



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO (UFCAT)
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

LEANDRO DAMAS DE OLIVEIRA

ANÁLISES MICRO E MACROESCALAS DE MATERIAIS HETEROGÊNEOS VIA
MODELOS HIERÁRQUICOS

CATALÃO
2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO

FACULDADE DE ENGENHARIA

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, número 1120, - Bairro Setor Universitário, Catalão/GO, CEP 75704-020
Telefone: - - <https://www.ufcat.edu.br>

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA)

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DE TESES E DISSERTAÇÕES DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO (UFCAT)

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Catalão (UFCAT) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFCAT), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFCAT é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o(a) autor(a) e o(a) orientador(a) Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação ou Tese? **Dissertação**

2. Nome completo do autor: **LEANDRO DAMAS DE OLIVEIRA**

Nome completo do(a) orientador(a): **JOSÉ JÚLIO DE CERQUEIRA PITUBA**

3. Título do trabalho

Título: **ANÁLISES MICRO E MACROESCALAS DE MATERIAIS HETEROGÊNEOS VIA MODELOS HIERÁRQUICOS**

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento: SIM NÃO¹

[¹] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs.: Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor



Documento assinado eletronicamente por **JOSE JULIO DE CERQUEIRA PITUBA, Orientador(a)**, em 15/08/2024, às 11:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leandro Damas De Oliveira, Usuário Externo**, em 16/08/2024, às 11:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0101246** e o código CRC **FFEFEAB7**.

LEANDRO DAMAS DE OLIVEIRA

ANÁLISES MICRO E MACROESCALAS DE MATERIAIS HETEROGÊNEOS VIA
MODELOS HIERÁRQUICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Faculdade de Engenharia, da Universidade Federal de Catalão (UFCAT), como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Construção Civil. Linha de pesquisa: Mecânica das Estruturas e dos Materiais.

Orientador: Prof. Dr. José Julio de Cerqueira Pituba

CATALÃO

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFCAT.

Oliveira, Leandro Damas de
Análises micro e macroescala de materiais heterogêneos via
modelos hierárquicos. / Leandro Damas de Oliveira. - 2024.
104, CIV f.

Orientadora: Prof. Dr. José Júlio de Cerqueira Pituba.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Catalão,
Faculdade de Engenharia, Catalão, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, Catalão, 2024.

1. EVR. 2. Microestrutura. 3. Materiais Heterogêneos. 4.
Multiescala Hierárquica. 5. Materiais Compósitos. I. Pituba, José
Júlio de Cerqueira, orient. II. Título.

CDU 624

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata no 11 da sessão de Defesa de Dissertação de **LEANDRO DAMAS DE OLIVEIRA**, que confere o título de Mestre em Engenharia Civil, na área de concentração em Estruturas e Construção Civil.

Aos vinte e sete dias do mês de março de dois mil e vinte e três a partir das 14 horas, na Universidade Federal de Catalão, Bloco L, sala 104, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “ANÁLISES MICRO E MACROESCALAS DE MATERIAIS HETEROGÊNEOS VIA MODELOS HIERÁRQUICOS”. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, **Professor Doutor JOSÉ JÚLIO DE CERQUEIRA PITUBA (PPGEC/UFCAT)** com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: **Professor Doutor WELLINGTON ANDRADE DA SILVA (PPGEC/UFCAT)**, membro titular interno; e do **Professor Doutor THIAGO ALVES DE QUEIROZ (PPGMO/UFCAT)**, membro titular externo. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **aprovado** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor José Júlio de Cerqueira Pituba, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos vinte e sete dias do mês de março de dois mil e vinte e três.



Documento assinado eletronicamente por **JOSE JULIO DE CERQUEIRA PITUBA, Professor(a) do Magistério Superior**, em 14/08/2024, às 09:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **WELLINGTON ANDRADE DA SILVA, Professor(a) do Magistério Superior**, em 14/08/2024, às 09:33, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **THIAGO ALVES DE QUEIROZ, Professor(a) do Magistério Superior**, em 14/08/2024, às 09:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufcat.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0101097** e o código CRC **F5163A19**.

Dedico este trabalho aos meus pais, esposa e filhas
que sempre me incentivaram.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por estar ao meu lado, dando direção e iluminando o meu caminho.

Aos meus pais Célio e Jany, às minhas filhas Manuela e Gabriele e em especial a minha esposa Lisiane pela compreensão por terem sido tantas vezes privados da minha companhia e atenção. Sou grato pelo grande apoio dado nos momentos mais difíceis.

Ao Prof. Dr. José Julio, pela orientação e por sempre acreditar e acompanhar meu progresso durante a elaboração dessa pesquisa.

Aos membros da banca pela disponibilidade em avaliar o meu trabalho e pelas contribuições apresentadas.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil pela dedicação e por acreditarem e compartilharem todos os seus conhecimentos.

Aos colegas Felipe, Caleb e Maria Júlia, por me acompanharem durante as intermináveis noites de muito estudo, trabalho e dedicação ao longo de todo o curso.

Aos colegas da Agência Goiana de Infraestrutura e Transportes – GOINFRA, por incentivarem o meu desenvolvimento pessoal e profissional através de programas de capacitação e possibilitarem a consolidação da minha carreira profissional.

Por fim, agradeço a todos que por algum motivo contribuíram para a realização desse trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE SÍMBOLOS	viii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	x
RESUMO.....	xi
ABSTRACT.....	xii
1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	6
1.2 JUSTIFICATIVA.....	7
1.3 CONTEÚDO DO TRABALHO.....	8
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS	9
2.1.1 Metais	9
2.1.2 Cerâmicas	10
2.1.3 Polímeros.....	11
2.1.4 Compósitos.....	12
2.1.5 Porosos	13
2.2 PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS.....	14
2.3 COMPÓSITOS.....	14
2.3.1 Compósitos Reforçados com Partículas	15
2.3.2 Compósitos Reforçados com Fibras.....	16
2.3.3 Compósitos Estruturais.....	19
2.4 ANÁLISE MULTIESCALA.....	22
2.4.1 Multiescala Concorrente.....	23
2.4.2 Multiescala Semi-Concorrente	24
2.4.3 Multiescala Hierárquica.....	26
3 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA ANÁLISE MULTIESCALA	28
3.1 CAMPO DE DESLOCAMENTOS E FLUTUAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS... 32	
3.2 FORMULAÇÃO DO MEF	33
3.2.1 Problema de equilíbrio do EVR.....	33
3.2.2 Princípio de macro homogeneidade de Hill-Mandel.....	37
3.2.3 Cálculo da tensão homogeneizada do EVR.....	38
3.2.4 Condições de contorno impostas ao EVR	39
3.2.5 Cálculo do tensor constitutivo tangente homogeneizado	43
3.3 MODELO DE PLASTICIDADE	45

3.3.1	Modelo de von Mises	48
4 –	METODOLOGIA EMPREGADA NAS ANÁLISES NUMÉRICAS	57
4.1	ANÁLISE DA MICROESTRUTURA	57
4.1.1	Influência da distribuição e variação da fração volumétrica de inclusões	57
4.1.2	Influência da distribuição de vazios nas microestruturas	58
4.2	ANÁLISE DA MACROESTRUTURA	61
5 –	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	62
5.1	ANÁLISE NUMÉRICA DE MICROESTRUTURAS HETEROGÊNEAS	62
5.1.1	Influência da distribuição das inclusões	62
5.1.2	Influência da variação da fração volumétrica de inclusões	64
5.1.3	Influência da distribuição de vazios nas microestruturas	65
5.2	ANÁLISE MULTIESCALA DE CHAPAS UTILIZANDO MODELOS HIERÁRQUICOS DESACOPLADOS	71
5.2.1	Chapa Quadrada	71
5.2.2	Chapa Retangular com Furo	76
6 –	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	82
6.1	TRABALHOS FUTUROS	83
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – Microestrutura dos materiais: a) Material cristalino; b) Material policristalino; c) Material amorfo	2
FIGURA 1.2 – Representação esquemática de uma peça de um metal puro indicando os diferentes níveis estruturais	3
FIGURA 2.1 – Vergalhões utilizados na construção civil	10
FIGURA 2.2 – Pessoa moldando argila.....	10
FIGURA 2.3 – Material plástico	11
FIGURA 2.4 – Compósito formado por cerâmica e metal (CERMET).....	12
FIGURA 2.5 – Material poroso.....	13
FIGURA 2.6 – Estratégia multiescala concorrente baseada no conceito de EVR.....	24
FIGURA 2.7 – Estratégia multiescala semi-concorrente baseada no conceito de EVR.....	25
FIGURA 2.8 – Estratégia multiescala hierárquica baseada no conceito de EVR	27
FIGURA 3.1 – Fluxograma do algoritmo computacional em elementos finitos.....	29
FIGURA 3.2 – Macroescala e representação da Microescala.....	30
FIGURA 3.3 – Esquema representativo da Multiescala	32
FIGURA 3.4 – Definição da célula unitária para meio periódicos	41
FIGURA 3.5 – Gráfico do comportamento plástico: a) Real; b) Idealizado	46
FIGURA 3.6 – Efeito Bauschinger.....	47
FIGURA 3.7 – Comportamento plásticos gerais	48
FIGURA 3.8 – Critério de von Mises.....	51
FIGURA 3.9 – O estado plano de tensão.....	52
FIGURA 4.1 – EVRs estudados.....	58
FIGURA 4.2 – Configurações de EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazios com distribuição centrada.....	59
FIGURA 4.3 – Configurações de EVRs com fração distinta em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos de forma aleatória	59
FIGURA 4.4 – Configurações de EVRs com fração em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica	60
FIGURA 4.5 – Configurações de EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica	60
FIGURA 5.1 – Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com diferentes distribuições de inclusões	63
FIGURA 5.2 – Curvas tensão plástica homogeneizada versus deformação plástica imposta dos EVRs com diferentes distribuições de inclusões	63

FIGURA 5.3 – Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com diferentes frações volumétricas de inclusões.....	64
FIGURA 5.4 – Curvas tensão plástica homogeneizada versus deformação plástica imposta dos EVRs com diferentes frações volumétricas de inclusões.....	65
FIGURA 5.5 – Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10% de vazios no centro	66
FIGURA 5.6 – Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazios no centro	66
FIGURA 5.7 – Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 2,5% e 10% de vazios distribuídos de forma aleatória	67
FIGURA 5.8 – Curvas tensão plástica homogeneizada versus deformação plástica imposta de EVRs com fração em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos de forma aleatória	67
FIGURA 5.9 – Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 7,5%, 10% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica	68
FIGURA 5.10 – Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica.....	68
FIGURA 5.11 – Curvas tensão homogeneizada versus deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica.....	69
FIGURA 5.12 – Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica	70
FIGURA 5.13 – Modelo de chapa quadrada analisada.....	71
FIGURA 5.14 – Extremidades de apoio e de aplicação de força na chapa quadrada.....	72
FIGURA 5.15 – Distribuição de tensões normais na chapa quadrada DA.....	72
FIGURA 5.16 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com distribuição das inclusões diferentes	73
FIGURA 5.17 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração volumétrica das inclusões diferentes	73
FIGURA 5.18 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10% de vazios no centro	74
FIGURA 5.19 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5% e 10% de vazios distribuídos de forma aleatória	74
FIGURA 5.20 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 7,5%, 10% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica	75
FIGURA 5.21 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica.....	75

FIGURA 5.22 – Modelo de chapa com furo analisada.....	76
FIGURA 5.23 – Extremidades de apoio e de aplicação de força na chapa com furo.....	77
FIGURA 5.24 – Distribuição de tensões normais na chapa com furo DA.....	77
FIGURA 5.25 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com distribuição das inclusões diferentes.....	78
FIGURA 5.26 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração volumétrica das inclusões diferentes.....	78
FIGURA 5.27 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10% de vazios no centro.....	79
FIGURA 5.28 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5% e 10% de vazios distribuídos de forma aleatória..	80
FIGURA 5.29 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 7,5%, 10% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica.....	80
FIGURA 5.30 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica.....	81

LISTA DE SÍMBOLOS

ROMANOS

A	- Área
b	- Campo de forças de volume
B	- Matriz que relaciona deslocamentos com deformações
D	- Matriz constitutiva tangente consistente
f	- Tensor constitutivo simétrico
F	- Vetor de forças internas
F_b	- Vetor de forças reativas ao campo de deslocamento imposto
F_i	- Vetor de forças internas nos nós internos
F_e^{int}	- Forças Internas do elemento finito
G_c	- Densidade de energia do Modo I
K	- Matriz de rigidez tangente
l	- Comprimento característico do macrocontínuo
l_μ	- Comprimento característico do EVR
n	- Vetor normal a fissura
t	- Instante em que ocorre a análise
t^e	- Campo de forças externas
tⁱ	- Campo de forças internas
t^v	- Campo de forças que atua no vazio
u	- Campo de deslocamento
u_μ	- Campo de deslocamento microscópico
\overline{u}_μ	- Campo de deformação macroscópica
\tilde{u}_μ	- Campo de flutuação do deslocamento
V	- Volume

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

∇^s	- Operador gradiente simétrico do campo de deslocamento u
\otimes	- Multiplicador vetorial

GREGOS

Γ_e	- Vetor de forças internas relacionado ao lado positivo ou negativo do Elemento finito
ε	- Tensor de deformações

- ε_μ - Campo de deformação microscópicas do EVR
- $\tilde{\varepsilon}_\mu$ - Campo de flutuação da deformação
- σ - Tensão
- σ_μ - Tensão microscópica
- Ω - Domínio do macrocontínuo
- Ω_μ - Domínio do EVR
- Ω_μ^m - Domínio da matriz do EVR
- Ω_μ^i - Domínio das inclusões do EVR
- Ω_μ^v - Domínio dos vazios do EVR
- Ω_μ^s - Domínio sólido do EVR
- V_μ - Campo de deslocamentos virtuais cinematicamente admissíveis
- η - Deslocamentos fictícios virtuais cinematicamente admissíveis

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- EVR - Elemento de Volume Representativo;
- MEF - Método dos Elementos Finitos;
- NLF - Não Linearidade Física;
- NLG - Não Linearidade Geométrica;
- PTV - Princípio dos Trabalhos Virtuais;
- CMM - Compósitos de Matriz Metálica;

RESUMO

OLIVEIRA, L. D. **Análises micro e macroescala de materiais heterogêneos via modelos hierárquicos**. Catalão. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Catalão, 2022, 103 p.

Nesta dissertação é apresentado um estudo pioneiro dentro da linha de pesquisa sobre a caracterização de materiais heterogêneos por meio da técnica de homogeneização utilizando o conceito de Elemento de Volume Representativo (EVR), sendo aplicado à análise de estruturas via abordagem multiescala hierárquica. Exemplos de materiais compósitos e porosos foram utilizados e análises da microestrutura foram realizadas para compreender as propriedades macroscópicas homogeneizadas dos materiais. A técnica do EVR foi empregada para descrever a microestrutura dos materiais e gerar modelos numéricos que representam a estrutura em diferentes escalas. A abordagem multiescala hierárquica possibilitou simular o comportamento da estrutura em diversas escalas, permitindo uma compreensão mais completa do material. A análise foi crucial para entender as limitações e potencialidades da técnica e para avaliar o comportamento de estruturas complexas formadas por materiais compósitos e porosos. Os resultados demonstraram que a abordagem multiescala hierárquica é capaz de descrever de maneira precisa as propriedades dos materiais, proporcionando uma melhor compreensão do comportamento macroscópico por meio de estudos realizados na microestrutura. Essa técnica pode ser aplicada em diversas áreas contribuindo para o avanço do conhecimento em processos físicos e químicos em meios heterogêneos.

Palavras-chave: EVR, Microestrutura, Materiais Heterogêneos, Multiescala Hierárquica, Materiais Compósitos.

ABSTRACT

OLIVEIRA, L. D. **Micro and macro-scale analysis of heterogeneous materials through decoupled hierarchical models.** Catalão. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Catalão, 2022, 103 p.

This dissertation presents a pioneer study on the characterization of heterogeneous materials using the concept of Representative Volume Element (RVE) an homogenization technique, employing a hierarchical multiscale approach. Examples of composite and porous materials were used, and microstructure analyses were performed to understand the homogenized macroscopic properties of the materials. The RVE technique was employed to describe the materials' microstructure and generate numerical models representing the structure at different scales. The hierarchical multiscale approach allowed for simulating the structure's behavior at different scales, enabling a more comprehensive understanding of the material. The analysis was crucial to comprehend the limitations and potentialities of the technique and to evaluate the behavior of complex structures formed by composite and porous materials. The results demonstrated that the hierarchical multiscale approach is capable of precisely describing the materials' properties, providing a better understanding of the macroscopic behavior through microstructure studies. This technique can be applied in various fields of engineering contributing to the advancement of knowledge in physical and chemical processes in heterogeneous media.

Keywords: RVE, Microstructure, Heterogeneous Materials, Decoupled Hierarchical Multiscale, Composite materials.

1 – INTRODUÇÃO

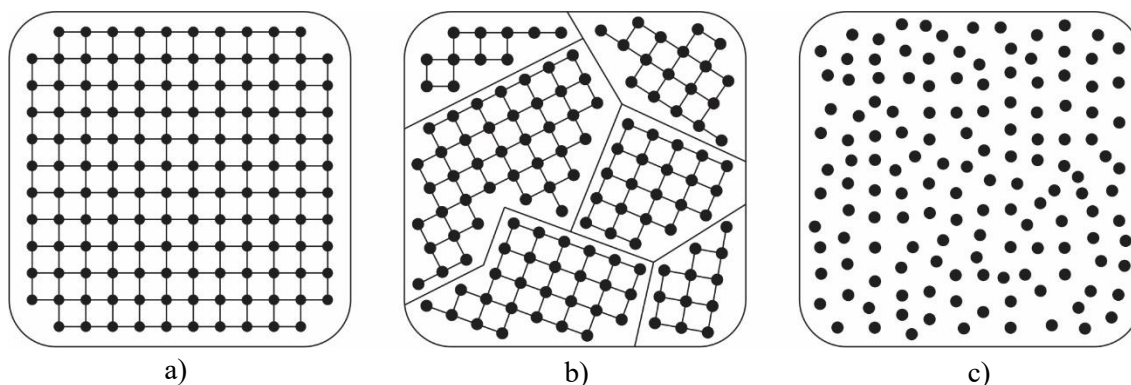
Nos últimos anos, a crescente evolução da tecnologia juntamente com o desenvolvimento da álgebra linear e dos cálculos vetorial e tensorial provocaram um grande progresso na área da análise de estruturas. As comunidades científicas estão fazendo parcerias com as indústrias e gerando como resultado o desenvolvimento de novas tecnologias, novos materiais e novas ferramentas. Desta maneira, problemas mais complexos estão se tornando passíveis de solução e rapidamente, o tempo de processamento vem sendo reduzido. Com o avanço da tecnologia, criam-se demandas por novas metodologias e conseqüentemente, por recursos computacionais que possibilitem estudar estruturas sujeitas a carregamentos mais complexos, levando a uma constante busca pelo desenvolvimento de novas tecnologias, como acontece com materiais sólidos e cristalino.

Os materiais sólidos podem ser classificados de acordo com a regularidade com que seus átomos ou íons estão dispostos entre si, enquanto os materiais cristalinos são os elementos nos quais os átomos estão dispostos em arranjos periódicos ou repetidos em grandes distâncias atômicas. Todos os metais, muitos materiais cerâmicos e alguns polímeros formam estruturas cristalinas sob condições normais de solidificação. Materiais que não se cristalizam são chamados de não cristalinos ou amorfos.

Existem também os monocristais que são incrivelmente importantes nas tecnologias modernas, particularmente na microeletrônica, como telefones celulares e computadores. Esses cristais são arranjos perfeitos de átomos, ininterruptos em toda a amostra, e todas as células se conectam da mesma maneira. Sólidos cristalinos são compostos de pequenos cristais ou grãos, formando coletivamente um sólido policristalino. Algumas das propriedades físicas de um sólido policristalino podem variar dependendo da direção em que são medidas; isso é chamado de anisotropia, e é devido à mudança no espaçamento de átomos ou íons que dependerá da direção do cristal. Diferentes valores de módulo de elasticidade, condutividade elétrica e índice de

refração podem ser encontrados dependendo da direção cristalográfica em que são medidos. Materiais em que as propriedades mensuráveis independem da direção em que as moléculas ou íons encontram-se espacialmente arranjadas são chamados de isotrópicos. A magnitude e o grau dos efeitos da anisotropia em materiais cristalinos dependem da simetria da estrutura dos cristais; quanto menor a simetria, mais anisotrópico o material provavelmente será (OLCOSKI et al., 2021).

