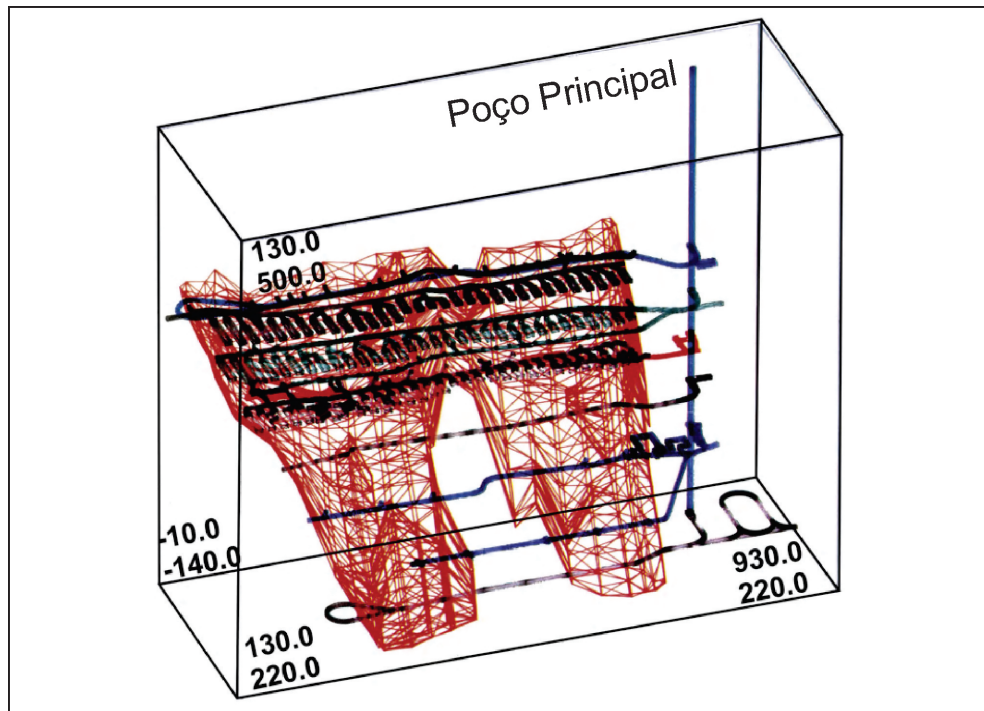


Figura 2.8 – Exemplo de um sólido tridimensional formado pela união de seções geológicas interpretadas a partir de informações de sondagens.



Fonte: Adaptado de (HALDAR, 2013)

A modelagem de recursos minerais por meio de seções transversais, apresenta, de acordo com Ortiz e Emery (2006), três limitações: (i) a definição dos domínios geológicos é um procedimento subjetivo, dependente da experiência do profissional e do seu conhecimento sobre os processos genéticos de formação do depósito; (ii) o delineamento determinístico pode estar sujeito a uma quantidade excessiva de inferências, notadamente quando é feito a partir de uma quantidade muito limitada de informações (furos de sondagem) e a partir de conhecimentos geológicos prévios, também escassos, e; (iii) os limites que definem os contatos geológicos são raramente bruscos/rígidos.

A abordagem por modelagem matemática/geoestatística consiste na obtenção de um modelo geológico a partir de métodos matemáticos (polígonos ou vizinho mais próximo) ou geoestatísticos, podendo-se seguir dois tratamentos gerais: (i) um modelo que estima a categoria/domínio litológico em cada local, de tal forma que é atribuída uma categoria geológica a pontos ou blocos de acordo com uma regra pré-determinada (polígonos e vizinho mais próximo); e (ii) um modelo que fornece a probabilidade de ocorrência de cada categoria/domínio litológico em cada local do depósito (métodos baseados em indicadores/geoestatísticos). Tal abordagem é utilizada especialmente quando os dados estão muito espaçados para se delinear o modelo com confiança (ROSSI; DEUTSCH, 2014).

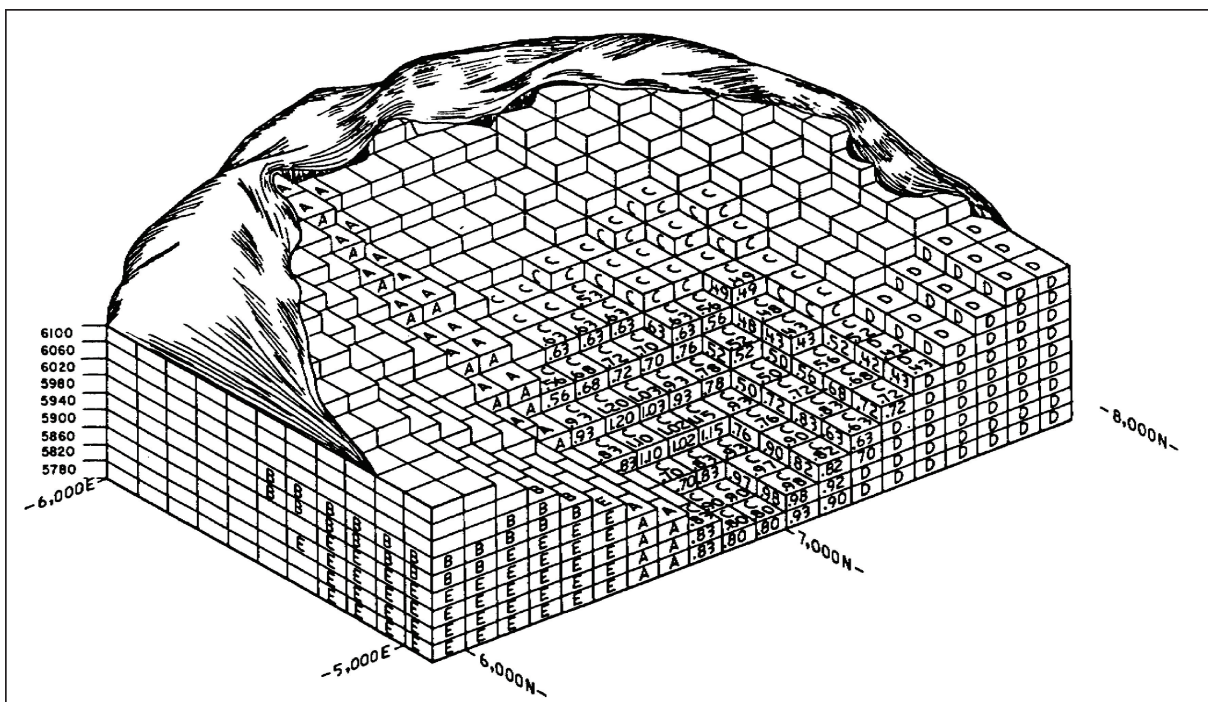
As limitações inerentes à modelagem geológica tradicional têm motivado o uso de técnicas geoestatísticas para aperfeiçoar a definição dos domínios litológicos e reduzir a incerteza quanto à posição dos contatos geológicos, sendo a técnica de Krigagem Indica-

