os outros. A segunda métrica cria uma vizinhança para cada indivíduo. Sendo assim, a j -ésima baleia irá se mover em uma determinada direção considerando a seguinte relação matemática:

$$x_j(i+1) = x_j(i) + a(p_B - x_j(i)) + a(p_G - x_j(k)), \quad (4.8)$$

em que a é o parâmetro definido pela Equação (4.6), p_b e p_g representam, as melhores soluções local referente aos vizinhos do j -ésimo indivíduo e global na i -ésima geração, respectivamente.

Para a inserção do operador cognitivo-social no AWOA definiu-se que, em cada geração, é definido um número aleatório pertencente ao intervalo $[0; 1]$ e se esse for menor

que 0,5; o novo candidato será gerado conforme a sistemática discutida para o WOA canônico. Caso contrário, o novo candidato será gerado conforme a Equação (4.8) de modo que a experiência adquirida ao longo do processo evolutivo seja levada em consideração para a formação da nova população. Ressalta-se que o valor 0,5 foi definido de forma que nenhum novo parâmetro seja inserido no AWOA. A Figura 4.4 demonstra o fluxograma para decisão do operador a ser utilizado no AWOA por cada baleia.

O Quadro 4.1 apresenta o pseudo-código do algoritmo AWOA proposto.

Início

Parâmetros de Entrada: n (número de variáveis de projeto), espaço de projeto, f (função objetivo), NP (tamanho da população), N_{Gen} (número de gerações), p_t (probabilidade de troca)

Inicializa-se a população (aleatoriamente)

Avalia-se a população com relação à função objetivo $f(x)$

Determina-se a melhor solução X^*

$i=1$ (Inicializa-se o contador do número de gerações)

Enquanto o critério de parada não for satisfeito **faça**

Para cada baleia, atualiza-se os parâmetros a e a_2 usando a (Equação (4.6)) e A

Se $rand < 0,5$ **faça**

Se $rand < p_t$ **faça**

Se $|A| < 1$ **faça**

Atualiza-se a posição da baleia (Equação (3.1))

Senão

Atualiza-se a posição da baleia (Equação (3.2))

Fim Se

Senão

Atualiza-se a posição da baleia (Equação (4.8))

Fim Se

$i=i+1$ (Atualiza-se o contador do número de gerações)

Fim Enquanto

Imprimir os resultados: Solução do problema de otimização e número de avaliações da função (n_{eval})

Fim

Fonte: o autor.

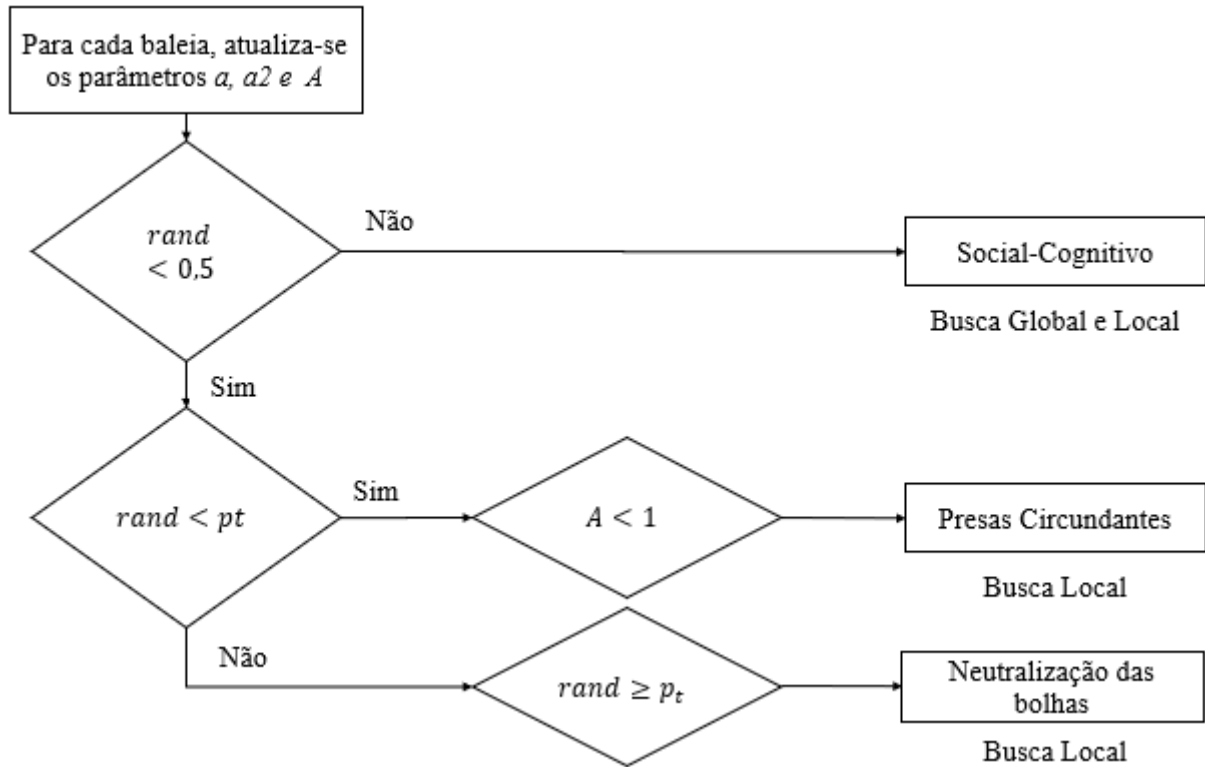
Quadro 4.1 – Pseudo-código da estratégias AWOA.

4.3 Análise dos Operadores Propostos

Para avaliar as modificações propostas no WOA, na próxima seção são apresentados os resultados obtidos considerando as seguintes funções matemáticas (MIRJALILI; LEWIS, 2016):

- Função F_1 :

Figura 4.4 – Fluxograma para decisão do operador a ser utilizado por cada baleia no AWOA.



Fonte: O autor.

$$\min F_1(x) = \sum_{i=1}^n (x_i + 0,5)^2, \quad (4.9)$$

em que $x_i \in [-100; 100]$ ($i=1, \dots, n=30$) e a solução ótima global é $F_1(x)=0$.

- Função F_2 :

$$\min F_2(x) = 4x_1^2 - 2,1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4, \quad (4.10)$$

em que $x_i \in [-5; 5]$ ($i=1, 2$) e a solução ótima global é $F_2(x)=-1,0316$.

- Função F_3 :

$$\min F_3(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10), \quad (4.11)$$

em que $x_i \in [-5,12; 5,12]$ ($i=1, \dots, n=30$) e a solução ótima global é $F_3(x)=0$.

Em cada análise considera-se três conjuntos de parâmetros de entrada no WOA e no AWOA (10 indivíduos e 100 gerações; 30 indivíduos e 250 gerações e 50 indivíduos e 500 gerações). Além disso, cada algoritmo foi executado 30 vezes considerando diferentes sementes para a inicialização do gerador de números aleatórios. Os três conjuntos de parâmetros foram escolhidos de modo que seja possível verificar e comparar a qualidade do resultado do WOA e do AWOA para quantidades diferentes de avaliações da função objetivo.

4.3.1 Atualização dos Parâmetros a e a_2

A Tabela 4.1 apresenta a influência do operador proposto para a atualização dos parâmetros a e a_2 no AWOA, bem como o valor médio (Σ) e o desvio padrão (Υ). Para essa análise, o operador cognitivo-social do AWOA será desabilitado para que se tenha uma comparação igualitária entre as estratégias WOA e AWOA.

Tabela 4.1 – Influência do operador proposto para a atualização dos parâmetros a e a_2 na qualidade da solução obtida pelos algoritmos WOA e AWOA.

	WOA		AWOA	
	Σ	Υ	Σ	Υ
10 indivíduos e 100 gerações				
F_1	1,948E-5	1,556E-7	1,864E-6	1,891E-8
F_2	-1,0316	6,661E-4	-1,0316	3,188E-5
F_3	1,112E-6	6,199E-8	4,855E-7	1,176E-8
30 indivíduos e 250 gerações				
F_1	3,442E-10	5,968E-9	0	1,687E-10
F_2	-1,0316	3,876E-5	-1,0316	7,699E-8
F_3	1,112E-10	1,688E-12	0	2,604E-14
50 indivíduos e 500 gerações				
F_1	0	0	1,233E-11	0
F_2	-1,0316	0	-1,0316	0
F_3	0	0	0	0

valor médio: Σ , Desvio padrão: Υ

Fonte: o autor.

Na Tabela 4.1 é possível verificar que, para todas as três funções consideradas, e para os dois dos três conjuntos de parâmetros (10 indivíduos e 100 gerações e para 10 indivíduos e 100 gerações), os resultados obtidos pelo AWOA foram superiores, em termos do valor médio e do desvio padrão, em relação ao WOA. Já quando considera-se 50 indivíduos e 500 gerações, os resultados obtidos por ambas as estratégias são equivalentes. Assim, pode-se afirmar que, no mínimo, os resultados obtidos com a aplicação do novo operador são equivalentes aos obtidos pelo algoritmo canônico.

4.3.2 Atualização da População via Operador Cognitivo-Social

Para avaliar a influência do operador cognitivo-social proposto, na Tabela 4.2 são apresentados os valores médios (Σ) e os desvios padrão (Υ) obtidos pelas estratégias WOA e AWOA. Cabe ressaltar que, para uma comparação mais justa, os parâmetros a e a_2 , em ambas as estratégias de otimização, são atualizadas de acordo com a expressão linear proposta por Mirjalili e Lewis (2016).

Na Tabela 4.2 observa-se que, para todas as três funções consideradas, e para os dois primeiro conjunto de parâmetros definidos (10 indivíduos e 100 gerações e para 10 indivi-

Tabela 4.2 – Influência do operador proposto para a atualização dos parâmetros a e a_2 na qualidade da solução obtida pelos algoritmos WOA e AWOA.

	WOA		AWOA	
	Σ	Υ	Σ	Υ
10 indivíduos e 100 gerações				
F1	1,879E-4	1,998E-6	0	0
F2	-1,0317	3,991E-4	-1,0316	0
F3	0	2,990E-7	0	0
30 indivíduos e 250 gerações				
F1	1,298E-8	2,898E-9	0	0
F2	-1,0316	3,989E-5	-1,0316	0
F3	5,699E-8	3,509E-9	0	0
50 indivíduos e 500 gerações				
F1	0	0	1,233E-11	0
F2	-1,0316	0	-1,0316	0
F3	0	0	0	0

valor médio: Σ , Desvio padrão: Υ

Fonte: o autor.

duos e 100 gerações), os resultados obtidos pelo AWOA foram superiores, em termos do valor médio e do desvio padrão, em relação ao WOA. Já quando considera-se uma população com mais indivíduos e gerações (50 e 500, respectivamente), ambos os resultados obtidos pelo WOA e AWOA são equivalentes. Portanto, como verificado para o operador empregado para a atualização dos parâmetros a e a_2 no AWOA, pode-se afirmar que, no mínimo, os resultados obtidos com a inserção do operador cognitivo-social proposto são equivalentes aos obtidos pelo algoritmo canônico.