FIGURA 1.1 – Microestrutura dos materiais: a) Material cristalino; b) Material policristalino; c) Material amorfo



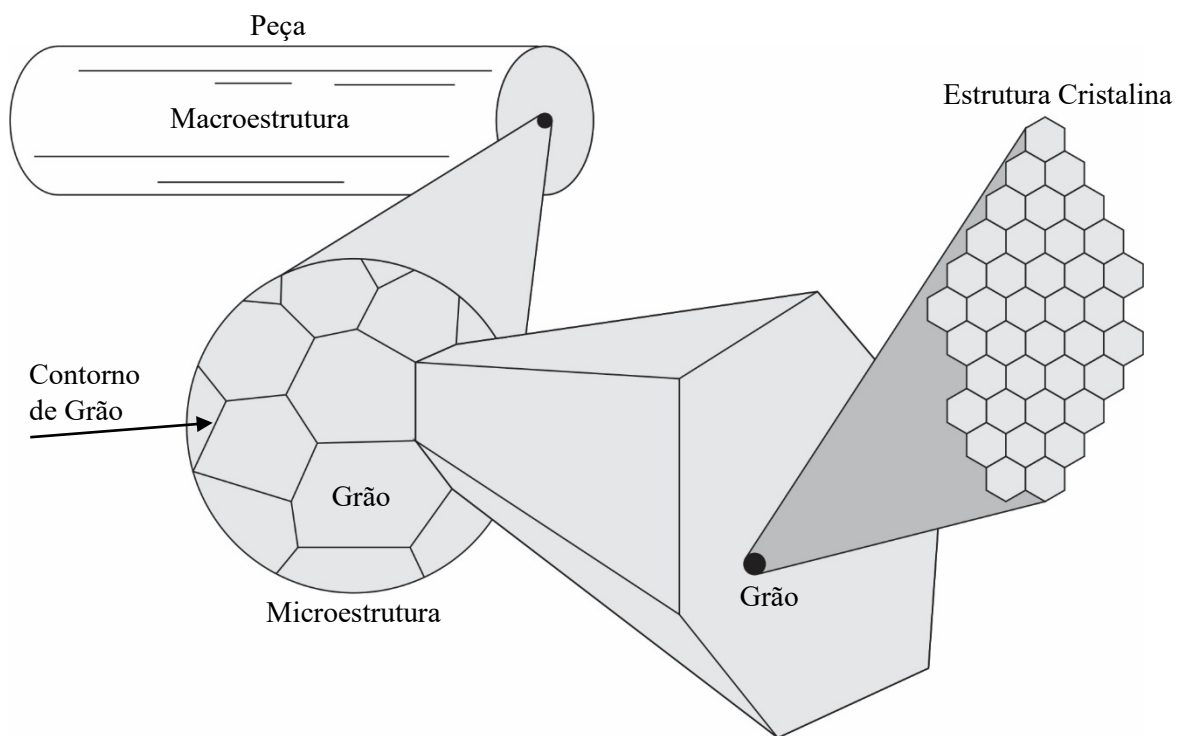
Fonte: Adaptado de BRINKMAN (2016)

Às vezes, é necessário ou desejável examinar elementos estruturais e defeitos que podem afetar as propriedades do material. Alguns elementos estruturais têm dimensões macroscópicas, pois são grandes o suficiente para serem observados a olho nu. Por exemplo, a forma e tamanho ou diâmetro médio dos grãos de uma amostra policristalina são características estruturais importantes. Os grãos macroscópicos são relativamente grandes, geralmente como mostrado na Fig. (1.2). Na maioria dos materiais, no entanto, os grãos constituintes têm dimensões microscópicas, com diâmetros até a escala micrométrica e certos tipos de microscópios ópticos e eletrônicos devem ser usados para estudá-los em detalhes. O tamanho e a forma dos grãos são apenas duas características da chamada microestrutura. Em geral, as propriedades físicas, especialmente as propriedades mecânicas, dos materiais dependem da microestrutura.

Engenheiros de materiais e metalúrgicos buscam produzir e fabricar diversos tipos de materiais que possam atender às exigências de serviço que essas análises sugerem, isto é, faz-se necessário conhecer as características do material e projetar o membro a partir do qual ele é feito de maneira que qualquer deformação resultante não seja excessiva e não cause fratura. O comportamento mecânico de um material reflete a relação entre sua resposta ou deformação a uma carga ou força aplicada. Isso envolve necessariamente a compreensão da relação entre a microestrutura de um material e suas propriedades mecânicas. As propriedades mecânicas dos materiais podem ser verificadas quanto a sua resistência em laboratórios de materiais, aplicando

cargas que simulam as condições às quais o material seria exposto em serviço. A carga pode ser de tração, compressão ou cisalhamento e sua magnitude pode mudar lenta ou rapidamente, tendo em vista que a duração em que a carga é aplicada também é importante a se considerar. A temperatura à qual o material está sendo exposto também pode ser importante (LIMA, L. K. S. et al., 2022).

FIGURA 1.2 – Representação esquemática de uma peça de um metal puro indicando os diferentes níveis estruturais



Fonte: Autoria própria (2022)

Materiais que são deliberadamente fabricados com mais de uma fase formam o que é conhecido como compósitos. Esses materiais foram produzidos pela primeira vez na antiguidade, quando israelenses e egípcios utilizaram feixes de palha para fortalecer a integridade estrutural da alvenaria de adobe (VENTURA, 2009). Em meados do século 20, o conceito de combinar materiais conhecidos levou à identificação dos compósitos como uma nova classe distinta de cerâmicas, metais e polímeros tradicionais. Embora materiais multifásicos, como ligas de aço, tenham sido usados por milhares de anos, a noção de que esses materiais foram fabricados propositalmente fez com que muitos os rotulassem como compósitos, uma classe separada de materiais. A possibilidade de combinar diferentes propriedades em um material oferece aos projetistas uma enorme variedade de opções que nenhum polímero monolítico, cerâmica ou liga metálica pode oferecer (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

Em 1874, Berard introduziu o uso de fibras em concreto, mas foi somente nos anos 60 que os desenvolvimentos modernos e o maior interesse na área estimularam os estudos de ROMUALDI & MANDEL (1964) e o próprio ROMUALDI (1969) sobre a utilização de fibras de aço em concreto. A combinação de propriedades em materiais pode superar a de qualquer metal, cerâmica ou polímero sólido. A chave é entender os diferentes tipos de compósitos, seu comportamento com base na composição do material, sua proporção e suas propriedades. Compreendendo o conceito de materiais com múltiplas fases, produzidas artificialmente, em contraste com o material comum, que se forma naturalmente, os materiais compósitos são quimicamente distintos e separados por uma interface.

As propriedades de um material compósito são influenciadas pelas propriedades dos componentes que o compõem, a saber: a matriz, na qual é geralmente contínua, bem como pela quantidade de cada componente e pela forma como a fase dispersa é moldada e posicionada. A forma, tamanho, direção e distribuição das partículas compõem a geometria da fase dispersa (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

Uma estrutura pode ser analisada tanto no regime não linear, onde não há pressuposto de proporcionalidade entre causa e efeito, quanto no regime linear, onde há proporcionalidade entre causa e efeito. Cabendo destacar dois tipos de não linearidade que pode ser geométrica ou física. Na não linearidade física (NLF), o material analisado não apresenta uma proporcionalidade entre tensões e deformações ao nível do material. Na não linearidade geométrica (NLG), a deformação da estrutura é maior do que seria esperado com base no arranjo estrutural escolhido da estrutura (ARANHA JUNIOR, 2003).

REIS (2014), menciona que existem duas abordagens para modelagem do comportamento de materiais que estão no escopo da NLF. Essas abordagens são macroscópicas e micromecânicas, e cada uma tem seus pontos fortes e fracos. A abordagem macroscópica ignora muitos detalhes microestruturais, apesar de ser detalhada em um nível maior. Por outro lado, a micromecânica considera as informações obtidas da microestrutura do material, mas calcula diretamente as muitas propriedades dos materiais. Para materiais heterogêneos, foco do presente trabalho, percebe-se uma limitação da abordagem macroscópica principalmente ao fato de que, independentemente da complexidade das equações, elas não irão contemplar e incluir todos os fenômenos que ocorrem no nível microestrutural. Enquanto, para a micromecânica, as informações são obtidas diretamente a partir de formulações numéricas da microestrutura que estimam as propriedades globais do material.

A suposição de homogeneidade do material pode ser limitante por muitas razões, independentemente do tipo de material (compósito, polímero, metal, natural). A razão é que ao olhar para a microestrutura do material, é possível ver diferentes características entre o material, incluindo diferentes fases, vazios, microfissuras, fibras e inclusões dentro do material. De fato, fibras e inclusões podem ser introduzidas na microestrutura durante o processo de criação e

formação do próprio material, o que pode ter um grande impacto no desempenho geral e nas propriedades do material.

Ao projetar ou construir um componente como uma peça estrutural, é importante levar em consideração as propriedades do material e o desempenho na microestrutura. Se o material for uma liga, como uma liga de aço carbono, ele é tradicionalmente considerado homogêneo em todo o material. No entanto, quando se trata de condições críticas de carregamento, no qual o material se aproxima de seus limites, o comportamento previsto e o comportamento experimental podem diferir. Isso ocorre, principalmente, devido ao fato de haver uma forte dependência das propriedades gerais e do desempenho global do material dos fenômenos que ocorrem em sua microestrutura.

A regra das misturas é a abordagem analítica mais simples para calcular as propriedades gerais de materiais heterogêneos analisando sua microestrutura. Essa estratégia leva em consideração apenas a localização e as propriedades das diferentes fases, ignorando todos os outros detalhes. A regra das misturas calcula as propriedades globais como uma média volumétrica do valor microscópico correspondente de cada fase, ponderado por sua porcentagem em volume (THAN, M. W. et al., 2019).

ESHELBY (1957), propôs uma abordagem analítica alternativa de avaliar materiais com um padrão consistente e repetitivo em sua microestrutura. As propriedades elásticas globais do material heterogêneo são obtidas pela solução analítica de um problema de valor de contorno de uma matriz isotrópica infinita contendo uma inclusão circular ou elipsoidal. Esta abordagem analítica, amplamente conhecida como abordagem do meio efetivo. A abordagem foi aprimorada ao incluir a plasticidade entre as inclusões e generalizada para outros aspectos.

ESHELBY (1957), trabalhou em abordagens analíticas e HILL (1965), propôs uma nova versão dessa abordagem. A abordagem autoconsistente possui uma estrutura analítica que leva em consideração as soluções incrementais para um material compósito (um material com uma inclusão dentro de uma matriz homogênea infinita) e que as propriedades da matriz são as mesmas do compósito. HILL usou essa abordagem para determinar os módulos de cisalhamento e volumétricos de um compósito com microestrutura regular. No entanto, essa abordagem autoconsistente foi modificada desde sua versão original e, embora possa ser usada para alguns compostos simples, eles não são representativos para a maioria dos materiais compostos.

Compostos com microestruturas irregulares foram originalmente pesquisados por HASHIN & SHTRIKMAN (1963). Eles trabalharam para encontrar os limites superior e inferior dos módulos elásticos do material, usando métodos de delimitação variacional. Este trabalho teve enorme importância no desenvolvimento de métodos analíticos para a obtenção de propriedades avançadas de materiais compostos.

BENSOUSSAN et al. (1978) e SANCHEZ-PALENCIA (1980), sugeriram que a teoria matemática da homogeneização assintótica seja usada em métodos analíticos. Este método

considera uma alternativa a outros métodos e baseia-se no princípio de que os níveis macro e micro são naturalmente distintos (separação de escala). A expansão assintótica aos campos de tensão e deslocamento leva em consideração o tamanho da macroestrutura em relação ao tamanho das heterogeneidades, usando um parâmetro de comprimento natural.

O princípio fundamental do procedimento de homogeneização numérica é resolver o problema de equilíbrio de um Elemento de Volume Representativo (EVR) quando sujeito a condições de contorno cinematicamente admissíveis e, em seguida, calcular as propriedades globais por homogeneização sobre o domínio do EVR. Comparado com as abordagens analíticas clássicas, este arcabouço numérico se destaca principalmente porque permite modelar diferentes fenômenos sem tanta limitação da configuração das várias fases da microestrutura como acontece nas abordagens analíticas (CROZARIOL; FERNANDES, 2019).

A análise na microestrutura de um material vem gerando muitos resultados e contribuições importantes, mas ainda há uma lacuna perceptível entre os resultados da microestrutura e o comportamento real da estrutura macroscópica. Quando um material se deforma além de sua faixa elástica, paralelamente à deformação na macroestrutura do sólido, ocorrem desenvolvimentos inerentes à microestrutura, tais como mudanças de fase, deterioração interna, aparecimento de fratura e propagação de microfissuras. Todos esses desenvolvimentos dentro da microestrutura devem ser considerados durante a análise para garantir que o componente seja dimensionado adequadamente.

Neste estudo, são aplicados modelos hierárquicos em abordagens multiescala. O EVR é empregado para avaliar a resposta mecânica associada a uma faixa de valores de parâmetros pré-determinados, e, com base nessa análise, as respostas constitutivas da microestrutura são calculadas. Essas respostas são usadas como modelos para analisar o comportamento macroscópico do material. Essa metodologia permite uma compreensão mais completa do material, considerando a sua estrutura em diferentes escalas.

1.1 OBJETIVOS

O uso de materiais compósitos em uma estrutura pode tornar o comportamento da mesma mais complexo. O objetivo geral deste estudo é explorar o uso de modelos hierárquicos para entender o comportamento de materiais heterogêneos, incluindo o uso desses materiais reforçados por inclusões em matrizes dúcteis e em matrizes dúcteis porosas para compósitos de matriz metálica (CMMs), utilizando de forma inédita dentro da linha de pesquisa do Programa de Mestrado em Engenharia Civil, modelos hierárquicos para compreender como uma estrutura composta por materiais heterogêneos se comporta. Cabe ressaltar que as análises desenvolvidas são iniciais quanto ao emprego da técnica discutida.

Ainda, tem-se como objetivos específicos:

- Utilizar o conceito de EVR para analisar a microestrutura de materiais heterogêneos e obter modelos macroscópicos homogeneizados;
- Empregar os modelos macroscópicos homogeneizados dos materiais para simular o comportamento de chapas utilizando uma abordagem multiescala hierárquica. Este método será utilizado para avaliar as limitações e potencialidades deste tipo de análise.

1.2 JUSTIFICATIVA

No Brasil, há uma escassez de estudos que empregam a modelagem multiescala para obter soluções sendo esse número é mais acentuado quando se trata de modelos hierárquicos. Normalmente, a análise numérica com modelos constitutivos robustos é utilizada para orientar a análise experimental, com foco na obtenção de materiais com propriedades específicas, como propriedades mecânicas, térmicas e acústicas. Contudo, o objetivo deste trabalho é explorar o uso de modelos hierárquicos para entender o comportamento de materiais heterogêneos, incluindo o uso desses materiais reforçados por inclusões em matrizes dúcteis e em matrizes dúcteis porosas para compósitos de matriz metálica (CMMs). Essas análises devem evidenciar a geração de uma forte heterogeneidade em seu comportamento proveniente da microestrutura.

Neste estudo, é analisada a microestrutura de materiais heterogêneos e sua influência na resposta macroscópica das estruturas formadas por esses materiais. Usando o modelo hierárquico, o EVR é criado e se atribui as deformações a ele. A partir desta relação, serão obtidos as tensões e os tensores constitutivos homogeneizados para este EVR, representando toda a microestrutura. O material sempre se comportará de acordo com o estado de deformação aplicado previamente. Este modelo permite a análise em nível do macro contínuo de um determinado elemento estrutural usando programas de modelagem, como o ANSYS®.

É usado um modelo derivado da microestrutura no lugar de modelos de plasticidade ou modelo de von Mises sugeridos pelo programa. Dessa forma, a análise multiescala será realizada de forma desacoplada. É importante notar que o fenômeno de descolamento de fase não será considerado neste trabalho. Portanto, se propõe um tratamento diferenciado para a modelagem multiescala desenvolvida pela equipe de pesquisa, na qual a análise é realizada de forma totalmente acoplada. No entanto, deve-se levar em conta que a forma totalmente acoplada requer um custo computacional significativo, pois as variáveis do problema aumentam exponencialmente.

Por fim, é examinada a microestrutura dos materiais e sua influência na resposta geral das estruturas formadas por esses materiais com o intuito de contribuir para o desenvolvimento de formulações de materiais heterogêneos mais avançadas. Para obter tais propostas de modelagem, é razoável investigar a microestrutura do material usando as fórmulas desenvolvidas pela equipe

de pesquisa, que apresenta os processos dissipativos que levam à sua resposta constitutiva à macroestrutura e colaborar na validação da aplicação de modelos multiescala hierárquicos dentro do problema apresentado.

Este trabalho apresenta uma alternativa ao modelo multiescala clássico, uma vez que em análises mais complexas realizadas por multiescala hierárquica, a precisão da modelagem da microestrutura não aumenta, assim como a precisão da modelagem da macroestrutura quando comparada a multiescala semi-concorrente. No entanto, o uso da análise multiescala hierárquica é interessante porque permite que o comportamento mecânico de diferentes estruturas seja simulado pelo ANSYS® com um custo computacional menor quando comparado à multiescala semi-concorrente.

1.3 CONTEÚDO DO TRABALHO

A pesquisa em questão é composta por uma dissertação estruturada em seis capítulos.

O primeiro capítulo inclui a introdução, objetivos, justificativa e descrição do estado atual, fornecendo ao leitor uma visão geral do tema abordado.

O segundo capítulo revisa a história dos materiais compósitos e apresenta os diferentes tipos de análise multiescala. O trabalho em questão utiliza modelagem hierárquica, o que será discutido em detalhes.

No terceiro capítulo, são apresentados os fundamentos matemáticos por trás da análise multiescala, com destaque para o modelo de von Mises e sua aplicação na Teoria da Plasticidade.

O quarto capítulo descreve as características dos EVRs, bem como os algoritmos e métodos utilizados de base para a obtenção dos resultados, incluindo uma discussão sobre a modelagem.

Já o capítulo cinco apresenta os resultados obtidos assim como as discussões inerentes ao estudo.

Por fim, o capítulo seis discute as considerações finais, apresentando as conclusões e sugestões para trabalhos futuros relacionados ao tema.

Em resumo, a pesquisa é apresentada de forma clara e organizada, permitindo ao leitor compreender todos os aspectos do estudo.

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS

Materiais como rochas, metal, concreto e materiais compósitos reforçados com fibras, dentre outros, quando observados de perto aparentam ter uma estrutura heterogênea. Esses materiais são frequentemente chamados de materiais compósitos (ou materiais multifásicos ou materiais heterogêneos). Em termos de engenharia, os materiais compósitos são desejáveis porque podem ser projetados para utilizar as propriedades particulares de cada material constituinte. Por exemplo, o concreto reforçado com fibras é um concreto comum que contém fibras para controlar a fissuração (NGUYEN, STROEVEN E SLUYS, 2011).

Existem três categorias principais de materiais sólidos: cerâmicas, polímeros e metais. Essas categorias são baseadas na estrutura atômica e na composição química do material. A maioria dos materiais se enquadra em um desses três grupos. Outra categoria de material são os materiais avançados, que são usados em aplicações de alta tecnologia, como semicondutores, biomateriais, materiais inteligentes e materiais de nanoengenharia. Além disso, existem combinações de dois ou mais materiais diferentes na categoria de compósitos (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

2.1.1 Metais

Os metais são compostos de um ou mais elementos metálicos (como ferro, alumínio, cobre, titânio, ouro e níquel), além de carbono, nitrogênio e oxigênio em quantidades menores. Os metais e suas ligas possuem átomos dispostos de forma muito organizada, tornando-os mais densos que as cerâmicas e os polímeros. Quando se trata de propriedades mecânicas, os metais são resistentes, rígidos e flexíveis (capazes de deformar intensamente sem sofrer fratura) e

resistentes à fratura. Sua capacidade de deformar sem fraturar os torna ótimos para uso em aplicações estruturais. Alguns metais, como ferro, níquel e cobalto, têm propriedades magnéticas. Além disso, os metais são bons condutores de calor e eletricidade e seus elétrons não estão ligados a um átomo específico. Os metais também não deixam passar a luz visível através deles. A aparência brilhante de uma superfície metálica polida vem dos elétrons livres presentes em materiais metálicos (ARAMIDE, B. P. et al., 2021).

FIGURA 2.1 – Vergalhões utilizados na construção civil



Fonte: Pexels (2022)

2.1.2 Cerâmicas

Materiais cerâmicos comuns são formados entre elementos metálicos e não metálicos. Na maioria das vezes, são óxidos, nitretos e carbetos. As cerâmicas tradicionais são, na verdade, compostos de minerais argilosos, como porcelana, o cimento e o vidro.

FIGURA 2.2 – Pessoa moldando argila



Fonte: Pexels (2022)

As cerâmicas são muito duras e possuem valores comparáveis aos metais em resistência e rigidez. A cerâmica também é geralmente muito frágil (sem ductilidade) e passíveis de sofrer fraturas, mais resistente a altas temperaturas e ambientes agressivos do que metais e polímeros sendo isolante para a passagem de eletricidade e calor, podendo ser translúcidas, opacas ou transparentes. Algumas podem até ser magnéticas (CUI, KUNKUN et al., 2022).

2.1.3 Polímeros

Polímeros são compostos orgânicos formados por carbono, hidrogênio e outros elementos não metálicos. Eles têm estruturas moleculares muito grandes, geralmente na forma de cadeias, feitas de átomos de carbono. Estes incluem materiais de borracha e plásticos. Polietileno, nylon, cloreto de polivinila, policarbonato, poliestireno e borracha de silicone são alguns dos polímeros mais comuns. Esses materiais apresentam baixas massas específicas e propriedades físicas diferentes dos materiais cerâmicos e metálicos, não sendo tão fortes nem tão rígidos (GOH, G. D. et al., 2020).