dora, umas destas (EMERY; GONZÁLEZ, 2007). As técnicas baseadas em indicadores, que envolvem o vínculo de um indicador a cada atributo geológico, fornecem a probabilidade da variável geológica estar presente em cada local, onde os indicadores dos atributos geológicos podem ser estimados simultaneamente ou sequencialmente, um de cada vez (ROSSI; DEUTSCH, 2014).

Na construção de um modelo geológico, tanto pela abordagem determinística quanto pela geoestatística, é necessária a consideração de aspectos mineralógicos, de alteração e litológicos para se proceder com a interpolação dos teores amostrais. Isso é realizado pela definição de domínios, geralmente elaborados a partir de classificações mineralógicas, dentro dos quais os teores amostrais são considerados homogêneos, permitindo a elaboração de estimativas por métodos geoestatísticos de cada domínio isoladamente, de tal forma que as amostras referentes a um domínio não interferem na estimativa dos demais e vice-versa (DUKE; HANNA, 2001 apud EMERY; ORTIZ, 2005).

A representação física dos contatos entre domínios litológicos, isto é, o modelo geológico, é a base sobre a qual se estima a quantidade (tonelagem) e qualidade (teores dos elementos) da concentração mineral sob estudo, obtendo então, um inventário mineral de recursos. Para se obter um inventário mineral, o depósito é geralmente representado por um arranjo tridimensional de blocos (Figura 2.9), e o valor (teor) de cada bloco é estimado a partir dos dados amostrais por meio de técnicas de estimativa (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

Figura 2.9 – Esquema de representação de um depósito por um modelo geológico de blocos tridimensional.



Fonte: (CRAWFORD; DAVEY, 1979 apud HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013)

### 2.1.4 Estimativa de Inventários Minerais

Um inventário mineral é um modelo quantitativo de um depósito mineral contendo valores estimados de variáveis geológicas que definem a mineralização, as quais podem ser estimadas por meio de uma variedade de métodos. Tais inventários podem ser classificados basicamente em duas classes: recursos e reservas. Os recursos correspondem a inventários de tonelagens e teores, sem a consideração de elementos econômicos. Já as reservas consideram fatores econômicos, não sendo restritas somente a estes fatores, podendo considerar também fatores ambientais, governamentais, de processo, entre outros. Os Inventários minerais são utilizados para determinação da viabilidade econômica da extração, a qual é relativamente assegurada no caso das reservas (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

A problemática geral na elaboração de inventários minerais é, a partir de um conjunto limitado de informações amostrais e do conhecimento geológico da área, relativo tanto à continuidade geológica (formato físico dos corpos minerais) quanto à continuidade das variáveis que definem a qualidade da mineralização, estimar os valores destas nos locais não amostrados, processo conhecido como inferência espacial. Este procedimento - estimativa - é sempre necessário, visto que a amostragem não é realizada em pontos muito próximos entre si, essencialmente devido a fatores de ordem econômica (YAMAMOTO; LANDIM, 2013).

O desenvolvimento de um inventário mineral sempre envolve julgamentos subjetivos, considerações sobre a qualidade da amostragem e das análises laboratoriais, e interpretação de características geológicas, todos baseados em uma quantidade limitada de dados (HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013).

A estimativa de teores é realizada dentro de domínios, definidos a partir de considerações geológicas e estatísticas. Tais domínios correspondem a volumes de rocha com controles de mineralização que resultam em uma distribuição praticamente homogênea da mineralização, ou seja, as distribuições espaciais dos teores apresentam propriedades estatísticas estáveis, sem a presença, em uma mesma variável, de diferentes distribuições amostrais (ROSSI; DEUTSCH, 2014).