No presente capítulo, as modificações sugeridas para aumentar o desempenho do AWOA foram apresentadas e analisadas considerando algumas funções matemáticas. No próximo capítulo são apresentadas aplicações das estratégias WOA e AWOA para a resolução de estudos de caso com diferentes níveis de complexidade, de forma a ilustrar o potencial destas técnicas de otimização.

Capítulo 5

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta capítulo, o desempenho das estratégias WOA e AWOA serão avaliados em uma série de problemas matemáticos e para o projeto de sistemas de engenharia. Os resultados obtidos por tais estratégias serão comparadas com outras estratégias propostas na literatura especializada. Enfatiza-se que a escolha dos parâmetros do WOA e do AWOA foram definidos a partir do trabalho de Mirjalili e Lewis (2016) e/ou por testes preliminares de modo que o número de avaliações da função objetivo (n_{eval}) não fosse muito superior aos requeridos por outras abordagens. Em cada aplicação, foram utilizados parâmetros diferentes, de acordo com a especificidade de cada problema.

5.1 Aplicações Matemáticas

Para avaliar as estratégias WOA e AWOA considere as seguintes funções matemáticas clássicas (MIRJALILI; LEWIS, 2016):

- Função F_1 :

$$\min F_1(x) = \sum_{i=1}^n (x_i + 0,5)^2, \quad (5.1)$$

em que $x_i \in [-100; 100]$ ($i=1, \dots, n=30$) e a solução ótima global é $F_1(x)=0$.

- Função F_2 :

$$\min F_2(x) = 4x_1^2 - 2,1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4, \quad (5.2)$$

em que $x_i \in [-5; 5]$ ($i=1, 2$) e a solução ótima global $F_2(x)=-1,0316$.

- Função F_3 :

$$\min F_3(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10), \quad (5.3)$$

em que $x_i \in [-5, 12; 5, 12]$ ($i=1, \dots, n=30$) e a solução ótima global é $F_3(x)=0$.

- Função F_4 :

$$\min F_4(x) = \Omega_1 \Omega_2, \quad (5.4)$$

em que:

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= (1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)), \\ \Omega_2 &= (30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)), \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde $x_i \in [-2; 2]$ ($i=1, 2$) e a solução ótima global é $F_4(x)=3$.

- Função F_5 :

$$\min F_5(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1, \quad (5.6)$$

em que $x_i \in [-600; 600]$ ($i=1, \dots, n=30$) e a solução ótima global é $F_5(x)=0$.

Para a resolução destes problemas foi considerado uma população com 30 baleias e 500 gerações. Com esta configuração, ambas as estratégias requerem 15030 avaliações da função objetivo para a resolução de cada um dos estudos de caso. A Tabela 5.1 apresenta os valores médios (Σ) e os desvios padrão (Υ) relativos as 30 execuções do WOA e do AWOA, bem como a sua comparação com outras técnicas de otimização (EP=Enxame de Partículas, BG=Busca Gravitacional, ED=Evolução Diferencial e PE=Programação Evolucionária), cujos resultados são apresentados em Mirjalili e Lewis (2016).

Na Tabela 5.1 é possível observar que, para as funções $F_1(x)$ e $F_2(x)$, todos os algoritmos foram capazes de encontrar a solução ótima. Já para a função $F_3(x)$, apenas as estratégias WOA e AWOA foram capazes de encontrar a solução ótima. Para a função $F_4(x)$, todos os algoritmos, exceto o EP, foram capazes de encontrar a solução global. Já para a função $F_5(x)$, todos os algoritmos, exceto as estratégias EP, EB e PE, foram capazes de encontrar a solução ótima. Em resumo, para os estudos de caso analisados, tanto o WOA quanto o AWOA sempre foram capazes de convergir para a solução ótima, visto os valores médios e os desvios padrão apresentados. Além disso, para os valores apresentados na Tabela 5.1, em todas as 30 execuções, ambos os algoritmos sempre foram capazes de encontrar a solução ótima, o que implica que, para a configuração utilizada, ambos os algoritmos foram robustos (sempre foram capazes de encontrar a melhor solução possível). Cabe enfatizar que, em termos do número de avaliações da função objetivo, ambas as estratégias consideradas por Mirjalili e Lewis (2016) (EP, BG, ED e PE) sempre requereram o mesmo número, isto é; n_{eval} igual a 15030.

Tabela 5.1 – Resultados obtidos com a aplicação do WOA e do AWOA aos estudos de caso matemáticos.

	EP		BG		ED	
	Σ	Υ	Σ	Υ	Σ	Υ
F_1	1,02E-4	8,28E-05	2,50E-16	1,74E-16	0	0
F_2	-1,03	6,25E-16	-1,03	4,88E-16	-1,03	3,10E-13
F_3	46,70	11,63	25,96	7,47	69,20	38,80
F_4	3,02	0,11	3,00	4,17E-15	3	2E-15
F_5	9,21E-3	7,72E-3	27,70	20,04	0	0

	PE		WOA		AWOA	
	Σ	Υ	Σ	Υ	Σ	Υ
F_1	0	0	1,06E-05	3,05E-05	0	0
F_2	-1,03	4,90E-07	-1,03	6,77E-16	-1,03	2,65E-10
F_3	0,04	0,01	0	0	0	1,45E-12
F_4	3	2E-15	3	1E-3	3	0
F_5	0,01	0,02	1E-07	0	1,78E-07	3,76E-09

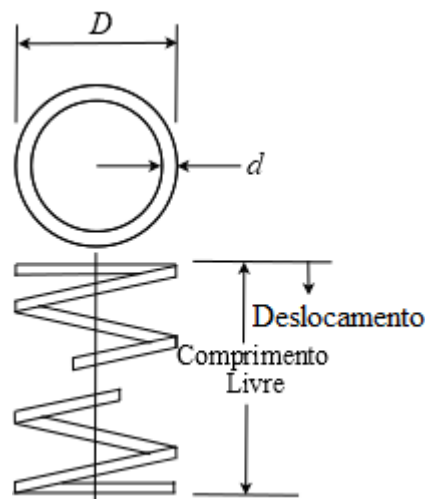
Fonte: Mirjalili e Lewis (2016), o autor.

5.2 Projetos de Sistemas de Engenharia

5.2.1 Mola Sob Tração/Compressão

Seja o problema do projeto de uma mola sob tração/compressão estudado por Carvalho *et al.* (2014) em que deseja-se minimizar o volume V da mola, conforme ilustrado na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Mola sob tração/compressão.



Fonte: Adaptado de Carvalho *et al.* (2014).

Neste problema existem três variáveis de projeto, a saber, o número de espiras ativos na mola ($N=x_1$), o diâmetro da mola ($D=x_2$) e o diâmetro do fio que forma a espira na mola ($d=x_3$). Matematicamente, este problema pode ser descrito como (CARVALHO *et al.*, 2014):

$$\min V = (x_1 + 2)x_2x_3^2, \quad (5.7a)$$

$$g_1(x) = 1 - \frac{x_2^3x_1}{71785x_3^4} \leq 0, \quad (5.7b)$$

$$g_2(x) = \frac{4x_2^2 - x_3x_2}{12566(x_2x_3^3 - x_3^4)} + \frac{1}{5108x_3^2} - 1 \leq 0, \quad (5.7c)$$

$$g_3(x) = 1 - \frac{140,45x_3}{x_2^2x_1} \leq 0, \quad (5.7d)$$

$$g_4(x) = \frac{x_2 + x_3}{1,5} - 1 \leq 0, \quad (5.7e)$$

$$2 \leq x_1 \leq 15, \quad (5.7f)$$

$$0,25 \leq x_2 \leq 1,3, \quad (5.7g)$$

$$0,05 \leq x_3 \leq 2. \quad (5.7h)$$

A restrição $g_1(x)$ representa a deflexão mínima permitida para a mola, a restrição $g_2(x)$ representa a tensão de cisalhamento, a restrição $g_3(x)$ representa a frequência de oscilação da mola e a restrição $g_4(x)$ se refere a limitação do diâmetro externo e interno da mola.

Para a resolução deste estudo de caso utilizando o WOA e o AWOA foram adotados os seguintes parâmetros: 60 baleias e 600 gerações (o que implica em 36060 avaliações da função objetivo). Ressalta-se que foram realizadas 35 simulações para este problema, cujos resultados são apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Resultado obtidos com a aplicação do WOA e do AWOA no problema da mola sob tração/compressão.

Algoritmo	Melhor Valor	Pior Valor	Σ	Υ
WOA	0,0127	0,0178	0,0136	0,0013
AWOA	0,0126	0,0401	0,0144	0,0045

valor médio: Σ , Desvio padrão: Υ

Fonte: o autor.

Na Tabela 5.2 observa-se que os resultados obtidos pelo WOA e pelo AWOA são coerentes com os reportados pela literatura ($V=0,0126 \text{ in}^3$). Entretanto, nota-se que o AWOA apresentou uma maior variabilidade em comparação ao WOA e que ambos nem sempre

conseguiram convergir para a solução ótima do problema, como observado pelo pior valor encontrado.

A Tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos considerando o algoritmo do Sistema Imunológico Artificial (AIS, do inglês *Artificial Immune System*) (ARAGÓN; ESQUIVEL; COELLO, 2010), o algoritmo do Sistema Imunológico Artificial associado ao Algoritmo Genético (AIS-GA, do inglês *Artificial Immune System-Genetic Algorithm*) e Sistema Imunológico Artificial - Algoritmo Genético com procedimento de compensação (AIS-GA^C, do inglês *Artificial Immune System Algorithm-Genetic Algorithm with Compensation*) (BERNARDINO; BARBOSA; LEMONGE, 2007), o Algoritmo Genético Auto-Adaptável (SA-GA, do inglês *Self-Adaptive Genetic Algorithm*) (COELLO, 1999), o *Gaussian Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization* (G-QPSO) (COELHO, 2010), o algoritmo de Recozimento Simulado Melhorado (FSA, do inglês *Simulated Annealing Derivative Free-Filter Method*) (HEDAR; FUKUSHIMA, 2006), o algoritmo de Comportamento Social (SB, do inglês *Social Behaviour*) (RAY; LIEW, 2003) e o Algoritmo de Enxame de Partículas (PSO, do inglês *Particle Swarm Optimization*) (CARVALHO *et al.*, 2014).

Tabela 5.3 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema da mola sob tração/compressão.

Algoritmo	n_{eval}	V (in ³)	d (in)	D (in)	N
AIS	36000	0,01267	0,05162	0,35511	11,3845
AIS-GA	36000	0,01267	0,05130	0,3474	11,8522
AIS-GA ^C	36000	0,01267	0,05166	0,3560	11,3296
SA-GA	900000	0,0127	0,05148	0,35166	11,6322
G-QPSO	20000	0,01267	0,05151	0,35253	11,5389
FSA	18802	0,01267	0,05174	0,358	11,2139
SB	25167	0,01267	0,05216	0,3681	10,6484
PSO	36000	0,01266	0,05406	0,41655	8,48436
WOA	36060	0,0127	0,0523	0,3724	10,4256
AWOA	36060	0,0126	0,0526	0,3791	10,0855

Fonte: (ARAGÓN; ESQUIVEL; COELLO, 2010), (BERNARDINO; BARBOSA; LEMONGE, 2007), (COELLO, 1999), (COELHO, 2010), (HEDAR; FUKUSHIMA, 2006), (RAY; LIEW, 2003), (CARVALHO *et al.*, 2014), o autor.