FIGURA 2.3 – Material plástico



Fonte: Pixabay (2022)

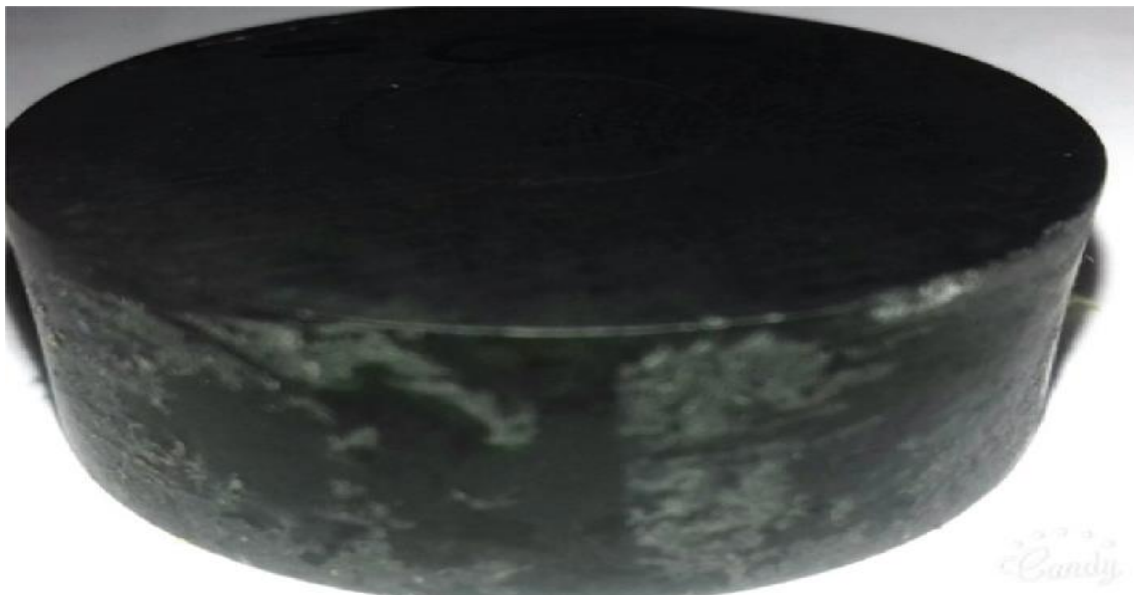
Embora a maioria dos polímeros possuam baixa densidade, sua resistência e rigidez são semelhantes aos metais e cerâmicas. Sendo muito flexíveis e dúcteis (plásticos), podem ser conformados em formas complexas (GOH, G. D. et al., 2020). Algumas situações não permitem o uso de polímeros porque eles se decompõem ou derretem em baixas temperaturas. Eles também têm baixa condutividade elétrica e não são magnéticos.

2.1.4 Compósitos

Um compósito é criado pela combinação de dois ou mais materiais: metais, cerâmicas e polímeros. O objetivo de um compósito é combinar esses materiais de forma a obter o melhor de cada material, mantendo o material forte e durável (YANG, DONGDONG et al., 2022).

Alguns materiais naturais, como madeira e osso, são considerados compósitos. No entanto, a maioria dos compósitos são feitos pelo homem (sintéticos). As propriedades do compósito não são exibidas por um único material, mas incluem os melhores aspectos de cada material que compõe o compósito. Existem muitos tipos de compósitos, formulados por diferentes combinações de metais, cerâmicas e plásticos.

FIGURA 2.4 – Compósito formado por cerâmica e metal (CERMET)



Fonte: HAROUZ et al. (2018)

As fibras de vidro são embutidas em um material polimérico, como epóxi ou poliéster, formando um compósito de fibra de vidro. As fibras de vidro são muito resistentes e rígidas, enquanto o material polimérico é mais flexível. Juntos, esses elementos criam um material relativamente rígido, resistente e flexível. Os compósitos de fibra de vidro estão entre os compósitos mais comuns e conhecidos e podem ser usados em uma variedade de aplicações (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

O polímero reforçado com fibra de carbono é um material resistente e flexível, além de ter baixa massa específica. É usado em muitas aplicações tecnológicas. Outro material utilizado em muitos produtos e tecnologias é a borracha flexível. A borracha é um material duro e maleável, e também pode ser esticado. Os materiais compósitos de polímero reforçado com fibras de carbono são incrivelmente rígidos e resistentes e são usados em equipamentos esportivos de alta

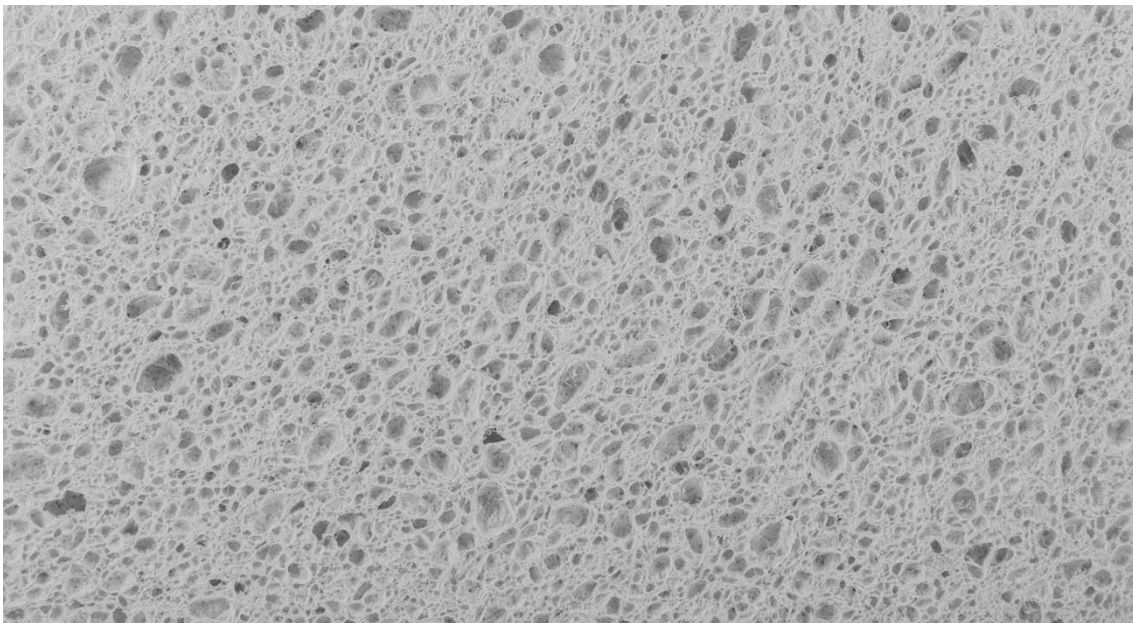
qualidade (bicicletas, raquetes de tênis, tacos de golfe, esquis, pranchas de snowboard), bem como em alguns componentes de aeronaves e aeroespaciais. Eles são mais caros do que os materiais reforçados com fibra de vidro, mas são mais fortes e duráveis (VAN DE WERKEN, NEKODA et al., 2020).

2.1.5 Porosos

Materiais que possuem poros ou vazios inseridos intencionalmente podem fornecer muitas características benéficas e interessantes. Podemos citar o sentido preferencial dos poros, que geram anisotropia nas propriedades mecânicas e físicas do material tornando possível sua utilização em diversas áreas, como nas indústrias automotiva, aeroespacial e civil. Baixa densidade, absorção de impacto, área de superfície, transferência de calor, absorção acústica e controle de vibração são apenas algumas das propriedades que esses materiais metálicos porosos podem proporcionar (LIPPITZ et al., 2014).

Os metais que possuem poros direcionados possuem aplicações nas áreas de proteção ambiental, química e medicina. Metais porosos também são usados atualmente nas áreas de energia e demonstraram ter uma ampla gama de aplicações potenciais em outras áreas, incluindo transporte, eletrônica, construção e tecnologia militar (UTSUNOMIYA e MATSUMOTO, 2014; NAKJIMA, 2010).

FIGURA 2.5 – Material poroso



Fonte: Pexels (2022)

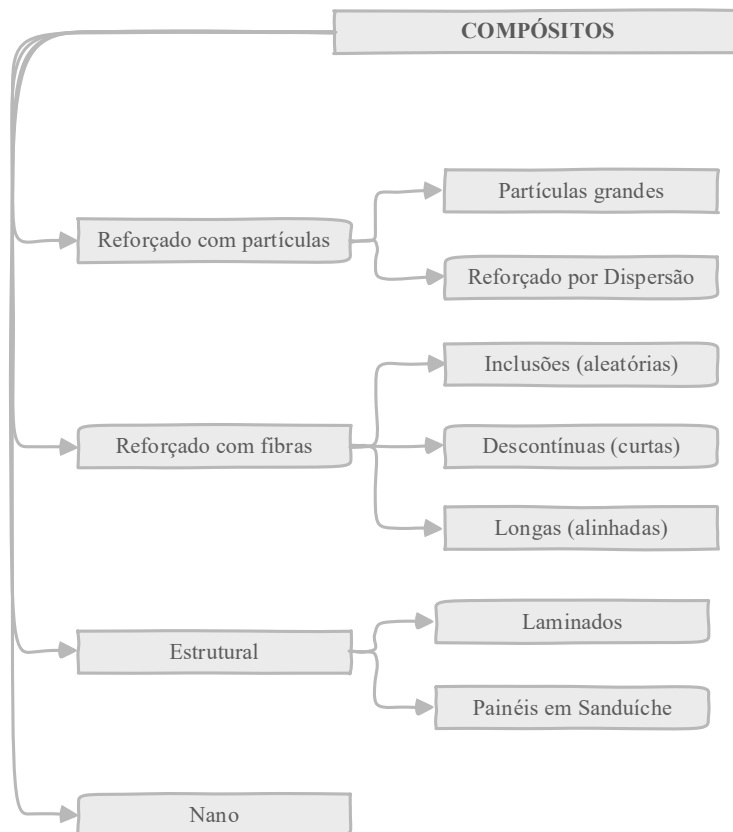
2.2 PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

Muitos materiais estão sujeitos a forças ou cargas quando em uso; alguns exemplos incluem as ligas de alumínio usadas para fazer asas de avião e o aço usado em eixos de automóveis. Nesse caso, é necessário entender as propriedades do material e projetar os componentes dos quais o material é feito para que qualquer deformação resultante não seja excessiva e não leve à fratura. O comportamento mecânico de um material reflete a relação entre sua resposta ou deformação a uma carga ou força aplicada. Propriedades mecânicas importantes para o projeto são rigidez, resistência, dureza, ductilidade e tenacidade. Três fatores que devem ser considerados ao projetar testes de laboratório para avaliar as propriedades mecânicas de materiais em uso são a natureza da carga aplicada (isto é, tração, compressão, cisalhamento), a duração da aplicação da carga e as condições do ambiente (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

Um material compósito é uma mistura macroscópica de dois ou mais materiais, no qual um dos materiais é o material de reforço, ou fase, e o outro é o elemento da matriz. A matriz tem múltiplas funções, além de ser o aglutinante que vai manter unida a fase de reforço.

2.3 COMPÓSITOS

O Quadro 1 divide os materiais compósitos em quatro grupos principais: reforçados com partículas, reforçados com fibras, estruturais e nanocompósitos.

QUADRO 1 - Diferentes tipos de forma de reforço de compósitos

Fonte: Adaptado de CALLISTER; RETHWISCH (2018)

Os materiais reforçados com partículas têm partículas uniformemente dispersas com dimensões que são aproximadamente as mesmas em todas as direções. Os materiais reforçados com fibra têm uma grande relação entre comprimento e diâmetro. Os compósitos estruturais têm várias camadas e são feitos para serem muito resistentes, mas também têm baixa densidade. Os nanocompósitos têm um diâmetro menor que 100 nanômetros. Menores que a largura de um fio de cabelo humano, partículas nanométricas são incorporadas em nanocompósitos.

2.3.1 Compósitos Reforçados com Partículas

Os compósitos reforçados com partículas podem ser separados em duas categorias: compósitos reforçados com dispersão e compósitos reforçados com partículas grandes. A diferença entre eles está na forma como os materiais interagem entre si, partículas grandes não

podem ser tratadas em um nível atômico ou molecular, mas devem usar a mecânica do contínuo. As partículas são geralmente mais duras e mais rígidas do que o material da matriz. A fase matriz de um material se comporta de uma certa maneira e partículas de reforço adicionado fazem com que a matriz tenha seu movimento restringido. Cada partícula restringe uma pequena quantidade do movimento total da fase matriz aplicado ao material, fazendo com que o comportamento mecânico do material seja melhorado. A força da ligação na interface entre a partícula e a matriz é proporcional a melhoria do comportamento mecânico do material. A matriz desses compósitos suporta a maior parte da tensão aplicada, enquanto as pequenas partículas dificultam o movimento dos átomos e das moléculas. Isso melhora a dureza, a resistência ao escoamento e a resistência à tração (LI & LAGHARI, 2019).

2.3.1.1 Compósitos Reforçados com Partículas Grandes

Alguns materiais poliméricos possuem partículas grandes de enchimento em sua composição. Os compósitos podem melhorar as propriedades do material ou ajudar a reduzir o custo do polímero, substituindo uma parte de seu volume por um material de enchimento mais barato (YANG et al., 2021). O concreto é um material com partículas grandes, tendo em vista que em sua composição tem o cimento como matriz e como partículas a areia e a brita.

Para ZHANG (2019), o tamanho e a distribuição das partículas interferem diretamente nas propriedades mecânicas de um material reforçado. As partículas precisam ser pequenas e distribuídas em toda a matriz. A proporção de partículas na matriz juntamente com a fração volumétrica dos dois componentes tem impacto direto nas propriedades do material.

2.3.1.2 Compósitos Reforçados por Dispersão

Para LI & LAGHARI (2019), o aumento da resistência e dureza pode ser alcançado misturando pequenas porcentagens uniformes de partículas finas muito duras em metais e ligas metálicas. As partículas podem ser metálicas ou não metálicas e óxidos são frequentemente usados. Semelhante ao endurecimento por precipitação, as interações da matriz com as partículas influenciam umas às outras, fazendo com que o metal se torne mais rígido. O efeito do endurecimento por dispersão não é tão perceptível quanto ao endurecimento por precipitação, mas o aumento da resistência é mantido por um longo tempo e em altas temperaturas.

2.3.2 Compósitos Reforçados com Fibras

Alta resistência e alta rigidez são objetivos comuns em materiais compósitos reforçados com fibra. Esses materiais são produzidos com fibras e ligantes de baixa densidade. Os

compósitos tecnologicamente mais importantes são aqueles cuja fase dispersa é uma fibra, pois possuem as maiores resistências e módulos de elasticidade.

2.3.2.1 A Fase Fibra

As fibras usadas como reforço possuem limites de resistência a tração elevados. À medida que o tamanho da fibra reduz, sua resistência tende a aumentar. Materiais frágeis costumam a ter essa característica e reduzir o volume do material pode diminuir a probabilidade de uma fratura causar defeito no material (TALREJA, 2022)

Inclusões, fibras curtas e fibras longas são as três categorias de fibras com base em seu diâmetro e composição. As inclusões são cristais únicos de tamanho muito pequeno, com uma proporção entre o comprimento e o diâmetro. Por serem tão pequenos, são quase livres de defeitos e extremamente resistentes, um dos materiais mais fortes da Terra. Embora as inclusões sejam incrivelmente resistentes, elas são muito caras e não costumam ser usadas como meio de reforço. Existem muitos materiais que podem ser usados para inclusões: grafite, carboneto de silício, nitreto de silício e óxido de alumínio (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

Alguns materiais são classificados como fibras curtas e podem ser amorfos ou policristalinos. Seus diâmetros são pequenos e são tipicamente cerâmicas ou polímeros (por exemplo, boro, carbeto de silício, carbono, óxido de alumínio e aramidas poliméricas). O Aço, molibdênio e o tungstênio são materiais usados na fabricação de fibras longas. Podem ser usados em mangueiras de alta pressão, invólucros de foguetes enrolados em filamentos e pneus de carros. Seu diâmetro é relativamente grande e o reforço de arame é usado em pneus de automóveis.

2.3.2.2 A Fase Matriz

Os compósitos fibrosos podem ter uma matriz metálica, polimérica ou cerâmica. Geralmente, metais e polímeros são usados, pois deseja-se alguma ductilidade na matriz. Compósitos de matriz cerâmica usam o reforço para melhorar a resistência a fratura. O material da matriz em compósitos reforçados com fibra deve ser dúctil e tem muitas funções. Primeiro, ele deve conectar as fibras umas às outras e distribuir uma tensão externa aplicada às fibras. O material da matriz também tem que ter o módulo de elasticidade muito menor que o material da fibra. A matriz serve a alguns propósitos como evitar que as fibras entrem em contato com o meio externo e umas com as outras, o que poderia fazer com que se desgastassem por fricção ou pela exposição aos produtos químicos na atmosfera. Por fim, a fratura total somente ocorrerá se uma grande quantidade de fibras for quebrada de uma só vez e a matriz não for capaz de manter as fibras aglomeradas (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

A ligação entre a fibra e a matriz precisa ser forte, pois ajuda a evitar que a fibra se solte. De fato, a resistência da ligação entre os dois é um fator chave na decisão de quais materiais usar, pois pode influenciar a resistência do produto compósito final. A conexão deve ser resistente para permitir que o material de matriz mais fraca transmita tensão às fibras mais resistentes.

2.3.2.3 Compósitos com Matriz Polimérica

Os compósitos de matriz polimérica (CMPs), são os materiais compósitos mais utilizados e estão em muitas aplicações porque são fáceis de trabalhar, acessíveis e podem ser usados à temperatura ambiente. A fase de matriz desses materiais é uma resina polimérica, na qual as fibras são o meio de reforço (SILVA et al., 2022).

2.3.2.4 Compósitos com Matriz Metálica

Os compósitos de matriz metálica (CMMs), são mais caros e possuem muitos benefícios sobre os CMPs. Eles podem ser usados em temperaturas de serviço mais altas do que seus metais de base e o reforço melhora a rigidez, à abrasão, aumenta a resistência à fluência e melhora a condutividade térmica e a estabilidade do material. Algumas das vantagens dos CMMs sobre os CMPs é o fato de que estes não são inflamáveis e resistem melhor à degradação por fluidos orgânicos (NTURANABO et al., 2019).

Existem muitos materiais usados como matriz, podendo ser citadas as superligas e as ligas de cobre, magnésio, titânio e alumínio. O reforço pode ocorrer como inclusões, fibras curtas ou contínuas de carbono, boro, óxido de alumínio, carboneto de silício e até metais refratários. Cermets também podem ser considerados uma classificação de CMMs.

Quando o material entra em serviço ou durante o processo de processamento, se a combinação de metal da matriz for suscetível a altas temperaturas, o compósito pode ser arruinado. Algumas combinações podem ser muito reativas em altas temperaturas, então a solução é adicionar um revestimento superficial protetor ao reforço metálico ou alterar a composição da liga que forma a matriz.

Normalmente, o processamento de CMMs envolve pelo menos duas etapas: consolidação ou síntese (ou seja, a introdução de material de reforço na matriz), seguida de uma operação de conformação. Várias técnicas de integração estão disponíveis, algumas das quais são relativamente complexas. Os CMMs de fibra curta são formados por operações padrão de conformação de metal (por exemplo, forjamento, extrusão, laminação).

As montadoras utilizam CMMs em seus produtos. Por exemplo, foram introduzidos alguns componentes do motor que consistem em uma matriz de liga de alumínio reforçada com fibras de carbono e alumina, o CMM é leve e resistente ao desgaste e à deformação térmica e são

usados para eixos propulsores (com velocidades de rotação mais altas e níveis de ruído de vibração reduzidos), barras estabilizadoras extrudadas e componentes de suspensão e transmissão (AJAY KUMAR & ROHATGI, 2020).

A indústria aeroespacial também usa CMMs na forma de compostos avançados de matriz metálica de liga de alumínio. Esses materiais possuem baixa massa específica e é possível controlar suas propriedades (como as propriedades mecânicas e térmicas). Fibras contínuas de grafite foram usadas como o reforço para a lança da antena no telescópio espacial Hubble. Essa lança estabiliza a posição da antena durante manobras espaciais. Além disso, os satélites de GPS (Sistema de Posicionamento Global) utilizam CMMs de carboneto de silício-alumínio e de grafite-alumínio para os sistemas de gerenciamento térmico. Esses CMMs possuem condutividade térmica elevada e é possível compatibilizar seus coeficientes de expansão com aqueles de outros materiais eletrônicos nos componentes do GPS (NTURANABO et al., 2019).

Algumas superligas (ligas à base de Ni e Co) podem ter suas propriedades de fluência e ruptura em alta temperatura melhoradas pela adição de fibra de vidro ou outros metais refratários, como tungstênio, ao metal. Esses metais são excelentes para resistir ao impacto e à oxidação em altas temperaturas. Quando usados em projetos de turbinas e motores, eles podem permitir uma temperatura de operação mais alta e tornar o motor mais eficiente (NTURANABO et al., 2019).

2.3.2.5 Compósitos com Matriz Cerâmica

Os materiais cerâmicos são inerentemente resistentes à oxidação e à deterioração em temperaturas elevadas. Se não fosse pela predisposição desses materiais à fratura, alguns deles seriam candidatos ideais para o uso em aplicações a altas temperaturas e sob tensões severas, especificamente em componentes de motores de automóveis e de turbinas a gás de aeronaves. Uma nova geração de compósitos de matriz cerâmica (CMCs) vem sendo desenvolvido a partir do reforço por inclusões, fibras ou partículas de um material cerâmico incorporado na matriz de outro material cerâmico. Esses CMCs melhoraram muito a tenacidade à fratura das cerâmicas (BINNER et al., 2020).

Essencialmente, essa melhoria nas propriedades à fratura resulta das interações entre as fissuras que avançam e as partículas da fase dispersa. A iniciação da fissura ocorre normalmente na fase matriz, enquanto a propagação da fissura é impedida ou retardada pelas partículas, fibras ou inclusões. Diversas técnicas são usadas para retardar a propagação das fissuras.

2.3.3 Compósitos Estruturais

Painéis sanduíche e compósitos laminados são os materiais compósitos estruturais mais comuns. São materiais multicamadas e de baixa densidade que proporcionam alta resistência,

rigidez e resistência à compressão/torção. As propriedades do material dependem dos materiais utilizados, bem como da forma como os painéis são projetados estruturalmente (CALLISTER; RETHWISCH, 2018).

2.3.3.1 Compósitos Laminados

Os compósitos laminados são criados a partir de várias camadas de lâminas ou painéis bidimensionais que são unidos. Cada camada tem uma direção na qual a resistência é maior, como polímeros reforçados com fibras longas. Uma estrutura multicamada feita dessas camadas é chamada de laminado. As propriedades de um laminado dependem de muitos fatores, incluindo como a direção de alta resistência muda de camada para camada.