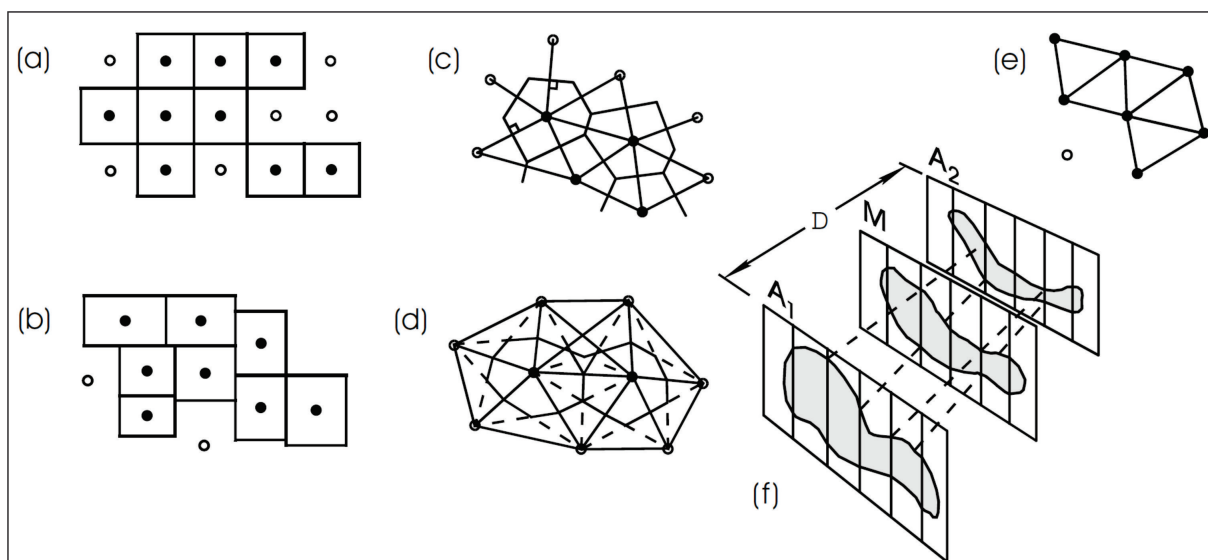
O conceito de homogeneidade de teores em domínios é denominado estacionariedade. De acordo com Sinclair e Blackwell (2004), um domínio é estacionário se medições em quaisquer de suas partes são representativas de todo o domínio, ou seja, a mesma população está sendo amostrada em qualquer local do mesmo.

Nos processos de modelagem geológica e de estimativa de inventários minerais (recursos), há dois tipos de domínios: geológicos e de estimativa. Os primeiros estão normalmente associados a um único atributo geológico (litologia), enquanto o segundo representa um conjunto de controles de mineralização, podendo conter um ou mais domínios geológicos (ROSSI; DEUTSCH, 2014).

O processo de estimativa de inventários minerais envolve uma série de procedimentos iniciais, os quais envolvem: (i) interpretações das variáveis geológicas, (ii) definição de controles da mineralização, e; (iii) análises estatísticas e/ou geoestatísticas da base de dados. Os resultados de tais análises são utilizados então para a previsão dos teores nos locais não amostrados por meio de uma técnica de interpolação adequada (GLACKEN; SNOWDEN, 2001). O objetivo final, segundo Rossi e Deutsch (2014), é obter um modelo contendo teores e tonelagens de materiais que podem eventualmente ser lavrados.

As técnicas para a estimativa de recursos variam em complexidade, proporcionais à quantidade de procedimentos computacionais envolvidos na estimativa. Técnicas mais simples, denominadas tradicionais (Figura 2.10), utilizam conceitos de área de influência ao redor de furos de sondagem. Exemplos de tais técnicas são: métodos dos polígonos de influência, vizinho mais próximo, método da triangulação, malha regular, inverso da potência das distâncias e método de contorno. Tais métodos não são particularmente exatos e/ou precisos, e são utilizados geralmente nos estágios iniciais de programas de exploração mineral e/ou para checar resultados de técnicas geoestatísticas, mais sofisticadas (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004) (ROSSI; DEUTSCH, 2014).

Figura 2.10 – Exemplos de métodos tradicionais para estimativa de inventários minerais. a) Poligonal com blocos retangulares uniformes, b) Poligonal com blocos retangulares não uniformes, c) Poligonal com polígonos definidos por perpendiculares em pontos médios entre amostras, d) Poligonal com polígonos definidos por ângulos bissetores em uma malha de triângulos contínuos, e) Método dos Triângulos, f) Método das Seções.



Fonte: (PATTERSON, 1959 apud SINCLAIR; BLACKWELL, 2004)

Os métodos tradicionais se baseiam em análises subjetivas da área de influência de cada amostra, a qual é consequência dos eventos e processos geológicos que levaram à ocorrência da mineralização. Portanto, no processo de estimativa, o problema principal é

a forma de se determinar o alcance amostral efetivo da área de influência da(s) amostra(s) (HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013). Na abordagem tradicional tal definição é subjetiva, e depende tanto do método utilizado quanto da experiência prévia do profissional e do conhecimento geológico da área. De acordo com Matheron (1963), tais métodos podem fornecer uma avaliação correta dos teores médios, mas falham ao expressar um caráter importante da mineralização, que é a sua variabilidade ou dispersão.

A aplicação de procedimentos geoestatísticos para a estimativa de inventários minerais minimiza alguns ou todos os problemas relativos aos métodos tradicionais, particularmente quanto à subjetividade de tais procedimentos na determinação da área de influência (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004). Ainda, vários autores como Yamamoto (2001), Souza (2002), Sinclair e Blackwell (2004), e Matheron (1963) citam a geoestatística como um procedimento não subjetivo e superior aos métodos tradicionais para estimativa de inventários minerais, baseado na variabilidade espacial entre amostras, a qual é determinada por meio de uma função denominada variograma. Além disso, o método permite o mapeamento e a caracterização do erro associado à estimativa, fundamentais para a classificação dos recursos.