Como observado na Tabela 5.3, os resultados obtidos pelas estratégias WOA e AWOA estão em concordância com aqueles reportados por outras técnicas de otimização. Todavia, em termos do número de avaliações da função objetivo, observa-se que dentre todos os algoritmos, o G-QPSO, o FSA e o SB foram os que tiveram o menor custo computacional. Já os resultados obtidos pelas estratégias WOA e AWOA exigiram 36060 avaliações, aproximadamente o mesmo valor requerido pelas outras estratégias (AIS, AIS-GA, AIS-GA^C e PSO). Apesar de ter sido requerido um maior para n_{eval} do que algumas estratégias, considera-se que os resultados obtidos pelo WOA e o AWOA são considerados satisfatórios em termos do número de avaliações da função objetivo.

5.2.2 Viga Soldada

Este problema de otimização é um dos estudos de caso mais utilizados para avaliar o desempenho de métodos de otimização. Este consiste de uma viga soldada onde objetiva-se minimizar o custo total (C). Para essa finalidade considera-se as variáveis de projeto geométricas h (espessura da solda), l (comprimento da solda), t (largura da viga) e b (espessura da viga), conforme a Figura 5.2.

Matematicamente, este estudo de caso pode ser representado pelas seguintes relações (CARVALHO *et al.*, 2014).

$$\min C(h, l, t, b) = 1,10471h^2l + 0,04811tb(14 + l), \quad (5.8a)$$

$$g_1(\tau) = \tau - 13600 \leq 0, \quad (5.8b)$$

$$g_2(\sigma) = \sigma - 30000 \leq 0, \quad (5.8c)$$

$$g_3(b, h) = h - b \leq 0, \quad (5.8d)$$

$$g_4(Pc) = 6000 - Pc \leq 0, \quad (5.8e)$$

$$g_5(\delta) = \delta - 0,25 \leq 0, \quad (5.8f)$$

$$0,125 \leq h \leq 10, \quad (5.8g)$$

$$0,1 \leq l, t, b \leq 10, \quad (5.8h)$$

sendo que:

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + (l\tau_1\tau_2/\alpha)}, \quad (5.9a)$$

$$\tau_1 = \frac{6000}{\sqrt{2}ht}, \quad (5.9b)$$

$$\tau_2 = \frac{6000(14 + 0,5l)\alpha}{2(0,707hl(l^2/12) + 0,25(h + t)^2)}, \quad (5.9c)$$

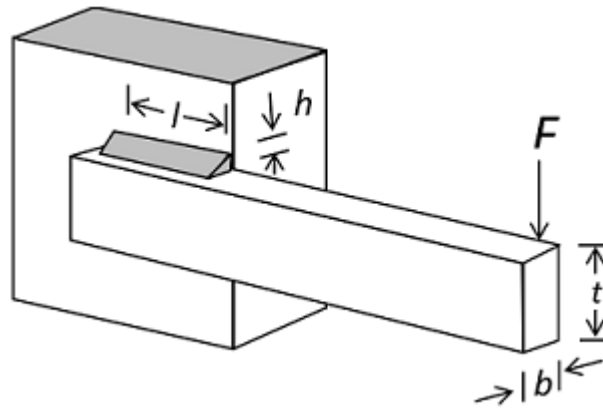
$$\alpha = \sqrt{0,25(l^2 + (h + t)^2)}, \quad (5.9d)$$

$$Pc = 64746,022(1 - 0,02822346t)tb^3, \quad (5.9e)$$

$$\sigma = \frac{504000}{t^2 b}, \quad (5.9f)$$

$$\delta = \frac{2,1952}{t^3 b}. \quad (5.9g)$$

Figura 5.2 – Viga soldada.



Fonte: Adaptado de Carvalho *et al.* (2014).

As duas primeiras restrições (g_1 e g_2) referem-se a tensão de cisalhamento e a tensão normal, respectivamente. Estas objetivam garantir que as tensões máximas sejam ultrapassadas. A terceira restrição (g_3) impõe que a espessura da viga seja menor que a espessura da solda. A restrição g_4 impõe que a carga aplicada F seja menor que a resistência da viga. A quinta restrição (g_5) estabelece um limite máximo para o deslocamento da extremidade da viga.

Para resolver este estudo de caso utilizando o WOA e o AWOA foram consideradas 160 baleias e 2000 gerações (totalizando 320160 avaliações da função objetivo). Os algoritmos foram executados 35 vezes de forma que o melhor e o pior valor obtido, em relação a função objetivo, possa ser apresentado, bem como os valores médios e o desvio padrão, conforme a Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Resultados obtidos com a aplicação do WOA ao problema viga soldada.

Algoritmo	Melhor Valor	Pior Valor	Σ	Υ
WOA	2,4028	4,9722	2,9702	0,9269
AWOA	2,2882	18,2452	7,9171	3,5227

valor médio: Σ , Desvio padrão: Υ

Fonte: o autor.

Na Tabela 5.4 percebe-se que o melhor resultado obtido pelo AWOA (\$ 2,28) é inferior ao melhor valor reportado pelo WOA (\$ 2,38) e pela literatura considerando diferentes métodos de otimização heurísticos (\$ 2,38 em média), apesar do seu pior valor (\$ 18,25) ser bem

superior a esse valor, o que implica que nem sempre o AWOA foi capaz de encontrar esse melhor valor. Já na Tabela 5.5 são apresentados os resultados considerando outras estratégias (GA=*Genetic Algorithm* (BARBOSA; LEMONGE, 2002), AIS-GA=*Artificial Imune System - Genetic Algorithm* e AIS-GA^C=*Artificial Imune System - Genetic Algorithm com Compensation* (BERNARDINO; BARBOSA; LEMONGE, 2007), PSO=*Particle Swarm Optimization* (CARVALHO *et al.*, 2014), HS=*Harmony Search* (LEE; GEEM, 2005), SCA=*Society and Civilization Algorithm* (RAY; LIEW, 2003)).

Tabela 5.5 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema da viga soldada.

Algoritmo	n_{eval}	h (in)	l (in)	t (in)	b (in)	C (\$)
GA	40050	0,2442	6,2231	8,2915	0,2444	2,3814
GA-AIS	320000	0,2443	6,2202	8,2915	0,2444	2,3812
GA-AIS ^C	320000	0,2443	6,2183	8,2911	0,2444	2,3812
HS	110000	0,2442	6,2231	8,2915	0,2443	2,3807
SCA	33095	0,2444	6,2380	8,2886	0,2446	2,3854
PSO	320000	0,2443	6,2186	8,2914	0,2443	2,3811
WOA	320160	0,2439	6,0423	8,4999	0,2447	2,4028
AWOA	320160	0,3001	5,4926	7,2938	0,3414	2,2882

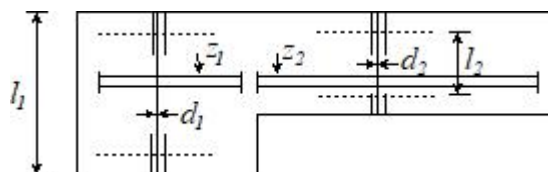
Fonte: (BARBOSA; LEMONGE, 2002), (BERNARDINO; BARBOSA; LEMONGE, 2007), (CARVALHO *et al.*, 2014), (LEE; GEEM, 2005), (RAY; LIEW, 2003), o autor.

Para este problema observa-se que o AWOA foi o algoritmo que apresentou o melhor resultado e o WOA o pior. Todavia, este resultado foi obtido as custas de um número bem maior de avaliações da função objetivo do que outras estratégias (GA, HS e SCA). Apesar disto considera-se que o valor obtido pelo AWOA é satisfatório em relação ao parâmetro n_{eval} .

5.2.3 Redutor de Velocidade

O objetivo deste problema de engenharia é minimizar o peso W de um redutor de velocidade, conforme ilustrado na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Redutor de velocidade.



Fonte: Adaptado de Carvalho *et al.* (2014).

As variáveis de projeto deste estudo de caso são: a largura da face ($b_1=x_1$), o módulo da carga suportada dos dentes ($m=x_2$), o número de dentes ($n_1=x_3$), o comprimento do primeiro eixo entre os rolamentos ($l_1=x_4$), o comprimento do segundo eixo entre os rolamentos

($l_2=x_5$), o diâmetro do primeiro eixo ($d_1=x_6$) e o diâmetro do segundo eixo ($d_2=x_7$). O modelo matemático que representa este problema é apresentado a seguir (CARVALHO *et al.*, 2014).

$$\min W = 0,7854x_1x_2^2(3,3333x_3^2 + 14,9334x_3 - 43,0934) + \\ -1,508x_1(x_6^2 + x_7^2) + 7,4777(x_6^3 + x_7^3) + 0,78545(x_4x_6^2 + x_5x_7^2), \quad (5.10a)$$

$$g_1(x) = \frac{27}{x_1x_2^2x_3} \leq 1, \quad (5.10b)$$

$$g_2(x) = \frac{397,5}{x_1x_2^2x_3^2} \leq 1, \quad (5.10c)$$

$$g_3(x) = \frac{1,93x_4^3}{x_2x_3x_6^4} \leq 1, \quad (5.10d)$$

$$g_4(x) = \frac{1,93x_5^3}{x_2x_3x_7^4} \leq 1, \quad (5.10e)$$

$$g_5(x) = \frac{1}{0,1x_6^3} \left[\left(\frac{745x_4}{x_2x_3} \right)^2 + 16,9 \times 10^6 \right]^{0,5} \leq 1100, \quad (5.10f)$$

$$g_6(x) = \frac{1}{0,1x_7^3} \left[\left(\frac{745x_5}{x_2x_3} \right)^2 + 157,5 \times 10^6 \right]^{0,5} \leq 850, \quad (5.10g)$$

$$g_7(x) = \frac{x_2x_3}{40} \leq 1, \quad (5.10h)$$

$$g_8(x) = \frac{x_1}{x_2} \geq 5, \quad (5.10i)$$

$$g_9(x) = \frac{x_1}{12x_2} \leq 1, \quad (5.10j)$$

$$g_{10}(x) = \frac{(1,5x_6 + 1,9)}{x_4} \leq 1, \quad (5.10k)$$

$$g_{11}(x) = \frac{(1,1x_7 + 1,9)}{x_5} \leq 1, \quad (5.10l)$$

$$2,6 \leq x_1 \leq 3,6; \quad -0,7 \leq x_2 \leq 0,8; \quad -17 \leq x_3 \leq 28; \quad -7,3 \leq x_4 \leq 8,3; \quad (5.10m)$$

$$-7,8 \leq x_5 \leq 8,3; \quad -2,9 \leq x_6 \leq 3,9; \quad -5,0 \leq x_7 \leq 5,5, \quad (5.10n)$$

em que as restrições do problema representam a flexão de estresse dos dentes da engrenagem, a tensão superficial, os desvios transversais das hastes e as tensões nos eixos (SOUZA *et al.*, 2014).

Para a resolução deste problema utilizando o WOA e o AWOA foram considerados os seguintes parâmetros: 60 baleias e 600 gerações (36060 avaliações da função objetivo). Este estudo de caso também foi resolvido 35 vezes, sendo os resultados apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Resultados obtidos com a aplicação do WOA e o AWOA ao problema do redutor de velocidade.