Segundo CALLISTER & RETHWISCH (2018), existem quatro tipos de compósitos laminados: unidirecionais, cruzados, com camadas anguladas e multidirecionais. Os unidirecionais têm o mesmo alinhamento de direção de alta resistência das camadas; os laminados cruzados têm camadas a 0 e 90 graus alternadas umas das outras; laminados com camadas angulares têm camadas que são deslocadas entre ± 45 graus.

Os laminados multidirecionais têm múltiplas resistências ao longo do laminado, dispostos em vários padrões. Quase todos os compósitos laminados são construídos com as camadas empilhadas de forma que as fibras sejam posicionadas simetricamente no plano médio do laminado. Isso mantém a integridade do laminado evitando qualquer torção ou curvatura fora do plano.

Os laminados unidirecionais possuem alta anisotropia de propriedades (como resistência e módulo de elasticidade). Laminados cruzados, com múltiplas camadas em diferentes ângulos e camadas multidirecionais são usados para aumentar a quantidade de isotropia no plano no material. Os laminados multidirecionais podem ser fabricados para serem altamente isotrópicos conforme à medida que a inclinação do material aumenta.

A maioria das fibras usadas em materiais laminados são de carbono, vidro e aramida. Os materiais podem ser construídos a partir de laminados utilizando tecidos de algodão, papel ou fibras de vidro misturados em uma matriz plástica. Os compósitos laminados são usados em muitas indústrias diferentes, incluindo automotiva, marítima, construção e infraestrutura civil e aeronáutica.

2.3.3.2 Painéis Sanduíche

Os painéis sanduíche são compostos de duas camadas externas de material, unidas por um adesivo forte entre uma camada intermediária mais espessa. As camadas externas devem ser fortes e capazes de lidar com forças de flexão. Aço, alumínio, aço inoxidável, plástico reforçado

com fibra e até madeira compensada são materiais comumente usados para as lâminas externas. Quando o painel sanduíche é fletido, um lado está sob compressão e o outro lado está sendo tracionado.

O material do núcleo é leve e não possui alto módulo de elasticidade. Ele mantém as faces juntas e também suporta as tensões de cisalhamento. O material do núcleo é espesso o suficiente para fornecer rigidez ao cisalhamento, evitando que o painel se deforme. O núcleo do painel sofre tensões de tração e compressão muito menores do que as bordas externas. A rigidez do painel depende das propriedades do material do núcleo, bem como da sua espessura. Quanto mais espesso o núcleo, mais rígido ele é contra a flexão. É crucial que as faces estejam firmemente ligadas ao núcleo. O núcleo de um painel sanduíche é feito de material mais barato do que as camadas externas. Normalmente existem três tipos de materiais de núcleo: espumas poliméricas rígidas, madeira e favo de mel. Os painéis sanduíche são um composto econômico porque os materiais do núcleo são mais baratos do que as camadas externas.

2.3.3.3 Nanocompósitos

Os nanocompósitos são uma nova classe revolucionária de material que consiste em minúsculas partículas (nanopartículas) incorporadas a um material de matriz. Eles têm muitas aplicações devido às suas propriedades mecânicas, elétricas, térmicas, magnéticas, ópticas, biológicas e de transporte superiores quando comparados a materiais carregados. Os nanocompósitos podem ser projetados para possuir as propriedades necessárias para uma determinada aplicação e estão sendo usados em muitas tecnologias modernas.

Alguns materiais, como ferro, cobalto e óxido de ferro normalmente são magnéticos de forma natural. Quando o tamanho da nanopartícula é inferior a cerca de 50 milionésimos de metro, suas propriedades físicas e químicas mudam drasticamente e o grau de mudança depende do tamanho da partícula. Por exemplo, o comportamento magnético permanente desses materiais desaparece quando as nanopartículas são muito pequenas. Este novo fenômeno foi observado pela primeira vez por HULL & CLYNE (1996).

Os materiais nanocompósitos geralmente possuem uma matriz oriunda de um material polimérico. Existem muitas matrizes termofixas, elastoméricas e termoplásticas diferentes que são usadas nesses nanocompósitos poliméricos. Alguns exemplos são resinas epóxi, poliuretanos, polipropileno, policarbonato, polietileno tereftalato (PET), resinas de silicone, nylon, dicloreto de vinilideno (VDC), copolímero de etileno-álcool vinílico (EVOH), borracha butílica e borracha natural. As propriedades de um nanocompósito dependem não apenas das propriedades da nanopartícula e da matriz, mas também da forma e da quantidade de nanopartículas utilizadas, bem como das características interfaciais da matriz e das nanopartículas. Existem três tipos

comuns de nanopartículas usadas em nanocompósitos comerciais hoje: nanocarbonos, nanoargilas e nanocristais particulados (NANDIHALLI et al., 2020).

Desenvolver métodos para dispersar e trabalhar com partículas nanométricas é um grande desafio na fabricação de materiais nanocompósitos. Técnicas de processamento dos materiais estão sendo continuamente testadas e desenvolvidas, para produzir nanocompósitos que tenham as propriedades de que precisam. O número de aplicações comerciais de nanocompósitos está crescendo rapidamente e futuramente, podemos esperar um grande aumento na variedade e quantidade desses materiais. As técnicas de produção serão aprimoradas considerando que algumas matrizes empregadas serão as metálicas e as cerâmicas.

2.4 ANÁLISE MULTIESCALA

A suposição de homogeneidade é aceitável quando são utilizados metais, compósitos, polímeros ou materiais naturais. No entanto, quando são considerados componentes estruturais, que podem estar sujeitos a condições críticas de carregamento próximas aos seus limites, verifica-se que existe um desvio significativo entre o comportamento previsto e o comportamento experimental observado. Segundo REIS (2014), isso se deve principalmente à forte dependência das propriedades gerais e do desempenho global de um material em relação aos fenômenos que ocorrem em sua microestrutura. Portanto, nestes casos, deve ser realizada uma análise estrutural que leve em consideração as informações da microestrutura do material. Diante disso, vários métodos analíticos têm sido propostos para quantificar as propriedades gerais de materiais heterogêneos especificamente por meio da análise de sua microestrutura. Os procedimentos de homogeneização numérica ganharam mais notoriedade entre esses métodos, cuja ideia básica é resolver o problema de equilíbrio de EVRs (HILL, 1965).

A macroescala é a escala de observação da estrutura como um todo. Nessa escala, a fissuração está diretamente relacionada à heterogeneidade do material e à presença de microfissuras e vazios vistos em escalas menores. Portanto, é classificado como um fenômeno multiescala, uma vez que os mecanismos que levam ao seu surgimento e evolução são diversos e ocorrem em diferentes escalas de observação. Tomando, como exemplo, os materiais cimentícios, observa-se que em escala atômica, em nanoescala (nm), está relacionada à quebra das ligações intermoleculares da estrutura do cimento. Na microescala, da ordem dos micrômetros (μm), são observadas partículas de cimento e areia e a formação de regiões mais porosas pode ser identificada e se manifesta como concentrações de tensões além das resistidas nas bordas dos vazios. Na mesoescala, da ordem de milímetros (mm), são observados agregados graúdos e a matriz, no qual inicia-se a falha na interface entre esses componentes, região de menor resistência mecânica (VAN MIER, 2013).

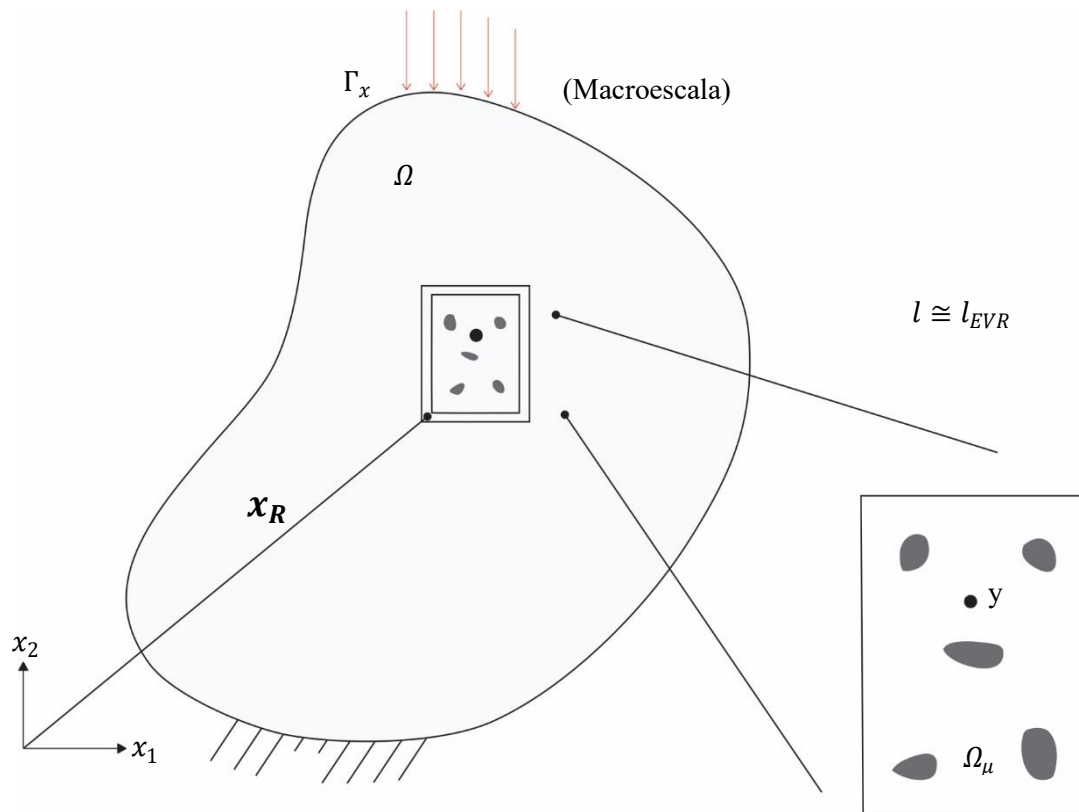
Avanços na análise em mesoescala mostraram que essa escala é suficiente para representar a fissuração do concreto vista em escala macroscópica, seja a técnica contínua ou discreta. A vantagem da primeira técnica sobre a segunda é que esta é mais adequada para análise paramétrica devido à representação explícita dos componentes, a desvantagem é que requer um número maior de parâmetros de entrada, que devem ser definidos para cada fase do concreto e alguns são difíceis de determinar (THILAKARATHNA, 2020).

Assim, como nas simulações numéricas em mesoescala, todos os componentes precisam ser discretizados, resultando em um aumento significativo no esforço computacional e no consumo de memória em relação à análise de homogeneização tradicional, independentemente da técnica utilizada. Portanto, essas análises são limitadas a amostras de pequenas dimensões usando os computadores atuais. Para contornar esse problema, tirando vantagem da eficiência dessa escala, é necessário implementá-la usando técnicas de análise multiescala.

As técnicas de análise multiescala envolvem o uso de informações de diferentes escalas de tamanho para modelar materiais, economizando esforço computacional e fornecendo resultados de qualidade semelhante em comparação com a representação de estruturas inteiras em escalas menores. Em geral, diferentes abordagens podem ser utilizadas para classificar métodos que utilizam o conceito EVR. Essas classificações são baseadas em vários critérios tais como: a precisão das respostas obtidas, o número de variáveis inseridas no modelo e o custo computacional necessário. BELYTSCHKO et al. (2008), os classificaram em três categorias de acordo com o grau de acoplamento entre as escalas envolvidas no processo. Cada abordagem envolve escalas macro e micro, sendo que a escala micro é modelada por meio do conceito de EVR. Cada método difere na maneira como lida com a transferência de informações entre as escalas.

2.4.1 Multiescala Concorrente

Na multiescala concorrente, o EVR é introduzido na geometria do modelo macroscópico. O processo de solução abrange resolver a estrutura em uma única etapa. Utilizando elementos finitos para modelar numericamente as escalas, as regiões mais críticas do problema são modeladas com malhas mais refinadas, com dimensões da menor escala contemplando as heterogeneidades de interesse e o restante é modelado na malha do macromodelo (TORO, 2016).

FIGURA 2.6 – Estratégia multiescala concorrente baseada no conceito de EVR

Fonte: Adaptado de TORO et al. (2016)

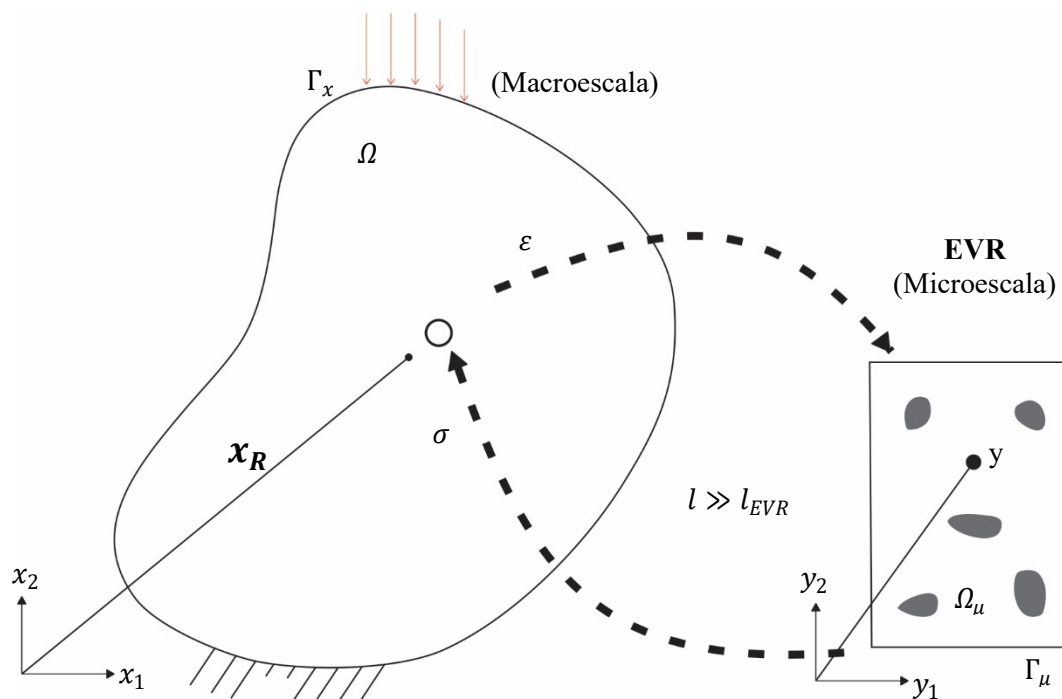
A ligação entre as duas escalas é feita usando elementos de transição ou outras técnicas de acoplamento, que garantem a continuidade do campo de deslocamento na estrutura como um todo, o que dispensa a troca de informações entre escalas e o uso de EVR para analisar a heterogeneidade do material. Embora permita a solução de problemas de propagação de fissuras com resultados precisos, a técnica possui limitações: o custo computacional ainda é alto, a ligação entre as escalas pode resultar em erros espúrios (SELLITTO, 2011), outro ponto importante a se considerar é que as regiões que devem ser discretizadas em escalas nem sempre são conhecidas (RODRIGUES, 2017).

2.4.2 Multiescala Semi-Concorrente

Na técnica de modelagem multiescala semi-concorrente ocorre uma constante troca de informações entre as escalas com resolução independente do problema em ambas. Destaca-se que a escala maior não possui um comportamento constitutivo definido de início, ele é obtido após sucessivas iterações com resolução da menor escala (LLOBERAS-VALLS, 2012). SMIT, BREKELMANS E MEIJER (1998) propuseram uma estratégia, na qual se resolve um EVR para cada ponto de integração da macroescala. O procedimento começa com a etapa de localização,

sendo resolvido um problema de valor de contorno na maior escala e o campo de deformação obtido é usado para gerar condições de contorno para o EVR da menor escala, quando é resolvido e as tensões e deformações médias obtidas são devolvidas para a macroescala na etapa de homogeneização para realização de seu equilíbrio.

FIGURA 2.7 – Estratégia multiescala semi-concorrente baseada no conceito de EVR



Fonte: Adaptado de TORO et al. (2016)

Trabalhos como os de MIEHE, SCHOTTE E SCHRÖDER (1999) e MIEHE, SCHRÖDER E SCHOTTE (1999), que estudaram o comportamento macroscópico homogeneizado de materiais policristalinos utilizando informações ao nível de sua microescala foram de grande importância para a análise de sólidos utilizando abordagens multiescala semi-concorrentes. Cabe citar FEYEL (1999) e FEYEL E CHABOCHE (2000), que introduziram o conceito de estratégia FE2 com a simulação do comportamento constitutivo não linear de compósitos utilizando MEF nas escalas macroscópica e microscópica. TERADA E KIKUCHI (2001), TERADA et al. (2000), KOUZNETSOVA, BREKELMANS E BAAIJENS (2001) apresentaram análises numéricas e estratégias multiescala com simulações em MEF para modelar compósitos considerando a não linearidade dos materiais. Com base numa estratégia de transição entre escalas denominada micro-macro, MIEHE E KOCH (2002), investigaram algoritmos para calcular o comportamento constitutivo homogeneizado computacionalmente de microestruturas discretizadas com o MEF submetidas a pequenas deformações.

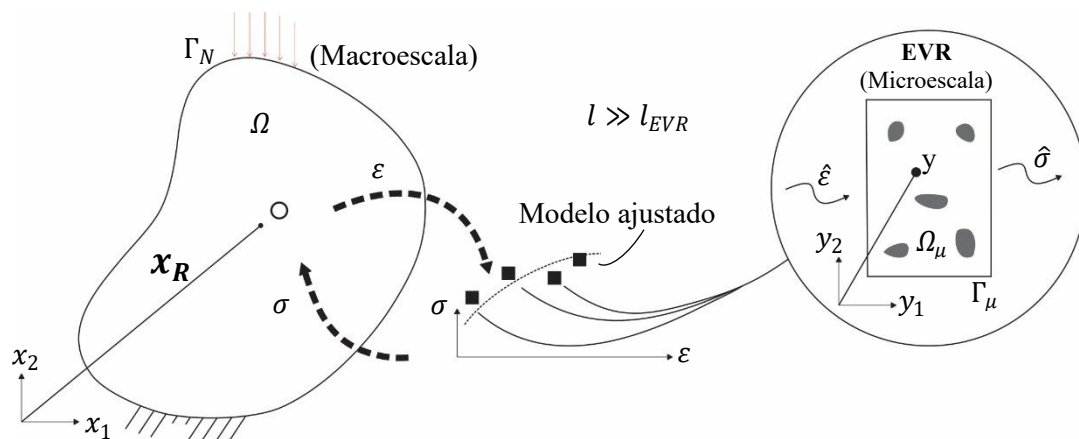
As relações de equivalência para modelos constitutivos multiescala de sólidos submetidos a grandes deformações com base na média volumétrica material nas configurações de referência e deformada de um EVR foram estudadas por SOUZA NETO E FEIJÓO (2008). Seguindo essa linha dos trabalhos mais recentes, podemos citar PERIC et al. (2011) e BLANCO et al. (2016). Cabe citar SOUZA NETO et al. (2015), que apresentaram uma teoria multiescala baseada no conceito de EVR que considera o efeito de forças de volume e de inércia no comportamento do sólido. LOPES, PIRES E REIS (2017), propuseram uma estratégia paralela mista para solução de problemas multiescala baseados em homogeneização considerando o acoplamento entre escalas e a hipótese de deformações finitas. SANTOS E PITUBA (2017), utilizaram uma abordagem multiescala proposta por PERIC et al. (2011) e estendida por PITUBA et al. (2016), para estudar a ruptura de compósitos de matriz metálica considerando o efeito do descolamento na interface entre matriz/inclusão.

FERNANDES, PITUBA E SOUZA NETO (2015a) e FERNANDES, PITUBA E SOUZA NETO (2015b), realizaram análises multiescala considerando simulações da microescala com MEF e da macroescala com o MEC. Uma vantagem desta abordagem consiste na capacidade do MEC em lidar com problemas de singularidade no macro contínuo devido à localização de deformações e processos de fratura, por exemplo. Inclusive, em FERNANDES, PONTES E OLIVEIRA (2020), realizam-se análises multiescala acopladas entre a microescala e a macroescala utilizando o MEC em ambas as escalas.

2.4.3 Multiescala Hierárquica

Neste caso, o EVR é utilizado para avaliar a resposta mecânica em relação a uma série de parâmetros predeterminados. Normalmente, os parâmetros predefinidos podem ser caminhos de deformação macroscópicos impostos e a resposta mecânica pode ser tensões homogeneizadas. Com esse conjunto de respostas, é construído um banco de dados que pode ser gerenciado de várias maneiras. Por exemplo, modelos quase fenomenológicos na macroescala, muitas vezes referidos como baseados na micromecânica, podem ser construídos a partir desse banco de dados de informações pré-computadas. Alternativamente, a malha pode ser construída no espaço de deformação paramétrica e um estado de tensão homogêneo pode ser atribuído a cada nó da malha. Então, por interpolação, pode-se descrever o comportamento constitutivo macroscópico (tensão homogeneizada) para deformações arbitrárias (TORO, 2016).

FIGURA 2.8 – Estratégia multiescala hierárquica baseada no conceito de EVR



Fonte: Adaptado de TORO et al. (2016)

Nesta técnica, a transferência de informação ocorre em apenas uma direção, geralmente da menor para a maior escala, neste caso, o EVR da menor escala é resolvido no início da análise para obter propriedades médias efetivas como módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson para serem transferidos para escalas maiores. Uma vantagem dessa técnica é seu baixo custo computacional, pois resolve a menor escala uma vez, mas por se limitar à transferência de informações médias, não é adequada para tratar com fenômenos locais como fissuras (UNGER, 2011; LLOBERAS-VALLS, 2012).