### 2.1.5 Classificação de Inventários Minerais

O inventário mineral estimado, contendo informações sobre teores, tonelagens, geologia, mineralogia e estrutura do depósito mineral, deve ser classificado para fins de publicação dos resultados e verificação da sua confiabilidade. Padrões para a classificação de inventários minerais foram primeiramente elaborados pela AusIMM, Austrália, em 1989. Neste ano foi publicado por esta instituição a primeira edição do *Australasian Code for Reporting of Exploration Results, Mineral Resources and Ore Reserves*, ou código “JORC”. Desde então vários códigos têm sido elaborados por organizações ou comitês, em vários países.

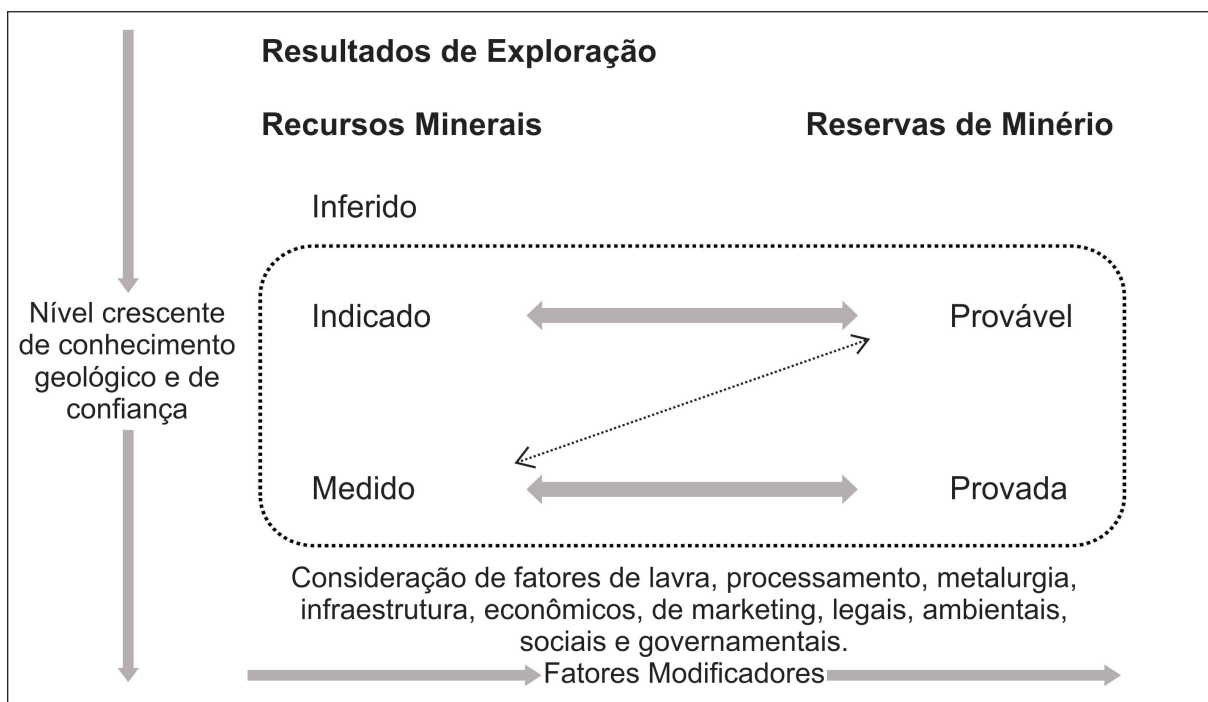
A primeira tentativa de se criar definições internacionais para classificação de recursos e reservas se deu em 1994, com o *Council of Mining and Metallurgical Institutions* (CMMI). Neste ano foi criado o grupo de trabalho para elaboração de definições internacionais, composto de representantes de instituições de mineração e metalurgia dos Estados Unidos (SME), Austrália (AusIMM), Canadá (CIM), Reino Unido (IMM), e África do Sul (SAIMM) (SME, 2014).

Os códigos atuais de classificação de recursos e reservas, tais como o JORC (JORC, 2012), o CIM *Definition Standards* (CIM, 2014), e o SME *Guide* (SME, 2014) se baseiam em metodologias similares. Entretanto, o Código JORC “[...] é reconhecido como uma das propostas mais avançadas e organizadas para descrever reservas e recursos minerais [...]” (SOUZA, 2002).

A classificação dos recursos e minerais é fundamentalmente baseada em parâmetros geológicos, estabelecidos através de amostragem. As diferentes classes de recursos são derivadas do grau de confiança na estimativa das variáveis geológicas que definem o depósito mineral. Desta forma, quanto maiores a quantidade e a qualidade dos dados amostrais, maior é o grau de confiança da estimativa (SAD *et al.*, 2003). Já a classificação das reservas, derivadas dos recursos minerais, dependem da inclusão de outros parâmetros, denominados “fatores modificadores”. Estes incluem: aspectos da lavra e do processamento do minério, custos de lavra e processamento, *marketing*, aspectos governamentais e questões ambientais e sociais (JORC, 2012).

