



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO



Raina Ribeiro Marques

APLICAÇÃO DE UMA ABORDAGEM ROBUSTA NO PROBLEMA DE
LOCALIZAÇÃO DE AMBULÂNCIAS COM ESTUDO DE CASO NA
CIDADE DE CATALÃO - GOIÁS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CATALÃO – GO, 2016

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: ☒ **Dissertação** ☐ **Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Nome completo do autor: Raina Ribeiro Marques

Título do trabalho: Aplicação de uma abordagem robusta no problema de localização de ambulâncias com estudo de caso na cidade de Catalão – Goiás

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento ☒ SIM ☐ NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Raina Ribeiro Marques
Assinatura do (a) autor (ã)²

Data: 05 / 08 / 2016

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

²A assinatura deve ser escaneada.

RAINA RIBEIRO MARQUES

Aplicação de uma Abordagem Robusta no Problema de Localização de
Ambulâncias com Estudo de Caso na Cidade de Catalão - Goiás

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em
Modelagem e Otimização pela Universidade
Federal de Goiás – Regional Catalão.

Orientador:

Prof. Dr. Thiago Alves de Queiroz

CATALÃO – GO
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Marques, Raina Ribeiro

Aplicação de uma abordagem robusta no problema de localização de
ambulâncias com estudo de caso na cidade de Catalão-Goiás
[manuscrito] / Raina Ribeiro Marques. - 2016.

119 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Alves de Queiroz.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade
Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Catalão,
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização, Catalão, 2016.
Bibliografia. Anexos. Apêndice.

Inclui tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Otimização robusta. 2. Incertezas. 3. Localização de ambulâncias. 4.
Programação linear inteira. I. Queiroz, Thiago Alves de, orient. II. Título.

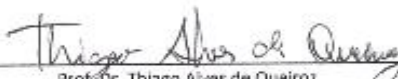
CDU 658.5

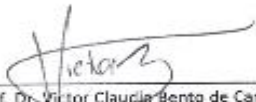


Ata de Defesa Pública – Dissertação de Mestrado

Aos cinco dias do mês de julho do ano de 2016, às 14 h: 00 min, reuniram-se os componentes da banca examinadora, professores(as) Dr. Thiago Alves de Queiroz (presidente e orientador), Dr. Victor Claudio Bento de Camargo e Dr. Romes Antonio Borges para, em sessão pública realizada no Miniauditório Congadas (Centro Integrado de Pesquisa) da Regional Catalão (RC), da Universidade Federal de Goiás (UFG), procederem com a avaliação do trabalho intitulado: "*Aplicação de uma abordagem robusta no problema de localização de ambulâncias com estudo de caso na cidade de Catalão-Goiás*" em nível de Mestrado, área de concentração *Modelagem e Otimização*, de autoria de Raina Ribeiro Marques, discente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Otimização (PPGMO) da UFG/RC. A sessão foi aberta pelo presidente da banca, que fez a apresentação formal dos membros da banca. A seguir, a palavra foi concedida ao discente que, dentro do tempo regulamentar, procedeu a apresentação de seu trabalho. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu o candidato, tendo-se adotado o sistema de diálogo sequencial. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação do trabalho. Os membros da banca consideraram o trabalho final: (☒) **Aprovado** (unanimidade) ou (☐) **Reprovado** (por maioria simples). Cumpridas as formalidades de pauta, às 15 h: 55 min a presidência da mesa encerrou a sessão e para constar, eu Thiago Alves de Queiroz, lavrei a presente Ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora e pelo discente e, posteriormente, será homologada pelo Colegiado do PPGMO.

Catalão-GO, 05 de julho de 2016.


Prof. Dr. Thiago Alves de Queiroz
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e
Otimização, UFG/RC.
(Presidente da Banca)


Prof. Dr. Victor Claudio Bento de Camargo
Departamento de Engenharia de Produção, ICTE,
Universidade Federal do Triângulo Mineiro.


Prof. Dr. Romes Antonio Borges
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e
Otimização, UFG/RC.


Discente: Raina Ribeiro Marques
Programa de Pós-Graduação em Modelagem e
Otimização, UFG/RC.

Dedico este trabalho a minha filha Laura e ao meu sobrinho Vitor Hugo, pela alegria que trazem ao meu coração.

Dedico (In Memoriam) ao meu avô João Marques, pela falta que faz em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me abençoada nesta etapa da vida. Não deixando que nada de errado acontecesse ao longo desta jornada.

Agradeço imensamente ao meu orientador Prof. Dr. Thiago Alves de Queiroz, pela compreensão, dedicação e paciência durante esta pesquisa.

Agradeço ao meu marido Wander, minha mãe Neuza, por terem dedicado um pouquinho de seu tempo para cuidar da minha filha Laura, enquanto ia nos atendimentos com meu orientador.

Agradeço aos meus colegas de turma pela amizade que cultivamos. Em especial aos meus colegas José Salviano, Rosane e Alcione, que sempre tiveram dispostos a me ajudar quando precisei.

Agradeço ao 10º Batalhão Bombeiro Militar da cidade de Catalão-Goiás pela disposição e atenção.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro fornecido durante este trabalho.

É junto dos “bão” que a gente fica “mió”.

(Guimarães Rosa)

RESUMO

MARQUES, R. R. *Aplicação de uma abordagem robusta no problema de localização de ambulâncias com estudo de caso na cidade de Catalão – Goiás*. 2016. 119 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem e Otimização) – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

As técnicas de otimização robusta podem ser usadas em problemas sujeitos a incertezas com o intuito de obter soluções robustas, isto é, soluções menos sensíveis as variações do problema. Problemas como o de localização de instalações, especificamente, o de localização de ambulâncias possuem incertezas em seus dados. Assim, um modelo de programação linear inteira de localização de ambulâncias e bases é investigado considerando que o tempo de atendimento das chamadas é um parâmetro incerto, uma vez que este parâmetro é influenciado pela natureza da chamada, trânsito ou distância, por exemplo. Propõe-se um modelo a partir da aplicação de uma abordagem robusta que controla a quantidade de parâmetros incertos sobre o tempo de atendimento. A partir de um estudo de caso, com dados reais fornecidos pelo batalhão de corpo de bombeiros da cidade de Catalão, Goiás, considerado sobre os modelos, os resultados mostram que a quantidade de ambulâncias existente na corporação é maior que a necessidade atual, dado o modelo sem incertezas. Porém, os resultados sobre o modelo robusto apontaram que a quantidade de ambulâncias existentes na cidade é capaz de atender até certa variação do tempo de atendimento, sendo que para uma variação máxima, a quantidade de ambulâncias disponível não é capaz de suprir a demanda. O modelo se comportou bem para os dois primeiros cenários, dentre os três testados, sendo que para o último cenário o modelo se mostrou bastante sensível a variação dos parâmetros considerados incertos.

Palavras-chaves: otimização robusta; incertezas; localização de ambulâncias; programação linear inteira.

ABSTRACT

MARQUES, R. R. *Application of a robust approach in the ambulance location problem with a case study in the city of Catalão – Goiás*. 2016. 119 f. Master Thesis in Modelling and Optimization – Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão – GO.

The robust optimization techniques can be used in problems subject to uncertainty in order to obtain robust solutions, that is, solutions that are less sensitive to the problem variations. Problems such as the facility location, specifically, the location of ambulances, have uncertainty in your data. Thus, an integer linear programming model for allocation of ambulances and stations is investigated considering that the service time is an uncertainty parameter, since this parameter is influenced by the nature of the call, traffic, or distance traveled, for example. It is proposed a model considering the application of a robust approach that controls the amount of uncertainty parameters related with the service time. A case study with real data provided by the fire department of the city of Catalão, Goiás, is performed on the models and the results show that the number of ambulances is greater than the current need, as pointed by the model without uncertainty. However, the results on the robust model show that the real number of ambulances in the city is able to serve a limited amount of demand, so for a maximum variation of the demand, the number of available ambulances are not able to support it. The model had worked well for the first two scenarios among the three ones tested, in which for the last scenario the model was quite sensitive to changes on the uncertainty parameters.

Keywords: robust optimization; uncertainty; location of ambulances; integer linear programming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Fases da modelagem matemática.....	28
Figura 2.1 – Exemplo de solução para um problema de localização de instalações.....	38
Figura 4.1 – Ilustração da cobertura de demanda.....	71
Figura 5.1 – Solução computada para o cenário 2 e com $\alpha = 80\%$	81
Figura 5.2 – Solução computada para o cenário 2 e com $\alpha = 97,5\%$	82
Figura 5.3 – Sede do 10º BBM inaugurada em 2015.....	83
Figura 5.4 – Parte da frota veicular atual do 10º BBM.....	83
Figura 5.5 – Espaço interno de uma ambulância de resgate.....	84
Figura 5.6 – Resultados para o cenário 1 com $\alpha = 80\%$ observando a Tabela 5.5.....	91
Figura 5.7 – Resultados para o cenário 1 com $\alpha = 99\%$ observando a Tabela 5.6.....	92
Figura 5.8 – Resultados para o cenário 2 com $\alpha = 80\%$ observando a Tabela 5.7.....	94
Figura 5.9 – Resultados para o cenário 2 com $\alpha = 99\%$ observando a Tabela 5.8.....	95
Figura 5.10 – Resultados para o cenário 3 com $\alpha = 80\%$ observando a Tabela 5.9.....	97
Figura 5.11 – Resultados para o cenário 3 com $\alpha = 99\%$ observando a Tabela 5.10.....	98
Figura A.1 do Apêndice A – Localização dos bairros e bases abertas para a cidade de Catalão, Goiás.....	117
Figura A.1 do Anexo A – Mapa geográfico da cidade de Catalão, Goiás, Brasil.....	119

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Modelos determinísticos envolvendo localização de ambulâncias.....	40
Tabela 4.1 – Total de ambulâncias a cobrir cada ponto de demanda.....	71
Tabela 5.1 – Fração máxima de ocupação em relação à α e f	79
Tabela 5.2 – Comparação entre as implementações para o UBUL-M.....	80
Tabela 5.3 – Valor de Γ_α considerando até 84 parâmetros q_i como incertos na restrição.....	85
Tabela 5.4 – Resultados para o estudo de caso considerando o modelo UBUL-M.....	87
Tabela 5.5 – Resultados obtidos para o cenário 1 com nível de confiança de 80% para o UBUL-MR.....	90
Tabela 5.6 – Resultados obtidos para o cenário 1 com nível de confiança de 99% para o UBUL-MR.....	90
Tabela 5.7 – Resultados obtidos para o cenário 2 com nível de confiança de 80% para o UBUL-MR.....	93
Tabela 5.8 – Resultados obtidos para o cenário 2 com nível de confiança de 99% para o UBUL-MR.....	93
Tabela 5.9 – Resultados obtidos para o cenário 3 com nível de confiança de 80% para o UBUL-MR.....	96
Tabela 5.10 – Resultados obtidos para o cenário 3 com nível de confiança de 99% para o UBUL-MR.....	97
Tabela A.1 – Localização dos possíveis pontos de instalação.....	113
Tabela A.2 – Bairros atendidos pelo 10º Batalhão Bombeiro Militar da cidade de Catalão –GO no ano de 2015.....	115

LISTA DE QUADROS

Quadro 1.1 – Classificação das pesquisas.....	33
---	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	27
1.1	Motivação.....	27
1.2	Objetivos.....	32
1.3	Metodologia.....	32
1.4	Organização do Trabalho.....	35
2	REVISÃO DA LITERATURA RELACIONADA.....	37
2.1	Problema de Localização de Ambulâncias.....	37
2.2	Otimização Robusta.....	44
2.3	Incertezas em Problemas na Área da Saúde.....	49
3	OTIMIZAÇÃO ROBUSTA.....	53
3.1	Contextualização.....	53
3.2	Modelagem Robusta de Soyster (1973).....	55
3.3	Modelagem Robusta de Ben-Tal e Nemirovski (2000).....	57
3.4	Modelagem Robusta de Bertsimas e Sim (2004).....	60
4	MODELO DE LOCALIZAÇÃO DE AMBULÂNCIAS.....	65
4.1	Upper-Bound Unavailability Location (UBUL).....	65
4.1.1	Restrição de indisponibilidade.....	66
4.1.2	Formulação para o UBUL.....	68
4.1.3	Modelo UBUL-Modificado (UBUL-M).....	70
4.2	Otimização Robusta Sobre o Modelo UBUL-M.....	72
4.3	Resolução de Modelos de Programação Inteira.....	75
5	EXPERIMENTOS.....	77
5.1	Pacotes de Otimização.....	77

5.1.1	Avaliando os pacotes de otimização.....	77
5.1.2	Analisando o modelo UBUL-M.....	79
5.2	Estudo de Caso.....	82
5.2.1	Dados para os testes.....	84
5.2.2	Resultados para o modelo UBUL-M.....	86
5.2.3	Resultados para o modelo UBUL-MR.....	89
6	CONCLUSÕES.....	99
	REFERÊNCIAS.....	103
APÊNDICE A	DADOS DOS CENÁRIOS.....	113
ANEXO A	MAPA DE CATALÃO, GOIÁS, BRASIL.....	119

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo são apresentados o problema de estudo com as principais contribuições, incluindo autores da literatura, que motivaram a realização desta pesquisa. Também, tem-se a metodologia utilizada na pesquisa, os objetivos pretendidos e como se deu a organização dos demais capítulos.

1.1 Motivação

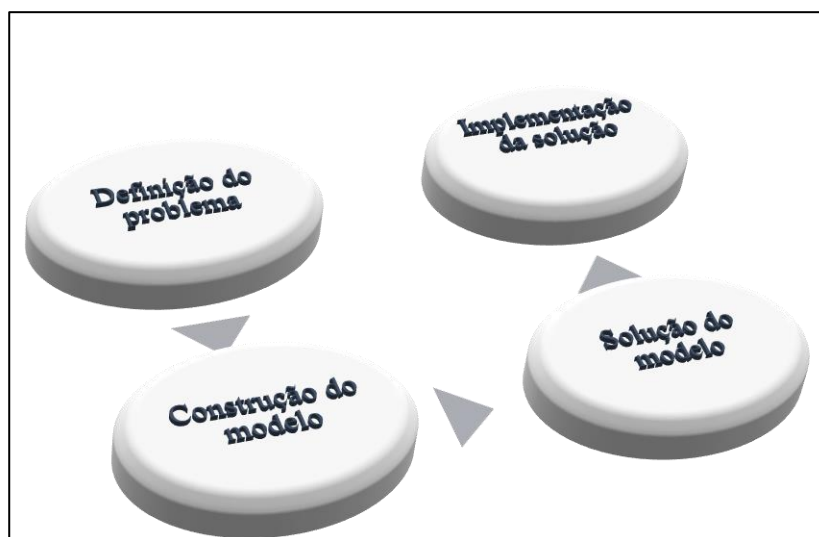
Os serviços de emergência móveis são de grande importância para a sociedade. São responsáveis por atendimentos de resgate, busca e salvamento, que inclui desde o salvamento de vítimas de acidente, ao salvamento de animais, incêndios que podem ser urbanos ou de vegetação, além de trabalhos preventivos e administrativos. No ano de 2015, o corpo de bombeiros do estado de Goiás atendeu aproximadamente 100 mil ocorrências, segundo as estatísticas de atendimento disponíveis em <http://www.bombeiros.go.gov.br>. Somente na cidade de Catalão, localizada no interior do estado de Goiás, foram atendidas cerca de 3.324 ocorrências, um número considerável para uma cidade que conta com cerca de 98.737 habitantes, segundo o IBGE (2015).

De acordo com o Ministério da Saúde (MS), o número de ambulâncias necessário para atender uma demanda provém da quantidade de habitantes na região. O MS estabelece que é necessária uma unidade de resgate (ambulância) a cada 100 mil habitantes, segundo o Portal de Notícias de Tocantins (2016), porém isso não acontece na realidade. Segundo Souza (1996), o processo de distribuição das unidades de resgate acontece sem nenhum estudo ou projeto, apenas se espalha as unidades de maneira que a demanda da região possa ser atendida, em que

essa quantidade pode ser excessiva ou insuficiente. Em alguns casos, acredita-se que seja melhor agrupar várias unidades de resgate em uma única base de atendimento, ao invés de distribuir tais unidades em várias bases, o que poderia diminuir o tempo de resposta ao atendimento. Por exemplo, na cidade de Catalão existem quatro unidades de resgate localizadas na única base do corpo de bombeiros, de certa forma contradizendo o recomendado pelo MS, pois apenas uma ambulância seria suficiente para atender uma cidade de população igual a de Catalão. Esse é um exemplo comum do processo de tomada de decisão no setor da saúde, de forma que existe a necessidade por abordagens para encontrar uma melhor solução, uma vez que a solução correta para os serviços de emergências traz benefícios para toda a sociedade.

A modelagem matemática tem sido utilizada constantemente para lidar com problemas reais do cotidiano. De acordo com Bassanezi (2002), a modelagem matemática é um processo utilizado para obtenção e validação de problemas matemáticos. Mais do que isso, ela é a arte de transformar situações reais em problemas matemáticos, em que as soluções devem ser interpretadas em uma linguagem comum. Segundo Taha (2008), o processo de resolução de um problema real passa por quatro fases, conforme a Figura 1.1.

Figura 1.1 - Fases da modelagem matemática.



Fonte: Taha (2008).

Para tratar problemas que envolvem a localização de ambulâncias, a literatura tem usado modelos de localização de instalações. A localização de instalações envolve determinar a melhor localização de uma instalação que deve interagir com seus clientes. Os trabalhos pioneiros envolvendo a localização de instalações apareceram na década de 1960, com a

publicação de Hakimi (1964), para a instalação de postos de serviços em rede, e Hakimi (1965), com a instalação de postos policiais.

Para os problemas de localização de ambulâncias, os trabalhos pioneiros surgiram por volta da década de 1970, segundo Brotcorne, Laporte e Semet (2003). O autor oferece uma revisão detalhada dos principais modelos de localização de ambulâncias até o ano de sua publicação. Ele apresenta detalhes do modelo *Location Set Covering Model* (LSCM), introduzido por Toregas et al. (1971) e que tem por objetivo minimizar o número de ambulâncias necessárias para cobrir todos os pontos de demanda; do modelo *Maximal Covering Location Problem* (MCLP) desenvolvido por Church e Reville (1974), que busca maximizar a cobertura total da demanda de acordo com disponibilidade da ambulância; do modelo *Maximal Covering Location Problem* (MCLP) modificado, estudado por Daskin e Stern (1981) e que tem por objetivo maximizar a cobertura da demanda e o número de pontos de demanda atendidos.

O foco desta pesquisa é investigar um modelo de localização de instalação desenvolvido por Mohaymany et al. (2012). Os autores desenvolveram um modelo de programação inteira para a localização de ambulâncias e bases de operação. O objetivo é minimizar o custo relacionado a abertura de instalações e uso de ambulâncias, com a garantia de atendimento de todos os pontos de demanda por meio de um nível de confiabilidade. A partir de uma restrição de indisponibilidade, foi possível dividir igualmente o serviço entre as ambulâncias, assim nenhuma ambulância trabalha demais ou fica ociosa. Tais autores conseguiram com o modelo proposto resultados melhores do que os anteriores da literatura, como aos de Borrás e Pastor (2002). Além disso, os autores também apresentaram uma aplicação prática do modelo. Um estudo de caso na província de Teerã no Irã foi trabalhado permitindo adequar o atendimento da província. Foi possível definir o número de ambulâncias necessárias para atender a demanda e também realizar a realocação e abertura de novas bases de operação.

No modelo proposto por Mohaymany et al. (2012) o tempo médio de resposta total é considerado pré-fixado. Segundo o Conselho Federal de Medicina (2015), o tempo médio de resposta total é o tempo entre a solicitação telefônica de atendimento até a entrada do paciente no serviço hospitalar. Nota-se que este tempo não pode ser considerado fixo, pois está sujeito a variações, uma vez que pode ser influenciado por fatores como a distância do local da chamada, a natureza da ocorrência, o trânsito, o horário da chamada, entre outros fatores. Segue que este dado é incerto, pois ocorre em situação de incerteza, e, então, pode ser tratado por um problema de otimização robusta (SNYDER, 2006).

As técnicas de otimização robusta surgiram para resolver problemas que possuem incertezas associada, por exemplo, a seus dados (ou parâmetros). No mundo real, muitos problemas são considerados incertos, principalmente aqueles que trabalham com dados envolvendo custo, peso, tempo e demanda, que estão sujeitos a influência de fatores externos, como a variabilidade do mercado ou imprecisão do equipamento.

Uma vez que os problemas de localização de instalações podem ser formulados a partir de programação inteira, como é o caso tratado neste trabalho, as incertezas nos dados podem surgir na matriz de restrições, na função objetivo ou nos termos independentes. Com isso, resolver os modelos considerando a presença de incertezas é uma forma de garantir soluções mais próximas da realidade, ou pelo menos que sejam robustas quanto as incertezas presentes nos dados reais (SOYSTER, 1973). Por exemplo, considere um problema resolvido por programação inteira, como o clássico problema da mochila 0-1, que envolve determinar um subconjunto de máximo valor e que respeite uma restrição de capacidade, dado um conjunto de objetos disponíveis (ARENALES et al., 2007). Para um dado exemplo aleatório, a solução ótima sem considerar incertezas, também referenciada como solução nominal, tem valor igual a 2946. Porém, ao assumir que o valor do peso dos objetos é incerto e pode sofrer uma variação de até 10%, a solução reduz para 2771. Assim, torna-se importante descobrir até que ponto uma solução nominal é capaz de retratar a realidade que conta com dados incertos.

Visando obter soluções menos distante da realidade, Soyster (1973) introduziu um estudo sobre técnicas de otimização robusta no contexto de programação linear para obter soluções melhor representando a realidade dos problemas. O trabalho pioneiro do autor sugeria que os dados incertos da matriz de restrição do modelo estariam sujeitos a uma variação e sempre assumiriam o máximo valor desta variação. Em contrapartida, isto traz uma piora demasiada no valor da função objetivo e, então, a abordagem robusta de Soyster (1973) parece bastante conservadora.

A partir daí outros autores discutiram a ideia. Ben-Tal e Nemirovski (2000) sugeriram uma abordagem cujo modelo original de programação linear se transforma em um não-linear. Os autores mostraram que uma solução viável para o modelo de Soyster (1973) também é viável para o modelo não-linear. O modelo destes autores contém uma parcela não-linear no conjunto de restrições que levam a incertezas, assumindo que uma solução candidata possuem uma certa média e desvio padrão.

Por conseguinte, Bertsimas e Sim (2004) propuseram uma abordagem dita menos conservadora e ainda deixa o modelo resultante como linear. Na abordagem de Bertsimas e Sim (2004) é possível controlar a quantidade de dados incertos que assumem o máximo valor de

variação por meio de um parâmetro, inserido no modelo, denominado de grau de conservadorismo. A ideia é proteger a violação da restrição por meio do grau de conservadorismo. Esta proteção oferece uma parcela não-linear para o modelo, porém os autores conseguiram desenvolver um modelo dual para esta parcela, denominada função de proteção, e assim chegar em um modelo resultante linear.

As abordagens robustas de Soyster (1973), Ben-Tal e Nemirovski (2000) e Bertsimas e Sim (2004) são as mais discutidas no contexto de problemas formulados via programação linear e inteira. Além disso, várias aplicações podem ser encontradas na literatura envolvendo o uso dessas abordagens, como nos trabalhos de Paiva e Morabito (2011), Além e Morabito (2012) e Munhoz e Morabito (2014), por exemplo. Tais autores utilizaram as abordagens robustas em aplicações envolvendo modelos de programação linear e inteira para o planejamento da produção em usinas de álcool e açúcar, aplicação em indústria de móveis e no planejamento de produção de uma empresa de suco, respectivamente. A abordagem robusta que os autores adotaram foi a de Bertsimas e Sim (2004), uma vez que eles afirmaram que ela é a menos conservadora.

Todavia, ao considerar problemas de localização de ambulâncias, não se encontrou qualquer trabalho na literatura envolvendo as abordagens robustas anteriores. Com isso, observa-se claramente que há a necessidade de se trabalhar as incertezas que surgem nos problemas de localização de ambulâncias. E, assim, considerar o emprego de abordagens robustas nesse contexto, visto que trará contribuições para o estado-da-arte, além de oferecer resultados mais próximos da realidade.

Devido à grande importância que os problemas de localização de ambulâncias possuem, já que são problemas reais do cotidiano e envolvem questões de organização e investimento por parte da administração pública, vê-se a necessidade de estudar tais tipo de problemas. Dessa forma, esta pesquisa busca considerar o modelo de localização de ambulâncias e bases desenvolvido por Mohaymany et al. (2012), para o qual se aplica a abordagem robusta de Bertsimas e Sim (2004), uma vez que há incertezas no tempo médio de resposta dos atendimentos e tal abordagem tem sido a menos conservadora conforme o estado-da-arte. Além disso, busca-se aplicar o modelo em um estudo de caso realizado no Batalhão Bombeiro Militar da cidade de Catalão, Goiás, visando comparar as soluções obtidas com a situação real da corporação.