3 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA ANÁLISE MULTIESCALA

Para resolver o problema de equilíbrio da Multiescala, tem-se que estabelecer os pontos de interesse do domínio da macroestrutura utilizando o conceito de EVR. Para o caso do CMM, esses pontos devem representar as características da macroestrutura na microestrutura do compósito ao nível de seus materiais constituintes.

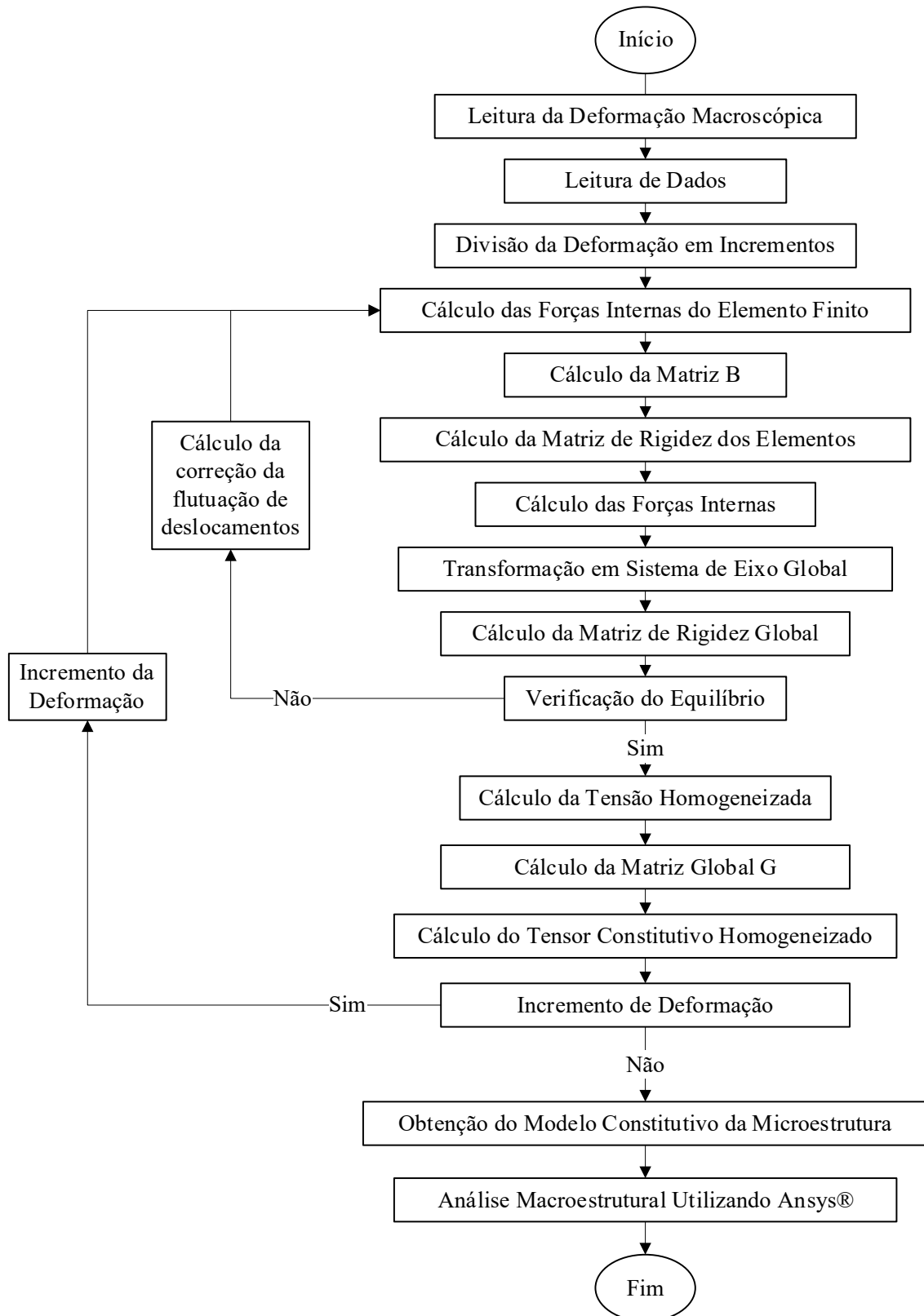
Primeiramente, deve-se garantir que o EVR esteja em equilíbrio e, por conseguinte, certificar que a energia na microestrutura do EVR é igual a energia desse mesmo ponto na macroestrutura do material, através do Princípio da Macro Homogeneidade de Hill-Mandel. Sendo que o ponto na macroestrutura está sendo representado na microestrutura a partir de um EVR.

Tal princípio determina que a média volumétrica da potência das tensões microscópicas no EVR deverá ser igual à potência das tensões macroscópicas em qualquer ponto do macro contínuo. E em sua modelagem, o espaço do campo de flutuação dos deslocamentos deve ser cinematicamente admissível. Uma vez atendido este princípio, prossegue-se com a aplicação do conceito de média volumétrica nos tensores de deformação e tensão.

Na Figura (3.1), é feita uma descrição das etapas sequenciais do processo para resolver o problema de equilíbrio da Multiescala utilizando o conceito de modelagem hierárquica. Inicialmente, é feita a leitura das deformações macroscópicas que estão sendo impostas e, logo após, é realizada a divisão dessas deformações em incrementos. Esses incrementos de deformação são transformados em incrementos de deslocamentos. Em seguida, são realizados os cálculos das forças internas do elemento finito, da matriz B que relaciona a deformação com o deslocamento, da matriz de rigidez dos elementos e das forças internas. Na sequência, é feita a transformação para um sistema de eixo global e, assim, o cálculo da Matriz de Rigidez Global é efetuado. Verifica-se o equilíbrio e procede-se com a obtenção das respostas para a tensão homogeneizada e para o tensor constitutivo homogeneizado. Faz-se necessário incrementar a deformação até que

o equilíbrio do EVR seja satisfeito. Por fim, o Modelo Constitutivo da Microestrutura é obtido e então, procede-se com a Análise Macroestrutural utilizando o software comercial ANSYS®.

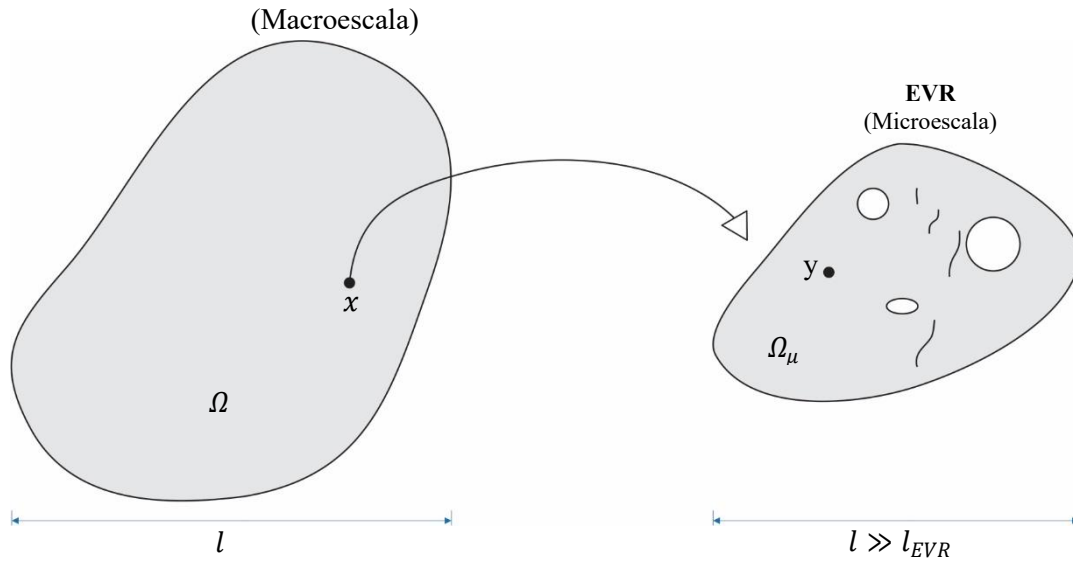
FIGURA 3.1 – Fluxograma do algoritmo computacional em elementos finitos



Fonte: Autoria própria (2021)

Em termos da formulação matemática, seja um corpo na macroskala de comprimento l representado por infinitos pontos \mathbf{x} e domínio Ω . Cada ponto \mathbf{x} desse corpo possui um EVR associado de domínio $\Omega_\mu \subset \mathbb{R}^N$ e comprimento $l_\mu \ll l$, onde \mathbf{y} é um dos infinitos pontos da microestrutura do EVR, conforme mostrado na Figura (3.2).

FIGURA 3.2 – Macroskala e representação da Microescala



Fonte: BORGES (2015)

O EVR é constituído por uma parte denominada matriz, representada por Ω_μ^m , e dentro dessa matriz encontram-se as inclusões, representada por Ω_μ^i (GIUSTI, 2009). Logo, o domínio da microestrutura Ω_μ é composto pela união do domínio do micro da matriz Ω_μ^m e pelo domínio do micro das inclusões Ω_μ^i . O contorno do domínio da matriz $\partial\Omega_\mu^m$, é representado pela união do contorno do EVR $\partial\Omega_\mu$ com o contorno das inclusões ou vazios $\partial\Omega_\mu^i$.

$$\Omega_\mu = \Omega_\mu^m \cup \Omega_\mu^i \quad (3.1)$$

$$\partial\Omega_\mu^m = \partial\Omega_\mu \cup \partial\Omega_\mu^i \quad (3.2)$$

Por um caminho menos complexo, será considerado que as inclusões não interceptam o contorno do EVR. Ou seja, é tido como um conjunto vazio a interceptação do contorno do EVR $\partial\Omega_\mu$ com o contorno das inclusões $\partial\Omega_\mu^i$. Verifica-se na Eq. (3.3) que não há uma sobreposição dos contornos da inclusão $\partial\Omega_\mu^i$ com o contorno $\partial\Omega_\mu$ do EVR.

$$\partial\Omega_\mu \cap \partial\Omega_\mu^i = \emptyset \quad (3.3)$$

Seja uma tensão σ em um ponto qualquer do contínuo. Em um certo instante de tempo t da análise é dada pela deformação ε até aquele instante, ou seja, tem-se uma tensão associada a ela como sendo função da deformação.

$$\sigma(t)=f(\varepsilon^t) \quad (3.4)$$

sendo f o tensor constitutivo simétrico. A deformação ($\varepsilon=\nabla^s u$) é dada pelo gradiente simétrico ∇^s do campo de deslocamento u . Similarmente, no EVR, tem-se que a deformação no micro em um instante t qualquer depende daquele instante t no ponto y qualquer do EVR. Utilizando o conceito de que a deformação é a variação dos deslocamentos $\varepsilon=\nabla^s u$, temos:

$$\varepsilon_\mu(y,t)=\nabla^s u_\mu \quad (3.5)$$

no qual $\varepsilon_\mu(y,t)$ é a deformação no EVR e u_μ o vetor de deslocamento na microestrutura.

Partindo do conceito de média volumétrica na qual a deformação no ponto x da macroestrutura, em dado instante t qualquer da análise, é uma média volumétrica das deformações que ocorrem na microestrutura. Temos para a Eq. (3.6):

$$\varepsilon(x,t)=\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \varepsilon_\mu(y,t) dV \quad (3.6)$$

A partir da Eq. (3.5) e utilizando o conceito de média volumétrica exposto na Eq. (3.6), temos que a deformação no ponto x do macro contínuo $\varepsilon(x,t)$ é igual a média volumétrica $\left(\frac{1}{V} \int_{\Omega} dV\right)$ das deformações no micro ($\nabla^s u_\mu$).

Por analogia, a tensão no ponto x do macro contínuo $\sigma(x,t)$ é a média volumétrica no domínio do EVR das tensões em cada ponto y do micro $\sigma_\mu(y,t)$.

$$\varepsilon(x,t)=\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \nabla^s u_\mu dV \quad (3.7)$$

$$\sigma(x,t)=\frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \sigma_\mu(y,t) dV \quad (3.8)$$

O procedimento que transforma uma quantidade microscópica em uma quantidade macroscópica é denominado de homogeneização. É dada pela representação de uma quantidade macroscópica a partir de quantidades microscópicas da microestrutura. Dessa forma, $\varepsilon(x,t)$ se identifica na deformação macroscópica ou homogeneizada e $\sigma(x,t)$ na tensão macroscópica ou homogeneizada.

3.1 CAMPO DE DESLOCAMENTOS E FLUTUAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS

O campo de deslocamento na microestrutura é dado por u_μ e pode ser decomposto, sem a perda da generalidade através da soma apresentada na Eq. (3.9):

$$u_\mu(y,t) = u(x,t) + \bar{u}_\mu(y,t) + \tilde{u}_\mu(y,t) \quad (3.9)$$

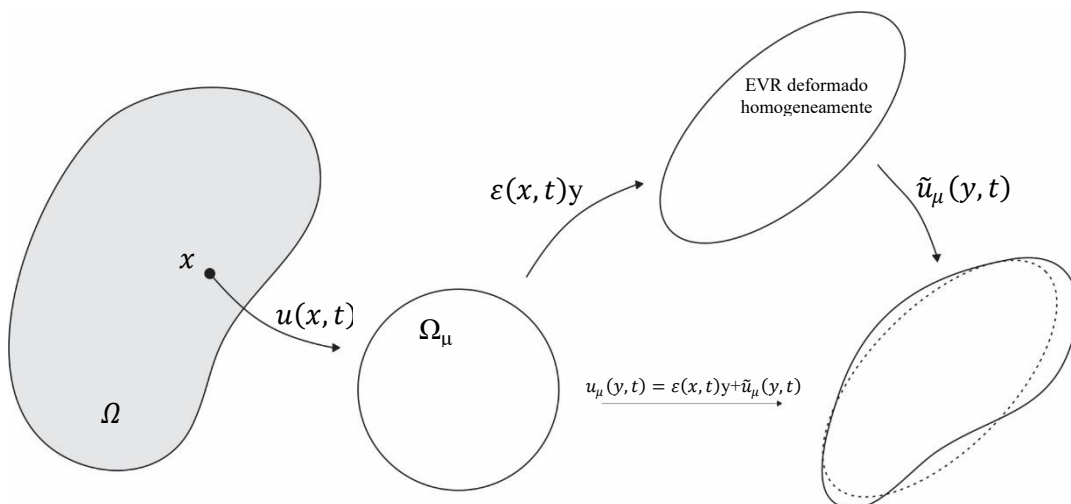
onde $u_\mu(y,t)$ é o deslocamento do EVR no ponto y da microestrutura; $u(x,t)$ é a componente do deslocamento associado ao ponto x da macroestrutura; e $\bar{u}_\mu(y,t)$ é o campo de deformação macroscópica que varia linearmente de acordo com a coordenada y . Logo $\bar{u}_\mu(y,t) = \varepsilon(x,t)y$, e $\tilde{u}_\mu(y,t)$ é o campo de flutuação do deslocamento.

Como o deslocamento $u(x,t)$ não implica em uma deformação no EVR, essa parcela pode ser desconsiderada resultando na Eq. (3.10). E a representação geométrica dessa decomposição é apresentada na Figura 3.3.

$$u_\mu(y,t) = \varepsilon(x,t)y + \tilde{u}_\mu(y,t) \quad (3.10)$$

onde $\varepsilon(x,t)y$ representa a deformação linear ou homogênea do EVR. Caso a deformação seja constante, a parcela $\tilde{u}_\mu(y,t) = 0$, e o EVR deforma de maneira homogênea. Em contrapartida, caso a deformação não seja constante, tem-se $\tilde{u}_\mu(y,t) \neq 0$, e ocorre flutuação dos deslocamentos, que está relacionada com o efeito das heterogeneidades (por exemplo, diferentes fases e/ou vazios) na resposta do material.

FIGURA 3.3 – Esquema representativo da Multiescala



Fonte: Adaptado de GIUSTI (2009)

Da mesma forma, a Eq. (3.10) pode ser reescrita em termos de deformação, resultando em:

$$\varepsilon_\mu(y,t) = \varepsilon(x,t) + \tilde{\varepsilon}_\mu(y,t) \quad (3.11)$$

onde, $\tilde{\varepsilon}_\mu(y,t) = \nabla^S \tilde{u}_\mu$ é o campo de flutuação das deformações que é dado pelo gradiente do campo de flutuações no micro associada ao ponto y , $\varepsilon(x,t)$ é a deformação macroscópica associada ao ponto x e $\varepsilon_\mu(y,t)$ é a deformação microscópica associada ao ponto y no instante t da análise.

3.2 FORMULAÇÃO DO MEF

O estudo da microestrutura é realizado no domínio do EVR utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) para resolver o problema de equilíbrio. As variáveis do EVR, como por exemplo, dimensões e constantes elásticas, diferentes frações, são distintas das encontradas no material homogeneizado na macroestrutura e essas características são definidas para um EVR, que será adotado para todos os pontos do corpo. Define-se o EVR em uma malha de Elementos Finitos. Dessa forma, a solução de um EVR, ou por outra, o cálculo, das forças internas, dos deslocamentos, da matriz constitutiva elastoplástica dos seus elementos finitos e das tensões é obtida quando se chega à convergência, em relação à tolerância na qual foi adotada para o problema de equilíbrio. Porém, para resolver tal problema de equilíbrio, é necessário que se defina as condições de contorno a serem aplicadas no EVR. Vale ainda ressaltar, que a resposta pode variar de acordo com a condição de contorno imposta.

Para resolver o problema de análise usando o conceito de EVR, devem ser considerados o problema de Equilíbrio do EVR, o princípio de equivalência de energia de Hill-Mandel deve ser respeitado, as condições de contorno aplicadas no EVR também devem ser ponderadas para a resolução do problema de equilíbrio e obtenção do Tensor Constitutivo Tangente Homogeneizado do Material.

3.2.1 Problema de equilíbrio do EVR

Em uma formulação do MEF, considere a tensão em um ponto y do EVR, $(\sigma_\mu = \sigma_\mu(y,t))$, o campo de forças de volume que atuam no EVR, $b = b(y,t)$, e o campo de forças externas de superfície t que atuam no contorno do EVR $\partial\Omega_\mu (t^e = t^e(y,t))$. O Princípio de Trabalhos Virtuais (PTV) estabelece que o EVR está em equilíbrio se, e somente se, a equação variacional é satisfeita a cada instante:

$$\int_{\Omega_\mu} \sigma_\mu : \nabla^S \eta \, dV - \int_{\Omega_\mu} b \cdot \eta \, dV - \int_{\partial\Omega_\mu} t^e \cdot \eta \, dA = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.12)$$

onde η são deslocamentos fictícios virtuais cinematicamente admissíveis, V_μ é um grupo de deslocamentos virtuais cinematicamente admissíveis de acordo com as condições de contorno adotadas, $\partial\Omega_\mu$ é o contorno externo do EVR e Ω_μ é o domínio do EVR.

Também é imposto que possam existir vazios no EVR, por isso, $(\Omega_\mu = \Omega_\mu^v \cup \Omega_\mu^s)$, onde Ω_μ^v é o domínio dos vazios e Ω_μ^s o domínio dos sólidos, dessa forma, chega-se na Eq. (3.13) a partir da Eq. (3.12):

$$\int_{\Omega_\mu^s} \sigma_\mu : \nabla^S \eta dV - \int_{\Omega_\mu^s} b \eta dV - \int_{\partial\Omega_\mu} t^e \eta dA + \int_{\Omega_\mu^v} \sigma_\mu : \nabla^S \eta dV - \int_{\Omega_\mu^v} b \eta dV = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.13)$$

onde, a parcela $\int_{\Omega_\mu^s} \sigma_\mu : \nabla^S \eta dV$ representa as tensões internas no volume do material, a parcela $\int_{\Omega_\mu^s} b \eta dV$ representa as forças de volume do material e $\int_{\partial\Omega_\mu} t^e \eta dA$ descreve as forças de superfície no contorno do EVR.

De forma análoga, adotando que os vazios isolados estão em equilíbrio, pode-se escrever a Eq. (3.12) relacionada a um determinado vazio, obtendo-se a equação de equilíbrio abaixo:

$$\int_{\Omega_\mu^v} \sigma_\mu : \nabla^S \eta dV - \int_{\Omega_\mu^v} b \eta dV - \int_{\partial\Omega_\mu^v} t^v \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.14)$$

Assim, a equação (3.13) **Erro! Fonte de referência não encontrada.** resulta em:

$$\int_{\Omega_\mu^s} \sigma_\mu : \nabla^S \eta dV - \int_{\Omega_\mu^s} b \eta dV - \int_{\partial\Omega_\mu^s} t^e \eta dA + \int_{\partial\Omega_\mu^v} t^v \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.15)$$

onde, $\partial\Omega_\mu^v$ é o contorno do vazio e t^v é o campo de forças que atua nos vazios.

Nota-se que, para materiais porosos com vazios, as forças t^v no contorno dos vazios são nulas, e por outro lado, se o vazio for preenchido com fluido pressurizado, t^v são prescritas como a pressão uniforme distribuída sobre a interface do sólido com o vazio. Outro exemplo, onde t^v não são nulas é o caso de fechamento de microfissuras, onde t^v é dado em função da história do deslocamento na interface do sólido com o vazio.