O princípio e a terminologia adotados na classificação de recursos e reservas (Figura 2.11) é similar em todos os códigos internacionais de classificação. Neste sentido, os recursos minerais são classificados, sequencialmente, em Inferidos, Indicados e Medidos, de acordo com o aumento do nível de confiança geológica e da estimativa. As Reservas Minerais, parte do inventário dos Recursos Minerais, são categorizadas em Prováveis e Provadas, nesta sequência, de acordo também com o aumento do nível de confiança (JORC, 2012). Entretanto, a nomenclatura adotada no Código JORC para a categoria “reserva” se difere superficialmente das demais instituições. Neste caso, o Código JORC (JORC, 2012) refere o termo “reserva” como Reserva de Minério (*Ore Reserve*), ao contrário de Reserva Mineral, adotado pelas demais instituições.

Figura 2.11 – Terminologia e classificação de resultados de exploração, recursos minerais e reservas de minério utilizadas pelo Código JORC.



Fonte: Adaptado de (JORC, 2012)

Um Recurso Mineral, de acordo com [JORC \(2012, p. 11\)](#), pode ser conceituado como “[...] uma concentração ou ocorrência de material sólido de interesse econômico na ou sobre a crosta terrestre em tais forma, teor (ou qualidade), e quantidade que há perspectivas razoáveis para uma eventual extração econômica.” Ainda, as características e variáveis geológicas são conhecidas, estimadas ou interpretadas a partir de evidências específicas, tais como amostragem.

A classe do Recurso Mineral Inferido, entre as três classes de recursos, detentora do menor nível de confiança geológica, corresponde ao volume estimado a partir de evidências geológicas e amostragem limitadas, de tal forma que é possível sugerir, mas não verificar as continuidades geológica e de teores. Já os Recursos Medidos e Indicados são estimados a partir de evidências, de fato, concretas, com um nível de confiança tal que suporta a aplicação dos Fatores Modificadores, tornando-os passíveis de serem convertidos em Reservas de Minério ([JORC, 2012](#)).

Para efeito de transformação de recursos em reservas, o Recurso Mineral Inferido possui o menor nível de confiança entre as três classes, e não deve ser convertido em reserva. Uma quantidade dos Recursos Minerais Inferidos podem ser transformados em Recursos Minerais Indicados com amostragens e evidências geológicas adicionais ([JORC, 2012](#)).

O nível de confiança do Recurso Indicado é suficiente para assumir as continuidades geológica e de teores entre os pontos amostrais, de tal forma que a continuidade não é especulada como no caso do Recurso Inferido. Essa classe de recurso pode ser convertida somente em Reserva de Minério Provável ([JORC, 2012](#)).

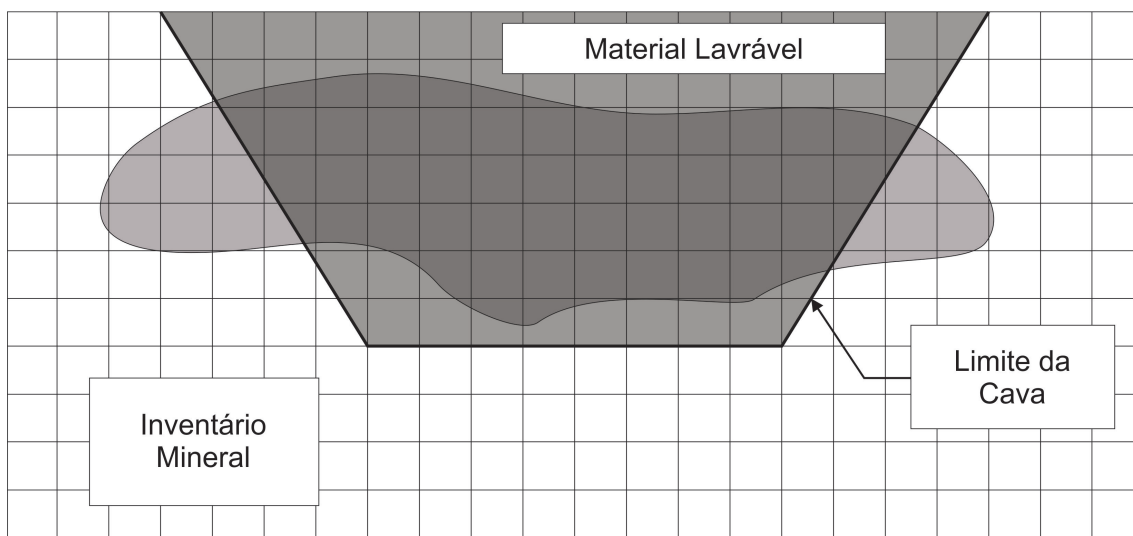
A classe cuja estimativa foi determinada com o maior nível de conhecimento geológico é o Recurso Mineral Medido, no qual as variáveis geológicas, assim como no Recurso Mineral Indicado, possuem um nível de confiança que permite a aplicação de Fatores Modificadores. Entretanto, tal nível de confiança permite um planejamento mineiro detalhado e avaliação final da viabilidade econômica do depósito, já que a continuidade entre pontos de observação é confirmada. Esta categoria pode ser convertida em Reservas Provadas, e, sob certas circunstâncias, particularmente em casos de incertezas elevadas nos Fatores Modificadores, em Reservas Prováveis ([JORC, 2012](#)).

Uma Reserva de Minério, obtida a partir da aplicação dos Fatores Modificadores, de acordo com [JORC \(2012, p. 16\)](#), “[...] é a parte economicamente lavrável de um Recurso Mineral Medido e/ou Indicado.” Os estudos no nível de Pré-Viabilidade ou Viabilidade demonstram que, no tempo atual da análise, a extração seria razoavelmente justificada.