Algoritmo	Melhor Valor	Pior Valor	Σ	Υ
WOA	3012,7	4476,9	3294,1742	443,9323
AWOA	3022,0317	28584,5822	4885,6234	4206,0646

valor médio: Σ , Desvio padrão: Υ

Fonte: o autor.

Os resultados obtidos pelo WOA e o AWOA e apresentados na Tabela 5.6 são coerentes com os reportados por outros algoritmos (2996,4 lb em média). Todavia, o WOA obteve um melhor valor do que o AWOA, tanto no que tange o valor da função objetivo quanto das execuções em geral, como pode ser constatado pelo pior valor obtido. A Tabela 5.7 apresenta os resultados obtidos considerando outras estratégias de otimização (ES=*Evolutionary Algorithm* (MEZURA-MONTES; COELLO; LANDA-BECERRA, 2003), AIS-GA=*Artificial Imune System - Genetic Algorithm* e AIS-GA^C=*Artificial Imune System - Genetic Algorithm com Compensation* (BERNARDINO; BARBOSA; LEMONGE, 2007), PSO=*Particle Swarm Optimization* (CARVALHO *et al.*, 2014)).

Tabela 5.7 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema do redutor de velocidade.

Algoritmo	n_{eval}	b_1 (in)	m	n_1	l_1 (in)	l_2 (in)	d_1 (in)	d_2 (in)	W (lb)
ES	36000	3,506	0,701	17	7,461	7,962	3,362	5,309	3025,006
AIS-GA	36000	3,5	0,7	17	7,3	7,715	3,351	5,287	2994,473
AIS-GA ^C	36000	3,5	0,7	17	7,3	7,716	3,351	5,287	2994,472
PSO	36000	3,5	0,7	17	7,301	8,299	3,351	5,287	2996,359
WOA	36060	3,538	0,7	17	7,301	7,8	3,355	5,286	3012,703
AWOA	36060	3,538	0,7	17	7,642	7,8	3,436	5,286	3022,031

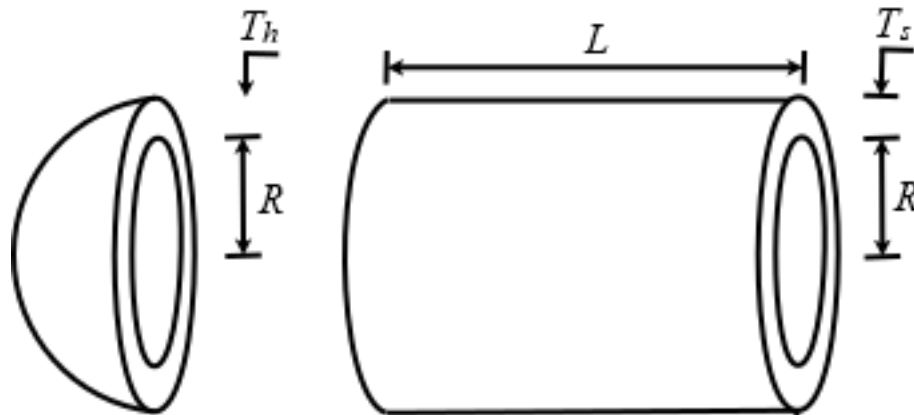
Fonte: (MEZURA-MONTES; COELLO; LANDA-BECERRA, 2003), (BERNARDINO; BARBOSA; LEMONGE, 2007), (CARVALHO *et al.*, 2014), o autor.

Na Tabela 5.7 é possível observar que ambos as estratégias WOA e AWOA não foram capazes de encontrar a melhor solução já reportada na literatura. Os valores obtidos são consideradas boas estimativas para a solução ótima. Neste caso, outras combinações entre os parâmetros de entrada do WOA e do AWOA poderiam ser testadas de modo que o valor de n_{eval} não se modifique. Em termos do número de avaliações da função objetivo, todas as estratégias apresentaram, praticamente, o mesmo custo computacional.

5.2.4 Vaso de Pressão

Esse estudo de caso de engenharia tem por objetivo minimizar o peso (W) de um vaso de pressão cilíndrico que apresenta duas tampas esféricas, conforme ilustrado na Figura 5.4.

Figura 5.4 – Vaso de pressão.



Fonte: Adaptado de Carvalho *et al.* (2014).

O modelo matemático que representa este modelo é representado a seguir (CARVALHO *et al.*, 2014):

$$\min W(T_s, T_h, R, L) = 0,6224T_s T_h R + 1,7781 T_h R^2 + 3,1661 T_s^2 R, \quad (5.11a)$$

$$g_1(T_s, R) = T_s - 0,0193R \geq 0, \quad (5.11b)$$

$$g_2(T_h, R) = T_h - 0,00954R \geq 0, \quad (5.11c)$$

$$g_3(R, L) = \pi R^2 L + \frac{4}{3} \pi R^3 - 1296000 \geq 0, \quad (5.11d)$$

$$g_4(L) = -L + 240 \geq 0, \quad (5.11e)$$

$$0,0625 \leq T_s, T_h \leq 5, 10 \leq R, L \leq 200, \quad (5.11f)$$

em que T_s representa a espessura do vaso de pressão, T_h é a espessura da tampa, R é o raio interno do vaso e L é a altura do componente cilíndrico. As primeiras duas restrições estabelecem um limite inferior para as razões $\frac{T_s}{R}$ e $\frac{T_h}{R}$. A terceira restrição refere-se ao limite inferior da espessura do vaso e a última restrição corresponde a um limite superior para o comprimento do vaso (BERNARDINO; BARBOSA; LEMONGE, 2007).

Para a resolução deste estudo de caso considerando o WOA e o AWOA foram adotados os seguintes parâmetros: 80 baleias e 1000 gerações (80080 avaliações da função objetivo). A Tabela 5.8 apresenta os resultados obtidos com a execução do algoritmo 35 vezes, bem como os resultados obtidos considerando diferentes estratégias de otimização (AIS=*Artificial Immune System* (ARAGÓN; ESQUIVEL; COELLO, 2010), SC-PSO=*Simple Constrained Particle Swarm Optimization* (CAGNINA; ESQUIVEL; COELLO, 2008), NPGA=*Niched-Pareto Genetic Algorithm* (COELLO; MONTES, 2001), MBFOA=*Modified Bacterial Foraging Optimization Problem* (MEZURA-MONTES; HERNÁNDEZ-OCANA, 2008), CSA=*Cuckoo Search Algorithm* (GANDOMI; YANG; ALAVI, 2013), PSO=*Particle Swarm Optimization* (CARVALHO *et al.*, 2014)).

Tabela 5.8 – Comparação entre os resultados obtidos considerando diferentes metodologias para o problema do problema do vaso de pressão.

Algoritmo	n_{eval}	Melhor	Σ	Pior	Υ
AIS	80000	6390,55	7694,06	6737,06	357
AIS-GA	80000	6060,13	6845,49	6385,94	-
AIS-GA ^C	80000	6059,85	7388,16	6545,12	124
SC-PSO	24000	6059,71	-	-	-
NPGA	80000	6059,75	6850	7332,88	426
MBFOA	48000	6059,73	6081,78	6150,13	67,24
CSA	15000	6059,71	6179,13	6318,95	137,223
PSO	80000	6059,71	6359,97	7544,49	2202,1
WOA	80000	6429,945	7355,986	9202,909	776,602
AWOA	80000	6059,139	6239,998	8999,999	586,908

Fonte: (CAGNINA; ESQUIVEL; COELLO, 2008), (COELLO; MONTES, 2001), (MEZURA-MONTES; HERNÁNDEZ-OCANA, 2008), (GANDOMI; YANG; ALAVI, 2013), (CARVALHO *et al.*, 2014), o autor.

Na Tabela 5.8 observa-se que o WOA não foi capaz de encontrar, para os parâmetros considerados, uma boa estimativa para a solução deste estudo de caso em comparação com outras estratégias de otimização. Por outro lado, o AWOA foi capaz de encontrar um resultado que está em concordância com o reportado na literatura. Todavia, ressalta-se que estes resultados foram obtidos com um número de avaliações da função objetivo bem superior aos requeridos por outras abordagens (SC-PSO, MBFOA e CSA).

A Tabela 5.9 apresenta os melhores valores referentes as variáveis de projeto, da função objetivo e de seu desvio padrão obtidos pelo AWOA para o problema do vaso de pressão.

5.2.5 Reator de Amônia

Dentre as aplicações em engenharia química que podem ser encontradas na literatura especializada, a síntese de amônia caracteriza-se como um processo extremamente importante visto a sua aplicabilidade nas indústrias de fertilizantes, produtos químicos, ex-

Tabela 5.9 – Resultados obtidos com a aplicação do AWOA ao problema do vaso de pressão.

	T_s (in)	T_h (in)	R (in)	L (in)	W (lb)
Melhor	0,812	0,437	42,098	176,646	6059,139
Υ	0,009	0,012	4,474	23,867	564,987

valor médio: Σ , Desvio padrão: Υ

Fonte: o autor.

plosivos, fibras, plásticos, refrigeração, produtos farmacêuticos, celulose, papel, mineração, metalurgia e limpeza.

Amônia é produzida a partir da reação exotérmica reversível de hidrogênio e nitrogênio ($N_2 + 3H_2 \leftrightarrow NH_3$ -92 KJ/mol) a temperatura e pressão elevadas e na presença de um catalisador (MURASE; ROBERTS; CONVERSE, 1970; UPRETI; DEB, 1997; EDGAR; HIMMELBLAU, 1989). Devido à alta pressão requerida, o consumo energético associado a este processo é elevado, o que torna mais rigorosas as exigências de redução de custos e de aumento de rendimento. Além disso, para aumentar a resistência do reator a altas pressões, a sua parede tem configuração especial (em sua fabricação, de ligas de certos materiais) (EDGAR; HIMMELBLAU, 1989).

Neste processo, o gás de alimentação com nitrogênio (21,75% em moles), hidrogênio (62,25% em moles), amônio (5% em moles), metano (4% em moles) e argônio (4% em moles) entra pelo fundo do reator e é pré-aquecido pelo gás que entra em contra-corrente para fins da promoção da reação exotérmica reversível no catalisador, onde a amônia é produzida. O gás reagido, que consiste no nitrogênio e hidrogênio não convertidos, além de amônia e inertes, irá reagir com o gás de alimentação antes de deixar o reator.