Assume-se que as forças de volume que agem nos vazios são nulas, Eq.(3.16). Logo, apenas a força t^v sobre $\partial\Omega_\mu^v$ é considerada na contribuição do vazio diante à resistência do EVR.

$$b(y, t) = 0 \quad \forall y \in \Omega_\mu^v \quad (3.16)$$

Para obter a equação final de equilíbrio do EVR, partindo da Eq. (3.12) e considerando o Princípio de Hill-Mandel, faz-se possível estabelecer as equações de equilíbrio no EVR que estão representadas pela Eq. (3.17) e pela Eq. (3.18).

$$\int_{\partial\Omega_\mu^{\square}} t^e \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.17)$$

$$\int_{\Omega_\mu^{\square}} b \eta dV = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.18)$$

A partir das Eqs. (3.17) e (3.18), obtém-se a equação de equilíbrio, Eq. (3.19), para toda a microestrutura a partir da Eq. (3.15).

$$\int_{\Omega_\mu^{\square}} \sigma_\mu : \nabla^S \eta dV + \int_{\partial\Omega_\mu^{\square}} t^V \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.19)$$

No entanto, a tensão que ocorre na microestrutura, $\sigma_\mu = \sigma_\mu(y, t)$, depende do ponto em que está sendo calculada na microestrutura e resulta da localização, na qual o ponto y é um ponto qualquer do EVR e está relacionada com a deformação na microestrutura, $\varepsilon_\mu = \varepsilon_\mu(y, t)$, através da equação constitutiva, $f_y(\varepsilon_\mu(y, t))$, que envolve as variáveis internas de acordo com o modelo constitutivo.

Analogamente à Eq. (3.4), σ_μ pode ser definido como:

$$\sigma_\mu(y, t) = f_y(\varepsilon_\mu(y, t)) \quad (3.20)$$

onde, a tensão da microestrutura $\sigma_\mu(y, t)$ é função da deformação da microestrutura, $f_y(\varepsilon_\mu(y, t))$. Considerando a Eq. (3.5) tem-se:

$$\sigma_\mu(y, t) = f_y(\nabla^s u_\mu(y, t)) \quad (3.21)$$

Substituindo-se a Eq. (3.21) na Eq. (3.19), chega-se à Eq. (3.22), que representa o problema de equilíbrio microscópico:

$$\int_{\Omega_\mu^{\square}} f_y(\nabla^s u_\mu(y, t)) : \nabla^S \eta dV - \int_{\partial\Omega_\mu^{\square}} t^V(y, t) \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.22)$$

A partir das Eqs. (3.10) e (3.22), tem-se a Eq. (3.23).

$$\int_{\Omega_\mu^{\square}} f_y(\varepsilon(x, t) + \nabla^s \tilde{u}_\mu(y, t)) : \nabla^S \eta dV - \int_{\partial\Omega_\mu^{\square}} t^V(y, t) \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.23)$$

Em função da restrição cinemática adotada, obtém-se diferentes tipos de modelos. Se os vazios não forem considerados na microestrutura do material, obtém-se a Equação de equilíbrio (3.24).

$$\int_{\Omega_{\mu}^{\square}} f_y(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x},t) + \nabla^s \tilde{\mathbf{u}}_{\mu}(y,t)) : \nabla^s \eta dV = 0 \quad \forall \eta \in V_{\mu} \quad (3.24)$$

Para resolver a Eq. (3.23), utiliza-se um método numérico como o MEF, para isso, discretiza-se o domínio do EVR em elementos finitos e a partir da discretização no tempo, para um determinado incremento n e malha h , encontra-se o vetor de flutuações $\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^{n+1} \in V_{\mu}^h$ que satisfaça a seguinte equação:

$$\int_{\Omega_{\mu}^{\square}} \mathbf{B}^T f_y(\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^{n+1}) \eta dV = 0 \quad \forall \eta \in V_{\mu} \quad (3.25)$$

sendo: \mathbf{B} a matriz que relaciona deslocamentos com deformações (para um elemento, $\boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{B}_e U_e$) e f_y é o funcional que calcula as tensões microscópicas. Chamando a Eq. (3.25) de \mathbf{G}^{n+1} para um campo η qualquer. A Eq. (Eq. 3.25) sempre será satisfeita se a condição abaixo for respeitada.

$$\mathbf{G}^{n+1} = \int_{\Omega_{\mu}^{\square}} \mathbf{B}^T f_y(\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^{n+1}) dV = 0 \quad (3.26)$$

onde, ao utilizar o Método de Newton-Raphson para resolver à Eq. (3.26), numa determinada iteração k do incremento n de Elementos Finitos, a Eq. (3.26) pode ser resolvida por soluções tangentes ou secantes consistentes. Para o caso em análise, será obtida a partir de uma solução tangente.

Derivando \mathbf{G}^{k-1} em função da flutuação dos deslocamentos da microestrutura $\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^{k-1}$ e satisfazendo as condições impostas pela Eq. (3.27), temos:

$$\mathbf{G}^{k-1} + \frac{d\mathbf{G}^{k-1}}{d\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^{k-1}} \delta\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^k = 0 \quad (3.27)$$

$$\int_{\Omega_{\mu}^{\square}} \mathbf{B}^T f_y(\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^n) dV + \left[\int_{\Omega_{\mu}^{\square}} \mathbf{B}^T \left(\frac{df_y}{d\boldsymbol{\varepsilon}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^{n+1}} \right) \mathbf{B} dV \right] \delta\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^k = 0 \quad (3.28)$$

$$\int_{\Omega_{\mu}^{\square}} \mathbf{B}^T f_y(\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^n) dV + \left[\int_{\Omega_{\mu}^{\square}} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^{k-1} \mathbf{B} dV \right] \delta\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^k = 0 \quad (3.29)$$

onde, $\mathbf{D}^{k-1} = \left(\frac{df_y}{d\boldsymbol{\varepsilon}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^{n+1}} \right)$ é a matriz constitutiva tangente consistente.

A Eq. (3.29) pode ser escrita como:

$$\mathbf{F}^{k-1} + \mathbf{K}^{k-1} \delta\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^k = 0 \quad (3.30)$$

onde, a matriz das flutuações dos deslocamentos é a incógnita do problema de equilíbrio e está representada por $\delta\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^k$, a matriz de forças internas por $\mathbf{F}^{k-1} = \int_{\Omega_{\mu}^{\square}} \mathbf{B}^T f_y(\boldsymbol{\varepsilon}^{n+1} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\mu}^k) dV$ e a matriz de

rigidez tangente por $\mathbf{K}^{k-1} = \int_{\Omega_\mu^h} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^{k-1} \mathbf{B} dV$. No caso de se ter uma discretização com N_e elementos, \mathbf{K} é dada por $\mathbf{K}^{k-1} = \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{B}_e^T \mathbf{D}_e^{k-1} \mathbf{B}_e dV_e$. A matriz de rigidez \mathbf{K}^{k-1} é a contribuição das componentes de rigidez de todos os elementos constituintes do EVR.

Para resolver a equação de equilíbrio acima (igual ao Método dos Elementos Finitos tradicional), na hora que conseguimos determinar a matriz de rigidez \mathbf{K}^{k-1} , a partir das propriedades dos materiais e com as forças externas aplicadas \mathbf{F}^{k-1} , faz-se possível determinar $\delta \tilde{\mathbf{u}}_\mu^k$ e resolver o problema da microestrutura.

Resolvendo-se o sistema de equações definido na Eq. (3.30), chega-se ao valor de $\delta \tilde{\mathbf{u}}_\mu^k$ para a microestrutura a partir das propriedades dos materiais e com as forças externas aplicadas \mathbf{F}^{k-1} . A partir do qual calcula o vetor das flutuações de tentativa na iteração k : $\tilde{\mathbf{u}}_\mu^k = \tilde{\mathbf{u}}_\mu^{k-1} + \delta \tilde{\mathbf{u}}_\mu^k$.

Após a resolução do problema da microestrutura, busca-se transpor os valores obtidos para a macroestrutura. Para tanto, utiliza-se o Princípio de Hill-Mandel.

3.2.2 Princípio de macro homogeneidade de Hill-Mandel

O Princípio de macro homogeneidade de Hill-Mandel estabelece que a potência das tensões macroscópicas deve ser igual à média volumétrica da potência das tensões microscópicas no EVR, ou seja, a energia na macroestrutura é a energia homogeneizada na microestrutura.

Utilizando esse conceito, é possível passar informações da microestrutura para a macroestrutura. Dessa maneira, busca-se resolver o problema da microestrutura a partir homogeneização da tensão σ da Eq. (3.26), onde $\dot{\epsilon}$ é a deformação da macroestrutura imposta inicialmente.

$$\sigma : \dot{\epsilon} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \sigma_\mu : \dot{\epsilon}_\mu dV \quad (3.31)$$

Considerando as Eqs. (3.5) e (3.11), o campo das deformações na microestrutura $\dot{\epsilon}_\mu$ é cinematicamente admissível se satisfazer a seguinte condição:

$$\dot{\epsilon}_\mu = \nabla^s \dot{\mathbf{u}}_\mu = \dot{\epsilon} + \nabla^s \tilde{\mathbf{u}}_\mu(y, t) \quad (3.32)$$

onde $\tilde{\mathbf{u}}_\mu \in \mathcal{V}_\mu$.

O princípio de macro homogeneidade de Hill-Mandel é válido se, e somente se, os trabalhos virtuais exercidos pelas forças externas, t^e , e os trabalhos virtuais exercidos pelas forças de volume, b , são iguais a zero, conforme demonstrado por GIUSTI (2009).

$$\int_{\partial \Omega_\mu} t^e \eta dA = 0 \quad \forall \eta \in \mathcal{V}_\mu \quad (3.33)$$

$$\int_{\Omega_\mu^S} b \eta dV = 0 \quad \forall \eta \in V_\mu \quad (3.34)$$

3.2.3 Cálculo da tensão homogeneizada do EVR

A tensão $\sigma = \sigma(x, t)$ de um ponto x da macroestrutura é definida como sendo a homogeneização do campo de tensões microscópicas $\sigma_\mu = \sigma_\mu(y, t)$ que agem no EVR associado a esse ponto x . Admitindo-se que o domínio do EVR tem uma parte sólida e uma de vazios, ou seja, $\Omega_\mu = \Omega_\mu^V \cup \Omega_\mu^S$, chega-se:

$$\sigma(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \sigma_\mu(y, t) dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu^S} \sigma_\mu(y, t) dV + \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu^V} \sigma_\mu(y, t) dV \quad (3.35)$$

no qual $\sigma = \sigma(x, t)$ é a tensão macroscópica ou homogeneizada.

De acordo com FERNANDES et al. (2015a), utilizando o teorema de Green e discretizando o EVR em elementos finitos, a Eq. (3.35) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sigma(x, t) = \frac{1}{V_\mu} \left[\int_{\partial\Omega_\mu} t^e(y, t) \otimes_s y dA - \int_{\Omega_\mu^S} b(y, t) \otimes_s y dV \right] \quad (3.36)$$

onde, faz-se uso da expressão, $u \otimes_s v = \frac{1}{2}(u \otimes v + v \otimes u)$, no cálculo das integrais, válida para quaisquer vetores u e v .

É possível notar que a Eq. (3.36) é calculada de forma aproximada discretizando-se o EVR em elementos finitos, sendo t^e as forças internas dos nós sobre o contorno e y o vetor das coordenadas \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 do ponto y do EVR. A partir das Forças internas dos Elementos Finitos no EVR, encontra-se a tensão homogeneizada. Para se resolver a equação do equilíbrio, deve-se vincular o EVR e conseqüentemente, impor as condições de contorno, onde, basicamente, para um determinado elemento e , o vetor das forças internas $(\mathbf{F}_{int})_e$ é dado por:

$$(\mathbf{F}_{int})_e = \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\sigma}_e V_e \quad (3.37)$$

onde, \mathbf{B} é a matriz que relaciona deformação e deslocamento, $\boldsymbol{\sigma}$ é referente as tensões no elemento finito e V_e o volume do elemento. E o vetor de forças internas total do EVR é determinado somando as contribuições dos elementos por completo.

3.2.4 Condições de contorno impostas ao EVR

Podem ser adotadas três classes de modelos Multiescala perante as condições de contorno do EVR. Em cada classe do modelo se diferencia pela imposição de um espaço de variações cinematicamente admissíveis.

- Modelo de flutuações de deslocamentos periódicas no contorno do EVR;
- Modelo de Taylor ou de deformações homogêneas no EVR, também conhecido como regra das misturas;
- Modelo de deslocamento linear no contorno do EVR.

É definida uma estimativa distinta para cada resposta macroscópica para cada um dos modelos. O modelo de Taylor expõe a solução mais rígida em comparação do problema microscópico e o modelo de flutuações periódicas de deslocamentos obtém-se a resposta menos rígida dentre os modelos utilizados nesta presente pesquisa.

As classes de modelos apresentadas neste capítulo encontram-se em GIUSTI (2009) e FERNANDES et al. (2015a).

3.2.4.1 Modelo de Taylor

O modelo de Taylor detém de uma formulação mais simplificada dentre os modelos do espaço de flutuações, já que possui uma resposta conhecida. É determinado quando V_μ é nulo, ou seja:

$$V_\mu = \{0\} \quad (3.38)$$

Nesse caso, a restrição cinemática no EVR é que o campo de flutuações seja nulo em qualquer ponto do seu domínio sólido, sendo:

$$\tilde{u}_\mu = 0 \quad \forall y \in \Omega_\mu^s \quad (3.39)$$

Logo, através da Eq. (3.10) é possível obter o seguinte campo de deslocamento microscópico:

$$u_\mu(y,t) = \varepsilon(x,t)y \quad (3.40)$$

Notando-se que a Eq. (3.40) pode-se dizer que o campo de deslocamento microscópico tem uma variação linear em y e a sua deformação no EVR é constante, onde é igual à deformação macroscópica.

$$\varepsilon_\mu(y,t) = \varepsilon(x,t) \quad (3.41)$$

Dessa forma, a Eq. (3.10) de equilíbrio é dada pela solução trivial $\tilde{u}_\mu=0$. Nesse caso não é necessário que se resolva o problema de equilíbrio do EVR, pois sua solução é conhecida.

3.2.4.2 Modelo de Deslocamento Linear no Contorno do EVR

O modelo de deslocamento linear admite que as flutuações dos deslocamentos \tilde{u}_μ se anulam no contorno $\partial\Omega_\mu$ do EVR, ou seja, os deslocamentos são lineares no contorno de $\partial\Omega_\mu$ do EVR:

$$u_\mu(y,t)=\varepsilon(x,t)y \quad \forall y \in \partial\Omega_\mu \quad (3.42)$$

No caso em que a Eq. (3.34) imposta pelo Princípio de Hill-Mandel seja satisfeita, as forças de volume b são nulas no domínio Ω_μ , isto é, a única força de volume, b , ortogonal a qualquer $\eta \in V_\mu$ é $b(y,t)=0$. Como o campo de flutuações é nulo em $\partial\Omega_\mu$, a Eq. (3.33) sempre será satisfeita e, assim, a força de superfície t^e sobre o contorno externo $\partial\Omega_\mu$, que deve ser ortogonal a V_μ , pertence ao espaço dos campos regulares sobre $\partial\Omega_\mu$.

Já a tensão homogeneizada é obtida pela Eq. (3.36), porém como as forças de volume, b , são nulas, nesse caso tem-se que:

$$\sigma(x,t)=\frac{1}{V_\mu} \left[\int_{\partial\Omega_\mu} t^e(y,t) \otimes_s y dA \right] \quad (3.43)$$

no qual, t^e são as forças internas no contorno do EVR.

Neste modelo em específico, faz-se necessário somente determinar as flutuações no domínio do EVR. Logo, a Eq. (3.30) será decomposta em partes, sendo o subíndice i relativo aos nós internos e B aos nós do contorno:

$$\begin{Bmatrix} F_B \\ F_i \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{Bi} \\ K_{iB} & K_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} \delta\tilde{u}_B \\ \delta\tilde{u}_i \end{Bmatrix}_\mu^k = 0 \quad (3.44)$$

Levando em conta que $\delta\tilde{u}_B = 0$ e que F_B são somente forças reativas ao campo de deslocamento imposto, as flutuações nos pontos internos são determinadas por:

$$(\delta\tilde{u}_i)_\mu^k = -(K_{ii})^{-1(k-1)} (F_i)^{k-1} \quad (3.45)$$

onde F_i é o vetor das forças internas nos nós internos, e que pode ser determinado por meio à Eq. (3.37), ou utilizando a equação de equilíbrio do EVR abaixo:

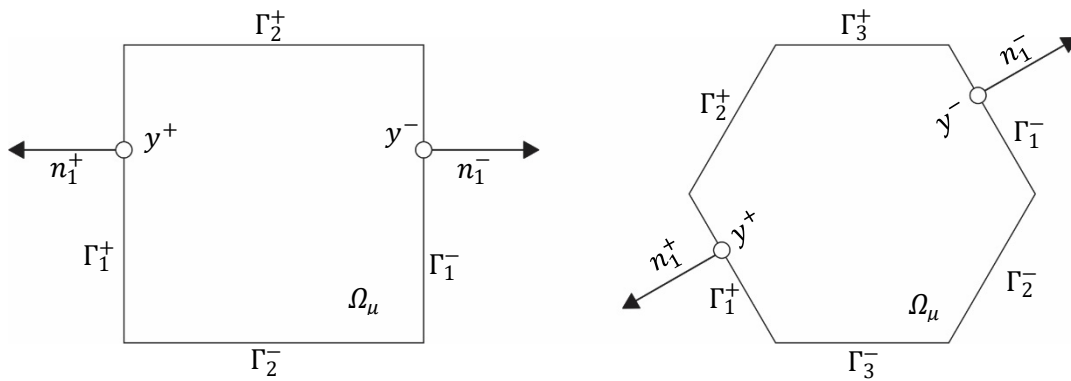
$$\begin{Bmatrix} F_B \\ F_i \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{Bi} \\ K_{iB} & K_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} u_B \\ u_i \end{Bmatrix}_\mu^{k-1} = 0 \quad (3.46)$$

$$(\mathbf{F}_i)^{k-1} = -(\mathbf{K}_{iB} \ \mathbf{K}_{ii})^{k-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{u}_i \end{Bmatrix}_\mu^{k-1} \quad (3.47)$$

3.2.4.3 Modelo de Flutuações dos Deslocamentos Periódicos Sobre o Contorno

O modelo de flutuações periódicas no contorno do EVR é geralmente representado por formas retangulares ou hexagonais conforme apresentado na Fig. (3.4).

FIGURA 3.4 – Definição da célula unitária para meio periódicos



Fonte: Adaptado de GIUSTI (2009)

Note que nos EVRs, cada lado Γ_i^+ corresponde a um lado igual e oposto Γ_i^- , sendo n_i^+ a direção normal ao contorno Γ_i^+ e n_i^- a direção normal ao contorno Γ_i^- , com $n_i^+ = -n_i^-$. Assim, para cada ponto y_{\square}^+ pertencente ao contorno Γ_i^+ existe um ponto correspondente y_{\square}^- do contorno Γ_i^- . Nesse modelo, adota-se que as flutuações do par de pontos y_{\square}^+ e y_{\square}^- são iguais, isto é:

$$\tilde{u}_\mu(y^+, t) = \tilde{u}_\mu(y^-, t) \quad \forall \text{ par de pontos } \{y^+, y^-\} \in \partial\Omega_\mu \quad (3.48)$$

Para satisfazer a condição da Eq. (3.33) do Princípio de Hill-Mandel, a força de superfície t^e deve ser ortogonal ao espaço V_μ definido na Eq. (3.48), o que implica que t^e é antiperiódica em $\partial\Omega_\mu$, onde:

$$t^e(y^+, t) = -t^e(y^-, t) \quad \forall \text{ par de pontos } \{y^+, y^-\} \in \partial\Omega_\mu \quad (3.49)$$

Para satisfazer a Eq. (3.34), deve-se ter forças de volume b nulas no domínio Ω_μ do EVR. Assim, nesse caso, a tensão homogeneizada também é dada pela Eq. (3.43) e para se obter o vetor das forças internas nodais, o vetor dos deslocamentos no EVR e a matriz constitutiva tangente em cada elemento, deve-se antes resolver o problema de equilíbrio no EVR dado pela Eq. (3.30).

A Eq. (3.30) também será decomposta em parcelas, na qual o subíndice i é referente aos nós internos; p e m se referem aos pares de pontos y_{\square}^+ e y_{\square}^- definidos no contorno (sem coincidir com canto), resultando em:

$$\begin{Bmatrix} F_p \\ F_m \\ F_i \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{pm} & K_{pi} \\ K_{mp} & K_{mm} & K_{mi} \\ K_{ip} & K_{im} & K_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} \delta\tilde{u}_p \\ \delta\tilde{u}_m \\ \delta\tilde{u}_i \end{Bmatrix}_{\mu}^k = 0 \quad (3.50)$$

sabendo: F_p , F_m e F_i são as forças internas (calculadas através da Eq. (3.37) nos pontos p , m e i).

No intuito em evitar deslocamentos de corpo rígido, note que nos cantos são prescritas flutuações nulas, em razão disto, na Eq. (3.50) não são definidos termos relativos aos cantos. Também, tem-se que $\delta\tilde{u}_m = \delta\tilde{u}_p$. Portanto a Eq. (3.50) vem a ser:

$$\begin{Bmatrix} F_p \\ F_m \\ F_i \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{pm} & K_{pi} \\ K_{mp} & K_{mm} & K_{mi} \\ K_{ip} & K_{im} & K_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} \delta\tilde{u}_p \\ \delta\tilde{u}_p \\ \delta\tilde{u}_i \end{Bmatrix}_{\mu}^k = \{0\} \quad (3.51)$$

E ainda, a Eq. (3.51) pode ser escrita da forma:

$$\begin{Bmatrix} F_p + F_m \\ F_i \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} K_{pp} + K_{pm} + K_{mp} + K_{mm} & K_{pi} + K_{mi} \\ K_{ip} + K_{im} & K_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} \delta\tilde{u}_p \\ \delta\tilde{u}_i \end{Bmatrix}_{\mu}^k = 0 \quad (3.52)$$

onde, as incógnitas do problema são as flutuações nos pontos p e nós internos.