### 2.1.6 Determinação dos Limites Econômicos da Extração

O inventário mineral obtido com a estimativa de teores e tonelagens, juntamente com as informações econômicas e mercadológicas sobre o bem mineral em análise, são combinados para a quantificação da parcela do inventário mineral passível de ser economicamente aproveitada, ou seja, as reservas lavráveis (Figura 2.12) (HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013). Isso é obtido com a determinação dos limites finais da cava, os quais identificam os blocos que serão extraídos e os que serão mantidos intactos (DAGDELEN, 2001).

Figura 2.12 – Esquema de um inventário mineral com a consideração dos limites econômicos (limites da cava).



Fonte: O autor (2017)

A identificação dos blocos a serem ou não extraídos/lavrados é obtida com a elaboração de um modelo de blocos econômico. A cada bloco do inventário mineral de teores é atribuído um valor econômico representando o benefício (receitas – custos) que seria obtido com a extração. Tal valor é baseado no conhecimento que se tem sobre as eventuais receitas provenientes da venda da *commodity* e dos custos operacionais totais, ou seja, custos de produção (DAGDELEN, 2001). Destes parâmetros, os custos operacionais totais ( $T_c$ ) e as receitas ( $R$ ) podem ser obtidos, de acordo com Hustrulid, Kuchta e Martin (2013), pelas seguintes relações:

$$T_c = mQ_m + cQ_c + rQ_r + fT \quad (2.1)$$

$$R = sQ_r \quad (2.2)$$

Os parâmetros das eq. (2.1) e eq. (2.2) e suas respectivas definições se encontram descritos a seguir (HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013):

$m$  = Custos de lavra, expressos em R\$/ton, de material removido da mina (*Run of Mine*). Referem-se aos custos das operações de perfuração, desmonte, carregamento e transporte e operações auxiliares.

$c$  = Custos de concentração, expressos em R\$/ton de material de material concentrado. Operações unitárias que geram tais custos incluem: britagem, moagem, separação magnética, flotação, classificação, peneiramento, espessamento, secagem, etc.

$r$  = Custos atribuídos ao processo de venda, tais como refino, fundição, embalagem, etc

$f$  = Custos fixos, atribuídos à manutenção de instalações, vias de acesso, etc.

$s$  = Preço de venda do produto.

$Q_m$  = Quantidade de material a ser retirada da mina.

$Q_c$  = Quantidade de material enviada para a concentração.

$Q_r$  = Quantidade de produto produzida ao longo do período.

$T$  = Extensão do período de produção que está sendo considerado

Em se tratando da determinação do benefício de cada bloco do inventário mineral, os parâmetros de quantidade ( $Q_m$ ,  $Q_c$  e  $Q_r$ ) podem ser convertidos para o volume do bloco e/ou volume correspondente de concentrado eventualmente produzido pelo bloco (minério). A partir de tais informações determina-se o benefício de cada bloco, calculado como a subtração entre a receita ( $R$ ) e os custos totais ( $T_c$ ). Assim, os blocos do inventário mineral são classificados em dois grupos: o grupo de blocos de estéril, os quais não geram lucros para a operação mineira (benefício negativo), e; o grupo de blocos de minério, correspondente aos blocos que podem ser processados com lucro, suportando a remoção do estéril associado (benefício positivo) (LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2012). Portanto, cada bloco do modelo geológico de teores pode adquirir um de dois valores (ADIBI; ATAEEPOUR; RAHMANPOUR, 2015):

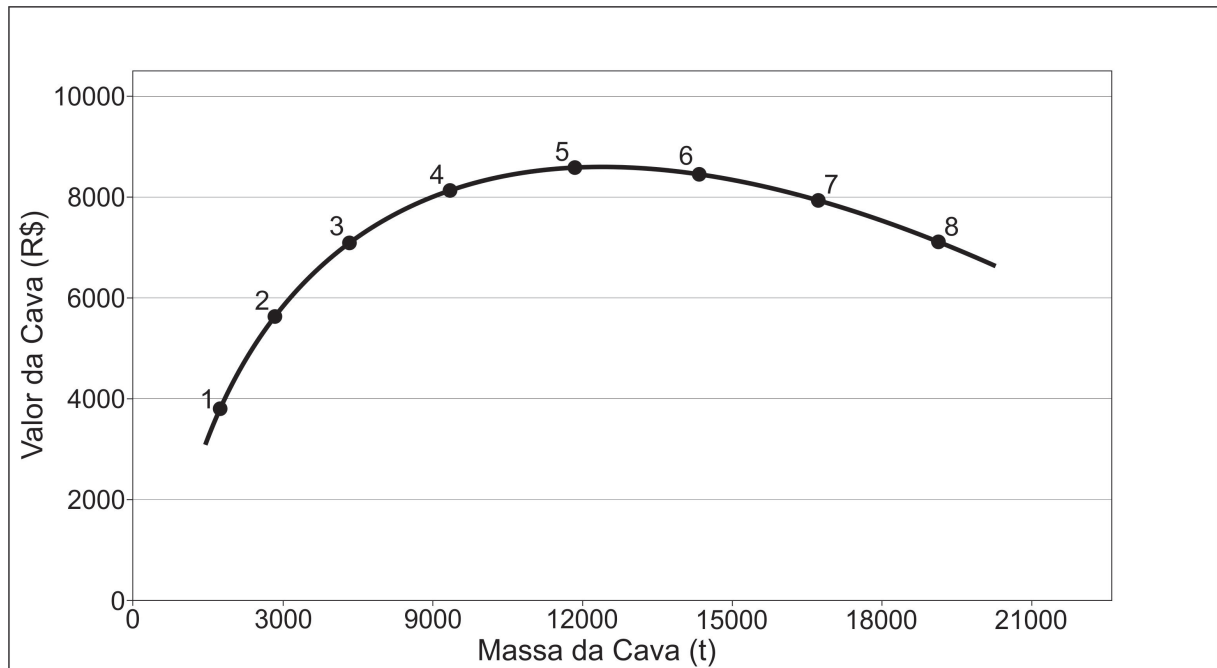
$$\text{Valor do Bloco} = \begin{cases} -CL & \text{se o bloco é de estéril} \\ (PV * Conc) - CL - CP & \text{se o bloco é de minério} \end{cases} \quad (2.3)$$