1.2 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é investigar um modelo de localização de ambulâncias e bases, para qual se considera incertezas nos dados e aplica-se uma abordagem robusta. Assim, o modelo resultante vai ser considerado em uma aplicação real na corporação de bombeiros da cidade de Catalão, Goiás, tal que comparações devem ser feitas entre as soluções encontradas e a situação real da corporação. Por conseguinte, os objetivos específicos deste estudo são:

- Revisar a literatura sobre o problema de localização de ambulâncias, otimização robusta e incertezas na área da saúde;
- Investigar as abordagens robustas propostas por Soyster (1973), Ben-Tal e Nemirovski (2000) e Bertsimas e Sim (2004);
- Analisar o modelo de localização de ambulâncias proposto por Mohaymany et al. (2012);
- Aplicar a abordagem robusta de Bertsimas e Sim (2004) sobre o modelo de Mohaymany et al. (2012);
- Realizar testes numéricos envolvendo os modelos obtidos, incluindo um estudo de caso na cidade de Catalão, Goiás.

1.3 Metodologia

Segundo Gil (2009) a pesquisa é um processo para construir conhecimento humano com o objetivo de encontrar respostas aos problemas que são avaliados. Para desenvolver uma pesquisa, alguns procedimentos devem ser seguidos desde a formulação do problema até o alcance dos resultados.

As pesquisas podem ser classificadas quanto aos objetivos, que podem ser do tipo exploratórias, descritivas ou explicativas, e quanto aos procedimentos técnicos utilizados, podendo ser bibliográfica, documental, experimental, levantamento de dados, estudo de campo, estudo de caso e pesquisa-ação (GIL 2009). Já para Forte (2004) as pesquisas podem ser classificadas como aponta o Quadro 1.1.

Quadro 1.1 - Classificação das pesquisas.

Quanto a natureza das variáveis	Qualitativa	Quantitativa	
Quanto ao objetivo	Exploratória	Descritiva	Causal
Quanto a amplitude e profundidade	Estudo de caso	Estudo de campo	Levantamento amostral
Quanto ao controle	Laboratório	Experimento de campo	

Fonte: Forte (2004).

No presente estudo, a pesquisa realizada pode ser classificada da seguinte forma:

- Quanto aos procedimentos técnicos: a pesquisa é bibliográfica, pois traz um levantamento dos principais referenciais teóricos já elaborados, principalmente de livros, teses e artigos científicos (GIL, 2009). Neste estudo foi realizada uma revisão bibliográfica sobre o problema de localização de ambulâncias, de problemas de otimização robusta no âmbito de programação linear e inteira e sobre incertezas na área da saúde.
- Quanto a natureza das variáveis: a pesquisa é quantitativa, pois utiliza de números para obter informações, buscando analisar e obter conclusões do problema (DALFOVO; LANA; SILVEIRA, 2008).
- Quanto ao objetivo: a pesquisa é descritiva, já que tem por objetivo estabelecer relações entre variáveis (GIL, 2009), e causal, pois busca identificar e analisar a relação entre as variáveis dependentes e independentes de um problema (FORTE, 2004). No caso, busca-se verificar qual a relação existente entre o tempo de resposta de uma ambulância com a quantidade de ambulâncias necessárias para atender uma demanda. Assim, investigar o quanto este tempo é capaz de influenciar na solução final.
- Quanto a amplitude e profundidade: a pesquisa é do tipo estudo de caso. Para Gil (2009), o estudo de caso é uma modalidade que busca explorar situações da vida real. Para Yin (2001), o estudo de caso permite obter características significativas de problemas da vida real. Identifica-se como estudo de caso quando se tem a intenção de examinar uma unidade ou parte dela, preocupando-se em perceber o que o caso sugere em relação ao todo e não apenas o estudo daquele caso (VENTURA, 2007). Nesta pesquisa, utiliza-se do estudo de caso para analisar a presente situação do Batalhão Bombeiro Militar da cidade de Catalão, Goiás, visando comparar se o número de unidades de resgate que a corporação possui é suficiente para atender toda a sua demanda. Além disso, testes computacionais são realizados envolvendo os dados da corporação a fim de obter comparações com as soluções do modelo resultante e a situação real da corporação.

Assim, as conclusões obtidas servem de base para alimentar outros estudos e guiar as organizações durante a tomada de decisão nessa área.

- Quanto ao controle: a pesquisa é de laboratório, uma vez que testes computacionais são realizados para encontrar soluções mais próximas da realidade. Este tipo de pesquisa é bastante usado pelas ciências exatas (FORTE, 2004).

A partir disto, dada a necessidade de considerar incertezas no problema de localização de ambulâncias, foi realizada inicialmente uma pesquisa e estudo da literatura sobre as técnicas de otimização robusta empregadas em problemas de programação linear e/ou inteira. A literatura tem considerado três trabalhos base, a saber: Soyster (1973), Ben-Tal e Nemirovski (2000) e Bertsimas e Sim (2004). Esse primeiro estudo permitiu a escrita de um artigo científico com os resultados sendo publicados em Marques e Queiroz (2014).

Observou-se que a abordagem robusta proposta por Ben-Tal e Nemirovski (2000) resulta em um modelo não linear. Então, fez-se um estudo envolvendo um desenvolvimento em Série de Taylor sobre o modelo robusto não-linear de tais autores a fim de torná-lo linear, sendo os resultados publicados em Marques e Queiroz (2015a). Todavia, os resultados não foram satisfatórios e, conseqüentemente, decidiu-se por não aplicar esses resultados sobre o modelo de localização de bases e ambulâncias de Mohaymany et al. (2012).

A partir do conhecimento das abordagens robustas, o modelo de localização de ambulâncias de Mohaymany et al. (2012) foi considerado frente aos demais da literatura, pois foi o que apresentou os melhores resultados em termos de resposta as demandas e assegurando um nível de confiabilidade sem super ou subestimar o número de ambulâncias necessárias para o atendimento. Propôs-se uma modificação visando melhorar a performance desse modelo no que tange aos testes computacionais, em que foram realizados testes comparando dois pacotes de otimização para modelos de programação linear inteira. Os resultados desse estudo foram publicados em Marques e Queiroz (2015b).

Ao analisar o modelo de localização de ambulâncias e bases modificado, observou-se, em conformidade com a literatura, a necessidade de considerar o tempo de atendimento das ambulâncias como um parâmetro incerto, uma vez que esse tempo pode ser influenciado por fatores como natureza, horário e local da chamada, bem como o trânsito. Com isso, a abordagem robusta de Bertsimas e Sim (2004) foi aplicada sobre o modelo modificado, em que um estudo preliminar mostrou que o modelo robusto resultante é bastante sensível a perturbações. Uma pequena perturbação no tempo de resposta das ambulâncias pode resultar em um aumento considerável no valor da função objetivo, assim requerendo mais ambulâncias.

Ao testar o modelo robusto sobre dados reais, fez-se um estudo de caso envolvendo os serviços de emergência do 10 ° Batalhão Bombeiros Militar da cidade de Catalão, Goiás. A realização desse estudo contou com a colaboração do tenente e soldados da corporação, em que numa primeira reunião foi apresentada a proposta deste trabalho e, então, solicitado os dados relacionados as ocorrências para o ano de 2015, como o tipo da ocorrência, a quantidade por bairros e o tempo médio de resposta. O tenente constatou que a pesquisa é, de fato, válida e tem grande importância para a sociedade, uma vez que o governo busca alocar as ambulâncias sem ter a percepção real da demanda a ser atendida, o que corrobora a discussão em Souza (1996).

Os dados da corporação permitiram elaborar o estudo de caso, em que houve a consideração de diferentes cenários, sem e com incertezas, para aplicações sobre o modelo de localização de ambulâncias e bases sobre estudo. A partir daí, buscou-se tirar conclusões frente às soluções reportadas pelo modelo e a situação real praticada pela corporação, a fim de constatar que melhorias podem ser realizadas para um uso eficaz do efetivo disponível.

1.4 Organização do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em capítulos, em que o primeiro capítulo traz uma introdução, mostrando os principais motivos e algumas contribuições da literatura que levaram a realização desta pesquisa. Os demais capítulos trazem:

- *Capítulo 2*: uma revisão da literatura sobre a localização de ambulâncias, otimização robusta e incertezas na área da saúde, apresentando e discutindo as principais contribuições do estado-da-arte.
- *Capítulo 3*: apresentação das abordagens robustas propostas por Soyster (1973), Ben-Tal e Nemirovski (2000) e Bertsimas e Sim (2004), com uma descrição das vantagens e desvantagens de cada uma.
- *Capítulo 4*: discussão do modelo de localização de ambulâncias e bases proposto por Mohaymany et al. (2012). Em seguida, aplica-se a abordagem robusta desenvolvida por Bertsimas e Sim (2004) sobre este modelo.
- *Capítulo 5*: testes comparativos são realizados envolvendo o modelo original de Mohaymany et al. (2012) para dois pacotes de otimização distintos a fim de compará-los. Por fim, um estudo de caso realizado no Batalhão Bombeiro Militar de Catalão,

Goiás, foi considerado sobre o modelo original e o robusto, ambos descritos no Capítulo 4, visando analisar as soluções encontradas frente à situação real da corporação.

- *Capítulo 6*: tem as conclusões obtidas a partir da realização desta pesquisa, bem como propostas de atividades que podem ser viabilizadas futuramente.

Capítulo 2

REVISÃO DA LITERATURA RELACIONADA

Neste capítulo é realizada uma revisão da literatura acerca dos principais temas discutidos nesta pesquisa, a fim de conhecer o que já foi proposto pela literatura e o que ainda pode ser estudado. A revisão engloba sucintamente problemas de localização de ambulâncias e aplicação das técnicas de otimização robusta no âmbito de problemas de otimização combinatória, com destaque para problemas na área de saúde.

2.1 Problema de Localização de Ambulâncias

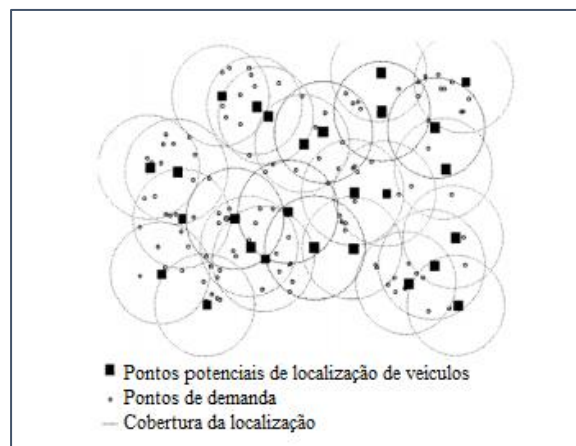
O problema de localização de instalações vem sendo bastante discutido, principalmente quando se trata de questões relacionados a área da saúde. Segundo Brotcorne, Laporte e Semet (2003) e Farahani et al. (2012) a literatura sobre este tema é vasta. O problema de localização de instalações está relacionado com um conjunto de potenciais facilidades, em que é preciso instalar um conjunto delas que seja suficiente para atender a demanda dos clientes e tenha o custo total de instalação e atendimento aos clientes mínimo. A Figura 2.1 mostra a representação de uma solução para um problema de localização.

Alguns modelos de localização de ambulâncias são considerados determinísticos. Modelos determinísticos são aqueles cujas considerações do acaso são ignoradas em relação a disponibilidade das ambulâncias (BROTCORNE, LAPORTE; SEMET, 2003). A Tabela 2.1 traz alguns modelos que são classificados como determinísticos.

Takeda (2000) propôs uma modelagem para o problema de localização de ambulâncias baseada no modelo hipercubo de filas. Foi realizada uma análise nos serviços de emergências da cidade de Campinas, São Paulo. O modelo considera variações aleatórias nos tempos de

chegada e atendimento das chamadas. Dados reais foram avaliados, assim permitindo o autor concluir que este tipo de modelagem pode representar bem a realidade da cidade de Campinas. Além disso, o remanejamento de ambulâncias para lugares com maior demanda diminui o tempo de resposta, enquanto o aumento do número de ambulâncias melhora o atendimento evitando a possibilidade de ambulâncias ocupadas.

Figura 2.1 – Exemplo de solução para um problema de localização de instalações.



Fonte: Ball e Lin (1993).

Modelos probabilísticos também são utilizados para formular problemas de localização. Na literatura destacam-se os seguintes modelos: *Binomial Reliability Location Set Covering Problem* (BRLSCP): baseia-se em hipóteses de que existe um tempo médio de serviço e que o número de veículos ocupados segue uma distribuição Binomial; *Poisson Reliability Location Set Covering Problem* (PRLSCP): baseia-se em hipóteses de que as chamadas de emergências seguem uma distribuição de *Poisson* e que existe um limite superior para o tempo de serviço; *Queueing Reliability Location Set Covering Problem* (QRLSCP): baseia-se em hipóteses de que as chamadas de emergências seguem uma distribuição de *Poisson*. Este modelo possui um limite superior para o tempo de serviço e o número de veículos ocupados segue uma distribuição de *Poisson* acumulada. Mais detalhes em Borrás (2000) e Borrás e Pastor (2002).

O problema da p -mediana é bastante utilizado para problemas de localização de serviços de emergência. Ele considera a distância do ponto de demanda até a suposta base, com o objetivo de instalar p bases minimizando a soma das distâncias de cada ponto de demanda a sua base que o atende. Ruslim e Ghani (2006) consideraram na modelagem do problema da p -mediana com incertezas inerentes aos problemas de emergência. Assim, testes foram realizados em Austin, Texas, considerando incertezas no tamanho da população, que segue a distribuição

de *Poisson*. Os autores observaram que se houver variação no tamanho da população, a solução ótima do problema sem incertezas não é capaz de atender a demanda corretamente.

Para Nogueira (2011), trabalhar com problemas da área de saúde significa contribuir para o bem da sociedade. Em Belo Horizonte, Minas Gerais, o tempo de atendimento dos serviços de atendimento móvel de saúde (SAMU) é de 21 minutos, diferente do padrão internacional que é de 8 minutos. Visto essa diferença de tempo, um modelo de otimização foi proposto com o objetivo de realocar as bases de operação do SAMU na cidade visando diminuir o tempo de resposta das ambulâncias.

No trabalho de Mohaymany et al. (2012) foi desenvolvido um modelo de localização de ambulâncias e bases, com o objetivo de minimizar os custos de instalação e dar a garantia de atendimento de pontos de demanda por meio de um nível de confiabilidade. Por meio de uma restrição de indisponibilidade foi possível dividir igualmente o serviço para as ambulâncias, assim nenhuma ambulância poderia trabalhar demais ou ficar ociosa. Tais autores conseguiram resultados melhores comparado aos estudos anteriores da literatura. Além disso, um estudo de caso na província de Teerã, Irã, foi realizado. Os resultados encontrados tenderam para um remanejamento nas bases de operação da província.

Limpattanasiri (2013) desenvolveu um modelo de máxima cobertura para a localização de ambulâncias baseada no modelo MCLP, que foi introduzido por Cruch e Reville (1974). O modelo denominado *Maximal Covering Location Problem Considering Heavy Traffic Congestion* (MCLP-htc) é um modelo de cobertura máxima que leva em consideração o congestionamento do tráfego em áreas urbanas. Ele busca determinar a melhor localização das ambulâncias tendo por objetivo maximizar a cobertura da demanda quando o congestionamento do tráfego é regular e pesado. Testes foram aplicados na cidade de Osaka, Japão. O modelo MCLP-htc retornou resultados melhores do que o modelo MCLP, uma vez que quantidades menores de ambulâncias foram instaladas. Além disso, foi possível diminuir o tempo de resposta, que para o modelo MCLP era 15 minutos, usando o modelo MCLP-htc, em que o tempo resultante foi entre 4 e 8 minutos, garantindo a mesma cobertura de demanda.

Tabela 2.1 – Modelos determinísticos envolvendo localização de ambulâncias.

Autores	Modelo	Pontos principais do modelo
Toregas et al. (1971)	<i>Location Set Covering Model (LSCM)</i>	Minimizar o número de ambulâncias necessárias para cobrir toda a demanda. O número de ambulâncias é ilimitado e apenas uma ambulância pode ser posicionada em cada base.
Church e Reville (1974)	<i>Maximal Covering Location Problem (MCLP)</i>	Maximizar a cobertura da demanda. O número de ambulâncias é determinado e no máximo uma ambulância pode ser posicionada em cada base.
Schilling et al. (1979)	<i>Tandem Equipment Allocation Model (TEAM)</i>	Maximizar a cobertura da demanda. O número de ambulâncias é determinado e são considerados dois tipos de veículos, básico e avançado. Uma ambulância avançada só pode ser instalada se uma ambulância básica também estiver sido instalada.
Hogan e Reville (1986)	<i>Backup Coverage Formulation 1 (BACOP1)</i>	Maximizar duas vezes a cobertura da demanda. O número de ambulâncias é determinado e no mínimo uma base é necessária para cobrir cada ponto de demanda.
Hogan e Reville (1986)	<i>Backup Coverage Formulation 2 (BACOP2)</i>	Maximizar duas vezes a cobertura da demanda. O número de ambulâncias é determinado e no mínimo uma base é necessária para cobrir cada ponto de demanda.
Gendreau, Laporte e Semet (1997)	<i>Double Standard Model (DSM)</i>	Maximizar a cobertura da demanda no mínimo duas vezes. O número de ambulâncias é determinado e existe um número máximo de ambulâncias que podem ser posicionadas em cada base.

Fonte: Brotcorne, Laporte e Semet, (2003).

Segundo Maleki, Majlesinasab e Sepehri (2014), o problema de localização de ambulâncias é de grande importância para o planejamento dos serviços de emergência. Os autores analisaram o serviço prestado em Isfahan, Irã. Primeiramente foi realizada a apresentação do modelo *Maximal Expected Coverage Relocation Problem* (MECRP) proposto por Gendreau, Laporte e Semet (2006), que tem por objetivo determinar a melhor localização de bases e ambulâncias considerando um número de ambulâncias indeterminado. Após, os autores propuseram dois modelos. O primeiro, denominado de *Generalized Ambulance Assignment Problem* (GAAP), tem por objetivo minimizar o tempo total percorrido pelas ambulâncias, enquanto o segundo, chamado de *Generalized Ambulance Bottleneck Assignment Problem* (GABAP), tem por objetivo minimizar o máximo tempo de viagem das ambulâncias. Testes computacionais foram realizados com dados reais da cidade de Isfahan. Para o modelo MECRP, o número de ambulâncias foi reduzido de 8 para 3 com relação ao sistema atual da corporação de Isfahan, sendo que o tempo de resposta das ambulâncias ficou em torno de 8 minutos. Os modelos GAAP e GABAP também apresentaram resultados melhores do que o sistema atual, permitindo reduzir os tempos de viagem e aumentar a cobertura da demanda. Os autores também concluíram que ambos, GAAP e GABAP, representam melhor a realidade, pois além de determinar a localização das ambulâncias, também levam em consideração a movimentação das ambulâncias entre as bases e hospitais, diferente do MECRP que trabalha apenas com a localização.

De acordo com McCormack e Coates (2015), os serviços de emergência são uma parte preocupante dos sistemas de saúde. Com isto, o trabalho dos autores propõe determinar a quantidade de veículos e a localização de bases de operação utilizando algoritmos genéticos com modelos de simulação. O objetivo do modelo é maximizar a probabilidade de sobrevivência dos pacientes que dependem deste tipo de serviço, sendo este um objetivo comum na localização de instalações no setor público. Um estudo de caso no serviço prestado na cidade de Londres, Inglaterra, foi realizado com o intuito de validar o modelo. Os resultados mostraram que nove pacientes poderiam ter sido salvos por ano caso os recursos adicionais encontrados fossem aplicados, como a instalação de uma nova base e a realocação das ambulâncias. Todavia, os autores destacaram que o plano de recursos deve ser ajustado toda semana, uma vez que a distribuição de demanda é diferente a cada período. Claramente, nota-se que é preciso introduzir no modelo as incertezas que a demanda sofre.

Talarico, Meisel e Sörensen (2015) analisaram os serviços de emergência pensando numa situação de desastre, em que várias pessoas necessitam do serviço imediatamente. Os autores analisaram dois grupos de feridos, os que podem ser atendidos no local e os que

necessitam de atendimento hospitalar. Duas formulações matemáticas foram propostas com o intuito de diminuir o tempo de resposta das ambulâncias. Os autores também propuseram uma heurística de busca em vizinhança, que é muito rápida e consegue retornar boas soluções, o que em situações de desastre é muito importante. Os autores também analisaram o impacto do número de ambulâncias e pacientes na solução. Os resultados computacionais realizados em casos aleatórios mostraram que quanto maior o número de ambulâncias melhor deve ser o serviço prestado.

Zhen et al. (2015) trabalharam com regras de decisão para a alocação de ambulâncias. Eles definiram regras para a alocação de ambulâncias respeitando um tempo de atendimento de 15 minutos. Assim, primeiramente se decide qual ambulância deve realizar o atendimento e, em seguida, para qual hospital os pacientes devem ser encaminhados. A regra geral é enviar ambulâncias que estejam mais próximas da chamada, porém esta regra não leva em consideração o tempo de viagem até o hospital e nem o retorno a base. Dessa forma, os autores propuseram uma regra de cobertura da região, que leva em consideração o tempo de viagem que a ambulância precisa até o paciente, a urgência da chamada e o tempo que a ambulância gasta para retornar a base. Experimentos numéricos foram realizados com dados da cidade de Xhanghai, China. Os resultados mostraram que a regra de cobertura da região oferece bons resultados, pois uma porcentagem maior de chamadas é atendida dentro dos 15 minutos.

Jagtenberg, Bhulai e Mei (2015) propuseram uma heurística para minimizar o tempo de resposta das ambulâncias, a partir da sua realocação. Como uma heurística pode encontrar boas soluções em pouco tempo de processamento, a realocação das ambulâncias pode ser feita em tempo real. Os autores desenvolveram uma heurística baseada no modelo *Maximum Expected Covering Location Problem Formulation* (MEXCLP), introduzido inicialmente por Daskin (1983). Leva-se em consideração todo o roteiro da ambulância, ou seja, desde a saída da base até o local da chamada, do local da chamada até o hospital e do hospital até o retorno a base. A realocação de ambulâncias pode trazer tempos menores de viagem, visto que a ambulância mais próxima da chamada pode atender a ocorrência. Testes computacionais foram realizados nos serviços de emergência da Holanda, em uma pequena parte composta por cidades e vilas, estipulando um tempo de resposta inferior a 15 minutos. As soluções mostraram que o número de ambulâncias atuais não precisa ser alterado, porém o uso pode ser otimizado reduzindo o tempo de resposta em até 16,8%.

Segundo Zarkeshzadeh et al. (2016), o tempo de resposta de uma ambulância é o dado mais importante para verificar a qualidade dos serviços de emergência. O número de ambulâncias, a localização das ambulâncias e das bases e o tráfego são exemplos que

influenciam no tempo de resposta. Os autores propuseram um método híbrido, baseado no método de vizinho mais próximo, em que a ambulância mais próxima é despachada para atender a chamada, e no método First In First On (FIFO), que prioriza a ordem das chamadas. O método visa despachar ambulâncias com menor tempo de resposta levando em consideração situações críticas nos serviços de emergência. Vários cenários foram testados e os resultados permitiram concluir que o método proposto conseguiu reduzir até 42% do tempo de resposta das ambulâncias no cenário atual.

Westgate et al. (2016) estimaram o tempo de viagem das ambulâncias por meio de uma abordagem de regressão para verificar o seu impacto na definição do número de ambulâncias para um determinado serviço de emergência. O método baseia-se no tempo de viagem de uma ambulância e na rota de transporte. Os dados para a aplicação do método foram fornecidos pelos serviços de emergência de Toronto, Canadá. Os resultados obtidos mostraram que é possível reduzir o tempo de viagem e o aumento da frota permite que cerca de 15% das ambulâncias cheguem em seu destino dentro de 4 minutos.

De acordo com Van Den Berg, Kommer e Zuzáková (2016) uma melhor localização para as ambulâncias impacta diretamente no tempo de resposta das mesmas. O tempo de resposta a ser considerado para os países baixos é de 15 minutos. Baseados numa adaptação do modelo MEXCLP, os autores propuseram um modelo de programação linear inteira mista que permitiu trabalhar com instâncias razoavelmente grandes. Testes computacionais feitos em 20 instâncias mostraram que o modelo proposto conseguiu encontrar resultados ótimos dentro de 3 segundos. Em seguida, o modelo foi aplicado para determinar a melhor localização das bases e das ambulâncias em Amsterdam, Holanda, sendo que 18 ambulâncias foram consideradas disponíveis para a alocação. Ao comparar com a situação real dos serviços de emergência, os resultados mostraram que novas bases precisam ser instaladas.