O projeto do reator apresentado neste trabalho enfatiza a maximização do lucro, baseado na diferença entre o valor do gás de produto e o valor do gás de alimentação menos a amortização dos custos de capital do reator (MURASE; ROBERTS; CONVERSE, 1970; UPRETI; DEB, 1997; EDGAR; HIMMELBLAU, 1989). Matematicamente, este objetivo é formulado como segue:

$$f(x_L, N_{N_2}, T_f, T_g) = 1,33563 \times 10^7 - 1,70843 \times 10^4 N_{N_2} + 704,09(T_g - T_0) - 699,27(T_f - T_0) - (3,45663 \times 10^7 + 1,98365 \times 10^9 x_L)^{0,5}. \quad (5.12)$$

Neste caso, o vetor de funções objetivo é função de quatro variáveis: o comprimento do reator (x_L), o número de moles de nitrogênio (N_{N_2}), a temperatura do gás de reação (T_g), e da temperatura do gás de alimentação (T_f), para uma dada temperatura de referência (T_0). Matematicamente, o modelo que descreve o processo acima é dado pelos balanços de massa e energia (YUSUP *et al.*, 2006; KSASY *et al.*, 2010).

$$\frac{dT_f}{dx} = \frac{US_1}{WC_{pf}} (T_g - T_f), \quad (5.13a)$$

$$\frac{dT_g}{dx} = -\frac{US_1}{WC_{pg}} (T_g - T_f) + \frac{(-\Delta H) S_2}{WC_{pg}} \left(-\frac{dN_{N_2}}{dx} \right), \quad (5.13b)$$

$$\frac{dN_{N_2}}{dx} = -f_a \left(k_1 \frac{p_{N_2} - p_{H_2}^{1,5}}{p_{NH_3}} - k_2 \frac{p_{NH_3}}{p_{H_2}^{1,5}} \right), \quad (5.13c)$$

$$k_1 = 1,79954 \times 10^4 \exp \left(\frac{-20800}{RT_g} \right), \quad (5.13d)$$

$$k_2 = 2,5714 \times 10^{16} \exp \left(\frac{-47400}{RT_g} \right), \quad (5.13e)$$

$$p_{N_2} = \frac{286N_{N_2}}{2,598N_{N_{20}} + 2N_{N_2}}, \quad (5.13f)$$

$$p_{H_2} = 3p_{N_2}, \quad (5.13g)$$

$$p_{NH_3} = \frac{286(2,23N_{N_{20}} - 2N_{N_2})}{2,598N_{N_{20}} + 2N_{N_2}}, \quad (5.13h)$$

$$0 \leq N_{N_2} \leq 3220, \quad 400 \leq T_f \leq 800, \quad 0 \leq x_L \leq 10, \quad (5.13i)$$

em que U é o coeficiente global de transferência de calor (500 kcal/ m^2 h K); S_1 é a área de superfície dos tubos de resfriamento por unidade de comprimento do reator (10 m); W é o fluxo mássico (26400 kg/h); C_{pf} é a capacidade térmica do gás de alimentação (0,707 kcal/kg K); ΔH é o calor de reação (-26000 kcal/kg moles de N_2); S_2 é a área da seção transversal da zona do catalisador (0,78 m^2); $-dN_{N_2}/dx$ é a taxa de reação (kg moles de N_2/hm^3); C_{pg} é a capacidade térmica do gás de reação (0,719 kcal/kg K); f_a é a atividade do catalisador (1); p_{N_2} , p_{H_2} e p_{NH_3} são as pressões parciais de N_2 , H_2 e NH_3 , respectivamente; k_1 e k_2 são as constantes de taxa; R é a constante de gás ideal (1,987 kcal/(kg mol K)); e T_0 é a temperatura de referência (K). As condições de contorno associados ao sistema diferencial são: $T_f(x = 0) = T_0$, $T_g(x = 0) = T_f$, $N_{N_2}(x = 0) = 701,2$ kmol/ m^2 h (MURASE; ROBERTS; CONVERSE, 1970; UPRETI; DEB, 1997; EDGAR; HIMMELBLAU, 1989; EDGAR; HIMMELBLAU; LASDON, 2001).

Na literatura, inúmeros trabalhos abordando a modelagem, a simulação e a otimização mono-objetivo do reator de síntese auto-térmica de amônia podem ser encontrados. Annable (1952) propôs uma estratégia para o controle de temperatura no reator de síntese auto-térmica de amônia. Dyson (1966) maximizou o rendimento de um reator auto térmico utilizado para a síntese de amônia através da determinação do coeficiente de transferência de calor em função do comprimento. Murase, Roberts e Converse (1970) determinou para o

mesmo sistema o coeficiente global de transferência de calor. Edgar e Himmelblau (1989), utilizando o Método do Gradiente Generalizado determinaram o lucro máximo através da otimização do comprimento de um reator de síntese de amônia. Entretanto, estes autores utilizaram expressões incorretas para as pressões parciais de N_2 , H_2 e N_{H_3} , necessárias para a simulação do perfil de temperatura e dos fluxos ao longo do comprimento do reator. Upreti e Deb (1997) apresentaram um procedimento para a maximização do lucro em um reator de síntese de amônia usando Algoritmos Genéticos associado à subrotina NAG (*Numerical Algorithm Group*) para a simulação do modelo matemático. No entanto, estes autores, diferentemente de Edgar e Himmelblau (1989), utilizaram as expressões corretas para as pressões parciais de N_2 , H_2 e N_{H_3} . Babu, Angira e Nilekar (2004) e Babu e Angira (2005) resolveram o problema estudado por Upreti e Deb (1997). Todavia, esses autores conseguiram demonstrar que a condição de reação inversa citada não existia, sendo que esta incoerência estava relacionada com o tipo de solver numérico utilizado por Upreti e Deb (1997) para a simulação do modelo matemático. Yusup *et al.* (2006) e Ksasy *et al.* (2010), de posse das correções apresentadas no modelo e no algoritmo de simulação, demonstraram que o resultado obtido por Upreti e Deb (1997) não representa uma condição ótima de operação.

Para avaliar o desempenho da metodologia proposta para fins da maximização do lucro no processo de produção de amônia foram considerados os seguintes parâmetros:

- Espaço de Projeto (MURASE; ROBERTS; CONVERSE, 1970; UPRETI; DEB, 1997; EDGAR; HIMMELBLAU, 1989): $0,01 \text{ m} \leq x \leq 10 \text{ m}$; $400 \text{ K} \leq T_f \leq 800 \text{ K}$; $500 \text{ K} \leq T_g \leq 700 \text{ K}$ e $0 \text{ kmol/m}^2\text{h} \leq N_{N_2} \leq 700 \text{ kmol/m}^2\text{h}$;
- Parâmetros considerados nos algoritmos: 50 indivíduos (baleias) na população (WOA e AWOA), 500 gerações (WOA e AWOA). Para os parâmetros considerados, ambos os algoritmos requerem $50+50 \times 500$ avaliações da função objetivo;
- Cada algoritmo foi executado 10 vezes para a obtenção dos valores que são apresentados na tabela que se segue.

A Tabela 5.10 apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos WOA e AWOA considerando T_0 igual a 694 K. Na Tabela 5.10 observa-se que os resultados obtidos por ambos os algoritmos são coerentes com aqueles reportados por outras estratégias. Além disso também observa-se que, em todas as execuções, ambos os algoritmos sempre foram capazes de encontrar a solução ótima, visto os valores médios obtidos. Fisicamente, é possível observar que o valor da temperatura do gás de alimentação (T_f) atingiu o seu valor mínimo (em $x = x_L$) para a obtenção da maximização do lucro. Já para os valores referentes ao número de moles de nitrogênio (N_{N_2}) e da temperatura do gás de reação (T_g), foram obtidos valores médios, conforme o espaço de projeto considerado. Em termos físicos, os resultados apresentados estão em concordância com aqueles reportados por Babu e Angira (2005) e Yusup

et al. (2006). Como destacado por Babu e Angira (2005), os resultados reportados por Edgar e Himmelblau (1989) e Upreti e Deb (1997) são distintos porque o modelo considerado por estes autores apresenta erros relacionados à modelagem do processo físico.

Tabela 5.10 – Resultados obtidos pelas estratégias WOA e AWOA para $T_0=694$ K.

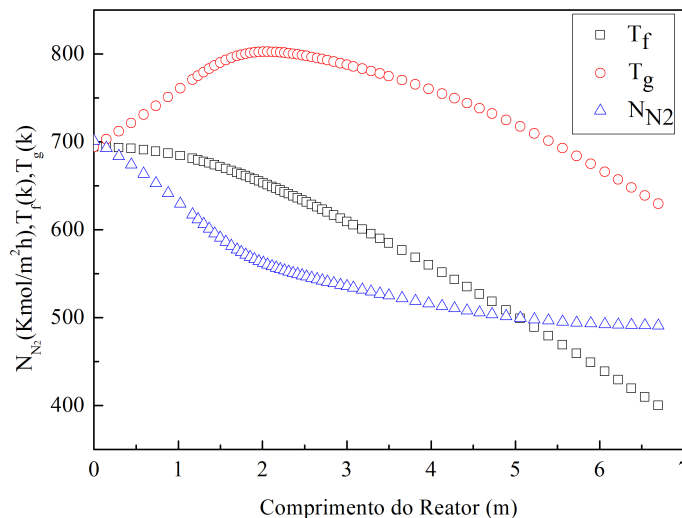
Referência	x_L (m)	T_f (K)	T_g (K)	N_{N_2} (Kmol/m ² h)	$f \times 10^{-6}$ (\$)
Upreti e Deb (1997)	5,33	-	-	-	4,23
Babu e Angira (2005)	6,58	-	-	-	5,00
Yusup <i>et al.</i> (2006)	6,695	400	629,65	490,84	5,015
WOA	6,695 ¹	400	629,71	490,79	5,055
WOA	6,694 ²	400	629,72	490,79	5,023
WOA	6,694 ³	400	629,72	490,80	5,011
AWOA	6,695 ¹	400	629,71	490,79	5,056
AWOA	6,696 ²	400	629,72	490,84	5,021
AWOA	6,696 ³	400	629,72	490,87	5,011

¹Melhor ²Média ³Pior.

Fonte: Upreti e Deb (1997), Babu e Angira (2005), Yusup *et al.* (2006), o autor.

A Figura 5.5 apresenta os perfis ótimos para o fluxo mássico e para as temperaturas no reator considerando T_0 igual a 694 K. Na Figura 5.5 percebe-se que o fluxo molar de nitrogênio, como esperado, diminui com relação ao comprimento do reator até atingir um valor limite (limitante de reação). O perfil de temperatura do gás de reação inicialmente aumenta até um valor ótimo e logo em seguida diminui. Já o perfil de temperatura do gás de alimentação sempre diminui ao longo do comprimento do reator.

Figura 5.5 – Perfis de fluxo mássico e de temperaturas no reator para $T_0=694$ K.



Fonte: O autor.

5.2.6 Secador Rotativo

O estudo da secagem de materiais particulados configura-se como uma das operações mais importantes em engenharia química devido à quantidade de aplicações que podem ser encontradas. Basicamente, esta operação unitária estuda os mecanismos de condução, convecção e/ou radiação relacionados com a transferência de energia de uma fonte de calor para o material particulado a ser seco (KIRANOUDIS; MAROULIS; MARINOS-KOURIS, 1997; ARRUDA, 2008).