Na eq. (2.3) as variáveis  $CL$ ,  $PV$ ,  $Conc$  e  $CP$  são, respectivamente, custo de lavra, preço de venda da *commodity*, tonelagem de concentrado obtida a partir do bloco e custo de processamento. A classificação de blocos entre minério e estéril é geralmente feita a partir de um valor de teor denominado teor de corte, o qual se refere ao teor do bloco, cujo concentrado obtido não gera lucro nem prejuízo à operação. Blocos com teor maior que este valor são classificados como minério, gerando lucro para a operação mineira, enquanto blocos com teor menor são classificados como estéril, e não geram lucro quando processados, e, portanto, não aproveitáveis economicamente (ASAD; QURESHI; JANG, 2016). A partir do modelo de blocos econômico é então possível definir os limites da cava.

A definição dos limites econômicos da extração e do lucro de uma eventual operação mineira é essencial nos estudos de pré-viabilidade e viabilidade em minas a céu aberto. Tais limites definem a quantidade de minério e estéril que seria removida e o valor econômico total da extração. Ainda, são a base para decisões importantes tais como capacidade de produção, quantidade e tipos de equipamentos de lavra a serem utilizados e localização de instalações (MARCOTTE; CARON, 2013). A superfície da extração é definida no início dos trabalhos de planejamento de lavra e deve ser continuamente reconsiderada durante a vida útil da mina (CARMO; CURI; SOUZA, 2006).

De acordo com Picard e Smith (2004), o objetivo do problema do desenho de mina a céu aberto é escolher o contorno final da mina cujo benefício total, isto é, a soma dos benefícios de cada bloco dentro do contorno, é máximo entre todos os contornos possíveis (cavas possíveis). De fato, há vários contornos/cavas possíveis, cada um associado a um benefício total (Valor Líquido, ou VL). Quando o volume total extraído é pequeno, o benefício total também é pequeno, uma vez que é extraída uma quantidade reduzida de minério. O benefício total da cava aumenta progressivamente à medida que o volume do contorno aumenta. A partir de um certo volume, o benefício total diminui, uma vez que o custo total com a retirada do estéril se torna proporcionalmente maior que as receitas, diminuindo, portanto, o valor total da cava. Consequentemente há um volume para o qual o VL é máximo (Figura 2.13).

Figura 2.13 – Gráfico esquemático mostrando as cavas em ordem crescente de volume e os respectivos Valores Líquidos.



Fonte: O autor (2017)

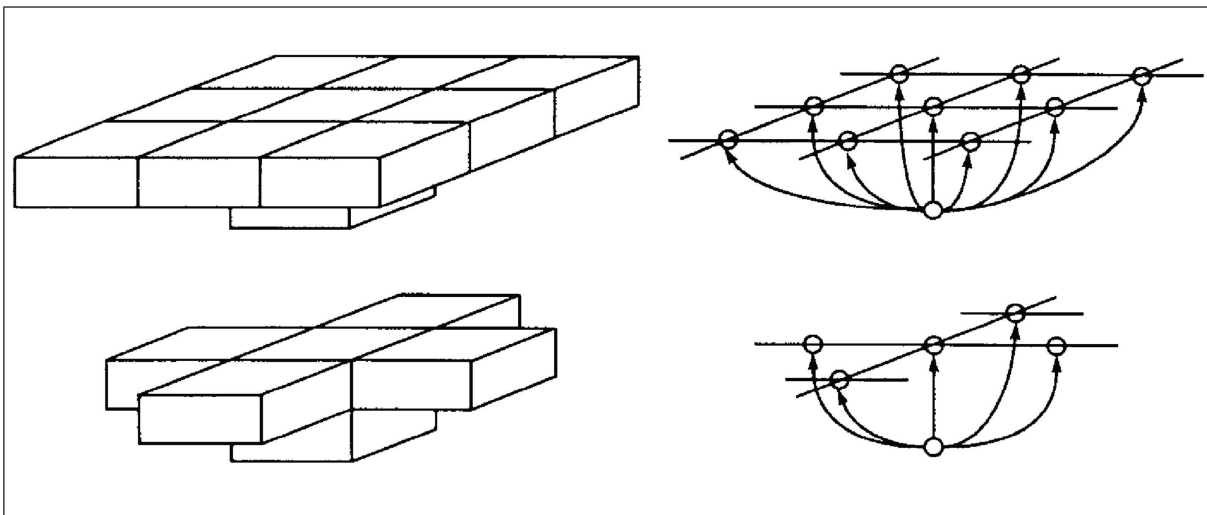
Entretanto, o problema de determinação do contorno ótimo da cava não se restringe somente à maximização do valor (benefício) total da extração. Para [Abbaspour \(2011\)](#), outros parâmetros podem ser otimizados, tais como: Valor Presente Líquido (VPL), valor de uma tonelada do produto final, vida útil da mina e produto disponível dentro da cava. Destes, o critério mais utilizado e importante é o valor econômico total da extração, dada a natureza essencialmente econômica da atividade.