Observando os trabalhos da literatura sobre localização de ambulâncias, os autores têm se preocupado constantemente com o tempo de serviço prestado para, assim, otimizar o número de ambulâncias necessário para o atendimento. Ao mesmo tempo, eles buscam incorporar restrições reais que surgem durante o deslocamento das ambulâncias, para que o tempo seja condizente com a realidade. A partir disto, esta pesquisa considera o modelo de Mohaymany et al. (2012), uma vez que ele melhorou resultados anteriores da literatura e leva em consideração a disponibilidade das ambulâncias, a partir de um nível de confiabilidade, para realizar o atendimento. Assim, o modelo busca garantir que as ambulâncias estejam disponíveis quando solicitadas para o atendimento, além de levar em consideração o tempo gasto nos atendimentos.

O tempo de atendimento é, na verdade, um parâmetro incerto, pois sofre a influência de diversos fatores, como a natureza do atendimento, o tráfego, a disponibilidade de ambulâncias, entre outros. Assim, ele não pode ser considerado, por exemplo, como um valor exato ou tomado como a média de atendimentos anteriores, o que é prática comum na literatura e pode induzir a resultados menos confiáveis. Daí há a necessidade de considerar incertezas no modelo e partir para o uso de abordagens robustas.

2.2 Otimização Robusta

As técnicas de otimização robusta surgiram para encontrar soluções menos distante da realidade. A revisão envolvendo abordagens robustas adiante leva em consideração principalmente a aplicação em modelos de programação linear inteira, uma vez que o modelo de Mohaymany et al. (2012) é deste tipo. Nota-se que há uma tendência atual da literatura em de fato considerar as incertezas inerentes aos problemas, que muito vinham sendo desconsideradas, principalmente pela falta de recursos computacionais adequados, como métodos de solução e computadores eficientes.

Soyster (1973) introduziu um estudo sobre técnicas de otimização robusta para obter soluções que melhor representam a realidade dos problemas. A ideia é avaliar até que ponto uma solução sem incertezas é capaz de retratar a realidade. O trabalho pioneiro do autor sugere que os dados incertos da matriz de restrição do modelo estão sujeitos a uma variação, correspondente ao raio de uma hipersfera, e sempre assume o máximo valor desta variação. Em contrapartida, isto traz um aumento demasiado no valor da função objetivo e, então, a abordagem é vista como bastante conservadora.

Para Mulvey, Vanderbei e Zenios (1995) uma solução robusta de um modelo de otimização é uma solução “próxima” do ótimo para diferentes valores de entrada. Os autores propuseram um modelo robusto para encontrar soluções que sejam viáveis e ótimas quando se tem incertezas nos dados. Para que isso ocorra, um vetor de variáveis de controle é inserido no modelo para controlar a quantidade de dados incertos. Também, são utilizados vetores de erro que controlam a inviabilidade das restrições. O modelo foi aplicado ao problema da dieta com incertezas nos requisitos nutricionais e os resultados mostraram que é possível considerar as soluções robustas, porém a um certo custo.

Segundo Ghaoui, Oustry e Lebret (1998), encontrar uma solução robusta é encontrar uma solução viável quando os dados estão sujeitos a perturbação. O trabalho dos autores trouxe uma abordagem robusta para problemas semidefinidos com incertezas nos coeficientes da função objetivo e nos dados da matriz de restrição. O modelo foi denominado *Robust Semidefinite Problem* (RSDP) e visa encontrar uma solução aproximada a ser usada posteriormente como um limitante para o valor ótimo do problema semidefinido. O método também pode ser utilizado para tratar problemas mau condicionados sujeitos a perturbações.

Ben-Tal e Nemirovski (2000) consideram que não se pode ignorar as incertezas nos dados do problema. Ao ignorar as incertezas, pode-se encontrar resultados ótimos insignificantes do ponto de vista prático. Pensando nisso, os autores sugeriram uma abordagem cujo modelo resultante passa a ser não linear, uma vez que uma parcela não linear é acrescentada ao conjunto de restrições consideradas incertas. Além disso, uma solução viável para o modelo de Soyster (1973) é também viável para o modelo proposto. Os autores admitiram que uma perturbação afeta os dados incertos na restrição de forma que existe uma solução candidata x com média e desvio padrão. Testes computacionais foram realizados em problemas da NETLIB, em que os dados da restrição foram perturbados em 0,01%, 0,1% e 1%. Na maioria dos casos houve uma piora no valor da função objetivo, confirmando o fato de que uma solução nominal, aquela do modelo que não considera incertezas, nem sempre é capaz de retratar a realidade, visto que quando os dados são perturbados a solução nominal não é mais satisfeita.

Bertsimas e Sim (2004) propuseram uma abordagem dita menos conservadora, uma vez que consegue controlar a quantidade de dados incertos que assumem o máximo valor de variação, por meio de um parâmetro inserido no modelo que é denominado grau de conservadorismo. A ideia é proteger a violação da restrição por meio do grau de conservadorismo, o qual oferece uma parcela não linear ao modelo, mas os autores utilizaram da aplicação do dual sobre esta parcela, denominada função de proteção, para obter um modelo robusto resultante linear. Os autores fizeram um estudo preliminar envolvendo o problema da mochila 0-1, em que houve uma piora de 5,5% no valor da função objetivo quando a abordagem apresentada por Soyster (1973) é aplicada. Por outro lado, a abordagem dos autores resultou em uma piora de apenas 1,54%.

Bertsimas e Thiele (2006) partiram da abordagem robusta de Bertsimas e Sim (2004) com um estudo considerando incertezas nos coeficientes da função objetivo e também na matriz de restrição. Para garantir um equilíbrio entre o desempenho do modelo e a solução obtida, os autores trataram o conservadorismo do modelo afirmando que é improvável que todos os dados assumam o pior caso. A abordagem proposta foi aplicada em um problema da cadeia de

suprimentos, em que capacidade de estoque depende da procura que, por sua vez, está sujeita a incertezas. Os resultados mostraram que a abordagem robusta fornece soluções de alta qualidade e se saiu melhor em todas as situações avaliadas.

Munhoz (2009) desenvolveu um modelo de programação linear para o planejamento da produção do suco congelado de laranja. Foram consideradas incertezas na acidez do suco, tal que a técnica desenvolvida por Bertsimas e Sim (2004) foi aplicada. Neste caso, o autor observou que a medida que há um aumento no número de dados incertos, o valor da função objetivo tende a piorar. Quando o máximo valor de dados incertos é atingido, a penalização da função objetivo chega a aproximadamente 65%. Também foram consideradas incertezas na demanda do suco de laranja, em que foram aplicadas as abordagens de Bertsimas e Sim (2004) e Bertsimas e Thiele (2006). Neste caso, também houve uma piora no valor da função objetivo de aproximadamente 23%. Essas diferenças representam o preço a se pagar por ter resultados mais próximos da realidade e que de fato ajudam na tomada de decisões sob diferentes cenários.

Paiva e Morabito (2011) apresentaram um modelo de otimização linear para o problema de planejamento da produção de usinas de açúcar e álcool sujeito a incertezas. No modelo *Planejamento Agregado de Safra em Usinas Cooperadas do Setor Sucroenergético* (PASUC) foram consideradas incertezas no preço do produto, já que estão sujeitos a variações do mercado, e incertezas na matriz de rendimentos, pois depende da qualidade da matéria-prima, condições operacionais dos equipamentos industriais, eficiência e eficácia dos operadores e insumos utilizados. Foram aplicadas duas abordagens robustas, a de Bertsimas e Sim (2004) e a de Bertsimas e Thiele (2006). Em se tratando das incertezas no preço dos produtos houve uma variação muito grande no valor da função objetivo para uma pequena variação no controle da robustez. Para a combinação de incertezas entre o preço dos produtos e a matriz de rendimentos industriais houve um impacto de 12,69% no valor da função objetivo ao comparar com o modelo nominal.

Alem (2011) desenvolveu modelos de otimização linear para o planejamento da produção de indústrias de móveis de pequeno porte, em que os dados do problema estão sujeitos a incertezas. Dados como custos e demandas podem ser considerados incertos nesse problema. As abordagens de Bertsimas e Sim (2004) e Bertsimas e Thiele (2006) foram escolhidas para lidar com as incertezas, por serem menos conservadoras. Os resultados mostraram uma piora no valor da função objetivo, porém ainda próximo do valor ótimo nominal, permitindo concluir que é possível encontrar bons resultados usando as técnicas robustas. As soluções apontaram para um melhor planejamento quanto aos níveis de serviço e atendimento de demanda, mesmo havendo uma variação nos custos.

Jianke, Sanyang e Xiaojue (2012) desenvolveram uma abordagem robusta para diminuir o preço da robustez. Nesta abordagem, ao invés de considerar o raio de cobertura de uma variável nominal, considera-se a distância existente entre a variável aleatória e a variável nominal. Dessa forma, um novo modelo robusto foi obtido e comparações com as abordagens de Soyster (1973) e Bertsimas e Sim (2004) foram realizadas. Para os testes foram utilizados dados dos problemas AFIRO e ADLITTE, disponíveis na biblioteca NETLIB. Os resultados mostraram que a nova abordagem apresenta resultados melhores, diminuindo o preço da robustez. Por exemplo, para um caso do problema AFIRO houve uma piora aproximada de 89% para a abordagem de Soyster, 35% para a abordagem de Bertsimas e Sim e 21% para a abordagem proposta. Para o modelo ADLITTE houve aproximadamente uma piora de 21% para a abordagem de Bertsimas e Sim e de apenas 2% para a nova abordagem.

Cho, Burer e Campbell (2014) propuseram uma modificação na abordagem de Soyster (1973) para tratar as incertezas no tempo de viagem do problema do caixeiro viajante. A ideia é controlar o conservadorismo do problema sem, para tanto, aumentar o tempo computacional. Para isto, um parâmetro similar ao grau de conservadorismo de Bertsimas e Sim (2004) foi inserido no modelo para definir o intervalo de variação dos coeficientes, ao contrário do parâmetro de Bertsimas e Sim (2004) que controla a quantidade de dados incertos. Doze instâncias da biblioteca TSPLIB foram usadas nos testes. Os testes computacionais permitiram concluir que o modelo modificado resultante é competitivo comparado a abordagem de Bertsimas e Sim (2004), inclusive em termos de tempo computacional.

Gabrel, Murat e Thiele (2014) apresentaram os avanços alcançados pela teoria da otimização robusta a partir do ano 2007. Eles consideram que uma solução robusta é uma solução cuja viabilidade está garantida para qualquer variação de um dado considerado incerto. Incertezas podem estar presentes nos dados da matriz de restrição, em que se procura obter uma solução viável para qualquer dado desconhecido, e/ou na função objetivo, em que se procura por uma solução com bom desempenho em relação aos parâmetros desconhecidos. Os autores discutiram trabalhos que usaram modelos robustos lineares e não lineares. Os modelos robustos não lineares são menos discutidos na literatura, sendo que em alguns casos utiliza-se da dualidade do modelo como forma de linearização. Várias aplicações foram citadas, como nas áreas de: logística, indústria, finanças, sistemas de energia, gerenciamento de leitos hospitalares e rede de filas.

Zhou, Li e Huang (2015) desenvolveram um modelo denominado *Robust Possibilistic Mixed-Integer Programming* (RPMP) para tratar incertezas presentes em sistemas de energia elétrica. O modelo trabalha com incertezas na função objetivo e nas restrições. Quando se

considera incertezas em problemas de geração de energia elétrica, tem-se impactos econômicos, políticos, sociais e até técnicos. O modelo trabalha com penalidades para garantir a viabilidade da solução robusta encontrada e foi aplicado em um estudo de caso realizado em Shenzhen, China, onde está ocorrendo um rápido crescimento da população e, assim, há uma maior demanda por energia elétrica. Os resultados mostraram que o consumo de energia deve ser limpo se houver o emprego de práticas renováveis, ao invés do consumo de carvão. Além disso, o uso de práticas renováveis permite reduzir o custo da importação de eletricidade.

Gorissen, Yanikoglu e Hertog (2015) disponibilizaram um guia para a utilização da otimização robusta em aplicações reais. Na otimização robusta os dados incertos estão em um conjunto de incertezas e as restrições sofrem penalidades, porém não devem ser violadas dentro deste conjunto de incertezas. O procedimento para a utilização da otimização robusta se resume nos seguintes passos: (i) resolver o problema sem incertezas; (ii) determinar quais parâmetros são incertos; (iii) analisar até que ponto a solução sem incertezas é robusta; (iv) determinar o ajuste das variáveis; (v) desenvolver a formulação robusta; (vi) resolver o modelo robusto; e, (vii) verificar a qualidade da solução robusta encontrada. Alguns exemplos foram feitos para exemplificar os passos propostos.

De acordo com Yuan, Li e Huang (2016) o objetivo da otimização robusta é encontrar uma solução que permaneça viável para qualquer parâmetro considerado incerto dentro do conjunto de incertezas. A literatura tem discutido essa ideia, porém ela vem desenvolvendo modelos que resultam em soluções conservadoras. Por outro lado, os autores propuseram uma nova abordagem para garantir soluções menos conservadoras que busca incorporar a correlação existente entre os dados considerados incertos. A nova proposta leva em consideração o tipo do conjunto de incertezas a ser trabalhado que pode ser: do tipo caixa, elipsoidal e poliédrico. Para cada conjunto de incertezas, uma matriz de covariância deve ser utilizada no modelo robusto. Um exemplo numérico mostrou que o resultado é pior em relação ao problema sem incertezas, porém é menos conservador quando comparado à formulação robusta sem correlação. Um problema prático de produção também foi resolvido concluindo que a utilização da matriz de covariância dos parâmetros incertos permite melhorar o desempenho da solução robusta.

Roederkerk e Heerde (2016) trabalharam as incertezas presente na demanda e lucro esperado no ramo dos varejistas. Com aplicação no problema da mochila, os autores desenvolveram uma abordagem robusta para equilibrar o risco e retorno das lojas varejistas. Também desenvolveram uma heurística para encontrar soluções ótimas ou quase ótimas em um tempo rápido de otimização. A formulação robusta garante equilibrar o risco e o retorno por meio de uma penalização na função objetivo, que leva em consideração o desvio padrão do

lucro esperado. A heurística desenvolvida permitiu encontrar soluções robustas com um distanciamento pequeno entre o risco e o retorno, equilibrando este impasse por meio de fronteiras criadas para a aplicação do problema da mochila. Desta forma, os varejistas podem tomar decisões corretas quanto a produção disponível.

Chen et al. (2016) desenvolveram uma abordagem robusta para tratar problemas de roteamento relacionados a manutenção de estradas considerando incertezas no tempo de serviço. O objetivo é minimizar os custos de monitoramento de estradas para um conjunto de rotas. Um modelo determinístico sem incertezas foi desenvolvido para o problema, além de outro considerando incertezas. A formulação robusta considerou o pior, porém com a preocupação em melhorar o conservadorismo esperado para a solução. Os autores consideraram que o tempo de serviço pertence a um conjunto de incertezas e pode surgir em cada arco ou em qualquer rota. Uma heurística foi desenvolvida para resolver os modelos, visando melhores tempos computacionais, mesmo que a solução não seja ótima. Os resultados mostraram que a otimização robusta é atrativa para tratar problemas de roteamento de veículos. Para o caso estudado, a solução robusta indicou um aumento na frota de veículos sem custos adicionais.

Nota-se a importância da otimização robusta aplicada em problemas práticos, uma vez que várias áreas estão sendo exploradas com a aplicação de abordagem robustas. Todavia, a literatura é escassa quanto a aplicação de abordagens robustas em problemas de localização de ambulâncias e bases.

2.3 Incertezas em Problemas na Área de Saúde

Esta seção contextualiza a aplicação e o desenvolvimento de modelos para lidar com incertezas em problemas na área de saúde, com especial atenção para os serviços médicos relacionados a localização de ambulâncias e bases. Observou-se que há poucos trabalhos nesta linha sobremodo ao considerar as incertezas presentes no tempo de atendimento das chamadas.

Mete e Zabinsky (2010) propuseram uma abordagem estocástica para tratar as incertezas presentes em situações de desastre, principalmente terremoto, constantemente existente na região de Seattle, Estados Unidos. O modelo de programação estocástica tem por objetivo determinar a melhor localização para o armazenamento e a distribuição de suprimentos médicos antes do acontecimento de um desastre. A modelagem é dividida em duas etapas: primeiro é

determinada a localização dos armazéns e os níveis de estoque de suprimentos; após, minimiza-se o tempo total gasto para realizar a distribuição dos suprimentos. A modelagem considera as incertezas presentes na demanda de suprimentos, pois não se sabe ao certo a quantidade necessária para atender em uma ocasião de desastre. Com a modelagem sugerida, os órgãos responsáveis podem se preparar para atender problemas desta natureza em outras regiões também. A partir de simulações, os autores obtiveram soluções mais próximas da realidade que podem ser utilizadas nas situações de desastre.

Najafi, Eshghi e Dullaert (2013) também desenvolveram um modelo matemático para determinar o melhor planejamento em situações de desastre, especificamente terremotos. Tendo por objetivo transportar pessoas feridas para hospitais e o despacho de mercadorias para pontos de atendimento, um modelo foi desenvolvido para programar as atividades logísticas para atender a demanda. Devido às incertezas presentes nesta situação, uma vez que não se sabe qual a magnitude de um terremoto, uma abordagem robusta foi aplicada ao problema, com o objetivo de encontrar soluções mais próximas da realidade. A abordagem utilizada foi a proposta por Bertsimas e Sim (2004) e os resultados mostraram que é possível atender toda a demanda, com tempo de resposta aceitável, mesmo para um número baixo de veículos disponíveis.

Carello e Lanzarone (2014) lidaram com os serviços médicos oferecidos em casa. A prática *Home-Care*, como é chamada, requer que o paciente seja atendido sempre pelo mesmo profissional. Para os autores, as incertezas presentes na área da saúde não podem ser esquecidas, pois trazem um impacto significativo nos resultados. No problema em questão, tratam-se as incertezas presentes no tempo de serviço dos profissionais, isso porque eles possuem um tempo de trabalho específico, mas não se sabe exatamente quantas visitas o profissional precisa fazer ao paciente. Caso o tempo de serviço seja extrapolado, há um custo adicional aos fornecedores, como pagar horas extras. Um modelo de programação linear foi desenvolvido para minimizar os custos relacionados as horas extras e o remanejamento de profissionais. Em seguida, a abordagem robusta proposta por Bertsimas e Sim (2004) foi aplicada. Testes computacionais foram realizados no norte da Itália e permitiram obter soluções robustas garantindo a viabilidade das restrições, como respeitar a carga de trabalho dos profissionais.

Salman e Yucel (2015) trataram as incertezas presentes em situações de desastre. No caso da ocorrência de um terremoto, as estradas de acesso podem ser danificadas influenciando no tempo de atendimento de uma ambulância. Pensando nisso, os autores desenvolveram um modelo para maximizar a cobertura da demanda levando em consideração a distância existente entre as bases de operação e possíveis áreas de resgate, pensando em um tempo de resgate menor. Uma heurística de busca Tabu foi utilizada com o intuito de resolver e simular a

ocorrência de grandes cenários. Um estudo prático em Istambul, Turquia, foi realizado, uma vez que é possível que aconteça um terremoto de grande magnitude lá (probabilidade de 38%). Os resultados mostraram que a heurística consegue encontrar bons resultados em um tempo computacional pequeno, mesmo para cenários grandes. Os resultados indicaram que a probabilidade de sobrevivência aumenta quando se tem caminhos mais curtos entre a base e a área de resgate, uma vez que influencia diretamente no tempo de atendimento.

Verma e Glauker (2015) afirmaram que encontrar a posição ideal para a localização de instalações são de grande importância quando se trata de situações de desastre. Situações de desastre podem ser eventos naturais, grandes incêndios, inundações e até ataques terroristas. Nestas situações, o local para instalar armazéns com suprimentos médicos é de grande relevância. Por isso, foram desenvolvidos dois modelos: o primeiro é determinístico e leva em consideração que a localização dos armazéns pode ser em qualquer local da região, mesmo que não haja população, e que há uma demanda de várias populações, pois, quando se trata de desastre, não se sabe o tamanho do evento. O segundo modelo é estocástico e trabalha as incertezas que podem ocorrer nas instalações e na demanda da população por suprimentos. Um estudo de caso foi feito na Califórnia simulando uma ocorrência de terremoto, em que os resultados mostraram a superioridade do modelo estocástico em termos de solução, uma vez que priorizou a instalação de armazéns em locais menos distantes das áreas de catástrofe.

Shishebori e Babadi (2015) propuseram um modelo de programação linear inteira mista para lidar com o planejamento estratégico relacionado com localização de serviços médicos. Considerando incertezas na demanda e no custo de transporte, os autores afirmam que soluções robustas e confiáveis podem ser encontradas a um custo razoável. O objetivo do modelo é minimizar os custos relacionados a instalação das facilidades e de construção ou reforma de estradas. Primeiro foi desenvolvido um modelo nominal e, em seguida, fez-se o emprego de uma abordagem robusta. Os autores consideraram incertezas na demanda, pois não se sabe ao certo a magnitude da situação, principalmente quando se trata de eventos naturais ou ataques terroristas. Um estudo de caso prático foi desenvolvido no Irã e os resultados mostraram que novos centros de serviços de emergência precisam ser instalados. Atualmente apenas dois centros fazem o atendimento à população, porém os resultados sugeriram a instalação de mais três centros. Também foi proposta a criação de novas estradas e melhoramento de outras.

Nickel, Oppermann e Gama (2016) utilizaram uma abordagem estocástica para tratar as incertezas presentes na demanda de problemas de localização dos serviços de emergência. Os autores desenvolveram um modelo com o objetivo de minimizar os custos de instalação de ambulâncias e bases de operação, garantindo um nível mínimo de cobertura da demanda. Os

autores primeiramente resolveram exemplos pequenos para avaliar a qualidade das soluções encontradas, enquanto uma heurística foi desenvolvida para lidar com instâncias maiores. A heurística primeiro determina um conjunto de soluções ideais e depois escolhe a solução viável que tenha o menor custo total. Os resultados permitiram concluir que a aplicação da programação estocástica é de grande importância nestes tipos de problema. Todavia, usar uma abordagem estocástica impacta sobremaneira durante a resolução do modelo, em contraste a uma abordagem baseada em programação linear.

Como pode ser observado a partir dos trabalhos da literatura, a consideração de incertezas em problemas da área de saúde é de suma importância para obter respostas que sejam condizentes com a realidade dos problemas. Alguns trabalhos consideraram abordagens robustas e outros, abordagens estocásticas, porém nenhum trabalho foi encontrado no que tange ao uso de abordagens robustas para lidar com as incertezas no tempo de resposta das ambulâncias.

Assim, esta pesquisa busca contribuir com o estado-da-arte por meio da aplicação de uma abordagem robusta sobre um modelo de programação linear inteira considerando as incertezas no tempo de atendimento das ambulâncias. Além disso, um estudo de caso na cidade de Catalão, Goiás, servirá para fundamentar as conclusões sobre a importância deste estudo para a sociedade.

Capítulo 3

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

A otimização robusta veio de encontro com a necessidade por soluções menos sensíveis para problemas com incertezas em seus dados ou parâmetros de projeto, visando representar melhor a realidade do problema. Neste capítulo, abordagens robustas são discutidas no que tange aos problemas de programação linear e inteira.

3.1 Contextualização

Otimização representa um conjunto de estratégias e técnicas para a busca das melhores opções dentro de um escopo pré-definido. A otimização pode ser empregada em várias áreas como informática, produção, processos e manufatura, agricultura, civil, naval, entre outras. A otimização permite que decisões sejam tomadas a partir das soluções encontradas a fim de garantir excelentes resultados.

A tomada de decisões pode ser influenciada por vários fatores. Por exemplo, quando todos os parâmetros são conhecidos e não estão sujeitos a variações, tem-se uma situação de certeza. Por outro lado, quando há parâmetros sujeitos a incertezas, os quais são sensíveis a alterações, tem-se uma situação de risco que pode ser resolvida por meio da programação estocástica. Na mesma linha, em que há parâmetros incertos tratados em cenários discretos, tem-se uma situação de incerteza que pode ser resolvido por meio da otimização robusta (SNYDER, 2006).