O vetor $\begin{Bmatrix} F_p + F_m \\ F_i \end{Bmatrix}^{k-1}$ pode ser obtido a partir do vetor das forças internas (Eq. (3.37)) ou a partir da seguinte equação de equilíbrio:

$$\begin{Bmatrix} F_p \\ F_m \\ F_i \\ F_c \end{Bmatrix}^{k-1} + \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{pm} & K_{pi} & K_{pc} \\ K_{mp} & K_{mm} & K_{mi} & K_{mc} \\ K_{ip} & K_{im} & K_{ii} & K_{ic} \\ K_{cp} & K_{cm} & K_{ci} & K_{cc} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_m \\ u_i \\ u_c \end{Bmatrix}_{\mu}^{k-1} = 0 \quad (3.53)$$

Assim, chega-se à Eq. (3.54):

$$\begin{Bmatrix} F_p + F_m \\ F_i \end{Bmatrix}^{k-1} = - \begin{bmatrix} K_{pp} + K_{mp} & K_{pm} + K_{mm} & K_{pi} + K_{mi} & K_{pc} + K_{mc} \\ K_{ip} & K_{im} & K_{ii} & K_{ic} \end{bmatrix}^{k-1} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_m \\ u_i \\ u_c \end{Bmatrix}_{\mu}^{k-1} \quad (3.54)$$

3.2.5 Cálculo do tensor constitutivo tangente homogeneizado

Em FERNANDES et al. (2015a), é apresentada a tensão homogeneizada relativa ao macro contínuo em um incremento $n+1$, que é dada pela seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_n + \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad (3.55)$$

onde, $\mathbf{D}_{n+1} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}}$ é o operador constitutivo tangente homogeneizado

Considerando-se as Equações (3.8), (3.11) e (3.20) a tensão homogeneizada no incremento $n+1$ é:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \boldsymbol{\sigma}_{\mu(n+1)} dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \mathbf{f}_y(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu(n+1)}) dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \mathbf{f}_y(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} + \nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_{\mu(n+1)}) dV \quad (3.56)$$

Logo, o operador tangente homogeneizado é:

$$\mathbf{D}_{n+1} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \frac{\partial \mathbf{f}_y(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} + \nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_{\mu(n+1)})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu(n+1)}} dV \quad (3.57)$$

Quanto ao Modelo de Taylor, tem-se campo de flutuações nulo no EVR, assim: $\nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_{\mu(n+1)} = 0$ e a Eq. (3.57) é representado por:

$$\mathbf{D}_{n+1}^{\text{Taylor}} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \left. \frac{\partial \mathbf{f}_y(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_\mu} \right|_{n+1} dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \left. \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_\mu}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_\mu} \right|_{n+1} dV = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \mathbf{D}_{\mu(n+1)} dV \quad (3.58)$$

no qual, \mathbf{D}_μ é o operador tangente consistente com a lei constitutiva incremental microscópica, ou por outra, nesse caso $\mathbf{D}^{\text{Taylor}}$ representa a média volumétrica do tensor constitutivo incremental. Tomando-se a Eq. (3.57) para um caso geral, é possível representar o operador tangente da forma

$$\mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{D}_{n+1}^{\text{Taylor}} + \tilde{\mathbf{D}}_{n+1} \quad (3.59)$$

sendo:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{n+1} = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_\mu} \left. \frac{\partial \mathbf{f}_y(\nabla^S \tilde{\mathbf{u}}_\mu)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_\mu} \right|_{(n+1)} dV \quad (3.60)$$

Para calcular $\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}$, é necessário considerar a seguinte forma simplificada para a Eq. (3.45) e para a Eq. (3.52):

$$(\delta \tilde{\mathbf{u}}_{\mathbf{R}})_{n+1} = -(\mathbf{K}_{\mathbf{R}})_n^{-1} (\mathbf{F}_{\mathbf{R}})_n \quad (3.61)$$

Já o deslocamento linear no contorno, Eq. (3.45), considera-se:

$$(\mathbf{F}_R)^{i_{RVE}} = (\mathbf{F}_i)^{i_{RVE}} \quad (3.62)$$

$$(\delta \tilde{\mathbf{u}}_R)_n^{i_{EVR}+1} = (\delta \tilde{\mathbf{u}}_{Ri})_n^{i_{EVR}+1} \quad (3.63)$$

$$\mathbf{K}_R = (\mathbf{K}_{ii})^{k-1} \quad (3.64)$$

Quanto às flutuações periódicas, Eq. (3.52), tem-se

$$(\mathbf{F}_R)^{i_{RVE}} = \begin{Bmatrix} F_p & F_m \\ & F_i \end{Bmatrix}^{i_{EVR}} \quad (3.65)$$

$$(\delta \tilde{\mathbf{u}}_R)_n^{i_{EVR}+1} = \begin{Bmatrix} \delta \tilde{u}_p \\ \delta \tilde{u}_i \end{Bmatrix}_n^{i_{EVR}+1} \quad (3.66)$$

$$\mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} K_{pp} + K_{pm} + K_{mp} + K_{mm} & K_{pi} + K_{mi} \\ K_{ip} + K_{im} & K_{ii} \end{bmatrix}^{k-1} \quad (3.67)$$

Levando em conta as Eqs. (3.61) e (3.37) e além de $D_{\mu(n+1)} = \left. \frac{\partial \sigma_\mu}{\partial \varepsilon_\mu} \right|_{n+1}$, a Eq. (3.60) é

descrita:

$$\tilde{D}_{n+1} = -\frac{1}{V_\mu} [\mathbf{G}_R] [\mathbf{K}_R]^{-1} [\mathbf{G}_R]^T \quad (3.68)$$

Na qual, as matrizes \mathbf{K}_R e \mathbf{G}_R são dependentes de qual modelo é adotado; a matriz \mathbf{G}_R é determinada através da matriz \mathbf{G} total, obtida por:

$$\mathbf{G} = \sum_{e=1}^{N_e} [\mathbf{D}_\mu]_e \mathbf{B}_e V_e \quad (3.69)$$

Onde, N_e é o número de elementos utilizados na discretização e \mathbf{B}_e a matriz que é referente na relação do deslocamento com deformação no elemento.

3.2.5.1 Modelo de Taylor

Para o cálculo de \tilde{D}_{n+1} , considerando que no EVR possam ser definidas N_f fases, ainda podendo cada fase ter propriedades elásticas distintas, a Eq. (3.58) é descrita por:

$$D_{n+1}^{\text{Taylor}} = \sum_{i=1}^{N_f} \frac{V_i}{V_{\text{Total}}} D_{\mu(n+1)}^i \quad (3.70)$$

3.2.5.2 Modelo de Deslocamento Linear no Contorno

Na Eq. (3.59) o operador tangente é determinado, onde a parcela de Taylor dada pela Eq. (3.70) e considerando-se a Eq. (3.64), \tilde{D}_{n+1} , Eq. (3.68), se torna:

$$\tilde{D}_{n+1} = -\frac{1}{V_\mu} [\mathbf{G}_i][\mathbf{K}_{ii}]^{-1}[\mathbf{G}_i]^T \quad (3.71)$$

sendo \mathbf{G}_i a parcela da matriz \mathbf{G} relacionada aos pontos internos.

3.2.5.3 Modelo de Flutuações Periódicas

O operador tangente é apresentado por meio da Eq. (3.59), no qual a parcela de Taylor calculada pela Eq. (3.70) e na Eq. (3.68), \mathbf{K}_R é obtida através da Eq. (3.67) e \mathbf{G}_R é dada pela forma:

$$\mathbf{G}_R = [\mathbf{G}_p + \mathbf{G}_m \quad \mathbf{G}_i] \quad (3.72)$$

Desse jeito, a Eq. (3.68) vem a ser calculada da forma:

$$\tilde{D}_{n+1} = -\frac{1}{V_\mu} [\mathbf{G}_p + \mathbf{G}_m \quad \mathbf{G}_i][\mathbf{K}_R]^{-1}[\mathbf{G}_p + \mathbf{G}_m \quad \mathbf{G}_i]^T \quad (3.73)$$

3.3 MODELO DE PLASTICIDADE

A Teoria utilizada neste trabalho foi fundamentada no trabalho de ANDRADE (2017). A Teoria da Plasticidade se originou no século XIX, e teve como proposta inicial o estudo do comportamento mecânico de materiais metálicos. O processo comportamental de um material no ponto de vista desta teoria é estabelecido por uma propriedade em que um sólido sustente uma deformação permanente após submetido a um carregamento qualquer. Ou por outra, a plastificação está relacionada ao surgimento de deformações irreversíveis ou residuais de um corpo, em situação de descarregamento.

O conceito da teoria se concentra na modelagem de materiais em que as deformações residuais não são dependentes da taxa de aplicações de cargas, sendo ainda denominada como taxa independente de plasticidade. SOUZA NETO et al. (2008), descrevem que os materiais no quais podem ser representados pela Teoria da Plasticidade são denominados de materiais plásticos. Na engenharia diversos materiais podem ser modelados segundo a teoria, dentre eles cita-se os metais, rochas, solos e o concreto.

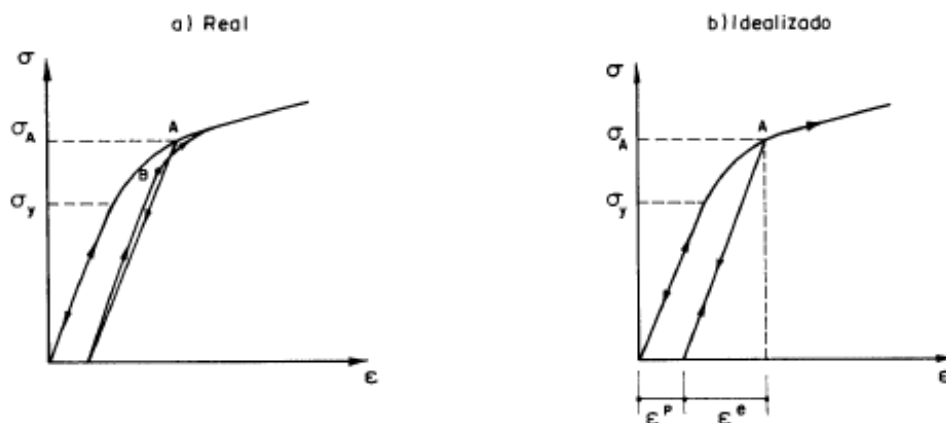
Na análise do comportamento do concreto, BORGES (2015), relata que a Teoria da Plasticidade se baseia em um modelo constitutivo aplicado na simulação do comportamento

mecânico da Matriz ou, em algumas das vezes, da Zona de Transição. Além disso, esse tipo de modelo constitutivo é capaz de realizar uma descrição de forma minuciosa do comportamento fenomenológico de materiais em regime plástico.

Como dito, o comportamento plástico de um material, como no concreto, é identificado quando há deformações irrecuperáveis mesmo quando as solicitações são retiradas. Tais deformações se acometem em detrimento de valores de tensões aplicadas que ultrapassam o limite da tensão de escoamento.

PROENÇA (1988), estabeleceu gráficos de Tensão versus Deformação, real e idealizado, onde podem ser observadas as características principais da plasticidade de um material metálico, verificados sob uma análise meramente fenomenológica de um ensaio de tração simples. Como representado na figura seguinte:

FIGURA 3.5 – Gráfico do comportamento plástico: a) Real; b) Idealizado



Fonte: PROENÇA (1988)

Nota-se no modelo plástico da Fig. (3.5), que na primeira região é compreendido o regime elástico, pois a tensão de escoamento, σ_y , não é ultrapassada. Nesta etapa, a peça mesmo descarregada por completo não haverá deformações permanentes, isto é, o regime ainda é o elástico.

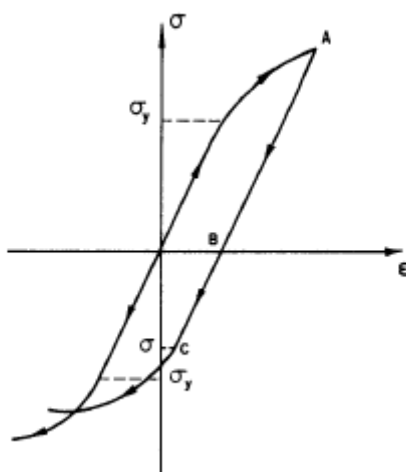
Já para a segunda região, que se compreende a partir do ponto que excede a tensão de escoamento, σ_y até ponto A, caracteriza o regime plástico. Assim, o descarregamento percorrerá um caminho distinto e paralelo ao do regime elástico, incidindo em deformações residuais, mesmo que haja carregamento nulo.

Referente ao modelo de comportamento plástico real, em continuidade com o ciclo de cargas, já com a peça em regime plástico, quando submete-se a aplicação de cargas novamente, as tensões seguem um caminho linear até o ponto B, no qual o valor da tensão é superior à tensão de escoamento inicial, σ_y . Nessa etapa a tensão de escoamento terá um novo valor, em

consequência ao surgimento da deformação plástica. Esse fenômeno é chamado de encruamento. Já em relação ao modelo de comportamento plástico idealizado, desconsiderando-se que no ciclo de carregamento e descarregamento, a curva não se estende pelo mesmo caminho e em especial, adota-se a tensão de escoamento aquela correspondente ao ponto A.

PROENÇA (1988), também descreve que existe outro fenômeno evidenciado sobre o comportamento em regime plástico de um material, que é o efeito de Baüschinger, no qual é caracterizado pela capacidade da deformação influenciar em casos de anisotropia. Um material que tenha mesma tensão de escoamento para tração e compressão, apresentará uma alteração na tensão de escoamento em regime plástico, quando há mudança do regime de tração para o de compressão. O efeito de Baüschinger pode ser identificado na figura abaixo:

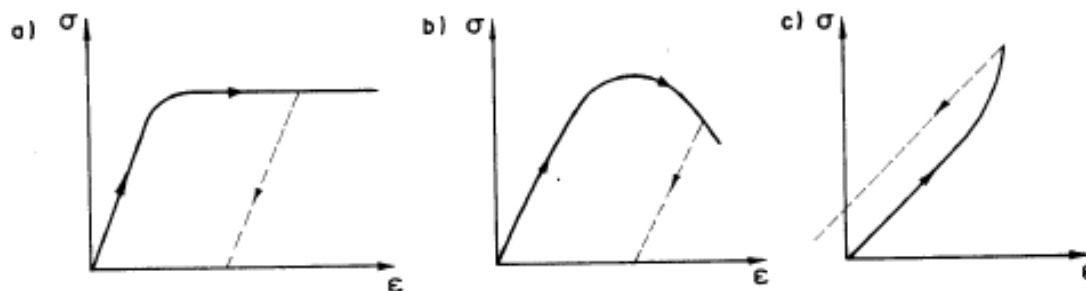
FIGURA 3.6 – Efeito Bauschinger



Fonte: PROENÇA (1988)

O autor ainda descreve que diante o comportamento em regime plástico, é possível notar no aço uma parte da região de endurecimento, seguida de um regime no qual as deformações aumentam mesmo sem um incremento de tensões, assim representado na Fig. 3.7(a). No entanto, observa-se que nesse material não se apresenta um patamar de escoamento definido, já em outros materiais, experimentam, a partir de um determinado nível de tensão, o amolecimento, ou seja, acréscimos de deformação que correspondem a níveis cada vez menores de tensões, representado na Fig. 3.7(b). E na Fig. 3.7(c) está representado por uma redução da deformação, considerando o acréscimo de tensão, não havendo equivalência física experimental.

FIGURA 3.7 – Comportamento plásticos gerais



Fonte: PROENÇA (1988)

Segundo ANDRADE (2017), a Teoria da Plasticidade é capaz de abranger uma grande classe de modelos constitutivos na aplicação em sólidos, e os modelos usualmente mais empregados na engenharia são: Mohr-Coulomb, Tresca, Drucker-Prager e von Mises, sendo este último objeto de estudo deste trabalho.

O modelo de Von Mises é utilizado porque o material a ser estudado é um material compósito cuja matriz é um metal e Von Mises é um modelo amplamente utilizado para materiais metálicos na literatura. O padrão foi proposto em 1913, por Richard von Mises (1883-1953), um especialista em matemática aplicada.

3.3.1 Modelo de von Mises

O modelo de von Mises baseia-se na determinação da energia de deformação de um material, ou seja, a energia associada à sua mudança de forma. De acordo com este critério, o comportamento estrutural será seguro desde que a energia de deformação máxima por unidade de volume de material permaneça abaixo da energia de deformação por unidade de volume necessária para induzir o escoamento no corpo de prova submetido a tração.

VON MISES (1913), assumiu que a plastificação ocorre quando a tensão de cisalhamento octaédrica neste ponto é atingida. De acordo com o critério de von Mises, o processo plástico começa quando a invariante da tensão desviadora J_2 atinge um valor crítico. Matematicamente, esta condição é representada pela seguinte equação:

$$J_2 = R(\alpha) \quad (3.74)$$

sendo R o valor crítico, aqui é a função de endurecimento da variável interna α , que será definida posteriormente.

A interpretação física do critério de von Mises mostra, uma vez que o comportamento elástico do material é assumido como elástico linear, a energia de deformação elástica armazenada (ψ^e) no estado geral definido pela tensão s pode ser decomposta na soma:

$$\psi^e = \psi_d^e + \psi_v^e \quad (3.75)$$

sendo ψ_d^e a energia de deformação elástica armazenada de distorção e ψ_v^e é a energia de deformação elástica armazenada volumetricamente.

Da contribuição da distorção:

$$\bar{\rho} \psi_d^e = \frac{1}{2G} s, \quad (3.76)$$

sendo:

$$s = \frac{1}{G} J_2, \quad (3.77)$$

E da contribuição volumétrica:

$$\bar{\rho} \psi_v^e = \frac{1}{K} p^2 \quad (3.78)$$

sendo G e K os módulos de elasticidade transversal e de volume, respectivamente. A partir das Eqs. (3.76) e (3.74), o critério de von Mises equivale a afirmar que o início do processo plástico ocorre quando a energia de deformação elástica da deformação atinge um valor crítico. O limite de energia de distorção correspondente é:

$$\frac{1}{G} R \quad (3.79)$$

Observe que a componente de pressão do tensor de tensão não participa da definição do critério de von Mises, apenas a invariante de pressão afeta o limite de escoamento plástico. Portanto, o critério de von Mises também não é sensível à pressão. No estado de cisalhamento puro, ou seja, o estado em que apenas a parte de cisalhamento da tensão é contribuída, obtém-se:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Sabe-se que, $s = \sigma$ e que:

$$J_2 = \tau^2 \quad (3.81)$$

Dessa forma a superfície de escoamento de von Mises pode ser definida como:

$$\Phi(\sigma) = \sqrt{J_2(s(\sigma))} - \tau_y \quad (3.82)$$

sendo $\tau_y \equiv \sqrt{R}$ é o limite cisalhante de tensão.

Por outro lado, considerando o caso de tensão uniaxial:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

Neste caso, temos:

$$[s] = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\sigma & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\sigma \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

$$J_2 = \frac{1}{3}\sigma^2 \quad (3.85)$$

E a função de superfície de escoamento de von Mises pode ser definida como:

$$\Phi(\sigma) = q(\sigma) - \sigma_y \quad (3.86)$$

sendo $\sigma_y \equiv \sqrt{3R}$ é o limite de escoamento uniaxial de tensão e:

$$q(\sigma) \equiv \sqrt{3J_2(s(\sigma))} \quad (3.87)$$

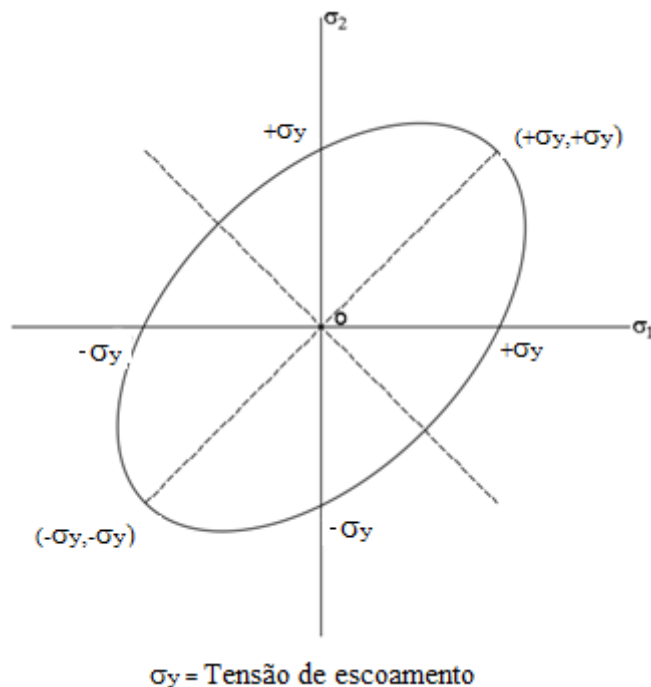
onde q é chamada de tensão efetiva ou tensão equivalente de von Mises. O limite de escoamento uniaxial ou tensão de cisalhamento para o critério de von Mises é relatado como:

$$\sigma_y = \sqrt{3}\tau_y \quad (3.88)$$

A função de superfície de escoamento de von Mises é uma função isotrópica de σ devido à definição do tensor de tensão invariante. A superfície de escoamento ($\Phi = 0$) relacionada ao critério de von Mises é representada no espaço de tensão principal pela superfície de um cilindro

infinito cujo eixo coincide com o eixo hidrostático. No plano, está representado conforme Fig.(3.8).