Nesta aplicação é considerado o modelo de um secador rotativo desenvolvido por Arruda (2008), cujo objetivo é o de estimar os perfis de temperatura e umidade do sólido e do ar de secagem. A partir das hipóteses propostas por Arruda (2008), o modelo proposto para previsão dos perfis de umidade e temperatura do sólido e do ar de secagem no interior do secador rotativo operando em contracorrente é composto pelo seguinte sistema de equações:

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{R_w H}{G_f}, \quad W(1) = W_o, \quad (5.14a)$$

$$\frac{dM}{dz} = -\frac{R_w H}{G_s}, \quad M(0) = M_o, \quad (5.14b)$$

$$\frac{dT_f}{dz} = \frac{[U_a V(T_f - T_s) + R_w H(\lambda + C_{p_v} T_f) + U_p \pi D_t L(T_f - T_{amb})]}{G_f(C_{p_f} + W C_{p_v})}, \quad T_f(1) = T_{f_o}, \quad (5.14c)$$

$$\frac{dT_s}{dz} = \frac{[U_a V(T_f - T_s) + R_w H C_{p_l} T_s - R_w H(\lambda + C_{p_v}(T_f - T_s))]}{G_s(C_{p_s} + M C_{p_l})}, \quad T_s(0) = T_{s_o}, \quad (5.14d)$$

em que C_p é o calor específico (kJ/kg°C), D_t é o diâmetro interno do tambor (m), G a vazão mássica (kg/s), h é a entalpia (kJ/kg), H é a carga total do secador (kg), L é o comprimento total do tambor (m), M é a umidade do sólido (kg/kg), R_w é a taxa de secagem (s^{-1}), T é a temperatura (°C), T_{amb} é a temperatura ambiente (°C), U_a é o coeficiente de transferência volumétrica (kJ/sm³ °C), V é o volume do tambor (m³), W é a umidade absoluta do ar (kg/kg), z é a coordenada cartesiana adimensional (x/L), t o tempo de residência (s), λ é o calor latente de vaporização da água (kJ/kg) e os subscritos são: f para o fluido, s para o sólido, l para o líquido, v para o vapor e o para a condição de contorno (operação contracorrente).

A taxa de secagem local é dada por:

$$-R_w = \frac{(MR - 1)(M_0 - M_{eq})}{t}, \quad (5.15)$$

sendo a umidade adimensional (MR) estimada pela equação de Page (PAGE, 1949):

$$MR = \exp\left(-C_1 \exp\left(\frac{-C_2}{T_f}\right) t^{C_3}\right). \quad (5.16)$$

Na Equação 5.16, C ($i=1,2$ e 3) são constantes que dependem do processo estudado.

A umidade de equilíbrio (M_{eq}) é dada pela equação de Halsey modificada (OSBORN *et al.*, 1989), com parâmetros obtidos a partir dos dados experimentais para o material particulado utilizado.

$$M_{eq} = \left(\frac{-\exp(-0,0445T_S - 2,0795)}{\ln(UR)} \right)^{\frac{1}{1,4349}}, \quad (5.17)$$

onde UR é a umidade relativa.

Já os coeficientes de transferência volumétricos e de perda de calor são dados pelas seguintes equações (ARRUDA, 2008):

$$U_a = 3,535(G_f)^{0,289}(G_S)^{0,541} \quad (5.18a)$$

$$U_p = k_p(G_f)^{m_p}, \quad (5.18b)$$

em que:

$$G_f = \frac{v_{ar} A P M M_{ar}}{R(T_{fo} + 273,15)(1 + W_o)}, \quad (5.19a)$$

$$G_s = \frac{G_{SU}}{(1 + M_0)}. \quad (5.19b)$$

Nas Equações (5.18a) e (5.19a), k_p e m_p são constantes do processo estudado, v_{ar} é a velocidade do fluido, A é área da seção transversal do secador, P é a pressão do processo, $M M_{ar}$ é a massa molecular do ar, R é a constante dos gases ideais e G_{SU} é a vazão de sólidos úmido.

A carga total do secador é dada por:

$$H = \frac{G_s T R z}{1 + M_0}. \quad (5.20)$$

O calor latente é dado pela seguinte equação (ARRUDA, 2008):

$$\lambda = 2492,71 - 2,144T_S - 0,001577T_S^2 - 7,3353 \times 10^{-6}T_S^3. \quad (5.21)$$

Já o calor perdido é dado pela seguinte correlação (DOUGLAS *et al.*, 1993):

$$Q_p = U_p \pi D L (T_f - T_{amb}). \quad (5.22)$$

Mais detalhes sobre o desenvolvimento matemático, bem como sobre as hipóteses consideradas podem ser encontrados em Arruda (2008).

Para avaliar os algoritmos WOA e AWOA, alguns pontos devem ser destacados:

- Objetivo: minimizar a umidade do sólido ao final do comprimento do secador, i.e.; ($f = M(z=1)$) via determinação da temperatura de ar em $z=1$ (T_{f0}), da velocidade do ar (v_{ar}) e da vazão mássica de sólido seco (G_{SU});

- Também objetiva-se utilizar parte do calor perdido no processo para ser utilizado num outro. Assim, além das restrições relacionadas aos balanços de massa e energia, bem como aos limites estabelecidos para o vetor de variáveis de projeto, tem-se a seguinte restrição algébrica de igualdade:

$$\int_0^1 Q_p dz = 0,8. \quad (5.23)$$

Nesta, parte do calor deve ser recuperado para ser empregado para outra finalidade.

- Espaço de Projeto (ARRUDA, 2008): $77\text{ °C} \leq T_{f0} \leq 99\text{ °C}$, $1,1\text{ m/s} \leq v_{ar} \leq 3,9\text{ m/s}$ e $0,72\text{ kg/s} \leq G_{SU} \leq 1,28\text{ kg/s}$;
- Material particulado a ser secado: fertilizante do tipo SSP (superfosfato simples) com composição aproximada de 16 a 24% de P_2O_5 solúvel em água, 7 a 8 % de ácidos livres, água e outros componentes;
- Parâmetros considerados nos algoritmos WOA e AWOA: 50 indivíduos e 250 gerações. É importante ressaltar que para estes parâmetros são necessárias $50+50 \times 250$ avaliações da função objetivo em cada execução;
- Para a resolução do modelo diferencial considera-se o Método da Colocação como ferramenta numérica. Para avaliar a integral do calor, considera-se o Método de Simpson.

A Tabela 5.11 apresenta as condições de operação e os parâmetros físico-químicos do sólido e do gás considerados para a avaliação deste estudo de caso

Tabela 5.11 – Condições operacionais consideradas no projeto do secador (ARRUDA, 2008).

$M(z=0)=0,1124$	$W(z=1)=0,0057$	$T_s(z=0)=32,3^\circ$	$UR=0,1721$
$Cp_s=1,02577\text{ kJ}/(\text{kg}^\circ\text{C})$	$Cp_f=1\text{ kJ}/(\text{kg}^\circ\text{C})$	$Cp_l=4,1868\text{ kJ}/(\text{kg}^\circ\text{C})$	$L=1,40\text{ m}$
$Cp_v=1,1723\text{ (kJ/kg}^\circ\text{C)}$	$r=0,15\text{ m}$	$MM_{ar}=28,9\text{ g/gmol}$	$A=\pi r^2 m^2$
$R = 8,2 \times 10^{-5}\text{ (atm m}^3\text{)}/(\text{mol K})$	$T_{amb}=35^\circ\text{C}$	$D=2r\text{ m}$	$V = LA\text{ m}^3$
$TR=327\text{ s}(0 \leq t \leq TR)$	$Yq_{av}=0,209$	$t_a=0,209$	$\alpha =3$
$C_1=98,922\text{ s}^{-1}$	$C_2=368,079\text{ }^\circ\text{C}$	$C_3=-0,697$	$m_p=3,016$
$K_p=46,373\text{ KJ}/(\text{m}^2\text{s}^\circ\text{C})$	$P=0,91\text{ atm}$		

Fonte: o autor.

A Tabela 5.12 apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos WOA e AWOA. Percebe-se que os resultados obtidos por ambas as estratégias foram idênticos. Isto se deve ao fato da ativação dos limites laterais para v_{ar} e para G_{SU} . Os quais foram anteriormente estabelecidos por Arruda (2008) para que o modelo proposto possa ser empregado. Assim, observa-se que, apesar da complexidade deste estudo de caso, que as duas estratégias de otimização resultaram em resultados dentro dos esperados fisicamente, bem como com um número

Tabela 5.12 – Resultados obtidos pelos algoritmos WOA e AWOA para $T_0=694$ K.

	WOA			AWOA		
	Melhor	Σ	Pior	Melhor	Σ	Pior
f	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102
$T_{f0}(^{\circ}C)$	96,896	96,895	96,895	96,895	96,895	96,894
$v_{ar}(m/s)$	1,100	1,100	1,100	1,100	1,100	1,100
$G_{SU}(kg/s)$	1,280	1,280	1,280	1,280	1,280	1,280

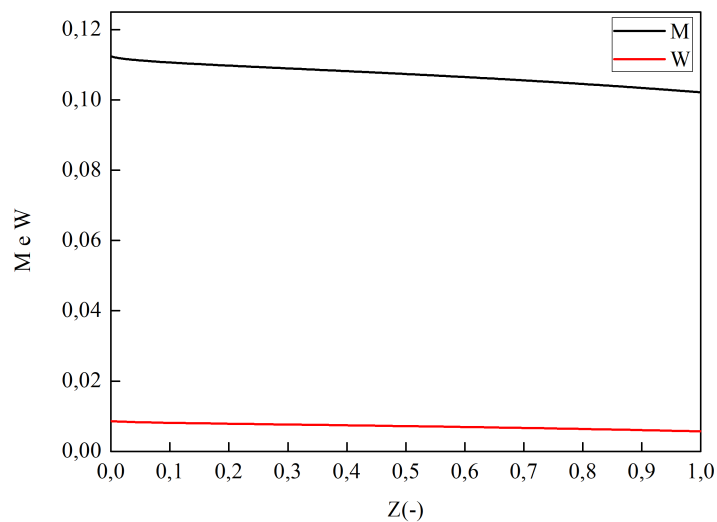
valor médio: Σ

Fonte: o autor.

de avaliações da função objetivo idênticos, o que implica que a metodologia proposta neste trabalho tem desempenho equivalente ao algoritmo proposto por Mirjalili e Lewis (2016).

As Figuras 5.6 e 5.7 apresentam os perfis de umidade e temperatura para o sólido e para o gás considerando a solução obtida pelo AWOA.

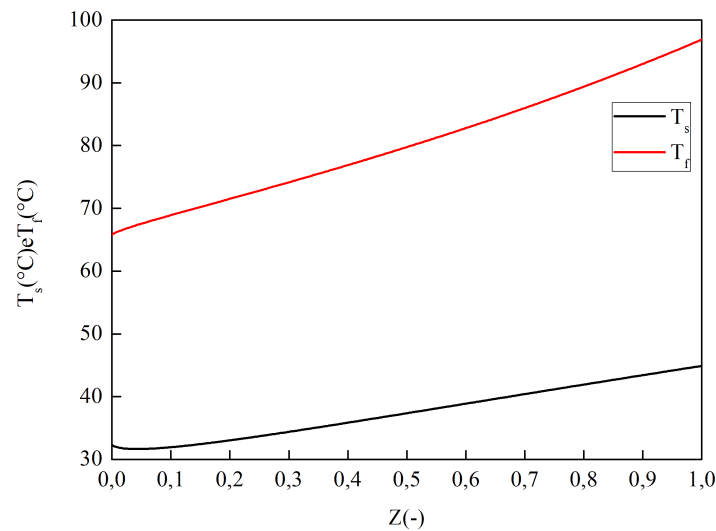
Figura 5.6 – Perfis de temperatura do sólido e do gás considerando a solução obtida pelo AWOA.



Fonte:O autor.