Segundo Ben-Tal e Nemirovski (2000) não se pode ignorar a presença das incertezas nos dados, pois assim as soluções encontradas não serão ótimas na prática. Para Chen et al. (2016), a otimização robusta surgiu para tratar problemas em que os parâmetros incertos estão

em um conjunto de incertezas limitado. Yuan, Li e Huang (2016) aponta que os conjuntos de incertezas podem ser classificados, entre outros, em: conjunto de incertezas caixa, conjunto de incertezas poliédrico e conjunto de incertezas elipsoidal. Conhecer o conjunto de incertezas é essencial para saber qual abordagem aplicar, uma vez que influencia no desvio associado as variáveis aleatórias.

Bertsimas e Sim (2004) resolveram o problema da mochila 0-1 considerando incertezas nos pesos dos objetos. A solução robusta encontrada mostrou uma piora de 5,5% no valor da função objetivo. Análogo ao exemplo citado, Marques e Queiroz (2014) chegaram a uma diferença de 5,94% no valor da função objetivo quando comparado com o modelo nominal. Percebe-se que as incertezas presentes nos dados afetam de forma significativa a solução do problema e, assim, elas devem ser consideradas nos modelos para evitar problemas durante a tomada de decisões.

O objetivo da otimização robusta é determinar uma solução que permaneça viável para uma ampla perturbação dos parâmetros incertos dentro do seu respectivo conjunto de incertezas. A maior preocupação ao utilizar otimização robusta está em manter o equilíbrio entre a resolução do modelo e a qualidade da solução robusta encontrada.

Para prosseguir com uma abordagem robusta, um modelo inicial sem incertezas precisa ser determinado, também chamado de modelo nominal. Neste caso, as abordagens da literatura em estudo para obter soluções robustas partem de um modelo de programação linear, que pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{Maximizar } z = cx \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$Ax \leq b \quad (3.2)$$

$$l \leq x \leq u \quad (3.3)$$

em que c é o vetor de custos, x é o vetor de variáveis de decisão, A é a matriz de restrição, b é o vetor de recursos, l é o limitante inferior e u é o limitante superior para as variáveis em x .

Um modelo de otimização é composto por uma função objetivo, representada na eq. (3.1), que pode ser de maximizar ou minimizar, respeitando um conjunto de restrições dados por equações ou inequações lineares, representando na eq. (3.2), e delimitado pelo domínio das

variáveis de decisão, representado na eq. (3.3). No caso de modelos de programação linear as funções (objetivo e restrições) são todas lineares. O mesmo acontece na programação linear inteira, sendo preciso modificar apenas a eq. (3.3), em que as variáveis passam a receber apenas valores inteiros (ARENALES et al., 2007).

A partir do modelo geral representado nas eqs. (3.1) a (3.3) surgiram modelos para obter soluções robustas a fim de tratar as incertezas presentes nos dados da matriz de restrição, bem como nos coeficientes da função objetivo ou no domínio das variáveis. As abordagens descritas a seguir foram direcionadas para lidar com as incertezas presentes nos dados da matriz de restrição. Uma discussão mais ampla, que envolve problemas não lineares e com mais de uma função objetivo, pode ser encontrada em Deb e Gupta (2006).

3.2 Modelagem Robusta de Soyster (1973)

Soyster (1973) propôs um modelo de programação linear, dada as incertezas presentes na matriz de restrição, em que se procura analisar o pior caso. A análise de pior caso envolve assumir sempre o máximo valor de variação para o coeficiente na matriz de restrição considerado incerto. A formulação robusta proposta pelo autor consiste em:

$$\text{Maximizar } z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j| \leq b_i, \quad \forall i \quad (3.5)$$

$$l_j \leq x_j \leq l_j, \quad \forall j \quad (3.6)$$

em que c_j é o j -ésimo coeficiente do vetor de custos, x_j é a j -ésima variável do vetor de variáveis de decisão, a_{ij} é o dado (parâmetro) sem incertezas (nominal) da linha i e coluna j da matriz de

restrição associado a variável x_j , $\hat{a}_{ij}$ é o raio de cobertura do dado incerto associado a a_{ij} , b_i é o i -ésimo recurso do vetor de recursos, e l_j e u_j são os limitantes inferior e superior, respectivamente, para a variável de decisão x_j .

O parâmetro $\hat{a}_{ij}$ corresponde ao desvio máximo de uma variável aleatória $\tilde{a}_{ij}$ com relação ao valor esperado a_{ij} , isto é, ele é a variação do dado incerto relacionado ao valor esperado. O conjunto J_i contém os índices dos parâmetros da matriz de restrição que possuem incertezas, pois não necessariamente todos os parâmetros $\tilde{a}_{ij}$ da linha i são incertos.

O raio de cobertura $\hat{a}_{ij}$ corresponde ao raio de uma hiperesfera com centro em a_{ij} . Assim, cada parâmetro a_{ij} é o valor esperado de uma variável aleatória $\tilde{a}_{ij}$ contida nesta hiperesfera, isto é, $K_{ij} = \{\tilde{a}_{ij} \in \mathbb{R}: |\tilde{a}_{ij} - a_{ij}| \leq \hat{a}_{ij}\}$.

Para garantir a viabilidade da restrição para todo raio $\hat{a}_{ij}$ da hiperesfera K_{ij} , o desvio unitário da variável aleatória é dada por $\eta_{ij} = \frac{(\tilde{a}_{ij} - a_{ij})}{\hat{a}_{ij}} \in [-1, 1]$ e assim:

$$\sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij} x_j = \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \eta_{ij} \hat{a}_{ij} x_j \leq \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j| \leq b_i, \quad \forall i \quad (3.7)$$

O termo $\hat{a}_{ij} |x_j|$ é uma proteção que garante a viabilidade da restrição. Porém, o domínio da variável x_j no conjunto dos reais ocasiona uma não linearidade no modelo, já que a variável aparece em módulo. Dessa forma, o termo $|x_j|$ pode ser substituído pela variável y_j a fim de tornar o modelo linear. Assim, o modelo proposto por Soyster (1973) é:

$$\text{Maximizar } z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.8)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} y_j \leq b_i, \quad \forall i \quad (3.9)$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j, \quad \forall j \quad (3.10)$$

$$l_j \leq x_j \leq l_j, \quad \forall j \quad (3.11)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \quad (3.12)$$

Segundo Bertsimas e Sim (2003), o modelo resultante da aplicação da abordagem de Soyster (1973) estima excessivamente o valor da solução ótima do problema original (isto é, do problema nominal). Visando ter esse controle sobre a solução robusta, outras abordagens surgiram, como a de Ben-Tal e Nemirovski (2000) e Bertsimas e Sim (2004), que são discutidas em seguida.

3.3 Modelagem Robusta de Ben-Tal e Nemirovski (2000)

O trabalho de Ben-Tal e Nemirovski (2000) buscou analisar o quanto os dados são afetados diante das incertezas do problema. Os autores propuseram uma abordagem menos conservadora do que a de Soyster (1973), uma vez que introduziram no modelo uma parcela para garantir a viabilidade da restrição, porém esta parcela é não linear.

Em Ben-Tal e Nemirovski (2000), o valor $\tilde{a}_{ij}$ é uma entrada de parâmetros incertos obtidos por meio de um valor nominal a_{ij} e de uma perturbação randômica como segue:

$$\tilde{a}_{ij} = (1 + \epsilon \varepsilon_{ij}) a_{ij} \quad (3.13)$$

$$\tilde{a}_{ij} - a_{ij} = \epsilon \varepsilon_{ij} a_{ij} \quad (3.14)$$

$$|\tilde{a}_{ij} - a_{ij}| = \epsilon \hat{a}_{ij} \quad (3.15)$$

em que $\epsilon > 0$ é o nível das incertezas, ε_{ij} é uma variável aleatória distribuída simetricamente no intervalo de $[-1, 1]$ e $\hat{a}_{ij}$ é o raio de cobertura do parâmetro incerto.

A perturbação afeta os parâmetros incertos de uma restrição particular. Assim, o lado esquerdo da restrição original pode ser escrito como:

$$\zeta_x^i = \epsilon \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij} x_j - b_i \leq 0 \quad (3.16)$$

A solução candidata x tem média e desvio padrão dados por:

$$\text{Média}(\zeta_x^i) = \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j - b_i \quad (3.17)$$

$$D_\epsilon^i(x) = \epsilon \sqrt{\sum_{j \in J_i} a_{ij}^2 x_j^2} \quad (3.18)$$

Além disso, uma solução candidata x é uma solução robusta confiável para o problema nominal se satisfizer duas condições:

- i) A solução x é viável para o problema nominal; e,
- ii) Para todo i , a probabilidade do evento $\sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij} x_j > b_i$ é no máximo k , sendo

$k = \exp\left\{\frac{-\Omega^2}{2}\right\}$, em que $\Omega > 0$ é um parâmetro positivo relacionado a violação da restrição.

Dessa forma, para tratar o conservadorismo da solução presente na abordagem de Soyster (1971), discutida na seção (3.2), Ben-Tal e Nemirovski (2000) introduziram no modelo uma parcela para garantir a viabilidade da restrição. A probabilidade de violação da restrição é dada por:

$$\delta_x^i > \Omega D_\epsilon^i(x) \quad (3.19)$$

com:

$$\zeta_x^i \equiv \text{Média}(\zeta_x^i) + \Omega D_\epsilon^i(x) \quad (3.20)$$

Substituindo as eqs. (3.16) a (3.18) em (3.20), chega-se em:

$$\epsilon \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij} x_j - b_i \equiv \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j - b_i + \Omega \epsilon \sqrt{\sum_{j \in J_i} a_{ij}^2 x_j^2} \leq 0 \quad (3.21)$$

que resulta em:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \Omega \epsilon \sqrt{\sum_{j \in J_i} a_{ij}^2 x_j^2} \leq b_i \quad (3.22)$$

Ben-Tal e Nemirovski (2000) estabeleceram que uma condição suficiente para que a solução x seja também viável para o novo modelo resultante é que x seja viável para o problema nominal e satisfaça a desigualdade (3.22). Por outro lado, uma condição suficiente para que x seja viável para o modelo de Soyster (1973) é que x satisfaça:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \epsilon \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} y_j \leq b_i \quad (3.23)$$

Assim, deve-se encontrar uma solução viável que satisfaça a formulação de Soyster (1973) e a eq. (3.22). Em outras palavras, o modelo de Ben-Tal e Nemirovski (2000) consiste em:

$$\text{Maximizar } z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.24)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \epsilon \left[\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} y_j + \Omega \sqrt{\sum_{j \in J_i} a_{ij}^2 x_j^2} \right] \leq b_i, \quad \forall i \quad (3.25)$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j, \quad \forall j \quad (3.26)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j, \quad \forall j \quad (3.27)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \quad (3.28)$$

sendo $\Omega > 0$ um parâmetro positivo e a violação da restrição é limitada por $k = \exp\left\{\frac{-\Omega^2}{2}\right\}$.

Uma vez que a abordagem proposta por Ben-Tal e Nemirovski (2000) transforma o modelo nominal em um não linear e a abordagem de Soyster (1973) estima em excesso a solução ótima do problema nominal, Bertsimas e Sim (2004) trouxeram uma nova abordagem, que usa uma formulação dual, para que o modelo resultante ainda continue linear.

3.4 Modelagem Robusta de Bertsimas e Sim (2004)

Na abordagem proposta por Bertsimas e Sim (2004) os dados considerados incertos assumem valores no intervalo $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$. Como forma de tornar o modelo menos conservador do que as propostas anteriores da literatura, insere-se um parâmetro Γ_i para indicar quantas variáveis podem assumir o pior caso, pois não necessariamente todos os dados incertos vão assumir o pior cenário.

Segundo Munhoz e Morabito (2014), o grau de conservadorismo não necessariamente precisa ser inteiro. Assim, para toda restrição i que tem parâmetros incertos, existe um Γ_i pertencente ao intervalo $[0, |J_i|]$. Se $\Gamma_i = |J_i|$, então todos os parâmetros assumem o pior caso, resultando na abordagem de Soyster (1973). Se $\Gamma_i = 0$ o modelo resultante é o nominal, sem incertezas.

A ideia do grau de conservadorismo é controlar os casos em que até $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ dos parâmetros incertos assumem o pior caso e um deles assume o valor $(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)$, garantindo uma solução robusta viável e determinística. A notação $\lfloor u \rfloor$ significa o maior inteiro menor ou igual a u .

Então, seja S_i um subconjunto de J_i , tal que $|S_i| = \Gamma_i$. O modelo proposto por Bertsimas e Sim (2004) consiste em:

$$\text{Maximizar } z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.29)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j + \max_{\{S_i \cup \{t_i\} | S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij}|x_j| + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \hat{a}_{it_i}|x_{t_i}| \right\} \leq b_i, \quad \forall i \quad (3.30)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j, \quad \forall j \quad (3.31)$$

em que a i -ésima restrição é protegida pela função de proteção $\beta_i(x^*, \Gamma_i)$, que é não linear. Bertsimas e Sim (2004) então apresenta a Proposição 3.1.

Proposição 3.1. Dado o vetor solução x^* , a função de proteção da i -ésima restrição é:

$$\beta_i(x^*, \Gamma_i) = \max_{\{S_i \cup \{t_i\} | S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij}|x_j^*| + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \hat{a}_{it_i}|x_{t_i}^*| \right\} \quad (3.32)$$

que pode ser substituída pelo seguinte problema de programação linear:

$$\beta_i(x^*, \Gamma_i) = \text{Maximizar} \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij}|x_j^*|z_{ij} \quad (3.33)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J_i} z_{ij} \leq \Gamma_i, \quad (3.34)$$

$$0 \leq z_{ij} \leq 1, \quad \forall j \in J_i \quad (3.35)$$

Demonstração. A solução do modelo (3.33) a (3.35) é análoga a solução da função de proteção (3.32), sendo $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ variáveis iguais a um e uma variável igual a $(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)$. Em outras palavras, isto é o mesmo que selecionar o subconjunto $\{S_i \cup \{t_i\} : S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}$.

Por exemplo, considere um conjunto J_i com dez elementos e $\Gamma_i = 9,6$. Assim, o subconjunto S_i de J_i contém nove elementos, sendo cada um com valor igual a um (segue que

a primeira parcela da eq. (3.32) é igual a nove) e um elemento, o t_i (pertencente a J_i , mas não a S_i), é igual a 0,6.

O modelo em (3.33) a (3.35) pode ser substituído pelo seu respectivo modelo dual (BERTSIMAS; SIM, 2004), de forma a tornar a restrição em (3.30) linear. Assim, ao inserir as variáveis duais ρ_{ij} e λ_i , tem-se o seguinte modelo dual para cada restrição i :

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in J_i} \rho_{ij} + \Gamma_i \lambda_i \quad (3.36)$$

Sujeito a:

$$\lambda_i + \rho_{ij} \geq \hat{a}_{ij} |x_j|, \quad \forall j \in J_i \quad (3.37)$$

$$\rho_{ij} \geq 0, \quad \forall j \in J_i \quad (3.38)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad (3.39)$$

Segue que a função de proteção da restrição em (3.32) pode ser substituída pelo modelo dual em (3.36) a (3.39). Assim, substituindo a variável $|x_j|$ por y_j , tem-se o modelo proposto por Bertsimas e Sim (2004), a saber:

$$\text{Maximizar } z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.40)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \rho_{ij} + \Gamma_i \lambda_i \leq b_i, \quad \forall i \quad (3.41)$$

$$\lambda_i + \rho_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j, \quad \forall i, j \in J_i \quad (3.42)$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j, \quad \forall j \quad (3.43)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j, \quad \forall j \quad (3.44)$$

$$\rho_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \in J_i \quad (3.45)$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad \forall i \quad (3.46)$$

$$y_j \geq 0, \quad \forall j \quad (3.47)$$

Segundo experimentos computacionais conduzidos por Marques e Queiroz (2014; 2015a) dada a aplicação de abordagens robustas no problema da mochila 0-1, os autores verificaram que a abordagem que fornece os melhores resultados é a de Bertsimas e Sim (2004). Como apontado, a abordagem de Bertsimas e Sim (2004) não considera incertezas para todos os parâmetros da restrição, mas de acordo com o grau de conservadorismo desejado. A partir disso, considera-se a abordagem de Bertsimas e Sim (2004) aplicada ao problema de localização de ambulâncias e bases com desenvolvimento dado no próximo capítulo.

Capítulo 4

MODELO DE LOCALIZAÇÃO DE AMBULÂNCIAS

Este capítulo apresenta um modelo da literatura para lidar com a localização de ambulâncias e bases de operação. Este modelo apresentou os melhores resultados frente a comparação com outros trabalhos e, por isso, foi tomado como base nesta pesquisa. Assim, ele é usado para a aplicação da abordagem robusta proposta por Bertsimas e Sim (2004), a qual também tem apresentado ser menos conservadora que as demais anteriores a ela.

4.1 *Upper-Bound Unavailability Location (UBUL)*

O modelo a ser analisado é conhecido por UBUL (*Upper-Bound Unavailability Location*) e foi proposto por Mohaymany et al. (2012). Sua proposta é encontrar o número de ambulâncias e bases, de custo total mínimo, necessárias para cobrir uma determinada demanda. Ele também busca garantir o atendimento de toda a demanda por meio de um nível de confiabilidade do serviço, o qual indica quanto tempo uma ambulância pode ficar ocupada e, conseqüentemente, estará disponível para realizar o atendimento.

Para seguir com a modelagem do problema, os seguintes conjuntos e dados devem ser considerados.

- I : Conjunto de pontos de demanda (elementos de I são dados por i);
- J : Conjunto de bases (elementos de J são dados por j);
- A : Conjunto de ambulâncias (elementos de A são dados por a);
- A_j : Conjunto de ambulâncias que podem ser localizadas na base j , sendo A_j um subconjunto disjunto de A ;
- N_i : Conjunto de ambulâncias que atendem o ponto de demanda i ;

- B_a : Conjunto de pontos de demanda atendidos pela ambulância a , isto é, que estão dentro do raio de cobertura da ambulância;

E, os dados de entrada são:

- q_i : Tempo médio gasto (em horas/dia) para atender as solicitações do ponto de demanda i ;
- S : Raio de cobertura para uma ambulância a localizada em uma dada base j ;
- α : Nível de confiabilidade mínimo para garantir a cobertura;
- f : Número mínimo de ambulâncias necessário para cobrir cada ponto de demanda respeitando α ;
- r : Fração máxima de uso imposta para cada ambulância. Obtida da equação $r = \sqrt[f]{(1 - \alpha)} - 0,01$ conforme Revelle e Hogan (1989);
- L : Número máximo de ambulâncias que podem atender qualquer ponto de demanda;
- ψ : Custo de implantação das ambulâncias;
- γ : Custo de implantação das bases;
- M : Número inteiro grande;

Para garantir o nível de confiabilidade no serviço, Mohaymany et al. (2012) definiram uma restrição de indisponibilidade que trabalha com o fato de que o tempo de serviço deve ser dividido igualmente entre as ambulâncias. Assim, para garantir que nenhuma ambulância trabalhe demais ou fique ociosa.

4.1.1 Restrição de Indisponibilidade

Segundo Mohaymany et al. (2012), a restrição de indisponibilidade das ambulâncias impõe que a demanda local não deve exceder a capacidade das ambulâncias, de acordo com o nível de confiança estabelecido. Como a demanda é distribuída igualmente entre todas as ambulâncias posicionadas segundo o raio de cobertura S , supõe-se que as chances de qualquer ambulância ficar indisponível sejam iguais entre elas. Assim, o trabalho é dividido igualmente entre as ambulâncias, evitando que algumas fiquem desocupadas enquanto outras estariam sobrecarregadas.

Assumindo que a proporção de exigências assumida pela base j é uniformemente distribuída entre suas ambulâncias, o tempo de trabalho máximo possível de uma ambulância a pode ser dado por:

$$\frac{D_a}{C_a} \leq r \quad (4.1)$$

em que D_a é a demanda atribuída para cada ambulância a (em horas/dia) e C_a é o tempo máximo de trabalho de cada ambulância a por dia.

Assumindo que cada ambulância trabalha 24 horas por dia, tem-se:

$$\frac{D_a}{24} \leq r \text{ ou } 24r \geq D_a \quad (4.2)$$

As ambulâncias posicionadas em uma base j , segundo o raio de cobertura S , atendem os pontos de demanda i de forma igual, a saber:

$$d_{ia} = q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \quad (4.3)$$

em que d_{ia} é a parte de q_i atribuída a ambulância a e y_{ik} é a variável de decisão que indica se exatamente k ambulâncias atendem o ponto de demanda i .

A eq. (4.3) indica que a demanda total de i atendida por a é igual à demanda total de i dividida entre as k ambulâncias que atendem i . A ideia é que a demanda seja igual entre todas as ambulâncias que atendem i , não ficando apenas concentrada em a . A ambulância a recebe apenas a fração $\frac{q_i}{k}$ da demanda de i .

Em seguida, a demanda atribuída para a ambulância a , ou seja, a soma das demandas individuais de cada ponto de demanda i que a ambulância a pode atender, é dada por:

$$D_a = \sum_{i \in B_a} \left(q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \right) \quad (4.4)$$

Inserindo D_a na eq. (4.2), tem-se:

$$24r \geq \sum_{i \in B_a} \left(q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \right) \quad (4.5)$$

Esta desigualdade é verdadeira apenas se a ambulância a for instalada. Para tanto, uma restrição geral para todas as ambulâncias potenciais é dada pela eq. (4.6).

$$\sum_{i \in B_a} \left(q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \right) + (x_a - 1)M \leq 24r \quad (4.6)$$

O parâmetro M na eq. (4.6) deve ser extremamente grande comparado à região de viabilidade do problema (COLIN, 2007). A ideia do M é fazer a restrição ser sempre viável quando $x_a = 0$, uma vez que a ambulância não está sendo usada.

4.1.2 Formulação para o UBUL

A partir da restrição de indisponibilidade descrita anteriormente, o modelo de programação linear inteira para o UBUL considera as seguintes variáveis de decisão, a saber:

$$x_a = \begin{cases} 1, & \text{se ambulância } a \text{ é usada.} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$w_j = \begin{cases} 1, & \text{se pelo menos uma ambulância é posicionada na base } j. \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se } k \text{ ambulâncias atendem o ponto de demanda } i. \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A formulação, conforme Mohaymany et al. (2012), é:

$$\text{Minimizar } z = \psi \sum_{a \in A} x_a + \gamma \sum_{j \in J} w_j \quad (4.7)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in B_a} \left(q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \right) + (x_a - 1)M \leq 24r, \quad \forall a \in A \quad (4.8)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a = \sum_{k=1}^L y_{ik} k, \quad \forall i \in I \quad (4.9)$$

$$\sum_{k=1}^L y_{ik} = 1, \quad \forall i \in I \quad (4.10)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a \geq f, \quad \forall i \in I \quad (4.11)$$

$$Mw_j \geq \sum_{a \in A_j} x_a, \quad \forall j \in J \quad (4.12)$$

$$x_a, w_j, y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall a \in A, \forall j \in J, \forall i \in I, k = 1, 2, \dots, L \quad (4.13)$$

A função objetivo do modelo UBUL, eq. (4.7), minimiza o custo relacionado a instalar ambulâncias e bases. As restrições em (4.8) estão relacionadas com a indisponibilidade das ambulâncias, tal que se admite que as ambulâncias trabalham 24 horas, mas o tempo de serviço é dividido igualmente entre as k ambulâncias responsáveis por atender um ponto de demanda i . Além disso, tem-se que observar a fração de indisponibilidade r a fim de garantir o atendimento de toda a demanda, a qual depende do número mínimo de ambulâncias f .

As restrições em (4.9) garantem que a quantidade de ambulâncias instaladas por ponto de demanda seja igual as necessárias para atendê-lo. As restrições em (4.10) impõem que exatamente k ambulâncias são necessárias para atender cada ponto de demanda i . As restrições em (4.11) garantem que no mínimo f ambulâncias atendem cada ponto de demanda i . As restrições em (4.12) asseguram que todas as ambulâncias implantadas devem ser posicionadas em bases abertas. Por fim, as restrições em (4.13) estão relacionadas com o domínio das variáveis, ou seja, elas são binárias.

Observe que nas restrições de (4.8) a (4.10) existe um parâmetro L que indica a quantidade máxima de ambulâncias que atendem qualquer ponto de demanda i de acordo com o raio de cobertura S . Porém, L não necessariamente é igual para todo ponto de demanda, de forma que é possível fazer uma modificação no modelo UBUL com o intuito de reduzir o número de variáveis e coeficientes na matriz de restrições.