Várias metodologias têm sido desenvolvidas para a determinação da superfície ótima de extração, denominada cava ótima, as quais são baseadas essencialmente na maximização do benefício total do projeto (função objetivo), satisfazendo as restrições quanto à estabilidade das paredes da cava ([FLORES; CABRAL, 2008](#)). O primeiro algoritmo com enfoque na otimização da cava foi formulado por Lerchs e Grossmann, em 1965, o qual utiliza a teoria dos grafos para resolução do sistema ([CARMO; CURI; SOUZA, 2006](#)). Outras abordagens tem sido desenvolvidas, tais como otimização estocástica ([MARCOTTE; CARON, 2013](#)), programação dinâmica aplicada ao algoritmo original de Lerchs-Grossmann ([CACCETTA; GIANNINI, 1988](#)), inclusão de custos ecológicos ao problema de otimização ([XU \*et al.\*, 2014](#)) e otimização baseada em colônia de formigas ([SATTARVAND, 2009](#)). Entretanto, o algoritmo de Lerchs-Grossmann “[...] tem sido aceito como padrão de teste em comparação com outros algoritmos equivalentes [...]” ([CARMO; CURI; SOUZA, 2006](#)).

### 2.1.6.1 Algoritmo de Lerchs-Grossmann

O procedimento desenvolvido por Lerchs e Grossmann (LERCHS; GROSSMANN, 1965) para a resolução do problema do contorno final de minas a céu aberto é baseado na teoria dos grafos. A configuração geométrica do modelo de blocos econômico é representada por representações de grafos (Figura 2.14), onde os nós simbolizam os blocos do modelo e as setas apontam os blocos que devem ser removidos para que um determinado bloco, situado abaixo destes, seja extraído (HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013).

Figura 2.14 – Exemplos de representação de conjuntos de blocos por meio de grafos.



Fonte: (LAURENT; PLACET; SHARP, 1977 apud HUSTRULID; KUCHTA; MARTIN, 2013)

De acordo com Amankwah (2011), o problema de otimização é baseado nas seguintes variáveis:

$V$  = Conjunto de todos os blocos que podem ser lavrados (reserva *in situ*).

$A$  = Conjunto de pares  $(i, j)$  de blocos de tal forma que o bloco  $j$  é um bloco vizinho de  $i$  que deve ser removido para que o bloco  $i$  possa ser extraído.

$c_i$  = Custo de lavra e processamento do bloco  $i$ .

$r_i$  = Receita obtida a partir do bloco  $i$ .

$p_i$  = Benefício obtido com a lavra e o processamento do bloco  $i$ , isto é  $p_i = r_i - c_i$ .

$x_i = 1$  se o bloco  $i$  é lavrado, e 0 caso contrário.

O modelo matemático para a otimização do benefício total de uma mina é dado por:

$$\max \sum_{i \in V} p_i x_i \quad (2.4)$$

Sujeito às seguintes restrições:

$$x_i \leq x_j, (i, j) \in A \quad (2.5)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, i \in V \quad (2.6)$$

A condição  $x_i \leq x_j$  significa que o bloco  $j$  deve ser extraído antes do bloco  $i$ , uma vez que está situado acima do bloco  $i$ . Esta ação respeita as restrições impostas sobre a geometria do talude (ângulo da bancada, altura da bancada, etc.), e é representada pelo conjunto  $A$ , o qual é composto por blocos cuja configuração espacial está de acordo com tais condições geométricas. Já a condição  $x_i \in \{0, 1\}$  se refere ao valor binário que  $x_i$  assume caso o bloco seja lavrado (1) ou não (0) (AMANKWAH, 2011).

O problema da definição do contorno ótimo da cava é definido então por um grafo direto  $G = (V, A)$ , sendo  $V$  o conjunto dos nós  $v_i$ , e  $A$ , o conjunto de arcos/arestas  $a_{ij}$  os quais conectam ordenadamente os nós, ou seja,  $a_{ij} = (v_i, v_j)$ . Neste caso, os blocos do modelo correspondem aos nós, e cada bloco contém um peso (benefício)  $p_i$ , o qual pode ser negativo (estéril) ou positivo (minério) (AMANKWAH, 2011).

O algoritmo de Lerchs-Grossmann opera classificando grupos de blocos como “fortes” ou “fracos”. Os grupos denominados “fortes” correspondem a ramos de blocos que se planeja lavar, ou seja, possuem um valor total positivo. Já os grupos “fracos” se referem aos blocos que não seriam extraídos (SATTARVAND, 2009).

O processo tem início com uma árvore normalizada, cuja raiz está conectada a todos os arcos “fortes” no grafo  $G$ , sendo os arcos “fortes” representados por benefícios positivos. Tal conjunto inicial, composto por um inventário de todos os nós positivos, não satisfaz as restrições de estabilidade dos taludes da cava, e contém um subconjunto fechado, de valor máximo, o qual satisfaz as restrições (ABBASPOUR, 2011). A partir da situação inicial faz-se contínuas comparações a fim de se escolher a melhor direção entre blocos “fortes” e “fracos”. Quando a verificação em todos os arcos não detecta conexões entre grupos “fortes” e “fracos”, tais blocos são classificados como “fortes”, e constituem a cava ótima (SATTARVAND, 2009). Os nós contidos no contorno, possuem então, um fechamento máximo, ou seja, máximo benefício, e correspondem a uma solução viável (obedecem às restrições) (ABBASPOUR, 2011). A Figura 2.15 mostra um exemplo de contornos ótimos de cavas.