Nas Figuras 5.6 e 5.7 percebe-se uma boa concordância do modelo matemático com o esperado fisicamente, isto é; em $z=1$ a umidade do sólido diminuiu e a sua temperatura aumentou. Por outro lado, a umidade do gás aumentou e a sua temperatura diminuiu. Isto se deve ao fato de que o aumento da temperatura de entrada do fluido de aquecimento aumenta a taxa de secagem e, conseqüentemente, favorece a redução da umidade do sólido ao final do comprimento do secador. Além disso, o aumento da temperatura de entrada do fluido de aquecimento favorece a perda de calor, até que seja alcançada a ativação da restrição de igualdade considerada. Tal observação é coerente do ponto de vista experimental, uma vez que os secadores rotativos não possuem isolamento térmico e altas temperaturas

Figura 5.7 – Perfis de temperatura do sólido e do gás considerando a solução obtida pelo AWOA.



Fonte: O autor.

de entrada do ar de secagem provocam aumento na temperatura da parede do secador, que é construída com chapa metálica. Isso aumenta o gradiente de temperatura em relação ao meio externo e favorece as perdas de calor para o ambiente através da parede do tambor rotativo.

5.2.7 Consolidado dos Resultados

A Tabela 5.13 apresenta um comparativo entre os resultados apresentados pelo WOA e pelo AWOA. Quando se analisa os resultados em termos da função objetivo, o AWOA apresentou melhores resultados. Por outro lado, em relação ao desvio padrão, o WOA apresentou menores valores. O menor desvio padrão apresentado pelo AWOA significa que, apesar do algoritmo ter sido capaz de obter uma boa estimativa para a solução ótima, nem sempre o mesmo foi robusto, isto é; em algumas execuções, a solução ótima obtida pelo AWOA foi bem superior a obtida pelo WOA. Este comportamento do algoritmo apenas destaca a necessidade da execução do AWOA um número finito de vezes para que a melhor solução possível seja obtida. Cabe ressaltar que, a minimização do desvio padrão, isto é; o quanto um algoritmo baseado em população é robusto, é função dos mecanismos empregados para a atualização dos candidatos da população, da forma como os seus parâmetros são definidos e da semente empregada para inicializar o gerador de números aleatórios.

Tabela 5.13 – Comparativo entre os resultados apresentados pelo WOA e o AWOA.

Função	Melhor resultado	Menor Desvio Padrão
<i>F1</i>	AWOA	AWOA
<i>F2</i>	Similar	WOA
<i>F3</i>	Similar	WOA
<i>F4</i>	Similar	AWOA
<i>F5</i>	Similar	WOA
Mola sob tração/compressão	AWOA	WOA
Viga Soldada	AWOA	WOA
Redutor de velocidade	WOA	WOA
Vaso de pressão	AWOA	AWOA
Reator de amônia	AWOA	-
Secador rotativo	Similar	Similar

Fonte: o autor.

Capítulo 6

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A presente contribuição teve por objetivo avaliar o desempenho do *Whale Optimization Algorithm* (WOA), bem como de um novo operador para a atualização de seus parâmetros e de uma nova estratégia para a geração de candidatos em potencial. A metodologia proposta e denominada de *Adaptive Whale Optimization Algorithm* (AWOA) consiste na definição de um operador cognitivo-social baseado no uso de informações sobre a experiência adquirida por indivíduos da população ao longo do processo evolutivo como alternativa para a geração de candidatos no algoritmo canônico e de um operador para a atualização de dois parâmetros internos do WOA considerando o conceito da taxa de convergência.

Para avaliar a qualidade da solução obtida pelo WOA foi realizada uma análise de sensibilidade dos parâmetros do WOA, em que foi possível verificar que o aumento do tamanho da população e do número de gerações favorece a qualidade da solução. Além disso, verificou-se o efeito das duas novas propostas no WOA. Para a estratégia que utiliza o conceito da taxa de convergência foi possível observar, no mínimo, a mesma qualidade de solução em comparação com o algoritmo canônico. Todavia, ao invés destes parâmetros serem atualizados de forma puramente aleatória e de acordo com o número máximo de gerações, como proposto por Mirjalili e Lewis (2016), os mesmos são atualizados de modo que informações sobre o andamento do processo evolutivos sejam consideradas. Já com a inserção do operador cognitivo-social proposto foi possível observar uma redução na variabilidade do resultado obtido para a função objetivo. Isto significa que, para o mesmo tamanho de população e para o mesmo número de gerações, o AWOA resultou em uma menor dispersão dos resultados em relação ao algoritmo canônico.

Na etapa final do trabalho, o algoritmo AWOA foi aplicado na otimização de funções matemáticas e no projeto de sistemas de engenharia. Os resultados obtidos com a metodologia proposta foram comparados com aqueles reportados considerando outras estratégias

de otimização. De forma geral, os resultados obtido pelo AWOA foram considerados satisfatórios na medida em que boas estimativas para a solução dos problemas foram encontradas em relação a outras estratégias de otimização. Cabe ressaltar que tais resultados foram obtidos sem, necessariamente, aumentar o custo computacional médio requerido para resolver cada estudo de caso. Além disso, para cada estudo de caso, foi definido o tamanho da população e o número de gerações de modo que o número total de avaliações da função objetivo fosse condizente com o reportado na literatura ou que resultassem em boas estimativas para a solução ótima do problema. A priori, antes de executar o código não se sabe qual o melhor algoritmo, WOA ou AWOA. Ressalta-se que nem sempre o WOA ou o AWOA foram capazes de encontrar a melhor solução apresentada na literatura, o que justifica a continuidade dos estudos no que diz respeito ao desenvolvimento de novas estratégias para o aumento do desempenho nestes algoritmos.

Como sugestões para trabalhos futuros pretende-se: *i*) desenvolver um algoritmo multi-objetivo a partir do uso dos operadores propostos para o AWOA associado ao conceito de dominância de Pareto; *ii*) acoplar técnicas para o tratamento de robustez e de confiabilidade ao AWOA; *iii*) propor hibridizações do AWOA com outras estratégias (clássicas ou Meta-Heurísticas); e *iv*) propor novos operadores para o AWOA de modo que o desvio padrão possa ser reduzido.

REFERÊNCIAS

ABDEL-BASSET, M. *et al.* A hybrid whale optimization algorithm based on local search strategy for the permutation flow shop scheduling problem. *Future Generation Computer Systems*, Elsevier, v. 85, p. 129–145, 2018. Citado na página 27.

ALA'M, A. *et al.* Evolving support vector machines using whale optimization algorithm for spam profiles detection on online social networks in different lingual contexts. *Knowledge-Based Systems*, Elsevier, v. 153, p. 91–104, 2018. Citado na página 27.

ANNABLE, D. Application of the temkin kinetic equation to ammonia synthesis in large-scale reactors. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 1, n. 4, p. 145–154, 1952. Citado na página 78.

ARAGÓN, V. S.; ESQUIVEL, S. C.; COELLO, C. A. C. A modified version of a t-cell algorithm for constrained optimization problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Wiley Online Library, v. 84, n. 3, p. 351–378, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 69 e 76.

ARROYO, J. E. C. *et al.* Heurísticas e metaheurísticas para otimização combinatória multiobjetivo. [sn], 2002. Citado na página 29.

ARRUDA, E. B. Comparacao do desempenho do secador roto-fluidizado com o secador rotatorio convencional: secagem de fertilizantes. Universidade Federal de Uberlândia, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 81, 82 e 83.

BABU, B. V.; ANGIRA, R. Optimal design of an auto-thermal ammonia synthesis reactor. *Computers & Chemical Engineering*, Elsevier, v. 29, n. 5, p. 1041–1045, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 80.

BABU, B. V.; ANGIRA, R.; NILEKAR, A. Optimal design of an auto-thermal ammonia synthesis reactor using differential evolution. In: *Proceedings of The Eighth World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI-2004)*, Orlando, Florida, USA. [S.l.: s.n.], 2004. Citado na página 79.

BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. An adaptive penalty scheme in genetic algorithms for constrained optimization problems. In: MORGAN KAUFMANN PUBLISHERS INC. *Proceedings of the 4th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. [S.l.], 2002. p. 287–294. Citado na página 72.

BERNARDINO, H. S.; BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. A hybrid genetic algorithm for constrained optimization problems in mechanical engineering. In: IEEE. *Evolutionary Computation, 2007. CEC 2007. IEEE Congress on*. [S.l.], 2007. p. 646–653. Citado 4 vezes nas páginas 69, 72, 74 e 75.

BRAGA, C. G. *O uso de Algoritmos Genéticos para aplicação de Otimização de Sistemas Mecânicos*. Tese (Doutorado) — Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 1998. Citado na página 32.

CAGNINA, L. C.; ESQUIVEL, S. C.; COELLO, C. A. C. Solving engineering optimization problems with the simple constrained particle swarm optimizer. *Informatica*, v. 32, n. 3, 2008. Citado na página 76.

CARVALHO, É. C. R. *et al.* Solução de problemas de otimização com restrições usando estratégias de penalização adaptativa e um algoritmo do tipo pso. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2014. Citado 9 vezes nas páginas 67, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75 e 76.

CHAKOR, S. V.; DATE, T. N. Optimum coordination of directional overcurrent relays using genetic algorithm optimization technique. In: IEEE. *Intelligent Systems and Control (ISCO), 2016 10th International Conference on*. [S.l.], 2016. p. 1–6. Citado na página 33.

COELHO, L. S. Gaussian quantum-behaved particle swarm optimization approaches for constrained engineering design problems. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 37, n. 2, p. 1676–1683, 2010. Citado na página 69.

COELLO, C. A. C. Self-adaptive penalties for ga-based optimization. In: IEEE. *Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on*. [S.l.], 1999. v. 1, p. 573–580. Citado na página 69.

COELLO, C. A. C.; MONTES, E. M. Use of dominance-based tournament selection to handle constraints in genetic algorithms. *Intelligent Engineering Systems through Artificial Neural Networks*, v. 11, p. 177–182, 2001. Citado na página 76.

DAO, T.; PAN, T.; PAN, J. A multi-objective optimal mobile robot path planning based on whale optimization algorithm. In: IEEE. *Signal Processing (ICSP), 2016 IEEE 13th International Conference on*. [S.l.], 2016. p. 337–342. Citado na página 26.

DEB, K. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001. v. 16. Citado na página 31.

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. Positive feedback as a search strategy. Citeseer, 1991. Citado na página 35.

DOUGLAS, P. L. *et al.* Simulation of a rotary dryer for sugar crystalline. *Drying Technology*, Taylor & Francis, v. 11, n. 1, p. 129–155, 1993. Citado na página 82.

DYSON, D. C. *Optimal design of reactors for single exothermic reversible reactions*. Tese (Doutorado) — University of London, 1966. Citado na página 78.

EDGAR, T. F.; HIMMELBLAU, D. M. Optimization of chemical processes. *Engineering Optimization*, McGraw-Hill, 1989. Citado 4 vezes nas páginas 77, 78, 79 e 80.

EDGAR, T. F.; HIMMELBLAU, D. M.; LASDON, L. S. *Optimization of Chemical Processes*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2001. 672 p. Citado na página 78.