4.1.3 Modelo UBUL-Modificado (UBUL-M)

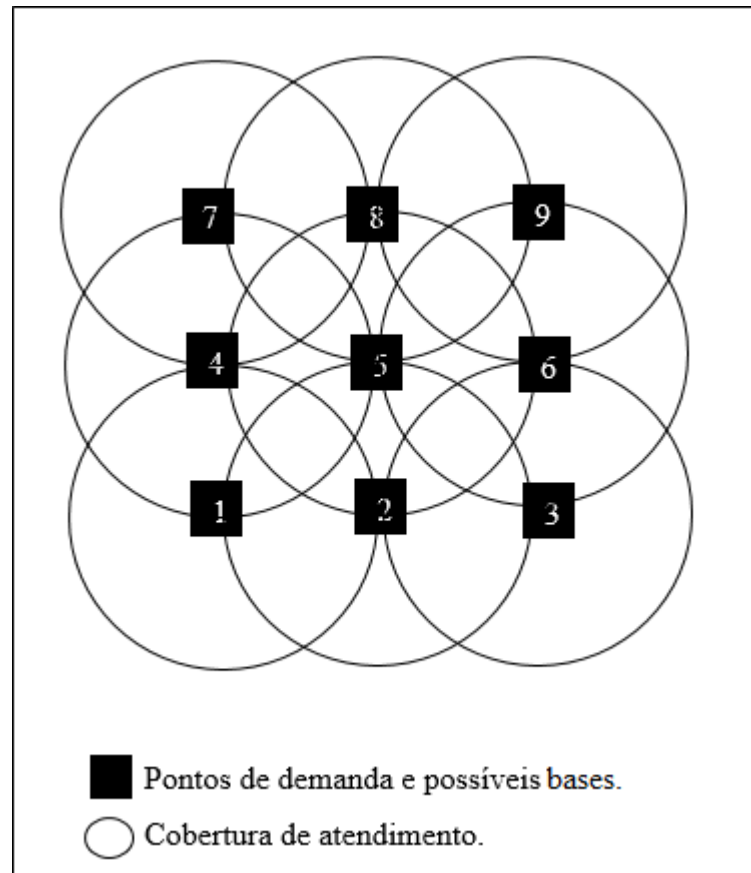
O parâmetro L presente nas restrições (4.8) a (4.10) indica o máximo de ambulâncias que atendem qualquer ponto de demanda i , ou seja, faz-se uma comparação na quantidade de ambulâncias que atendem cada ponto de demanda i de forma que L assume o maior valor. Porém, a quantidade de ambulâncias que atende certo ponto de demanda i não necessariamente é a mesma para outro ponto de demanda i' , por exemplo. A Figura 4.1 ilustra este efeito.

Ao definir L como a quantidade máxima para os pontos de demanda tem-se um acréscimo desnecessário de variáveis do tipo y_{ik} no modelo.

Na Figura 4.1 considera-se que os pontos de demanda também são possíveis bases, tal que se tem nove pontos de demanda e, assim, nove possíveis bases. Além disso, considere que cada possível base pode ter até duas ambulâncias. Por exemplo, a base 1 pode ter as ambulâncias 1 e 2, a base 2 pode ter as ambulâncias 3 e 4, e assim sucessivamente.

Observando o raio de cobertura, percebe-se que o ponto de demanda 1 é coberto pelas ambulâncias 1 e 2 (base 1), 2 e 3 (base 2) e 7 e 8 (base 4); o ponto de demanda 2 é coberto pelas ambulâncias 1 e 2 (base 1), 3 e 4 (base 2), 5 e 6 (base 3) e 9 e 10 (base 5), e assim por diante para os demais pontos. A Tabela 4.1 traz a cobertura de cada ponto de demanda.

Figura 4.1 – Ilustração da cobertura de demanda.



Fonte: O autor.

Tabela 4.1 – Total de ambulâncias a cobrir cada ponto de demanda.

Ponto de demanda	Total de ambulâncias
1	6
2	8
3	6
4	8
5	10
6	8
7	6
8	8
9	6

Fonte: O autor.

A Tabela 4.1 mostra que a máxima quantidade de ambulâncias que atende qualquer ponto de demanda, ou seja, o máximo entre os pontos de demanda, é de dez ambulâncias. Neste caso,

para o modelo UBUL tem-se $L = 10$, porém se nota claramente que esse valor não é necessário para todos os pontos.

Observe que dez ambulâncias podem cobrir o ponto de demanda 5, enquanto, por exemplo, o ponto de demanda 1 tem apenas seis ambulâncias sobre ele, com uma diferença de quatro ambulâncias. Assim, há um acréscimo de quatro variáveis do tipo y_{ik} para o ponto de demanda 1 no modelo UBUL. Da mesma forma, o ponto de demanda 8 é coberto por oito ambulâncias, tal que há um acréscimo de duas variáveis do tipo y_{ik} .

A partir disso, viu-se a necessidade de trocar o parâmetro L por L_i , sendo L_i a quantidade de ambulâncias que cobrem cada ponto de demanda i conforme o raio de cobertura. Dessa forma, as restrições (4.8) a (4.10) foram reescritas para ter o parâmetro L_i e, assim, o modelo UBUL passa a ser chamado de UBUL-M (UBUL-Modificado). Claramente a troca de L por L_i não interfere na solução ótima do problema, todavia permite trazer melhorias quanto ao tamanho do modelo e, assim, diminuir o tempo computacional para encontrar a solução ótima.

4.2 Otimização Robusta sobre o Modelo UBUL-M

No modelo UBUL-M os dados de entrada são considerados fixos, porém como se trata de um modelo para um problema real, sabe-se que tais dados podem sofrer variações conforme a situação real. Por ser um modelo de localização de ambulâncias e bases, que leva em consideração a demanda relacionada ao tempo de atendimento, sabe-se que o tempo é incerto na realidade, pois, por exemplo, o tempo gasto para atender uma chamada de acidente difere pelo tipo e grau do acidente.

O tempo de atendimento pode ser influenciado por vários fatores, incluindo o trânsito, a natureza da chamada, a distância até o local, o horário da chamada e a disponibilidade das ambulâncias. Dessa forma, visando ter um modelo que represente melhor a realidade no que tange ao número de ambulâncias e bases abertas, aplica-se a abordagem de Bertsimas e Sim (2004) sobre o modelo UBUL-M, a fim de obter soluções robustas diante das incertezas presentes no parâmetro q_i .

Como o parâmetro q_i aparece somente na eq. (4.8), apenas esse conjunto de restrições é modificado. Neste caso, considera-se que:

- Γ_a : Para cada ambulância a existe um grau de conservadorismo, que indica a quantidade de pontos de demanda com tempo de serviço incerto e, assim, assume o valor máximo da variação para q_i .
- $\mathbb{J}_a$: Conjunto de pontos de demanda que possuem incertezas em q_i , para cada ambulância a , possuindo uma quantidade inteira não negativa de elementos.
- $\mathbb{S}_a$: Conjunto de pontos de demanda que possuem incertezas em q_i e vão assumir o pior caso.
- $\hat{q}_i$: Desvio máximo permitido para o parâmetro q_i .

Para a formulação do problema de localização de ambulâncias e bases, em que as variáveis são inteiras, tem-se a seguinte função de proteção para cada restrição em (4.8), a saber:

$$\beta_a(y^*, \Gamma_a) = \max_{\{\mathbb{S}_a | \mathbb{S}_a \subseteq \mathbb{J}_a, |\mathbb{S}_a| = \Gamma_a\}} \left\{ \sum_{i \in \mathbb{S}_a} \left(\hat{q}_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} \frac{1}{k} \right) \right\} \quad (4.14)$$

Observe que na função de proteção na eq. (3.32) há o elemento $t_i \in J_i \setminus S_i$, associada a i -ésima função de proteção, ao qual está relacionada a parte não inteira de Γ_i . Por outro lado, no caso do modelo UBUL-M, assume-se que Γ_a é um valor inteiro não negativo, tal que a parcela associada ($\Gamma_a - \lfloor \Gamma_a \rfloor$) é nula. Por isso, a função de proteção em (3.32) passa a ser como em (4.14), sem a parte com o elemento t_{ak} .

Segundo Bertsimas e Sim (2004), a função de proteção em questão, para uma dada restrição a , pode ser substituída pelo seguinte problema de programação linear, a saber:

$$\beta_a(y^*, \Gamma_a) = \text{Maximizar} \sum_{i \in \mathbb{J}_a} \left(\hat{q}_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik}^* \frac{1}{k} \right) z_{ai} \quad (4.15)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in \mathbb{J}_a} z_{ai} \leq \Gamma_a \quad (4.16)$$

$$0 \leq z_{ai} \leq 1 \quad \forall i \in \mathbb{J}_a \quad (4.17)$$

O próximo passo é obter o dual do modelo em (4.15) a (4.17), para evitar a parcela não linear relacionada a função de proteção. Inserindo as variáveis duais λ_a e ρ_{ai} , tem-se o dual de $\beta_a(y^*, \Gamma_a)$, para cada restrição a , ou seja:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in \mathbb{J}_a} \rho_{ai} + \Gamma_a \lambda_a \quad (4.18)$$

Sujeito a:

$$\lambda_a + \rho_{ai} \geq \hat{q}_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik}^* \frac{1}{k}, \quad \forall i \in \mathbb{J}_a \quad (4.19)$$

$$\rho_{ai} \geq 0, \quad \forall i \in \mathbb{J}_a \quad (4.20)$$

$$\lambda_a \geq 0 \quad (4.21)$$

Substituindo a função de proteção (4.14) pelo seu respectivo dual, conforme estabelecido pela Proposição 3.1, rescreve-se o modelo UBUL-M, agora denominado UBUL-MR (originado de UBUL-M Robusto), da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z = \Psi \sum_{a \in A} x_a + \gamma \sum_{j \in J} w_j \quad (4.22)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in B_a} \left(q_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} \frac{1}{k} \right) + \sum_{i \in \mathbb{J}_a} \rho_{ai} + \Gamma_a \lambda_a + (x_a - 1)M \leq 24r, \quad \forall a \in A \quad (4.23)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a = \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} k, \quad \forall i \in I \quad (4.24)$$

$$\sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in I \quad (4.25)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a \geq f, \quad \forall i \in I \quad (4.26)$$

$$Mw_j \geq \sum_{a \in A_j} x_a, \quad \forall j \in J \quad (4.27)$$

$$\lambda_a + \rho_{ai} \geq \hat{q}_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} \frac{1}{k}, \quad \forall a \in A, i \in \mathbb{J}_a \quad (4.28)$$

$$\rho_{ai} \geq 0 \quad \forall a \in A, i \in \mathbb{J}_a \quad (4.29)$$

$$\lambda_a \geq 0 \quad \forall a \in A \quad (4.30)$$

$$x_a, w_j, y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall a \in A, \forall j \in J, \forall i \in I, k = 1, 2, \dots, L_i \quad (4.31)$$

4.3 Resolução de Modelos de Programação Inteira

Os modelos de localização de ambulâncias e bases investigado, UBUL-M e UBUL-MR, são modelos de programação linear inteira (PLI), como já mencionado anteriormente. Problemas de programação linear inteira são NP-difíceis e não se espera que haja algoritmos de tempo polinomial no pior caso para resolvê-los. Veja uma discussão sobre dificuldade computacional em Garey e Jonhson (1979).

Para resolver modelos de PLI de forma exata há algoritmos do tipo *branch-and-bound* e *branch-and-cut*, por exemplo, que podem ser encontrados em pacotes de otimização livre ou comerciais (ARENALES et al., 2007). Por exemplo, os pacotes de otimização IBM ILOG CPLEX®, XPRESS e Gurobi Optimizer® utilizam um algoritmo *branch-and-cut* para resolver problemas de programação inteira.

Em linhas gerais, o algoritmo *branch-and-cut* é uma combinação dos métodos *branch-and-bound* (B&B) e planos de corte. No método *branch-and-bound*, o termo *Branch* (ramificar) refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço de soluções, enquanto *Bound* (podar) refere-se à obtenção de limites sobre quão boa pode ser a melhor solução viável e, assim, eliminar possíveis soluções ruins (GOLDBARG; LUNA, 2005). O algoritmo inicia calculando a solução ótima do problema original para a sua relaxação linear, a qual considera que a integralidade das variáveis é relaxada, criando uma árvore de enumeração com o nó raiz sendo o problema original. Após obter a solução ótima, sendo ela fracionária, faz-se uma partição no problema com a inclusão de restrições para eliminar possíveis valores fracionários para as variáveis de decisão. Assim, divide-se o espaço de soluções do problema original criando novos nós na árvore de enumeração, em subproblemas “menores”. Ao avaliar cada nó da árvore, limitantes para a solução são calculados e utilizados para a poda de outros nós que ocasionariam uma solução pior do que a corrente (COLIN, 2007).

O método de planos de corte consiste em refinar o espaço de soluções com a adição de cortes (desigualdades válidas, isto é, novas restrições) no modelo, a fim de que o vértice ótimo contenha uma solução inteira (TAHA, 2008). O método inicia calculando a solução ótima da relaxação do problema original. Em seguida, restrições são detectadas e adicionadas para eliminar partes fracionárias da solução não inteira, sendo que o modelo resultante é novamente resolvido pela sua relaxação linear. As novas restrições adicionadas devem ser satisfeitas para qualquer solução inteira do PLI, de forma que buscam eliminar apenas soluções fracionárias (COLIN, 2007).

O algoritmo *branch-and-cut* consiste, então, na aplicação do B&B em que desigualdades válidas (planos de corte) são adicionadas em cada nó da árvore de enumeração. Os cortes têm o objetivo de encontrar um limitante mais justo e, assim, permitem reduzir o espaço de busca. Ao tratar problemas grandes, com milhares de variáveis e restrições, o método *branch-and-cut* demanda a resolução de milhares de problemas de programação linear que, apesar de ser rápido computacionalmente, pode tornar inviável a busca pela solução ótima inteira. Por isso, há a necessidade de definir e incluir cortes válidos durante a resolução dos subproblemas em cada nó da árvore (ARENALES et al., 2007).

Enfim, tendo em mãos o modelo nominal UBUL-M e o respectivo modelo robusto, UBUL-MR, o próximo capítulo traz experimentos computacionais sobre um estudo de caso realizado no batalhão de corpo de bombeiros da cidade Catalão, estado de Goiás.

Capítulo 5

EXPERIMENTOS

Neste capítulo são discutidos os experimentos computacionais realizados a partir do estudo feito nos capítulos anteriores. Inicialmente, testes são feitos usando o modelo UBUL-M para efeitos de comparação entre dois pacotes de otimização comercial, visando escolher um deles para as próximas etapas. Após, os modelos UBUL-M e UBUL-MR são aplicados a um estudo de caso referente aos serviços de emergência do corpo de bombeiros da cidade de Catalão, Goiás.

5.1 Pacotes de Otimização

Para analisar o modelo UBUL-M em relação a dois pacotes de otimização, testes numéricos foram realizados. A avaliação envolve duas implementações realizadas na linguagem C++, uma utilizando as bibliotecas do pacote de otimização IBM ILOG CPLEX® 12.6.1 e a outra com o Gurobi Optimizer® 6.5.1. O computador utilizado tem processador Intel Inside™ Core i5, 8 GB de memória RAM e Sistema operacional Linux Ubuntu 14.04 LTS.

5.1.1 Avaliando os pacotes de otimização

Os pacotes de otimização CPLEX e Gurobi são bastante utilizados para resolver problemas de otimização, em particular os de programação linear e inteira.

O CPLEX é capaz de solucionar problemas de programação linear, programação inteira, programação quadrática e programação quadrática inteira. Este pacote passou a ser comercializado desde 1988 e continua sendo desenvolvido atualmente. Para resolver problemas de otimização inteira ele utiliza o método *branch-and-cut*. Além disso, ele fornece bibliotecas que podem ser utilizadas em parceria com uma linguagem de modelagem ou programação matemática (HILLIER; LIEBERMAN, 2010). Mais detalhes sobre o pacote ILOG CPLEX® podem ser obtidas em IBM (2014).

O pacote de otimização Gurobi também é capaz de resolver problemas de programação linear, programação inteira, programação inteira mista e programação quadrática. Possui um conjunto de bibliotecas similar ao do CPLEX para resolver problemas de otimização inteira, porém certo de conter detalhes de implementação diferentes. O Gurobi tem tido o melhor desempenho para resolver problemas de otimização frente aos demais concorrentes, segundo testes comparativos feitos pela própria empresa e, assim, tem ganhado mercado frente ao CPLEX (GUROBI OPTIMIZATION, 2015). Ambos, CPLEX e GUROBI conseguem resolver modelos com milhares de variáveis e restrições e estão entre os mais utilizados pelas empresas.

Os desenvolvedores do Gurobi buscam por uma ferramenta que seja a mais poderosa e rápida para resolver problemas de otimização linear e inteira. Para comprovar essa eficiência, problemas da biblioteca MIPLIB foram resolvidos e comparados frente a outros pacotes de otimização. Assim, sobre conjuntos de testes padrões da MIPLIB, o Gurobi teve o melhor desempenho computacional ao ser comparado com o CPLEX e outros pacotes, uma vez que teve o melhor desempenho para atingir a otimalidade, mostrar a inviabilidade do modelo e com maior agilidade para resolver vários dos problemas de grande complexidade (GUROBI OPTIMIZATION, 2015).

Embora o Gurobi tenha se saído melhor em grande parte dos testes sobre problemas da MIPLIB, seu desempenho ainda poderia ser pior do que o CPLEX para resolver os problemas desta pesquisa. Diante disto, foram realizados testes computacionais envolvendo os dois pacotes de otimização citados, envolvendo o modelo UBUL-M, com o intuito de validar a eficiência do Gurobi.

5.1.2 Analisando o modelo UBUL-M

Os testes ocorreram considerando uma rede com 79 pontos de demanda obtidos de Borrás (2000), para três cenários com diferentes níveis de confiabilidade. Considera-se que cada chamada (ocorrência) tem um tempo de duração média de 45 minutos e cada ambulância pode atender dentro de um raio de cobertura de 1,5 milhas, aproximadamente 2,4 quilômetros. Foi considerado que no máximo duas ambulâncias poderiam ser alocadas em cada base de operação. Os dados de cada cenário estão disponíveis na Tabela A.1, vide Apêndice A. Para efeitos do modelo UBUL-M, o interesse está apenas em minimizar o número de ambulâncias utilizadas, tal que o custo de abrir bases é nulo, ou seja, tem-se $\Psi = 1$ e $\gamma = 0$.

As frações de ocupação relacionadas com o número mínimo de ambulâncias necessário para atender uma demanda podem ser encontradas na Tabela 5.1, a qual aponta o valor de r dados os valores de α e f . Vale destacar que foram considerados apenas três valores de f , os quais permitiram retornar os melhores resultados. Neste caso, $f = 1$ e $f = 3$ retornaram os piores resultados. Note que para $f = 1$ o impacto de r na restrição (4.8) é grande, fazendo com que seja preciso mais ambulâncias do que o mínimo exigido. Já para $f = 3$, acarreta em instalar no mínimo três ambulâncias para atender um ponto de demanda, obrigando o modelo a instalar maiores quantidades de ambulâncias. Por outro lado, para $f = 2$ teve-se os melhores resultados, pois apesar de exigir no mínimo duas ambulâncias, este valor foi suficiente para cobrir toda a demanda dado o valor de r correspondente, mantendo o equilíbrio entre o mínimo exigido e o impacto de r na restrição (4.8).

Tabela 5.1 - Fração máxima de ocupação em relação à α e f .

α (%)	f		
	1	2	3
80	0,19	0,44	0,57
82,5	0,17	0,41	0,55
85	0,14	0,38	0,52
87,5	0,12	0,34	0,49
90	0,09	0,31	0,45
92,5	0,07	0,26	0,41
95	0,04	0,21	0,36
97,5	0,02	0,15	0,28
99	0	0,1	0,2

Fonte: Mohaymany et al. (2012).

Para os dois pacotes de otimização foram considerados um tempo máximo de resolução de uma hora para cada instância. A Tabela 5.2 traz os resultados encontrados para as duas implementações. Os resultados podem diferir dos apresentados em Mohaymany et al. (2012) devido ao valor de f , uma vez que os autores não especificaram o valor exato usado para f em cada instância.

Tabela 5.2 - Comparação entre as implementações para o UBUL-M.

Cenário	α (%)	ILOG CPLEX		Gurobi Optimizer	
		Número de ambulâncias	Tempo de otimização (s)	Número de ambulâncias	Tempo de otimização (s)
1	80	9	86,12	9	518,00
	82,5	10	670,72	10	1474,00
	85	12	3600,00	12	3600,00
	87,5	12	0,81	12	1,33
	90	12	1,33	12	1,71
	92,5	12	1,33	12	0,56
	95	12	3,75	12	0,69
	97,5	12	10,36	12	3,23
	99	17	3600,00	17	3600,00
2	80	12	8,36	12	1,37
	82,5	12	6,56	12	1,29
	85	12	104,47	12	1,33
	87,5	12	8,84	12	7,74
	90	12	2,96	12	1,32
	92,5	12	4,60	12	3600,00
	95	13	641,57	13	24,81
	97,5	18	4,83	18	12,27
	99	18	2,58	18	10,04
3	80	18	2,36	18	3,67
	82,5	18	2,35	18	18,13
	85	18	2,33	18	18,14
	87,5	18	2,36	18	18,10
	90	19	2,33	19	34,52
	92,5	22	3600,00	19	34,44
	95	22	3600,00	20	686,79
	97,5	30	3600,00	27	1188,83
	99	44	3600,00	39	3600,00

Fonte: o autor.

Observa-se que a implementação usando o Gurobi precisou de um tempo total de otimização menor do que a usando o CPLEX, porém para alguns casos, como no cenário 1 para

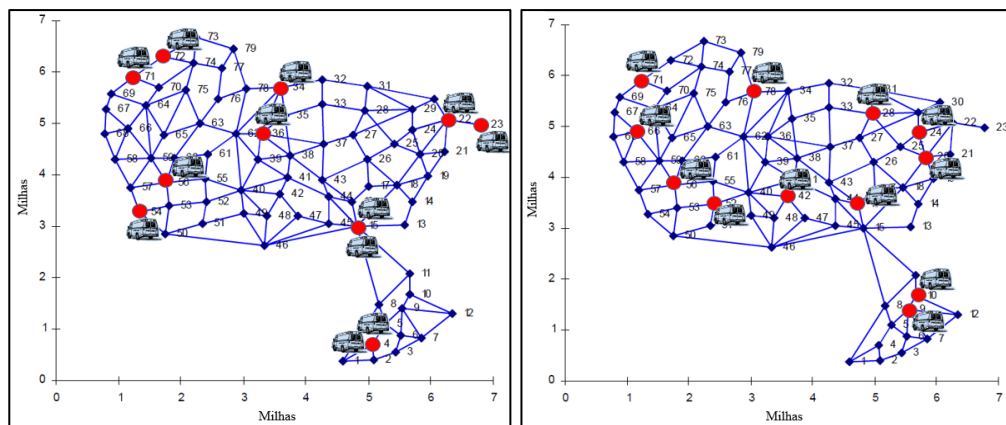
$\alpha = 80\%$ e $\alpha = 82,5\%$, ocorreu o contrário. No total, foram gastas 6,44 horas usando o CPLEX e 5,13 horas usando o Gurobi, sendo uma redução de aproximadamente 20%.

No cenário 1, para $\alpha = 85\%$ e $\alpha = 99\%$, e no cenário 3, para $\alpha = 99\%$, tanto a implementação usando o CPLEX quanto o Gurobi tiveram o tempo limite de otimização alcançado. Todavia, a implementação usando o Gurobi ainda assim obteve soluções melhores (requerendo menos ambulâncias). Por exemplo, no cenário 3, para $\alpha = 99\%$, houve uma diferença de 5 ambulâncias entre as soluções reportadas, com vantagem para o Gurobi.

No total a soma das ambulâncias para todos os cenários foi de 425 ambulâncias para a implementação usando o Gurobi e 438 ambulâncias considerando o CPLEX, uma diferença de cerca de 3%. Em termos reais, esta diferença é significativa, pois o custo de uma ambulância chega facilmente na casa das centenas de milhares.

As Figuras 5.1 e 5.2 trazem as soluções encontradas pelas diferentes implementações realizadas dado o cenário 2 e $\alpha = 80\%$ e $\alpha = 97,5\%$. Nota-se que a quantidade de ambulâncias e bases instaladas varia de acordo com o nível de confiabilidade, tal que quanto maior o nível mais ambulâncias são requeridas. Observa-se que para o mesmo cenário as duas implementações retornaram soluções diferentes, porém com a mesma quantidade de ambulâncias, ou seja, é a mesma solução em termos de função objetivo.

Figura 5.1 - Solução computada para o cenário 2 e com $\alpha = 80\%$.

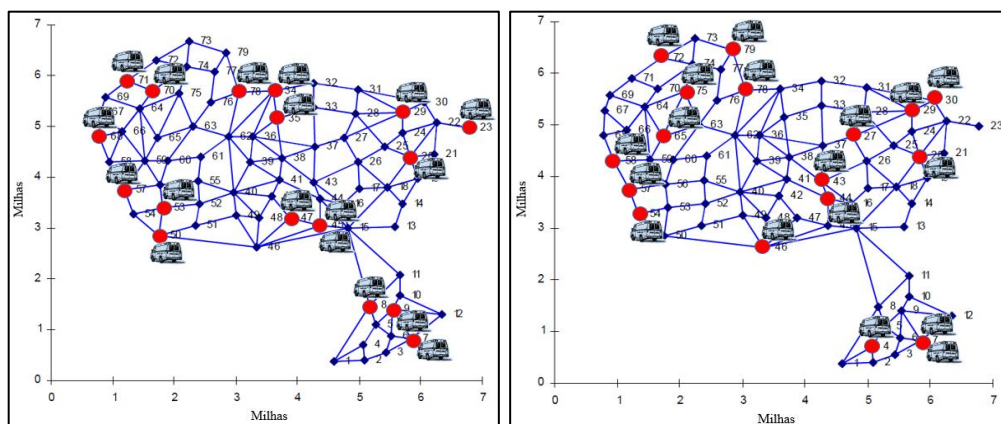


(a) Solução com o CPLEX

(b) Solução com o Gurobi

Fonte: O autor.

Figura 5.2 - Solução computada para o cenário 2 e com $\alpha = 97,5\%$.



(a) Solução com o CPLEX

(b) Solução com o Gubori

Fonte: O autor.

5.2 Estudo de Caso

A cidade de Catalão localizada no estado de Goiás, Brasil, conta com uma área de aproximadamente 3.778 km² e possui uma população de 98.737 habitantes segundo o IBGE (2015). Um mapa geográfico da cidade pode ser encontrado na Figura A.1 do ANEXO A.

Em 1999 foi inaugurada pelo governo do estado uma unidade de atendimento aos serviços de emergência, denominada 10º Batalhão Bombeiro Militar (10º BBM). Na época o efetivo profissional contava com 24 bombeiros militares para atender uma população com cerca de 65 mil habitantes. Em 2015 uma nova sede do 10º BBM foi inaugurada, sendo a entrada principal ilustrada na Figura 5.3, e está localizada no centro da cidade. Atualmente, o efetivo profissional conta com 65 bombeiros militares e segue uma hierarquia profissional dividida em: Majores, Capitães, Tenentes, Subtenentes, Sargentos, Cabos e Soldados.

Em 1999 a frota veicular do 10º BBM contava com 1 caminhão de combate a incêndio, 1 caminhonete de salvamento e 1 carro para serviços administrativos. Atualmente, segundo o relatório anual (do ano de 2015), o batalhão conta com frota veicular com 4 unidades de resgate (ambulâncias), 2 caminhões de combate a incêndio, 1 caminhão auto tanque, 2 caminhonetes, 1 motonáutica e 2 embarcações, além de 4 carros e 3 motos para serviços administrativos. A

Figura 5.4 traz alguns dos veículos utilizados pela corporação, enquanto a Figura 5.5 mostra o espaço interno de uma unidade de resgate.

Figura 5.3 - Sede do 10º BBM inaugurada em 2015.



Fonte: O autor.

Figura 5.4 – Parte da frota veicular atual do 10º BBM.



Fonte: O autor.

O atendimento do 10º BBM se dá através do telefone 193, em que a ocorrência é repassada para uma equipe composta geralmente por um sargento e dois soldados, os quais são responsáveis por uma unidade de resgate para realizar o atendimento. As ocorrências geralmente envolvem o tipo resgate, busca e salvamento, incêndio urbano e incêndio vegetação.

Figura 5.5 - Espaço interno de uma ambulância de resgate.



Fonte: O autor.

5.2.1 Dados para os testes

Para realização dos experimentos foram consideradas as ocorrências na cidade de Catalão durante o ano de 2015. Uma rede de 84 pontos de demanda (bairros) foi utilizada considerando que cada chamada possui uma duração média de 45 minutos segundo informações da própria corporação, que inclui o tempo de deslocamento (ida e volta) e atendimento. Assume-se um raio de cobertura total, ou seja, as ambulâncias podem atender qualquer ponto de demanda. Os dados, como a localização e o número de chamadas, de cada ponto de demanda estão dispostos na Tabela A.2 do Apêndice A. A localização dos bairros considerados para efeito de estudo, com esboço no plano, é dada na Figura A.1 do referido apêndice.

Os custos de instalação e os níveis de confiabilidade são os mesmos utilizados na seção 5.1.2. Como comentado anteriormente, testes preliminares mostraram que $f = 2$ fornece os melhores resultados. Os valores de Γ_a e J_a assumidos pelo modelo UBUL-MR, considerando 1% de probabilidade de violação de restrição, são apresentados na Tabela 5.3. A partir disto, três cenários foram considerados, a saber:

- Cenário 1: uma base pode ser instalada. Considera-se apenas o ponto atual da base, sede localizada no centro da cidade, não podendo abrir bases em outros locais. Busca-se verificar se as unidades atuais de resgate são suficientes para atender a demanda da cidade. Neste cenário no máximo dez ambulâncias podem ser alocadas na base aberta.
- Cenário 2: duas bases podem ser instaladas. Considera-se o ponto atual da instalação e o Distrito Mineral Industrial de Catalão (DIMIC), que segundo informações da corporação deve receber num futuro próximo uma outra base de atendimento, não podendo abrir mais bases em outros locais. O intuito é investigar a real necessidade de uma nova base de atendimento conforme as decisões já tomadas pela corporação. Neste cenário no máximo dez ambulâncias podem ser alocadas em cada base.
- Cenário 3: todos os bairros são possíveis para instalar uma base. Este cenário deixa que o modelo determine o local de instalação das bases ao invés de considerar bases pré-fixadas. Neste cenário no máximo uma ambulância pode ser alocada em cada base.

Tabela 5.3 - Valor de Γ_a considerando até 84 parâmetros q_i como incertos na restrição.

J_a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Γ_a	0	3,03	4,29	5,25	6,07	6,79	7,43	8,03	8,58	9,10	9,6
J_a	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Γ_a	10,06	10,51	10,94	11,35	11,75	12,14	12,51	12,88	13,23	13,57	13,91
J_a	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Γ_a	14,23	14,55	14,87	15,17	15,47	15,77	16,06	16,34	16,62	16,90	17,17
J_a	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
Γ_a	17,43	17,69	17,95	18,21	18,46	18,71	18,95	19,19	19,43	19,67	19,90
J_a	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Γ_a	20,13	20,36	20,58	20,80	21,03	21,24	21,46	21,67	21,88	22,09	22,30
J_a	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
Γ_a	22,50	22,71	22,91	23,11	23,31	23,51	23,70	23,89	24,09	24,28	24,47
J_a	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
Γ_a	24,66	24,84	25,02	25,21	25,39	25,57	25,75	25,93	26,10	26,28	26,46
J_a	77	78	79	80	81	82	83	84			
Γ_a	26,63	26,80	26,97	27,14	27,31	27,48	27,65	27,81			

Fonte: o autor.

O computador utilizado para os testes tem processador Intel Inside™ Core i5, 8 GB de memória RAM e Sistema operacional Linux Ubuntu 14.04 LTS. Com base nos resultados comparativos entre o CPLEX e o Gurobi, considera-se uma implementação em linguagem C++ utilizando as bibliotecas do Gurobi Optimizer® versão 6.5.1 para resolver os modelos. Além disso, cada instância foi limitada em uma hora de execução, sendo que todos os resultados foram obtidos antes de atingir o tempo limite.

5.2.2 Resultados para o modelo UBUL-M

A Tabela 5.4 mostra os resultados obtidos para os três cenários, sendo informadas as quantidades de ambulâncias e bases instaladas, bem como a localidade das bases. A partir dos resultados obtidos, verifica-se que quanto maior o nível de confiança, maior é a quantidade de ambulâncias exigidas para cobrir toda demanda. Para os níveis de confiança entre 80 a 97,5% foram instaladas apenas duas ambulâncias. Porém, para o nível de 99% foram requeridas três ambulâncias. Observa-se que os mesmos resultados foram obtidos para os três cenários.

Para o cenário 1, percebe-se que no máximo três ambulâncias são exigidas. Em termos de número de ambulâncias, o modelo proporcionou um resultado melhor do que a situação atual da corporação, que hoje conta com quatro ambulâncias para atender as demandas. Para certos níveis de confiança houve uma redução de até duas ambulâncias, o que ajuda na redução dos custos de manutenção e instalação, por exemplo. Além disso, os resultados indicam que uma ambulância permanece ociosa na corporação e, assim, poderia ser dispensada do serviço.

Para o cenário 2 observa-se que as localidades das bases diferem de acordo com o nível de confiabilidade. Para níveis entre 80 e 92,5%, as ambulâncias se mantiveram na base atual, a sede localizada no centro da cidade. Já para níveis entre 95 e 99%, o modelo retornou que as ambulâncias devem ser localizadas no setor DIMIC, local que poderá abrigar mais uma base para o 10º BBM. Todavia, os resultados mostram que não é necessário abrir duas bases, apenas uma já é suficiente, seja na localidade atual, para um nível de confiabilidade menor, ou no setor DIMIC, quando se requer alta disponibilidade das ambulâncias. A Figura A.1 do Apêndice A mostra a localização dos bairros e bases abertas.

Tabela 5.4 - Resultados para o estudo de caso considerando o modelo UBUL-M.

Nível de confiança (%)	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3	
	Amb.	Localidade	Amb.	Localidade	Amb.	Localidade
80	2	10º BBM	2	10º BBM	2	Elias Safatle e Estrela
82,5	2	10º BBM	2	10º BBM	2	Elias Safatle e Estrela
85	2	10º BBM	2	10º BBM	2	Elias Safatle e Estrela
87,5	2	10º BBM	2	10º BBM	2	Elias Safatle e Estrela
90	2	10º BBM	2	10º BBM	2	Elias Safatle e Estrela
92,5	2	10º BBM	2	10º BBM	2	Elias Safatle e Estrela
95	2	10º BBM	2	DIMIC	2	Vila União e Village
97,5	2	10º BBM	2	DIMIC	2	Vila União e Village
99	3	10º BBM	3	DIMIC	3	Vila Multirão, Vila União e Village

Fonte: O autor.

Os resultados para o cenário 3, em que todos os pontos de demanda são possíveis pontos para instalar bases, mostraram certas diferenças. Entre os níveis de 80 a 92,5%, o modelo sugeriu dois pontos para a instalação de bases, que foram nos setores Elias Safatle, localizado na direção noroeste da cidade, e Estrela, localizado ao sul da cidade. Nos níveis 95 e 97,5%, a localidade das bases mudou para os setores Vila União, localizado na parte noroeste da cidade, e Village, localizado na direção oeste da cidade. Por fim, para o nível de 99%, o modelo indicou a necessidade de bases em três bairros, sendo na Vila Multirão, localizado na direção noroeste da cidade, Vila União e Village.

O recomendado pelo Ministério da Saúde é uma ambulância a cada 100 mil habitantes, segundo o Portal de Notícias de Tocantins (2016), o que seria suficiente para atender uma cidade do porte de Catalão. Porém, os resultados encontrados pelo modelo mostram que no mínimo duas ambulâncias são necessárias para atender a demanda da cidade. Assim, a recomendação do Ministério da Saúde poderia trazer prejuízos em relação ao atendimento da população, ainda mais se contar o tempo em que a ambulância precisa ficar parada para receber manutenção ou reparos e, assim, estaria indisponível para o atendimento. De qualquer forma, a situação atual da cidade, observando o estudo sobre as demandas para o ano de 2015, é confortável, uma vez que o 10º BBM possui 4 ambulâncias.

Na verdade, tanto a recomendação do Ministério da Saúde quanto a situação atual da corporação aparentam não ser ideais para a cidade. Pelos resultados obtidos, nota-se que a recomendação do ministério ocasionaria a falta de uma ambulância com impacto direto no atendimento prestado a cidade, pois o modelo indica duas ambulâncias para atender com um nível de confiança de 80%. Da mesma forma, a situação atual, apesar de ser capaz de atender toda a demanda, tem uma quantidade superior ao indicado pelo modelo, de forma que no pior caso (nível de 99%) uma ambulância sempre estaria ociosa na corporação impactando, por exemplo, em gastos com manutenção desnecessários.

Os resultados mostram com clareza a importância deste estudo, em que é de suma importância considerar o uso de métodos matemáticos e computacionais para ajudar no processo de tomada das decisões na área da saúde. Além disso, o modelo aqui considerado pode ser utilizado para obter a situação ideal para problemas de localização de ambulâncias e bases, permitindo melhorar a distribuição dos recursos envolvidos, bem como a realocação das ambulâncias ociosas para outras regiões.

5.2.3 Resultados para o modelo UBUL-MR

O uso do modelo UBUL-M no processo de tomada de decisão considera que as demandas sejam iguais as estabelecidas nas instâncias de teste, ou seja, todo ano a corporação terá a mesma demanda. Por outro lado, sabendo que o tempo de atendimento é um parâmetro incerto, torna-se importante também avaliar como a localização das ambulâncias e das bases, dentro do estudo de caso, é modificada com a presença das incertezas.

Com este intuito, o modelo UBUL-MR foi testado sobre os mesmos cenários do UBUL-M, porém considerando diferentes quantidades de parâmetros incertos. Testes iniciais foram realizados para identificar a sensibilidade do modelo UBUL-MR. Notou-se que tal modelo é bastante sensível a quantidade de dados incertos. Por isso, um novo parâmetro $\mathfrak{D}$, que pode variar de 0 a 100%, foi usado para indicar a porcentagem de parâmetros considerados incertos em cada restrição, ao invés de usar o mesmo valor de $\mathbb{J}_a$ para cada restrição a . Além disso, diferentes variações (incertezas) para o parâmetro q_i foram levadas em conta. A porcentagem de variação de q_i é dada por um parâmetro ε , também podendo ir de 0 a 100%.

Nesta seção os resultados estão divididos por cenários e apenas para dois níveis de confiabilidade eles são apresentados, o menor (para 80%) e o maior (para 99%). Notou-se que os resultados para os níveis intermediários não tiveram variação significativa e acompanham as mesmas conclusões para estes dois níveis.

- **Cenário 1**

Os resultados obtidos pelo modelo UBUL-MR para o cenário 1, considerando o nível de confiança de 80% estão dispostos na Tabela 5.5. Já a Tabela 5.6 traz os resultados obtidos assumindo um nível de confiança 99%.

Observando a Tabela 5.5, o número de ambulâncias requeridos pelo modelo com incertezas (UBUL-MR) é o mesmo para o modelo nominal (UBUL-M). Veja que mesmo perturbando o parâmetro q_i em 100% e considerando o pior caso, que é o máximo valor de $\mathbb{J}_a$ ($\mathfrak{D} = 100\%$), o resultado continua apontando para o uso de duas ambulâncias. Em outras palavras, se o tempo de atendimento tiver um aumento de 100% para todos os pontos de demanda, tem-se que 2 ambulâncias ainda são suficientes para atender a população, dado um nível de confiabilidade do serviço de 80%.

Por outro lado, o mesmo não acontece quando se exige um nível de confiança de 99% do serviço, ou seja, que as ambulâncias estejam disponíveis para 99% das ocorrências. Veja na Tabela 5.6 que os valores variam de acordo com a perturbação, podendo requerer entre duas e cinco ambulâncias.

Tabela 5.5 – Resultados obtidos para o cenário 1 com nível de confiança de 80% para o UBUL-MR.

$\mathfrak{D}$ (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ε (%)	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	20	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	30	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	40	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	60	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	70	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	80	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	90	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Fonte: O autor.

Tabela 5.6 – Resultados obtidos para o cenário 1 com nível de confiança de 99% para o UBUL-MR.

$\mathfrak{D}$ (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ε (%)	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	10	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	20	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	30	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
	40	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
	50	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
	60	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
	70	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5
	80	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5
	90	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5
	100	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5

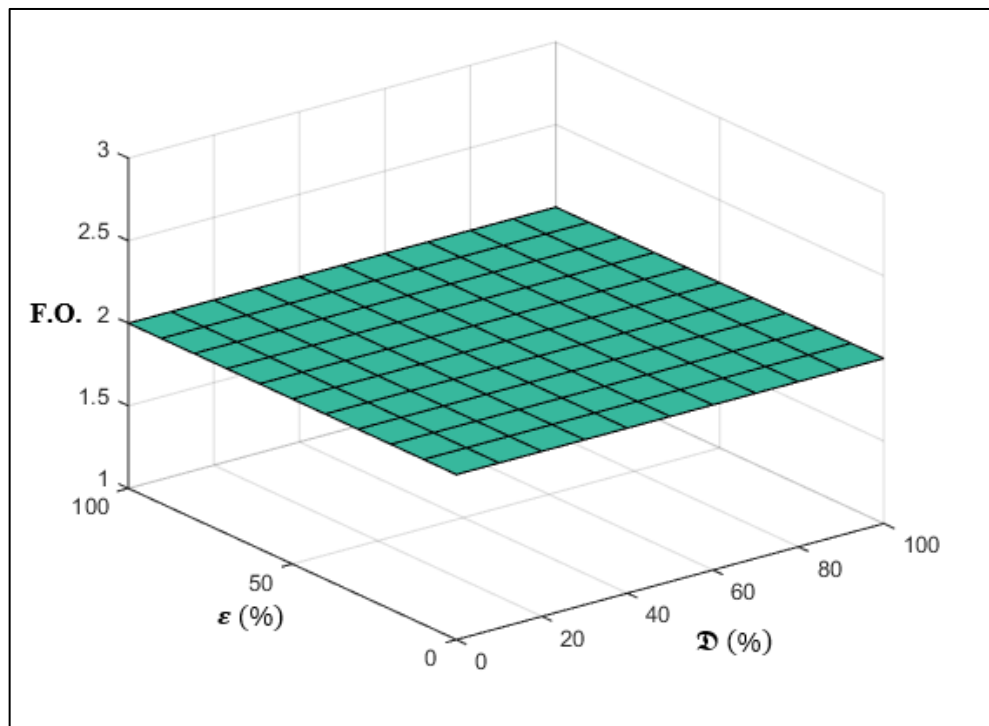
Fonte: O autor.

Para o caso da Tabela 5.6, nota-se que a medida que a quantidade de dados incertos aumenta, tem-se um impacto no valor da função objetivo (número de ambulâncias alocadas). Observando a variação sobre $\mathfrak{D}$, nota-se que para os onze valores testados, apenas há alteração na função objetivo quando a perturbação em q_i for igual ou maior que 30%. Observe que quando $\mathfrak{D} = 80\%$ e $\varepsilon = 30\%$, a quantidade de ambulâncias passa a ser quatro, uma a mais que para o modelo sem incertezas. Além disso, quando $\mathfrak{D} = 90\%$ e $\varepsilon = 70\%$, isto é, 90% dos

tempos de atendimento são acrescidos em 70% no seu valor nominal, exige-se o uso de cinco ambulâncias para atender a demanda da população.

Analisando a variação em ε , percebe-se que para todos os valores testados, tem-se uma mudança nos resultados apenas quando $\mathfrak{D}$ é igual ou maior a 20%. Repare que quando $\varepsilon = 60\%$ e $\mathfrak{D} = 20\%$ o resultado passa a ter quatro ambulâncias e quando $\varepsilon = 90\%$ e $\mathfrak{D} = 70\%$, tem-se a exigência de cinco ambulâncias. Estas variações mostram o quanto é importante a consideração de incertezas nos problemas reais, pois um resultado nominal pode representar bem a realidade para alguns cenários, mas pode ser inviável para outras situações, como é o caso quando o tempo de atendimento aumenta. As Figuras 5.6 e 5.7 mostram uma representação da função objetivo em relação a variação dos parâmetros que controlam as incertezas no modelo UBUL-MR.

Figura 5.6 - Resultados para o cenário 1 com $\alpha = 80\%$ observando a Tabela 5.5.



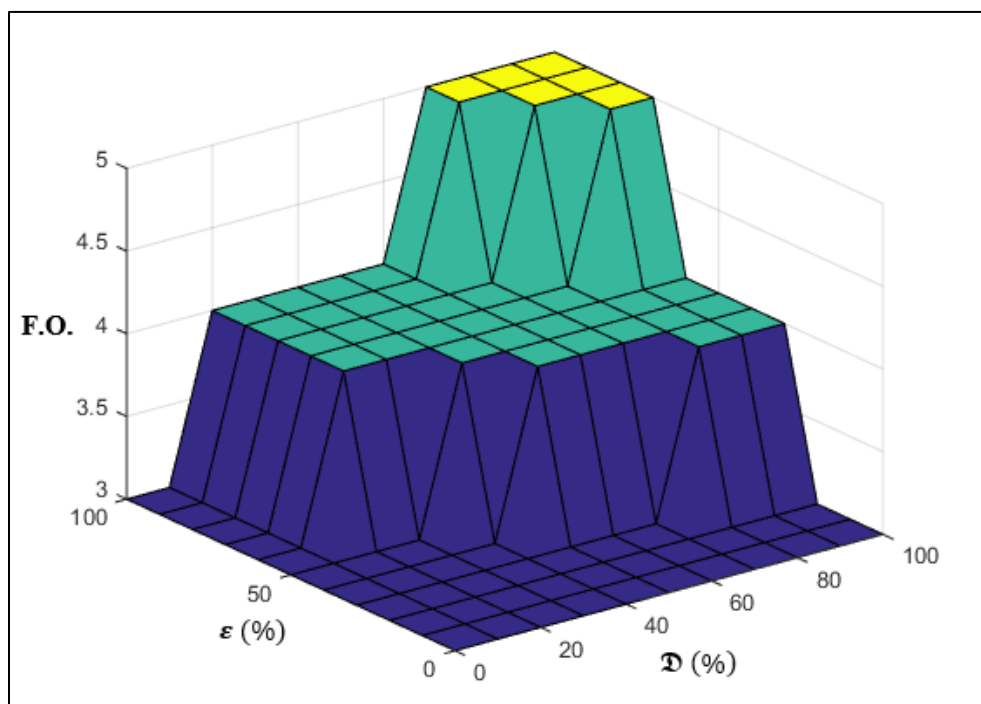
Fonte: O autor.

A Figura 5.6 mostra claramente que os resultados obtidos para o cenário 1, considerando incertezas e com nível de confiança 80%, não sugere nenhuma alteração com relação a solução do problema sem incertezas. A solução está estabilizada em duas ambulâncias e, portanto, para este caso a solução nominal representa bem a realidade, uma vez que é suficiente para cobrir toda demanda até os máximos valores de variação.

Para o nível de confiança de 99%, os resultados ilustrados pela Figura 5.7 mostram que a medida que os parâmetros são perturbados o valor da função objetivo aumenta. A solução varia de três a cinco ambulâncias, um aumento de aproximadamente 67%. Neste caso a solução nominal satisfaz a demanda apenas para alguns valores de perturbação, porém é importante destacar que o 10º BBM conta atualmente com quatro ambulâncias, sendo preciso apenas mais uma unidade nos casos de maiores variações na demanda.

Assim, em comparação com a situação real da corporação, nota-se que a quantidade existente de quatro ambulâncias não vai ser suficiente para cobrir a demanda se houver um aumento maior do que 70% no tempo de atendimento. Neste cenário, a solução nominal dada pelo UBUL-M e a quantidade atual existente não são capazes de suprir a demanda para determinados valores de variação.

Figura 5.7 - Resultados para o cenário 1 com $\alpha = 99\%$ observando a Tabela 5.6.



Fonte: O autor.

• Cenário 2

Para o cenário 2, as Tabelas 5.7 e 5.8 mostram os resultados obtidos pelo modelo UBUL-MR. Na Tabela 5.7 encontram-se os resultados referentes ao nível de confiança de 80%, enquanto a Tabela 5.8 mostra os resultados obtidos para o nível de confiança de 99%.

Tabela 5.7 – Resultados obtidos para o cenário 1 com nível de confiança de 80% para o UBUL-MR.

$\mathfrak{D}$ (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ε (%)	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	20	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	30	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	40	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	60	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	70	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	80	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	90	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Fonte: O autor.

Os resultados na Tabela 5.7 para o cenário 2 são os mesmos obtidos para o cenário 1, dado o mesmo nível de confiança. Ou seja, para $\alpha = 80\%$ a solução nominal é capaz de cobrir toda a demanda, mesmo para o pior caso ($\mathfrak{D} = 100\%$ e $\varepsilon = 100\%$).

Tabela 5.8 – Resultados obtidos para o cenário 1 com nível de confiança de 99% para o UBUL-MR.

$\mathfrak{D}$ (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ε (%)	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	10	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	20	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	30	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
	40	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
	50	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
	60	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
	70	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5
	80	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5
	90	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5
	100	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5

Fonte: O autor.

Pela Tabela 5.8 percebe-se o aumento no valor da função objetivo quando os dados são perturbados. Assim como no cenário 1, a solução exige de três a cinco ambulâncias. Nota-se que no cenário 2 a influência na variação dos dados é menor comparada ao cenário 1. Assim, a decisão de usar a base no setor DIMIC traz mais folga em algumas situações para o uso das ambulâncias.