- GANDOMI, A. H.; YANG, X.; ALAVI, A. H. Cuckoo search algorithm: a metaheuristic approach to solve structural optimization problems. *Engineering with computers*, Springer, v. 29, n. 1, p. 17–35, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 76.
- GONZALES, G. V.; SANTOS, E. D.; NETO, A. J. S. Uma comparação entre os algoritmos de evolução diferencial e recozimento simulado associados ao design construtal para a otimização geométrica de uma cavidade em forma de duplo-t. *Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão (ISSN: 2525-4782)*, v. 3, n. 2, 2018. Citado na página 33.
- HASANIEN, H. M. Performance improvement of photovoltaic power systems using an optimal control strategy based on whale optimization algorithm. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 157, p. 168–176, 2018. Citado na página 27.
- HEDAR, A.; FUKUSHIMA, M. Derivative-free filter simulated annealing method for constrained continuous global optimization. *Journal of Global Optimization*, Springer, v. 35, n. 4, p. 521–549, 2006. Citado na página 69.
- HU, H. *et al.* A whale optimization algorithm with inertia weight. *WSEAS Transactions on Computers*, v. 15, n. 1, p. 319–316, 2016. Citado na página 55.
- KARABOGA, D.; BASTURK, B. On the performance of artificial bee colony (abc) algorithm. *Applied soft computing*, Elsevier, v. 8, n. 1, p. 687–697, 2008. Citado na página 35.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: IEEE. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*. [S.l.], 1995. v. 1, p. 1942–1948. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 59.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R.; SHI, Y. Swarm intelligence. In: *San Francisco: Morgan Kaufmann/Academic Press, USA*. [S.l.: s.n.], 2001. Citado na página 59.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C.; SHI, Y. *Swarm Intelligence*. [S.l.]: San Francisco: Morgan Kaufmann/Academic Press, USA, 2001. v. 1. Citado na página 34.
- KIRANOUDIS, C. T.; MAROULIS, Z. B.; MARINOS-KOURIS, D. Modeling and optimization of fluidized bed and rotary dryers. *Drying technology*, Taylor & Francis, v. 15, n. 3-4, p. 735–763, 1997. Citado na página 81.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *science*, American Association for the Advancement of Science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983. Citado na página 33.
- KSASY, M. S. M. *et al.* Optimal reactor length of an auto-thermal ammonia synthesis reactor. Citeseer, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 77 e 79.
- LEE, K. S.; GEEM, Z. W. A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: harmony search theory and practice. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier, v. 194, n. 36, p. 3902–3933, 2005. Citado na página 72.
- LOBATO, F. S. *et al.* Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia. Universidade Federal de Uberlândia, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 26, 29 e 31.
- LOBATO, F. S.; STEFFEN, V. J. Atualização dinâmica do tamanho da população no algoritmo de evolução diferencial via taxa de convergência. In: 8 ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADO E COMPUTACIONAL. *8 Encontro Regional de Matemática Aplicado e Computacional, Uberlândia - MG*. [S.l.], 2008. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 56.

- LUCIC, P.; TEODOROVIC, D. Bee system: modeling combinatorial optimization transportation engineering problems by swarm intelligence. In: *Preprints of the TRISTAN IV triennial symposium on transportation analysis*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 441–445. Citado na página 34.
- MASADEH, R.; ALZAQEBAH, A.; SHARIEH, A. Whale optimization algorithm for solving the maximum flow problem. *Journal of Theoretical & Applied Information Technology*, v. 96, n. 8, 2018. Citado na página 27.
- MEDANI, K. B. O.; SAYAH, S.; BEKRAR, A. Whale optimization algorithm based optimal reactive power dispatch: A case study of the algerian power system. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, 2017. Citado na página 26.
- MEHNE, H. H.; MIRJALILI, S. A parallel numerical method for solving optimal control problems based on whale optimization algorithm. *Knowledge-Based Systems*, Elsevier, v. 151, p. 114–123, 2018. Citado na página 27.
- MENEZES, S. L.; FREITAS, R. S.; PARPINELLI, R. S. Mineração em grandes massas de dados utilizando hadoop mapreduce e algoritmos bio-inspirados: Uma revisão sistemática. *Revista de Informática Teórica e Aplicada*, v. 23, n. 1, p. 69–101, 2016. Citado na página 32.
- METROPOLIS, N. *et al.* Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, AIP, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953. Citado na página 33.
- MEZURA-MONTES, E.; COELLO, C. A. C.; LANDA-BECERRA, R. Engineering optimization using simple evolutionary algorithm. In: IEEE. *Tools with Artificial Intelligence, 2003. Proceedings. 15th IEEE International Conference on*. [S.l.], 2003. p. 149–156. Citado na página 74.
- MEZURA-MONTES, E.; HERNÁNDEZ-OCANA, B. Bacterial foraging for engineering design problems: preliminary results. In: *Memorias del 4o Congreso Nacional de Computación Evolutiva (COMCEV'2008)*, CIMAT, Gto. Mexico. [S.l.: s.n.], 2008. Citado na página 76.
- MIRJALILI, S.; LEWIS, A. The whale optimization algorithm. *Advances in Engineering Software*, Elsevier, v. 95, p. 51–67, 2016. Citado 20 vezes nas páginas 26, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 44, 52, 55, 56, 57, 59, 60, 62, 65, 66, 67, 84 e 87.
- MOHANTY, D. K. Application of firefly algorithm for design optimization of a shell and tube heat exchanger from economic point of view. *International Journal of Thermal Sciences*, Elsevier, v. 102, p. 228–238, 2016. Citado na página 34.
- MOSTAFA, A. *et al.* Liver segmentation in mri images based on whale optimization algorithm. *Multimedia Tools and Applications*, Springer, p. 1–24, 2017. Citado na página 26.
- MUNDIM, O. G.; LOBATO, F. S.; SOUZA, D. L. Projeto de um reator de amônia usando o whale optimization algorithm. In: INSTITUTO POLITÉCNICO DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO. *XX Encontro Nacional de Modelagem Computacional e VIII Encontro de Ciência e Tecnologia de Materiais*. [S.l.], 2017. p. 1–10. Citado na página 27.
- MURASE, A.; ROBERTS, H. L.; CONVERSE, A. O. Optimal thermal design of an autothermal ammonia synthesis reactor. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, ACS Publications, v. 9, n. 4, p. 503–513, 1970. Citado 3 vezes nas páginas 77, 78 e 79.

OLIVA, D.; AZIZ, M. A. E.; HASSANIEN, A. E. Parameter estimation of photovoltaic cells using an improved chaotic whale optimization algorithm. *Applied Energy*, Elsevier, v. 200, p. 141–154, 2017. Citado na página 26.

OSBORN, G. S. *et al.* Predicting equilibrium moisture properties of soybeans. *Transactions of the ASAE*, American Society of Agricultural and Biological Engineers, v. 32, n. 6, p. 2109–2113, 1989. Citado na página 82.

PAGE, G. E. Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers. 1949. Citado na página 81.

PRAKASH, D. B.; LAKSHMINARAYANA, C. Optimal siting of capacitors in radial distribution network using whale optimization algorithm. *Alexandria Engineering Journal*, Elsevier, 2016. Citado na página 26.

RAY, T.; LIEW, K. M. Society and civilization: An optimization algorithm based on the simulation of social behavior. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, IEEE, v. 7, n. 4, p. 386–396, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 69 e 72.

REDDY, P. D. P.; REDDY, V. C. V.; MANOHAR, T. G. Whale optimization algorithm for optimal sizing of renewable resources for loss reduction in distribution systems. *Renewables: Wind, Water, and Solar*, Springer, v. 4, n. 1, p. 3, 2017. Citado na página 26.

ROHANI, M. *et al.* The workflow planning of construction sites using whale optimization algorithm. *Turkish Online Journal of Design Art and Communication*, ISTANBUL KULTUR UNIV ATA KOY CAMPUS, BAKIRKOY, ISTANBUL, 34156, TURKEY, v. 6, p. 2938–2950, 2016. Citado na página 26.

SARAMAGO, S. F. P. Métodos de otimização randômica: algoritmos genéticos e simulated annealing. *Notas em Matemática Aplicada*, v. 6, 2003. Citado 6 vezes nas páginas 25, 26, 29, 32, 33 e 48.

SASTRY, A. S.; AKHILA, S. Optimization of direction of arrival and polarization using whale optimization algorithm. *Optimization*, v. 6, n. 8, 2017. Citado na página 26.

SHI, Y. *et al.* Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In: IEEE. *evolutionary computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on*. [S.l.], 2001. v. 1, p. 81–86. Citado na página 34.

SOESANTI, I.; SYAHPUTRA, R. Batik production process optimization using particle swarm optimization method. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, Journal of Theoretical and Applied Information, v. 86, n. 2, p. 272, 2016. Citado na página 34.

SONMEZ, M.; AKGÜNGÖR, A. P.; BEKTAŞ, S. Estimating transportation energy demand in turkey using the artificial bee colony algorithm. *Energy*, Elsevier, v. 122, p. 301–310, 2017. Citado na página 35.

SOUZA, D. L. *et al.* Otimização por multi-exame evolucionário de partículas clássico e quântico competitivo sob a arquitetura paralela CUDA aplicado em problemas de engenharia. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará, 2014. Citado na página 73.

TRIVEDI, I. N. *et al.* A novel adaptive whale optimization algorithm for global optimization. *Indian Journal of Science and Technology*, v. 9, n. 38, 2016. Citado na página 26.

- UPRETI, S. R.; DEB, K. Optimal design of an ammonia synthesis reactor using genetic algorithms. *Computers & Chemical Engineering*, Elsevier, v. 21, n. 1, p. 87–92, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 77, 78, 79 e 80.
- VANDERPLAATS, G. N. Numerical optimization techniques for engineering design, vanderplaats research & development. *Inc., Colorado Springs, CO*, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- YAN, S.; CHU, J. C.; WANG, S.-S. An experimental approach for examining solution errors of engineering problems with uncertain parameters. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, 2017. Citado na página 25.
- YANG, X. *Nature-inspired metaheuristic algorithms*. [S.l.]: Luniver press, 2010. Citado na página 34.
- YANG, X. S. *A new metaheuristic Bat-Inspired Algorithm*. [S.l.]: In Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (Eds. J. R. Gonzalez et al.), Studies in Computational Intelligence, Springer, 2010. v. 1. Citado na página 36.
- YUNIAHASTUTI, I. T.; ANSHORI, I.; ROBANDI, I. Load frequency control (lfc) of micro-hydro power plant with capacitive energy storage (ces) using bat algorithm (ba). In: IEEE. *Technology of Information and Communication (ISemantic), International Seminar on Application for*. [S.l.], 2016. p. 147–151. Citado na página 36.
- YUSUP, S. *et al.* Modeling and optimization of ammonia reactor using shooting methods. In: WORLD SCIENTIFIC AND ENGINEERING ACADEMY AND SOCIETY (WSEAS). *Proceedings of the 5th WSEAS international conference on Data networks, communications and computers*. [S.l.], 2006. p. 258–268. Citado 3 vezes nas páginas 77, 79 e 80.
- ZAMANI, H.; NADIMI-SHAHRAKI, M. Feature selection based on whale optimization algorithm for diseases diagnosis. *International Journal of Computer Science and Information Security*, LJS Publishing, v. 14, n. 9, p. 1243, 2016. Citado na página 26.