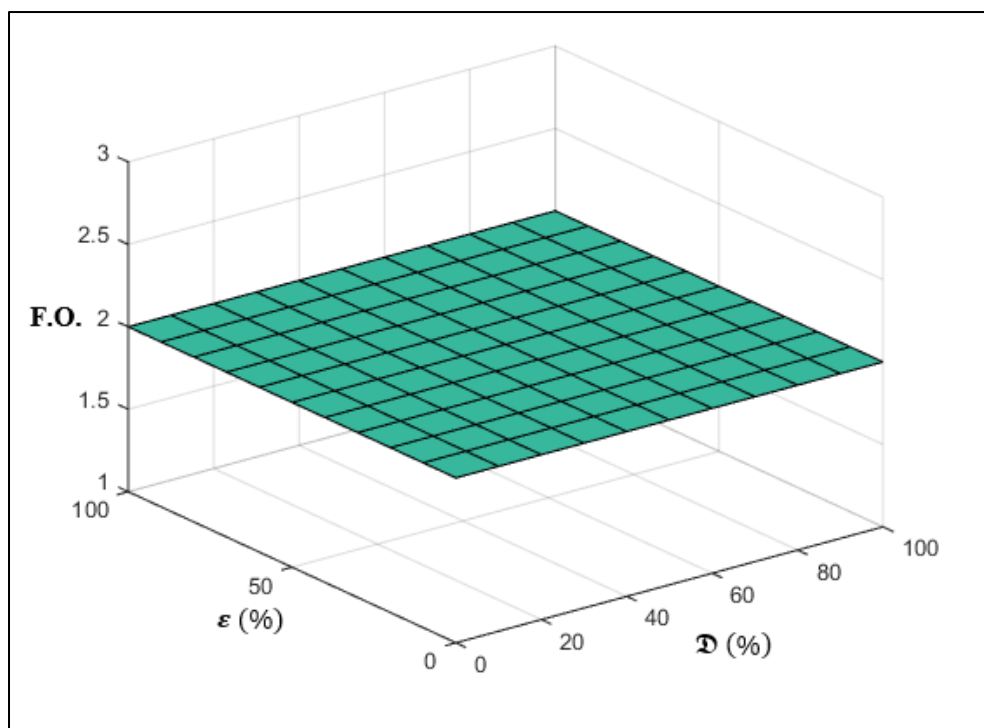
Em relação a variação em $\mathfrak{D}$, verifica-se que a solução nominal não é mais satisfeita para $\mathfrak{D} = 40\%$ e $\varepsilon = 70\%$, em que a solução robusta requer quatro ambulâncias. Da mesma forma, para $\mathfrak{D} = 70\%$ e $\varepsilon = 90\%$, a solução robusta passa a exigir cinco ambulâncias, sendo

uma diferença de duas unidades em relação a solução nominal e uma unidade com relação a situação real da corporação.

Com relação a variação em ε , nota-se que a solução nominal é capaz de suprir a demanda dada uma variação máxima em ε e apenas até $\mathfrak{D} = 30\%$. A partir deste ponto, a solução varia entre três e cinco ambulâncias. No caso de $\mathfrak{D} = 70\%$, quando ε está no intervalo de 0 a 30%, a solução permanece em três, para ε variando entre 40 e 80% a solução aumenta para quatro e, por fim, no intervalo entre 90 e 100% a solução aumenta para cinco unidades.

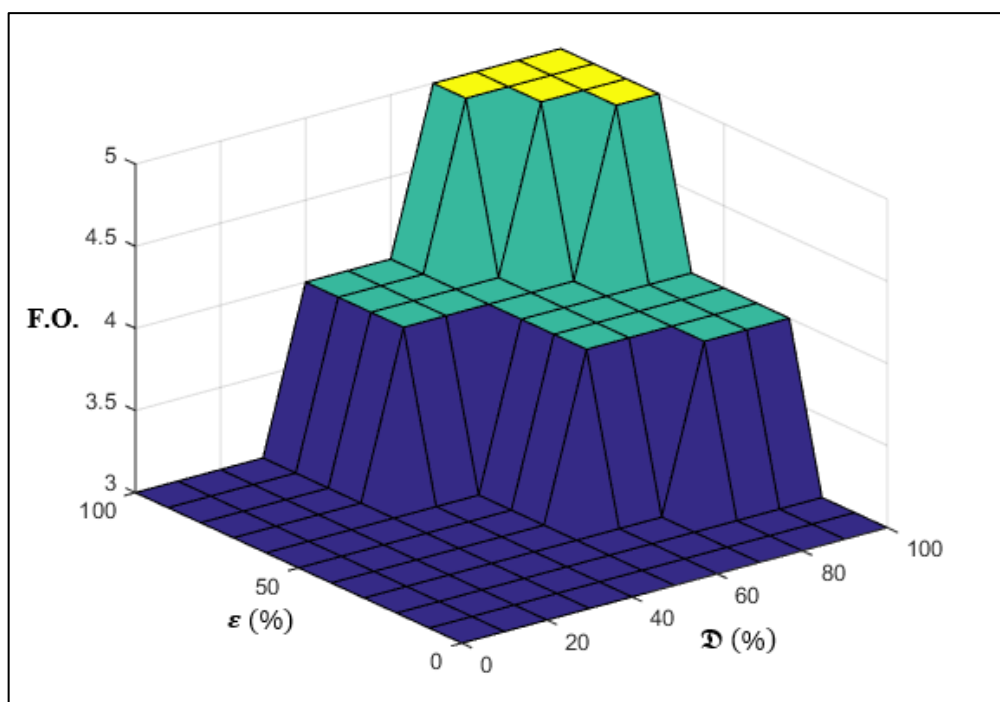
O fato é que as soluções robustas encontradas podem ser piores que a solução nominal, porém garantem que não ocorrerá falta de ambulâncias nos casos em que o tempo de atendimento aumente rapidamente com relação a situação atual. As Figuras 5.8 e 5.9 ilustram os resultados presentes nas Tabelas 5.7 e 5.8, respectivamente, para o cenário 2.

Figura 5.8 - Resultados para o cenário 2 com $\alpha = 80\%$ observando a Tabela 5.7.



Fonte: O autor.

Figura 5.9 - Resultados para o cenário 2 com $\alpha = 99\%$ observando a Tabela 5.8.



Fonte: O autor.

Nota-se pela Figura 5.9 que a função objetivo permanece em três ao longo de mais variações em comparação com o cenário 1. Pela base da figura nota-se que neste cenário a solução nominal é capaz de suprir demandas sujeitas a variações mais altas. Todavia, ocorre em seguida um acréscimo da função objetivo para quatro ambulâncias e, por fim, a solução robusta passa a exigir cinco ambulâncias.

A solução robusta encontrada difere por duas unidades da solução nominal e o tomador de decisões deve ponderar sobre isto na situação prática, pensando no bem-estar da sociedade e o mesmo tempo no custo operacional. Assim, o decisor precisa ver a necessidade de comprar mais ambulâncias e ter a garantia de atendimento a um nível de 99% de confiabilidade para casos de mudança significativa no tempo de resposta, ou permanecer com a solução nominal, que também satisfaz a solução robusta para o nível de 80%, e correr o risco de falta de atendimento. No que tange aos problemas relacionados a área de saúde, sempre é melhor acatar a solução robusta e garantir atendimento a toda população, inclusive evitando a perda de vidas, por exemplo.

- **Cenário 3**

As soluções para o cenário 3 mostram que deixar o próprio modelo localizar as bases e as ambulâncias pode incorrer em acréscimo substancial na função objetivo. Naturalmente, o conjunto de restrições (4.23) considera incertezas para todas as possíveis ambulâncias que podem ser instaladas, ou seja, o número de restrições com incertezas no parâmetro relacionado ao tempo de atendimento cresce de acordo, de tal forma que o modelo pode instalar mais bases e ambulâncias para, assim, suprir a demanda. Dessa forma, como no cenário 3 são considerados 84 pontos possíveis de instalação de bases e apenas uma ambulância pode ser instalada em cada base, tem-se ao todo 84 restrições do tipo (4.23) com incertezas nos dados.

As Tabelas 5.9 e 5.10 mostram o impacto das incertezas no cenário 3 que incorre em mais ambulâncias para suprir a variação na demanda. Observe que foram considerados os mesmos intervalos de variação dos cenários anteriores, isto é, de 0 a 100% para ambos $\mathfrak{D}$ e ε .

Tabela 5.9 - Resultados obtidos para o cenário 3 com nível de confiança de 80% para o UBUL-MR.

$\mathfrak{D}$ (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ε (%)	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	10	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	20	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	30	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	40	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	50	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	60	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	70	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	80	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	90	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	100	2	84	84	84	84	84	84	84	84	84

Fonte: O autor.

Considerando o nível de confiança de 80%, quando $\mathfrak{D}$ passa a ser de 10%, a solução sofre um impacto significativo, atingindo o limite de ambulâncias que foi assumido igual a 84. O mesmo ocorre quando o nível de confiança é de 99% conforme a Tabela 5.10.

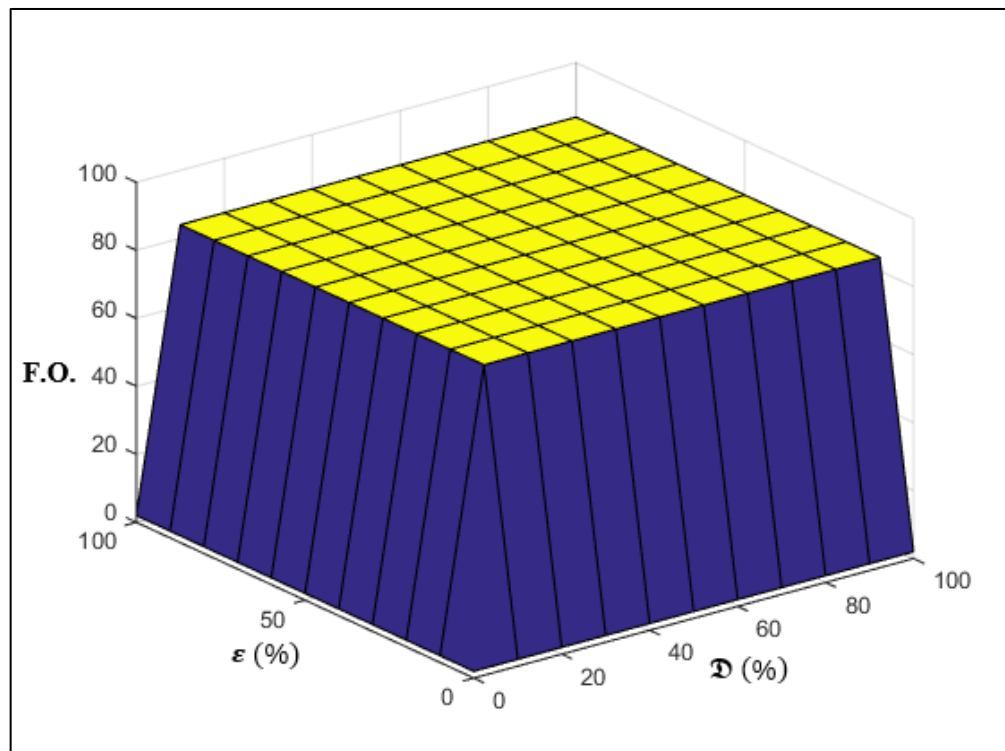
Os resultados reforçam o quão sensível é o modelo UBUL-MR ao considerar um número maior de possibilidades para instalar as bases e ambulâncias. Outros testes mostraram que ao considerar mais ambulâncias por base, tem-se que a solução aumenta proporcionalmente.

Tabela 5.10 - Resultados obtidos para o cenário 3 com nível de confiança de 99% para o UBUL-MR.

$\mathfrak{D}$ (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ε (%)	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	10	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	20	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	30	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	40	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	50	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	60	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	70	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	80	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	90	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84
	100	3	84	84	84	84	84	84	84	84	84

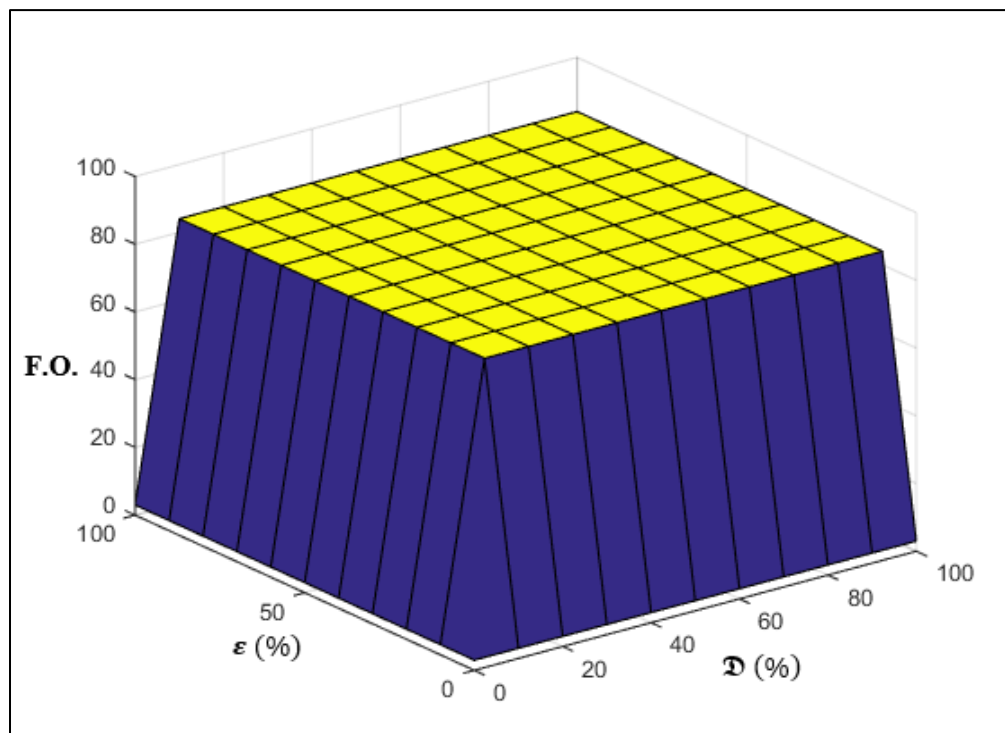
Fonte: O autor.

Além disso, o nível de confiabilidade assumido é alto (80% em diante), de forma que a exigência por ambulâncias cresce de acordo, uma vez que para cada restrição associada a uma ambulância, exige-se tal nível de confiabilidade. Soma-se a isto, que o modelo UBUL-MR lida com incertezas no tempo gasto com os atendimentos em cada uma das restrições tomada com parâmetros incertos. As Figuras 5.10 e 5.11 mostram o impacto da solução conforme os resultados nas Tabelas 5.9 e 5.10, respectivamente.

Figura 5.10 - Resultados para o cenário 3 com $\alpha = 80\%$ observando a Tabela 5.9.

Fonte: O autor.

Figura 5.11 - Resultados para o cenário 3 com $\alpha = 99\%$ observando a Tabela 5.10.



Fonte: O autor.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Neste trabalho fez-se a aplicação de uma abordagem robusta em um modelo para o problema de localização de ambulâncias e bases de operação. Inicialmente, fez-se uma discussão sobre as abordagens robustas da literatura envolvendo modelos de programação linear e inteira, para depois entrar no mérito do modelo para o problema em estudo, modelo UBUL-M, a fim de obter uma formulação robusta menos conservadora, modelo UBUL-MR. Em seguida, um estudo de caso foi realizado na cidade de Catalão, Goiás, a partir dos dados reais fornecidos pela corporação de bombeiros, 10º Batalhão Bombeiro Militar, da cidade.

Os objetivos do trabalho foram atingidos com sucesso, visto que todas as etapas foram cumpridas de acordo. Mais do que isso, os resultados encontrados permitiram obter conclusões a respeito do serviço de emergência prestado pela corporação de bombeiros para a cidade de Catalão, dado três cenários diferentes para a análise. Os dois primeiros cenários consideraram as bases já existentes e/ou que podem ser implementadas futuramente na cidade, enquanto o terceiro cenário deixa livre para que o modelo faça a escolha das bases de operação considerando 84 locais diferentes.

Inicialmente algumas instâncias foram utilizadas sobre o modelo UBUL-M para testar dois pacotes de otimização que têm apresentando os melhores resultados na literatura, a saber: o IBM ILOG CPLEX® e o Gurobi Optimizer®. Os resultados mostraram que o Gurobi possui na média tempos computacionais menores do que o CPLEX, sendo a diferença de aproximadamente 20%. Além disso, com o Gurobi foi possível obter soluções melhores dentro do tempo limite imposto para a otimização, sendo no total uma diferença de cerca de 3%, que é significativa em termos práticos devido ao custo de aquisição das ambulâncias. Os resultados promissores do Gurobi justificaram o seu uso para resolver os modelos UBUL-M e UBUL-MR com dados reais coletados na corporação de bombeiros.

Os resultados do estudo de caso para o modelo UBUL-M mostram que a quantidade de ambulâncias existente na cidade é de certa forma excessiva. Os resultados indicam a necessidade de apenas duas ambulâncias para oito níveis de confiabilidade (iniciando com um nível de 80%), dentre os nove testados. Apenas para o nível de 99%, o modelo indicou o uso de três unidades. Assim, independente do cenário considerado, o modelo resultou sempre nos mesmos resultados dentro de cada nível de confiabilidade. Como atualmente há quatro ambulâncias na base de operação, os resultados indicam que uma ambulância está ociosa.

Apesar dos resultados para o modelo UBUL-M indicarem a ociosidade de uma ambulância, a situação muda quando se considera as incertezas presente no tempo de atendimento, que envolve desde a saída da ambulância, até o seu retorno para a base, resultando no modelo UBUL-MR.

Para os testes realizados com o modelo UBUL-MR, os cenários 1 e 2 apresentaram resultados semelhantes. Ao inserir incertezas, houve claramente um aumento no tempo de serviço das ambulâncias, o que acarretou em mais ambulâncias para atender a demanda, com o resultado variando entre duas e cinco ambulâncias. Quando se tem o máximo das variações, a quantidade de ambulâncias passa a ser de cinco unidades, o que em termos práticos evidencia a falta de uma ambulância, dada a situação real da corporação. Para o cenário 3, o modelo se mostrou bastante sensível a variação dos parâmetros atingindo um número alto de ambulâncias, basicamente uma para cada base de operação que foi aberta.

O 10º BBM da cidade de Catalão conta hoje com quatro unidades de resgate, sendo este número considerável para a cidade diante dos testes realizados. Pois, mesmo considerando incertezas, esta quantidade ainda é capaz de suprir uma grande porcentagem da demanda, porém correndo sempre o risco de que em algum momento poderá ocorrer falta de atendimento.

Portanto, o estudo realizado neste trabalho é de grande importância para as decisões a serem tomadas nas situações práticas, pois possibilita instalar ambulâncias quando há a falta delas e/ou realocá-las para outras regiões quando ocorre excesso em uma determinada base de operação. Além disso, os modelos aqui apresentados podem ser aplicados em qualquer cidade e também estendidos para outros casos, como no Serviço de Atendimento Móvel de Urgência (SAMU), a fim de garantir a melhor aplicação dos recursos financeiros e humanos.

Trabalhos futuros incluem outros cenários a serem testados, por exemplo, particionando o raio de cobertura das ambulâncias, o que acarretaria em delimitar a demanda atendida por cada base de operação e ambulância, e também trabalhar com bases de atendimento fixas. Em termos de incertezas, também seria interessante investigar incertezas no raio de cobertura e considerar questões do tráfego de veículos (horários de pico e tráfego lento). No que tange as

abordagens robustas, cabe realizar uma análise dos resultados fornecidos por diferentes abordagens robustas sobre o modelo UBUL-M visando determinar a que melhor se comporta diante do problema em estudo. Além disso, cabe analisar melhor o impacto das incertezas no cenário 3 e, assim, realizar uma análise de sensibilidade no dado considerado incerto. Para tanto, verificar qual tempo influencia mais no modelo, uma vez que o tempo total de atendimento pode ser dividido em: tempo de deslocamento até a ocorrência, tempo de socorro prestado e tempo de deslocamento de retorno a base.

Por fim, esta pesquisa é de grande importância para a sociedade, uma vez que envolve atendimento à população na área de saúde, a qual sempre busca por melhorias e preza por salvar vidas. Claramente, o uso de uma formulação robusta pode garantir o atendimento às solicitações de forma rápida (mesmo diante das incertezas presentes nos dados simulados), embora envolva mais custos operacionais e de aquisição.

REFERÊNCIAS

ALEM, D. J. *Programação estocástica e otimização robusta no planejamento da produção de empresas moveleiras*. 2011. 208 f. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

ALEM, D. J.; MORABITO, R. Production planning in furniture settings via robust optimization. *Computers and Operations Research*, v. 39, n. 2, p. 139-150, 2012.

ARENALES, A. et al. *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Campus, 2007.

BALL, M. O.; LIN, F. L. A reliability model applied to emergency service vehicle location. *Operation Research*, v. 41, n. 1, p. 18-36, 1993.

BASSANEZI, C. R. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.

BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust solutions of Linear Programming problems contaminated with uncertain data, *Mathematical Programming*, v. 88, n. 3, p. 411-424, 2000.

BERTSIMAS, D.; SIM, M. Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming Series B*, v. 98, n. 1-3, p. 49-71, 2003.

BERTSIMAS, D.; SIM M. The price of robustness. *Operations Research*, v. 52, n. 1, p. 35-53, 2004.

BERTSIMAS, D.; THIELE, A. A robust optimization approach to inventory theory. *Operations Research*, v. 54, n. 1, p. 150-168, 2006.

BORRAS, F. *Nuevos modelos probabilísticos de localización de servicios de emergências*. 2000. 193 f. Ph.D. thesis, Departamento de Estadística y Matemática aplicada, Universidad Miguel Hernandez de Elche, 2000.

BORRAS, F.; PASTOR, J. T. The ex-post evaluation of the minimum local reability level: An enhanced probabilistic location set covering model. *Annals of Operations Research*, v. 111, n. 1-4, p. 51-74, 2002.

BROTCORNE, L.; LAPORTE, G.; SEMET, F. Ambulance location and relocation models. *European Journal of Operational Research*, v. 147, p. 451-463, 2003.

CARELLO, G.; LANZARONE, E. A cardinality-constrained robust model for the assignment problem in Home Care services. *European Journal of Operational Research*, v. 236, n. 2, p. 748-762, 2014.

CHEN, L. et al. A robust optimization approach for the road network daily maintenance routing problem with uncertain service time. *Transportation Research Part E*, v. 85, p. 40-51, 2016.

CHO, N.; BURER S.; CAMPBELL, A. M. Modifiyng Soyster's model for the symmetric traveling sallesman problem with interval travel times. *Far East Journal of Applied Mathematics*, v. 86, n. 2, p. 117-144, 2014.

CHURCH, R. L.; REVELLE, C. S. The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, v. 32, n. 1, p. 101-118, 1974.

COLIN, E. C. *Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas*. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CONSELHO FEDERAL DE MEDICINA. Resolução CFM nº 2.132/2015. 2015. Disponível em: < www.portalmédico.org.br>. Acesso em: 10/03/2016.

DALFOVO, M. S.; LANA, R. A.; SILVEIRA, A. Métodos quantitativos e qualitativos: um resgate teórico. *Revista Interdisciplinar Científica Aplicada*, Blumenau, v. 2, n. 4, p. 01-13, 2008

DASKIN, M. S. A maximum expected location model: formulation, properties and heuristic solution. *Transportation Science*, v. 7, n. 1, p. 48-70, 1983.

DASKIN, M. S.; STERN, E. H. A hierarchical objective set covering model for emergency medical service vehicle deployment. *Transportation Science*, v. 15, n. 2, p. 137-152, 1981.

DEB, K.; GUPTA, H. Introducing Robustness in Multi-Objective Optimization. *Evolutionary Computation*, v. 14, n. 4, p. 463-494, 2006.

EL-GHAOUI, L.; OUSTRY, F.; LEBRET, H. Robust solutions to uncertain semidefinite programs. *SIAM Journal on Optimization*, v. 9, n. 1, p. 33-52, 1998.

ESTATÍSTICAS DE ATENDIMENTO DO CBMGO. 2016. Disponível em: <<http://www.bombeiros.go.gov.br>>. Acesso em: 22/03/2016.

FARAHANI, R. Z. et al. Covering problems in facility location: A review. *Computers & Industrial Engineering*, v. 62, n. 1, p. 368-407, 2012.

FORTE, S. H. A. C. *Manual de elaboração de tese, dissertação e monografia*. Fortaleza: Universidade de Fortaleza, 2004.

GABREL, V.; MURAT, C.; THIELE, A. Recent advances in robust optimization: an overview. *European Journal of Operational Research*, v. 235, n. 3, p. 471-483, 2014.

GAREY, M.R.; JOHNSON, D.S. *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*. San Francisco: W.H. Freeman and Co., 1979.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; SEMET, F. Solving an ambulance location model by Tabu search. *Location Science*, v. 5, n. 2, p. 75-88, 1997.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G.; SEMET, F. The maximal expected coverage relocation problem for emergency vehicles. *Journal of the Operational Research Society*, v. 57, p. 22-28, 2006.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, P. L. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GORISSEN, B.; YANIKOĞLU, I; HERTOOG, D. D. A practical guide to robust optimization. *Omega*, v. 53, p. 124-137, 2015.

GUROBI OPTIMIZATION. Gurobi 6.5 Performance Benchmarks. 2015. Disponível em: <<http://www.gurobi.com/pdfs/benchmarks.pdf>>. Acesso em: 21/03/2016.

HAKIMI, S.L. Optimum location of switching centers and the absolute centers and the medians of a graph. *Operations Research*, v. 12, n. 3, p. 450-459, 1964.

HAKIMI, S. L. Optimum distribution of switching centers in a communication network. *Operations Research*, v. 13, n. 3, p. 462-475, 1965.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à Pesquisa Operacional*. Tradução: Ariovaldo Griesi. 8ª ed. Porto Alegre: AMGH. 2010.

HOGAN, K.; REVELLE, C. S. Concepts and applications of backup coverage. *Management Science*, v. 34, p. 1434-1444, 1986.

IBGE. 2015. Disponível em: <http://cidades.ibge.gov.br>. Acesso em: 10/03/2016.

IBM. *ILOG® CPLEX® Optimization Studio V12.6.1 documentation*. IBM Corporation, 2014.

JAGTENBERG, C. J.; BHULAI, S.; VAN DER MEI, R. D. An efficient heuristic for real-time ambulance redeployment. *Operations Research for Health Care*, v. 4, p. 27-35, 2015.

JIANKE, Z.; SANYANG, L.; XIAOJUE, M. Robust linear optimization under new distance measure. *International Journal of Physical Sciences*. v. 7, p. 1175-1181, 2012.

LIMPATTANASIRI, W. *Maximal covering location models of emergency ambulance considering heavy traffic congestion in urban áreas*. 2013. 178 f. Ph.D. Thesis. Kyoto University, 2013.

MALEKI, M.; MAJLESINASAB, N.; SEPEHR, M. M. Two new models for redeployment of ambulances. *Computers & Industrial Engineering*, v. 78, p. 271-284, 2014.

MARQUES, R. R.; QUEIROZ, T. A. D. Abordagens robustas para problemas de otimização linear com incertezas nos dados. In: Neves, A. F.; Ferreira, I. M.; de Paula, M. H.; Anjos, P. H. R.. (Org.). *Coletânea Interdisciplinar em Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação*. São Paulo-SP: Editora Edgard Blücher, v. 4, p. 210-225, 2014.

MARQUES, R. R.; QUEIROZ, T. A. D. Estudo de um modelo de programação inteira para o problema de localização de estações e ambulâncias. In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria, Caldas Novas. *Anais do Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria*. São Paulo: Editora Edgard Blücher. p. 410-420, 2015b.

MARQUES, R. R.; QUEIROZ, T. A. D. Abordagens Robustas para Problemas de Otimização Linear com Incertezas nos Dados. In: *II Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria*, Fortaleza - CE. II CNMAI, 2015a.

MCCORMACK, R.; COATES, G. A simulation model to enable the optimization of ambulance fleet allocation and base station location for increased patient survival. *European Journal of Operational Research*, v. 247, p. 294-309, 2015.

METE, H. O.; ZABINSKY, Z. B. Stochastic optimization of medical supply location and distribution in disaster management. *International Journal of Production Economics*, v. 126, n. 1, p. 76-84, 2010.

MOHAYMANY, A. S. et al. Linear upper-bound unavailability set covering models for locating ambulances: application to tehran rural roads. *European Journal of Operational Research*, v. 222, n. 1, p. 263-272, 2012.

MULVEY, J. M.; VANDERBEI, R.; ZENIOS, S. A. Robust optimization of large-scale systems. *Operations Research*, v. 43, n. 2, p. 264-281, 1995.

MUNHOZ, J. R. *Otimização no planejamento agregado de produção em indústrias de processamento de suco concentrado congelado de laranja*. 2009. 166 f. Tese (Doutorado), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

MUNHOZ, J. R.; MORABITO R. Optimization approaches to support decision making in the production planning of a citrus company: a Brazilian case study. *Computers and Electronics in Agriculture*, v. 107, p. 45-57, 2014.

NAJAFI, M.; ESHGHI, K.; DULLAERT, W. A multi-objective robust optimization model for logistics planning in the earthquake response phase. *Transportation Research Part E*, v. 49, n. 1, p. 217-249, 2013.

NICKEL, S.; OPPERMAN, M. R.; GAMA, F. S. Ambulance location under stochastic demand: a sampling approach. *Operations Research for Health Care*, v. 8, p. 24-32, 2016.

NOGUEIRA, L. C. *Um estudo para redução do tempo de resposta do SAMU de Belo Horizonte através da realocação das bases de operação*. 2011. 87 f. Dissertação (Mestrado), Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. Planejamento hierárquico da produção em usinas de açúcar e álcool: modelagem de otimização robusta, *Produção*, v. 24, n. 3, p. 644-663. 2011.

PORTAL DE NOTÍCIAS DE TOCANTINS. 2016. Disponível em: <<http://www.clebertoledo.com.br>> Acesso em: 22/03/2016.

RELATÓRIO ANUAL. 2015. Disponível em <http://www.bombeiros.go.gov.br>. Acesso em: 10/03/2016.

REVELLE, C. S.; HOGAN, K. The maximum availability location problem. *Transportation Science*, v. 23, n. 3, p. 192-200, 1989.

ROODERKERK, R. P.; HEERDE, H. J. V. Robust optimization of the 0–1 knapsack problem: balancing risk and return in assortment optimization. *European Journal of Operational Research*, v. 250, n. 3, p. 842-854, 2016.

RUSLIM, N. M.; GHANI, N. A. An application of the p-Median Problem with Uncertainty in Demand in Emergency Medical Services. *Proceedings of the 2nd IMT-GT Regional Conference on Mathematics, Statistic and Applications University Sains Malaysia, Penang*, p.13-15, 2006.

SALMAN, F. S.; YÜCEL, E. Emergency facility location under random network damage: Insights from the Istanbul case. *Computers and Operations Research*, v. 62, p. 266-281, 2015.

SCHILLING, D. A. et al. The TEAM/FLEET models for simultaneous facility and equipment siting. *Transportation Science*, v. 13, p. 163-175, 1979.

SHISHEBORI, D.; BABADI, A. Y. Robust and reliable medical services network design under uncertain environment and system disruptions. *Transportation Research Part E*, v. 77, p. 268–288. 2015.

SNYDER, L. V. Facility location under uncertainty: A review. *IIE Transactions*, v. 38, n. 7, p. 537-554, 2006.

SOUZA, J. C. *Dimensionamento, localização e escalonamento de serviços de atendimento emergencial*. 1996. 112 f. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

SOYSTER A. L. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations Research*, v. 21, n. 1, p. 1154-1157, 1973.

TAHA, H. A. *Pesquisa Operacional: uma visão geral*. 8^a ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TAKEDA, R. A. *Uma contribuição para avaliar o desempenho de sistema de transporte emergencial de saúde*. 2000. 210 f. Tese (Doutorado). Universidade Federal de São Paulo, São Carlos, 2000.

TALARICO, L.; MEISEL, F.; SÖRENSEN, K. Ambulance routing for disaster response with patient groups. *Computers and Operations Research*, v. 56, p. 120-133, 2015.

TOREGAS, C. R. et al. The location of emergency service facilities. *Operations Research*, v. 19, n. 6, p. 1363-1373, 1971.

VAN DEN BERG, P. L.; KOMMER, G. J.; ZUZÁKOVÁ, B. Linear formulation for the maximum expected coverage location model with fractional coverage. *Operations Research for Health Care*, v. 8, p. 33-41, 2016.

VENTURA, M. M. O estudo de caso como modalidade de pesquisa. *Revista SOCERJ*, v. 20, n. 5, p. 383-386, 2007.

VERMA, A.; GAUKLER, G. Pre-positioning disaster response facilities at safe locations: an evaluation of deterministic and stochastic modeling approaches. *Computers and Operations Research*, v. 62, p. 197-209, 2015.

WESTGATE, B. S. et al. Large-network travel time distribution estimation for ambulances. *European Journal of Operational Research*, v. 252, n. 1, p. 322-333, 2016.

YIN, R. K. *Estudo de caso: Planejamento e Métodos*. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

YUAN, Y.; LI, Z.; HUANG, B. Robust optimization under correlated uncertainty: formulations and computational study. *Computers and Chemical Engineering*, v. 85, p. 58-71, 2016.

ZARKESHZADEH, M. et al. A novel hybrid method for improving ambulance dispatching response time through a simulation study. *Simulation Modelling Practice and Theory*, v. 60, p. 170-184, 2016.

ZHEN, L. et al. Decision rules for ambulance scheduling decision support systems. *Applied Soft Computing*, v. 26, p. 350-356, 2015.

ZHOU, Y.; LI, Y. P.; HUANG, G. H. A robust possibilistic mixed-integer programming method for planning municipal electric power systems. *Electrical Power and Energy Systems*, v. 73, p. 757-772, 2015.

Apêndice A

DADOS DOS CENÁRIOS

Tabela A.1 - Localização dos possíveis pontos de instalação.

Pontos	Coordenadas (Milhas)		Tempo de serviço (horas/dia)		
	X	Y	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
1	4,5970	0,3831	0,5861	0,2617	1,3557
2	5,0778	0,3961	0,4376	0,7030	2,7658
3	5,4329	0,5500	0,3064	0,3608	2,3995
4	5,0664	0,7047	0,7395	0,3367	1,3391
5	5,2660	1,1116	0,5783	0,5631	0,9688
6	5,5091	0,8685	0,5640	0,7834	1,9822
7	5,8512	0,8213	0,9169	0,9395	2,1127
8	5,1586	1,4720	0,2464	1,1676	0,9863
9	5,5457	1,4011	0,2423	0,3914	1,4877
10	5,6668	1,6747	0,5681	0,4916	1,7861
11	5,6699	2,0687	0,5145	0,3584	0,1030
12	6,3336	1,2998	1,0110	0,8176	3,2251
13	5,5761	3,0265	0,3686	0,1639	1,6266
14	5,7118	3,4829	0,4609	1,0409	0,4795
15	4,8187	3,0113	0,2801	1,2151	3,3464
16	4,7433	3,4822	0,2677	0,4286	1,0562
17	5,0077	3,7717	0,6041	0,8398	1,3164
18	5,4535	3,7931	0,5831	0,7636	2,8358
19	5,9472	3,9706	0,1901	1,1490	3,5880
20	5,8322	4,3928	0,2366	0,7414	3,4392
21	6,2216	4,4438	0,1553	0,7919	1,1941
22	6,2681	5,0862	0,6656	0,3176	1,6568
23	6,7801	4,9735	0,3896	0,5361	1,0196
24	5,7026	4,8698	0,6660	1,2847	1,9393
25	5,4199	4,6054	0,9098	0,7924	0,3734
26	4,9848	4,2990	0,9825	1,1922	3,4934
27	4,7600	4,7723	0,2914	0,9917	1,1113
28	4,9475	5,2492	0,6015	1,0325	1,7887
29	5,7095	5,2752	0,5186	0,8548	2,2842
30	6,0486	5,4702	0,4721	1,7319	1,5433
31	4,9886	5,7156	0,3244	0,9899	3,3900
32	4,2686	5,8528	0,3675	1,6088	1,5410

Continuação da Tabela A.1.

Pontos	Coordenadas (Milhas)		Tempo de serviço (horas/dia)		
	X	Y	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
33	4,2526	5,3819	0,4208	0,3475	3,1129
34	3,6033	5,6889	0,2554	0,2294	3,3339
35	3,6567	5,1410	0,3578	0,5985	1,9324
36	3,2749	4,8080	0,3814	0,9773	3,3017
37	4,2914	4,5924	0,3120	0,4028	0,5470
38	3,7458	4,3760	0,4020	0,4868	2,2875
39	3,2239	4,2937	0,3334	0,5007	3,5372
40	2,9600	3,7085	0,2711	0,4340	3,3158
41	3,7123	3,9447	0,1635	0,9383	3,4673
42	3,5866	3,6193	0,4391	0,7006	3,1157
43	4,2526	3,8975	0,2254	0,4904	3,2805
44	4,3630	3,5668	0,2104	1,1838	2,3605
45	4,3615	3,0433	0,3518	0,9256	0,7409
46	3,3351	2,6287	0,4894	0,9028	2,5183
47	3,8624	3,1987	0,5869	1,4678	1,8315
48	3,3732	3,1903	0,7294	0,3944	3,1260
49	3,0074	3,2490	0,2445	0,3878	0,3386
50	1,7547	2,8421	0,3071	0,9094	3,0511
51	2,3529	3,0516	0,2239	0,8236	0,2389
52	2,4154	3,4852	0,5108	1,6184	3,3188
53	1,8042	3,4007	0,1024	0,5901	3,6910
54	1,3333	3,2642	0,6502	0,7378	2,1386
55	2,3978	3,9165	0,7590	0,4484	0,0110
56	1,7776	3,8434	0,2677	0,4286	0,3955
57	1,2015	3,7611	0,5246	0,9671	3,2721
58	0,9546	4,2952	0,4770	0,9335	2,3334
59	1,5299	4,3356	0,7178	0,3044	0,9937
60	1,8911	4,3265	0,4631	0,3788	2,0808
61	2,4375	4,4004	0,4946	0,2485	2,5815
62	2,8817	4,7974	0,1984	1,0655	3,5376
63	2,3003	5,0016	0,3349	0,6237	3,5873
64	1,4347	5,3438	0,8025	1,0661	0,1393
65	1,7280	4,7806	0,4950	1,4564	3,7389
66	1,1550	4,9080	0,7448	1,5728	0,2178
67	0,7944	5,2799	0,6195	0,4664	2,0858
68	0,7778	4,8050	0,6450	0,9629	2,3860
69	0,8868	5,5868	0,5340	0,8302	3,1613
70	1,6412	5,7103	1,0819	0,7558	1,6858
71	1,2320	5,9122	0,6184	0,5193	0,2626
72	1,7029	6,3084	1,0050	0,5883	0,5347
73	2,2394	6,6650	0,2171	0,6736	2,7216
74	2,1990	6,1751	0,1432	0,4088	3,4271
75	2,0839	5,6417	0,3739	0,5727	2,5505
76	2,6005	5,4725	0,6105	0,6105	2,9628
77	2,6539	6,0730	0,2520	0,4995	2,1474

Continuação da Tabela A.1.

Pontos	Coordenadas (Milhas)		Tempo de serviço (horas/dia)		
	X	Y	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
78	3,0471	5,6767	0,3041	0,6436	0,3913
79	2,8444	6,4441	0,3127	0,5337	3,4706

Fonte: Borrás (2000).

Tabela A.2 - Bairros atendidos pelo 10º Batalhão de Bombeiros Militar da cidade de Catalão-GO no ano de 2015.

Bairro	Coordenadas (cm)		Tempo de serviço	
	X	Y	Chamadas/dia	Horas/dia
Alto da Boa Vista I	-16,1	-1,4	0,0384	0,0288
Alto da Boa Vista II	-19,3	-2,5	0,0192	0,0144
Alvino Albino	-8	-38,9	0,0055	0,0413
Bairro das Américas	4,4	17,3	0,2164	0,1623
Bairro dos Lucas	-11,5	19	0,0712	0,0534
Bairro Progresso	11,5	14,3	0,0384	0,0288
Bela Vista	7,2	-20,5	0,0247	0,0185
Boa Sorte	-6,5	8	0,0082	0,0062
Campo Belo	28,2	19,8	0,0027	0,0020
Castelo Branco I	5,5	-14,2	0,2630	0,1973
Castelo Branco II	6,9	-5	0,0603	0,0452
Centro	0	0	1,3808	1,0356
Conquista	-11,6	32,2	0,0137	0,0103
Copacabana	31,8	39,5	0,0356	0,0267
Cruzeiro I	-0,9	22,8	0,0575	0,0431
Cruzeiro II	-0,9	22,8	0,0986	0,0740
Dimic	-21,4	-18	0,1123	0,0842
Dona Almerinda	-23,5	13,4	0,0082	0,0062
Dona Matilde	23,4	12	0,0219	0,0164
Dona Sofia	29,7	35	0,0137	0,0103
Elias Safatle	-6,4	15,5	0,0082	0,0062
Estrela	7,2	-24,5	0,0712	0,0534
Evelina Nour I	-3,2	29,7	0,0685	0,0514
Evelina Nour II	-0,7	32,3	0,0164	0,0123
Flamboyant	3	-22,2	0,0274	0,0206
Geraldo E. da Rocha	-8,3	-2,7	0,0082	0,0062
Goianiense	23,8	29	0,0219	0,0164
Ipanema	14,2	25,4	0,4274	0,3206
Jardim Athenas	-22,1	-5,3	0,0027	0,0020
Jardim Brasília	-18,4	9,3	0,0548	0,0411
Jardim Catalão	9	-9,4	0,0137	0,0103
Jardim Colonial	-2,5	-13,1	0,0274	0,0206
Jardim dos Ipês	-19,9	14	0,0027	0,0020
Jardim Europa	-19,7	11,6	0,0164	0,0123
Jardim Florença	28,8	14	0,0110	0,0083
Jardim Paraíso	-25	9,6	0,2521	0,1891
Jardim Paulista	-8,5	12	0,1014	0,0761

Continuação da Tabela A.2.

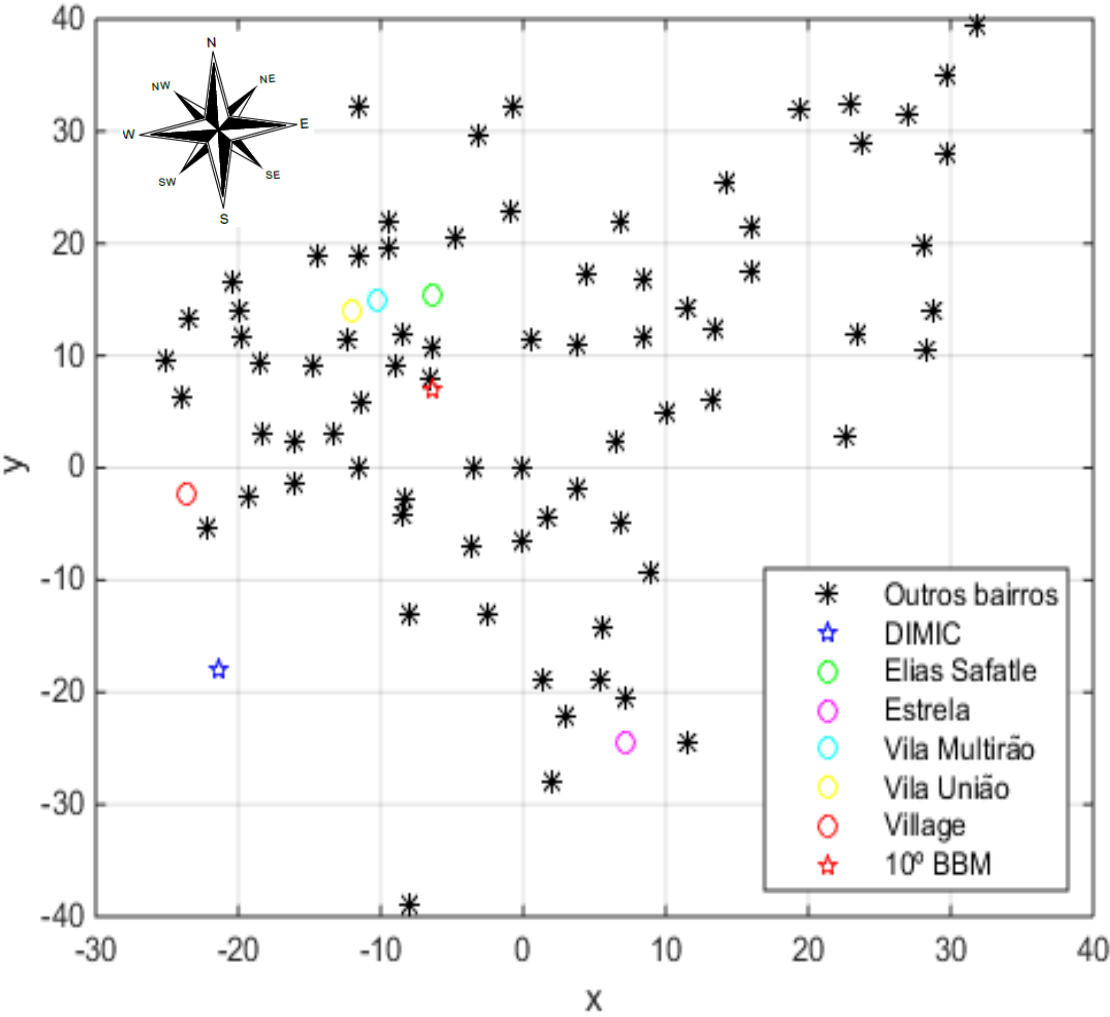
Bairro	Coordenadas (cm)		Tempo de serviço	
	X	Y	Chamadas/dia	Horas/dia
Jardim Primavera	-4,7	20,5	0,2767	0,2075
JK	1,7	-4,4	0,1562	0,1172
Lago das Mansões	10	4,8	0,0329	0,0247
Leblon	6,8	21,9	0,0356	0,0267
Loteamento Paquetá	19,5	32	0,0055	0,0041
Mãe de Deus	-6,3	10,8	0,1425	0,1069
Maria Amélia	2	-28	0,0411	0,0308
Monsenhor Sousa	-12,4	11,4	0,0521	0,0391
Nossa Senhora de Fátima	3,8	-1,8	0,5014	0,3761
Novo Horizonte	23	32,4	0,0027	0,0020
Paineiras	-20,4	16,5	0,0658	0,0494
Parque das Mangueiras	-14,8	9	0,0438	0,0329
Parque Imperial	-9,5	22	0,0301	0,0226
Pio Gomes	-11,3	5,9	0,1288	0,0966
Pontal Norte	22,7	2,8	0,2630	0,1973
Porta do Lago	18,8	-23,5	0,0027	0,0020
Residencial Eldorado	5,4	-19	0,0329	0,0247
Residencial Lins	1,4	-19	0,0137	0,0103
Residencial Parati	-9,4	19,7	0,1151	0,0863
Santa Cruz	13,5	12,3	0,3342	0,2507
Santa Helena I	3,8	11	0,0192	0,0144
Santa Helena II	8,4	11,7	0,0466	0,0350
Santa Mônica	29,8	28	0,0137	0,0103
Santa Terezinha	-3,6	-7	0,1644	0,1233
Santo Antônio	0	-6,5	0,1096	0,0822
São Francisco	6,5	2,3	0,1397	0,1048
São João	0,5	11,5	0,6466	0,4850
São José	-9	9	0,0959	0,0719
Setor Aeroporto	27	31,4	0,1178	0,0884
Setor Leão	13,3	6	0,0055	0,0041
Setor Marcene	11,5	-24,5	0,0164	0,0123
Setor Santa Rita	16	21,5	0,0110	0,0083
Setor Universitário	16	17,5	0,1342	0,1007
Três Cruzes	-3,5	0	0,0384	0,0288
Vale do Pirapitinga	-8,5	-4,1	0,0110	0,0083
Vale do Sol	-14,5	19	0,0110	0,0083
Vereda dos Buritis	-8	-13	0,0384	0,0288
Vila Chaud	8,4	16,7	0,2247	0,1685
Vila Erondina	-24	6,4	0,1233	0,0925
Vila Liberdade	-13,3	3	0,0740	0,0555
Vila Margon I	-11,5	0	0,0685	0,0514
Vila Margon II	-16	2,3	0,0247	0,0185
Vila Margon III	-18,3	3	0,0110	0,0083
Vila Maria	28,3	10,5	0,0137	0,0103
Vila Multirão	-10,3	15	0,0767	0,0575

Continuação da Tabela A.2.

Bairro	Coordenadas (cm)		Tempo de serviço	
	X	Y	Chamadas/dia	Horas/dia
Vila União	-12	13,9	0,1068	0,0801
Village	-23,7	-2,3	0,0110	0,0083

Fonte: O autor

Figura A.1 - Localização dos bairros e bases abertas para a cidade de Catalão, Goiás.



Fonte: o autor.