FIGURA 3.8 – Critério de von Mises



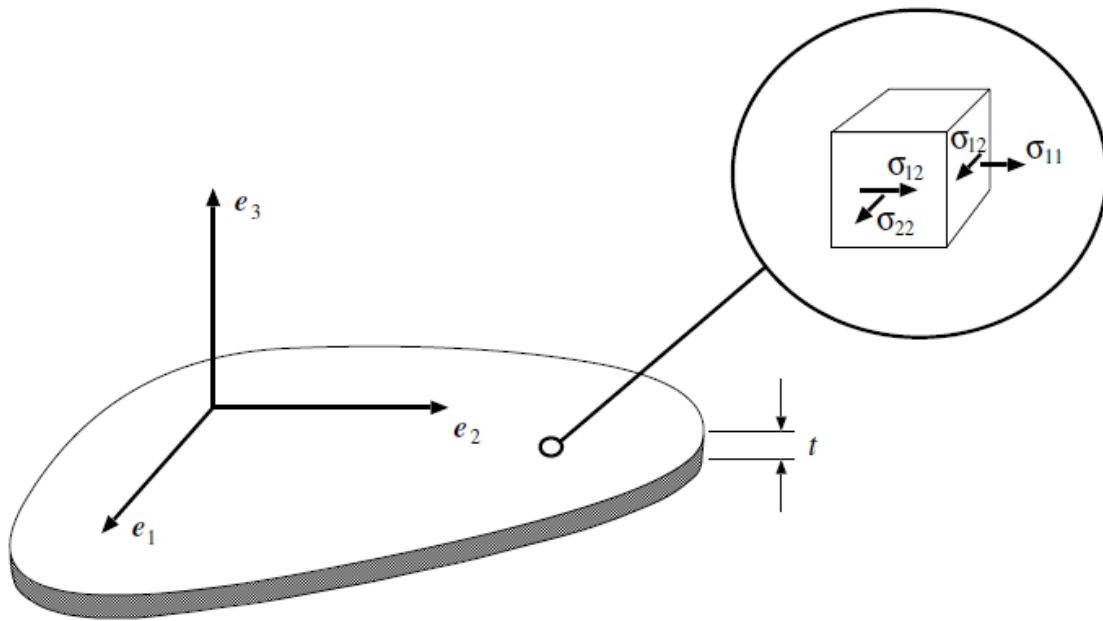
Fonte: Autoria própria (2022)

3.3.1.1 Aspectos Computacionais

Implementações computacionais práticas são limitadas a estados de deformação plana e axissimétrica. Portanto, ele se concentra em problemas no estado plano de tensão (EPT), quando alguns componentes de tensão, em vez de deformações, são restringidos a zero. Embora seja trivial, as restrições no EPT requerem uma análise mais aprofundada. Este estudo é baseado na descrição de SOUZA NETO et. al. (2008) e ANDRADE (2017), considerando que mais detalhes podem ser encontrados.

O EPT é utilizado para analisar que uma das dimensões (espessura - t) é muito menor que outras dimensões e está submetida a cargas que produzem tensões principais normais à direção da espessura, conforme mostrado na Fig. (3.9). Em situações típicas de engenharia em que se aplica a suposição de estado plano de tensão, ela pode ser encontrada na análise de placas submetidas a cargas planas e em membranas finas com flexão e rigidez transversal desprezíveis (SOUZA NETO et. al., 2008).

FIGURA 3.9 – O estado plano de tensão



Fonte: SOUZA NETO et al., (2008)

Relacionando os índices 1 e 2 à orientação no plano e o índice 3 correspondentes à orientação normal (transversal ou espessura), o EPT genérico é definido pelo tensor:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

Relembrando um caso elástico simples em EPT isotrópico, a relação entre os componentes de tensão diferentes de zero e a deformação plana é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.90)$$

sendo equivalente em termos de cisalhamento e módulo de compressibilidade, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = 2G \begin{bmatrix} 1+\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & 1+\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.91)$$

onde:

$$\alpha = \frac{3K-2G}{3K+4G} \quad (3.92)$$

No modelo tridimensional:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K+\frac{4}{3}G & K-\frac{2}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K-\frac{2}{3}G & K+\frac{4}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K-\frac{2}{3}G & K-\frac{2}{3}G & K+\frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \end{Bmatrix} \quad (3.93)$$

Considerando que especificamos as componentes no plano de deformação, ε_{11} , ε_{22} e ε_{33} e cancelamos com as componentes fora de tensão σ_{33} , σ_{23} e σ_{13} . Dessa forma obtém o sistema:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^* \\ \sigma_{22}^* \\ 0 \\ \sigma_{12}^* \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K+\frac{4}{3}G & K-\frac{2}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K-\frac{2}{3}G & K+\frac{4}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K-\frac{2}{3}G & K-\frac{2}{3}G & K+\frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33}^* \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23}^* \\ 2\varepsilon_{13}^* \end{Bmatrix} \quad (3.94)$$

sendo que os asteriscos são usados para apontar às quantidades desconhecidas. A solução do sistema acima produz a lei elástica EPT e as expressões bem conhecidas para deformações fora do plano $\varepsilon_{13} = 0$ e $\varepsilon_{23} = 0$:

$$\varepsilon_{33} = -\frac{3K-2G}{3K+4G}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}). \quad (3.95)$$

Resumidamente, as equações constitutivas elásticas do EPT são obtidas especificando a deformação no plano e aplicando as restrições de tensão no plano na lei tridimensional, resultando nas deformações no plano e fora do plano. Restringir a equação constitutiva para o caso 3D para obter seu homólogo em EPT. A ideia básica é a mesma: especificar apenas as deformações no plano para as equações 3D e usar restrições no EPT como condições adicionais para determinar a tensão no plano e a deformação fora do plano. O problema de valor inicial elástico-plástico tridimensional original é redefinido de maneira rigorosa como segue.

Para o EPT elastoplástico inicial, dados os valores iniciais $\varepsilon^e(t_0)$ e $\alpha(t_0)$, para o tensor de deformação elástica e um conjunto de variáveis internas e dado o histórico dos componentes do tensor de deformação no plano:

$$\{\varepsilon_{11}(t), \varepsilon_{22}(t), \varepsilon_{12}(t)\}, \quad t \in [t_0, T], \quad (3.96)$$

Foram encontradas as funções $\varepsilon^e(t)$, $\alpha(t)$ e $\dot{\gamma}(t)$ para deformação elástica, conjuntos de variáveis internas e multiplicadores plásticos que satisfaçam a simplificação geral da equação constitutiva elástica-plástica tridimensional:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\varepsilon}^e(t) - \dot{\gamma}(t)N(\sigma(t), A(t)) \quad (3.97)$$

$$\dot{\alpha}(t) = \dot{\gamma}(t)H(\sigma(t), A(t)) \quad (3.98)$$

sendo,

$$\dot{\gamma}(t) \geq 0, \quad \Phi(\sigma(t), A(t)) \leq 0, \quad \dot{\gamma}(t)\Phi(\sigma(t), A(t)) = 0 \quad (3.99)$$

onde:

$$\sigma(t) = \bar{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e}, \quad A(t) = \bar{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha}, \quad (3.100)$$

A fim de encontrar uma solução numérica aproximada para o problema de evolução elastoplástica de tensão plana acima, algumas modificações são necessárias. MARQUES (1984), abordou os problemas associados à implementação explícita do modelo EPT. Para o modo implícito, existem três abordagens gerais principais para este problema: i) Inserção direta de restrições do plano de tensão em um preditor elástico 3D aplicado no nível do ponto gaussiano. Esta abordagem também pode ser implementada através da interação Newton-Raphson para aplicação em EPT, ii) Retorne usando mapeamento 3D padrão no nível do ponto gaussiano e adicionando condições EPT como restrições estruturais no nível da estrutura global, iii) projete as equações constitutivas usando EPT, onde, semelhante ao procedimento em (i), as restrições de tensão plana são aplicadas ao nível dos pontos gaussianos. A estratégia é implementada para o modelo de endurecimento isotrópico de von Mises.

Os três métodos são equivalentes porque o mesmo esquema numérico é usado na discretização das equações elástico-plásticas, e todos os três métodos produzem os mesmos incrementos de tensão plana nas equações constitutivas. Nesse caso, a diferença essencial entre esses métodos é a forma como as restrições de tensão do plano são impostas ao modelo 3D.

Para o caso tridimensional, há consideráveis simplificações do sistema algébrico, que podem ser alcançadas por meio de explorações nomeadas no modelo do problema. Pode-se notar que a simplificação reduziu o retorno de mapeamento do modelo de von Mises para uma única equação não linear. Por exemplo, sob isotropia elastoplástica, a condição EPT significa:

$$\varepsilon_{13}=\varepsilon_{13}^e=\varepsilon_{13}^p=0, \quad \varepsilon_{23}=\varepsilon_{23}^e=\varepsilon_{23}^p=0, \quad (3.101)$$

afirmando que σ_{13} e σ_{23} desapareçam. Nesta situação, a única equação adicional no retorno de mapeamento tridimensional é:

$$\sigma_{33}(\varepsilon_{n+1}^e, \alpha_{n+1})=0 \quad (3.102)$$

tendo uma associação extra desconhecida $\varepsilon_{33}^{\text{etrial}}$.

A EPT também pode ser processada no nível de ponto gaussiano usando o algoritmo 3D original dentro de um loop Newton-Raphson para EPT. Por simplicidade, este caso é considerado isotrópico, quando as componentes de deformação e tensão de cisalhamento transversal desaparecem igualmente. Para descrever esse processo, é conveniente usar a notação para matrizes:

$$\sigma=[\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{12}]^T \quad (3.103)$$

$$\varepsilon=[\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{12}]^T \quad (3.104)$$

Durante uma iteração de equilíbrio típica, o deslocamento no plano é prescrito, de modo que a matriz de deformação ordenada no plano é ε_{n+1} . Em vez de atribuir ε_{n+1} (ou $\varepsilon_{n+1}^{\text{etrial}}$) como entrada para o sistema algébrico aumentado, você pode proceder da seguinte forma: primeiro, defina algumas estimativas iniciais para as incógnitas $(\varepsilon_{33}^e)_{n+1}^{\text{etrial}}$. Um possível palpite pode ser o primeiro, eles convergem fora do plano de deformação elástica, ou seja, pode-se definir:

$$\varepsilon_{33}^{\text{etrial}} := (\varepsilon_{33}^e)_n. \quad (3.105)$$

Por conveniência, o subscrito n+1 é usado aqui, onde n é a iteração anterior e n+1 é a iteração atual. Em seguida, usamos a matriz de deformação aumentada:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^{\text{etrial}T} & \varepsilon_{33}^{\text{etrial}} \end{bmatrix}^T \quad (3.106)$$

A entrada para o algoritmo de integração para o caso axissimétrico. Observe que o componente de deformação fora do plano deve ser especificado para o algoritmo axissimétrico.

Após aplicar axissimétrico elástico no retorno do mapa, a rotina correspondente retorna a matriz de tensão aumentada:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{n+1}^T & \sigma_{33} \end{bmatrix}^T \quad (3.107)$$

Caso $\sigma_{33}=0$ (computacionalmente $|\sigma_{33}| \leq \text{tol}$), então a suposição $\varepsilon_{n+1}^{\text{etrial}}$ assume-se que de fato resolve o problema de tensão plana, e a solução obtida pelo algoritmo axissimétrico é a que estamos procurando. Caso contrário, podemos aplicar a correção de Newton-Raphson para obter outra tentativa:

$$\varepsilon_{33}^{\text{etrial}} := \varepsilon_{33}^{\text{etrial}} - \frac{\sigma_{33}}{D_{22}}, \quad (3.108)$$

sendo D_{22} o componente da matriz tangente consistente axissimétrica que envolve componentes de estresse e tensão:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ \frac{d\sigma_{12}}{d\sigma_{33}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & | & D_{12} \\ D_{21} & | & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{\text{etrial}} \\ d\varepsilon_{22}^{\text{etrial}} \\ \frac{2d\varepsilon_{12}^{\text{etrial}}}{d\varepsilon_{33}^{\text{etrial}}} \end{bmatrix}, \quad (3.109)$$

Este processo é repetido até que seja encontrado um valor de deformação elástica $\varepsilon_{33}^{\text{etrial}}$ que, juntamente com a deformação no plano especificada pela cinemática através da iteração de equilíbrio global, resulta em tensão transversal zero (ou valor muito pequeno) quando o algoritmo axissimétrico é aplicado.

4 – METODOLOGIA EMPREGADA NAS ANÁLISES NUMÉRICAS

Neste capítulo, a viabilidade da formulação apresentada é avaliada. Para isso, simulações numéricas são realizadas na microestrutura de materiais compósitos reforçados e de materiais porosos para prever seu desempenho mecânico com o auxílio do Método dos Elementos Finitos.

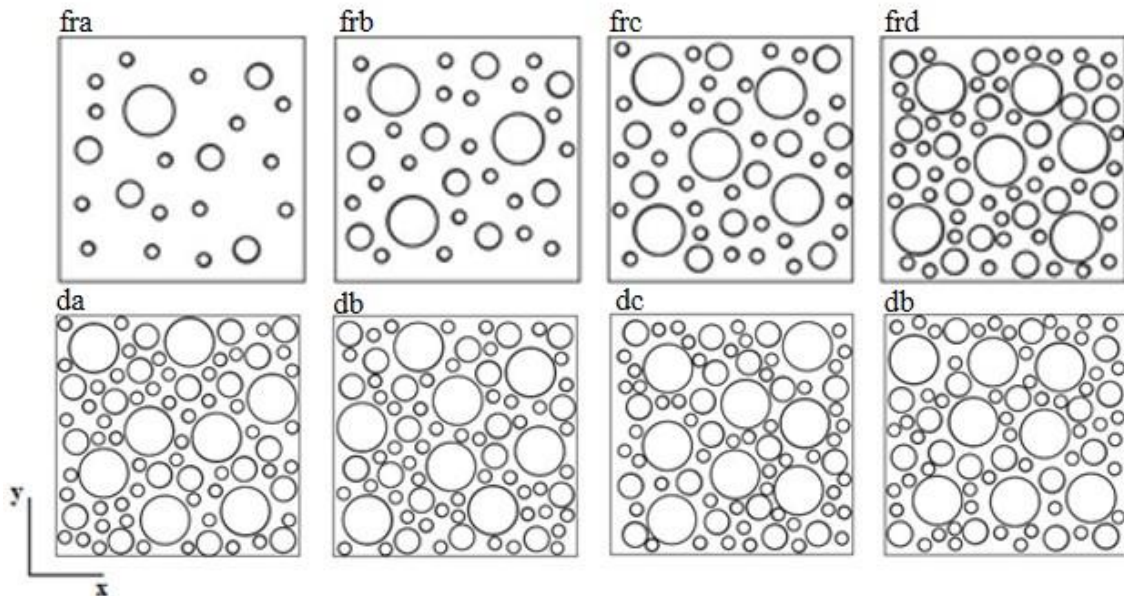
4.1 ANÁLISE DA MICROESTRUTURA

4.1.1 Influência da distribuição e variação da fração volumétrica de inclusões

Os EVRs propostos foram baseados no trabalho de QUARESMA (2016), quanto à forma e ANDRADE (2017), quanto aos materiais constituintes. Portanto, todos os EVRs analisados possuem medidas de 100mm x 100mm x 1mm. A matriz é constituída por um material governado pelo critério de Von Mises com módulo de elasticidade de 70 GPa, tensão de escoamento de 240 MPa e coeficiente de Poisson de 0,2. As inclusões consistem em um material elástico que possui módulo de elasticidade de 200 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

Em seguida, é utilizado o algoritmo MICROPLAST.m. implementado no software Matlab® para realizar análises por simulação numérica, obtendo a resposta homogeneizada de tensão x deformação imposta. Com base nesta curva, é possível gerar uma curva de tensão plástica homogeneizada em relação a deformação plástica imposta. Ao todo, oito EVRs foram estudados, variando a distribuição das inclusões (identificadas com "d") e a fração volumétrica das inclusões (identificadas com "fr") foram variadas. A Fig. 4.1 apresenta esses EVRs.

FIGURA 4.1 – EVRs estudados



Fonte: BARICHELLO (2020)

A fração volumétrica das inclusões no modelo identificado com “d” é fixa em 50%. No entanto, a disposição das inclusões na matriz é variada. Já os modelos identificados com “fr” apresentam frações volumétricas de inclusão diferentes, sendo 10% para fra, 20% para frb, 30% para frc e 40% para frd.

4.1.2 Influência da distribuição de vazios nas microestruturas

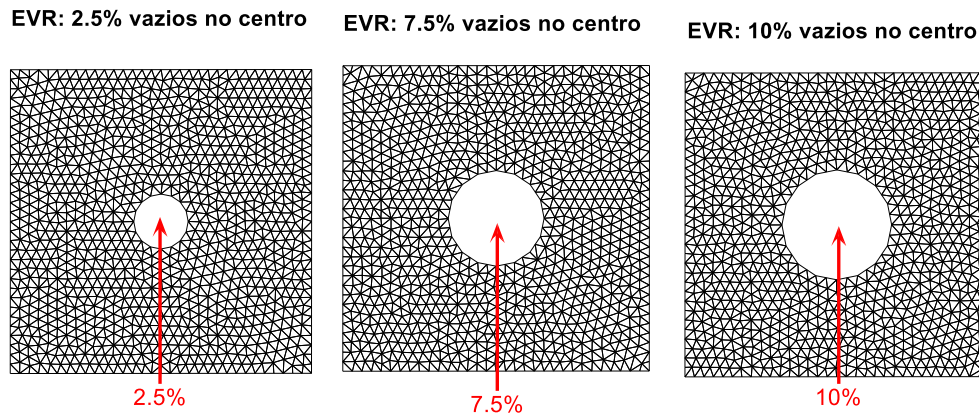
Com o intuito de avaliar a distribuição de vazios nas microestruturas, foi realizada uma análise do comportamento mecânico de um material composto de matriz metálica porosa através de modelagem na microescala utilizando EVRs. Essa metodologia já foi aplicada em alguns trabalhos, como em FERNANDES et. al (2019) e SANTOS & PITUBA (2017).

Os EVRs que serão analisados possuem matriz metálica com porosidade e serão investigados com proporções de vazios de 2.5 %, 7.5 %, 10.0 % e 12.5 %, com distribuição centrada, simétrica e aleatória.

Para avaliar a influência da distribuição de vazios nas microestruturas, serão analisadas quatro configurações de EVRs: um com vazio centrado, outro com quatro vazios de frações distintas e dispersas de forma aleatória na matriz, outro com quatro vazios idênticos distribuídos de forma simétrica na matriz e por último, um com 10% de vazios distribuídos de maneira centralizada, aleatória e simétrica na matriz.

Os EVRs representados na Figura (4.2) apresentam diferentes proporções de vazios na matriz, variando entre 2,5%, 7,5% e 10,0%, com uma distribuição centrada.

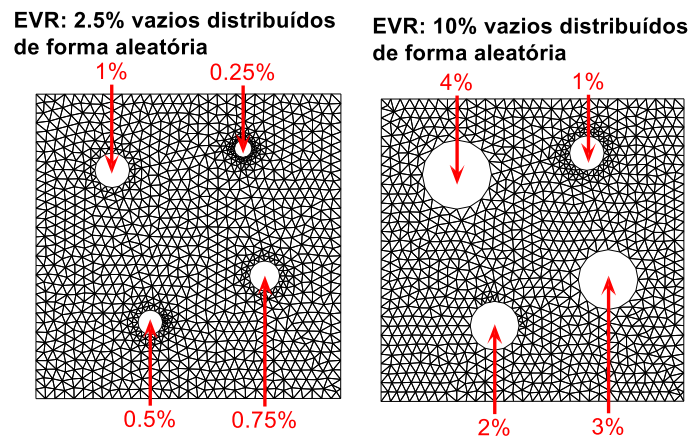
FIGURA 4.2 – Configurações de EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazios com distribuição centrada



Fonte: SANTOS & PITUBA (2017)

A Figura (4.3) apresenta EVRs que possuem quatro vazios com frações distintas e distribuídos de forma aleatória na matriz. O volume de vazios de cada EVR varia entre 2,5% e 10,0%.

FIGURA 4.3 – Configurações de EVRs com fração distinta em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos de forma aleatória

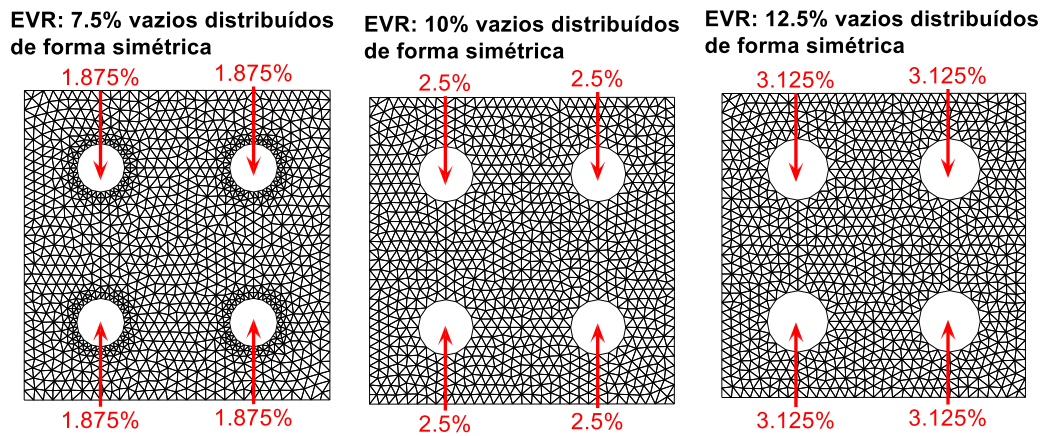


Fonte: SANTOS & PITUBA (2017)

Os EVRs apresentados na Figura (4.4) têm volumes de vazios distintos, variando entre 7,5%, 10,0% e 12,5%. Essa variação no volume de vazios permite a avaliação do efeito da porosidade na microestrutura do material e no seu comportamento mecânico. Além disso, a distribuição simétrica dos vazios pode ser comparada com outras distribuições, como a

distribuição centralizada e aleatória, para se entender como a disposição dos vazios na matriz afeta sua resistência e rigidez.

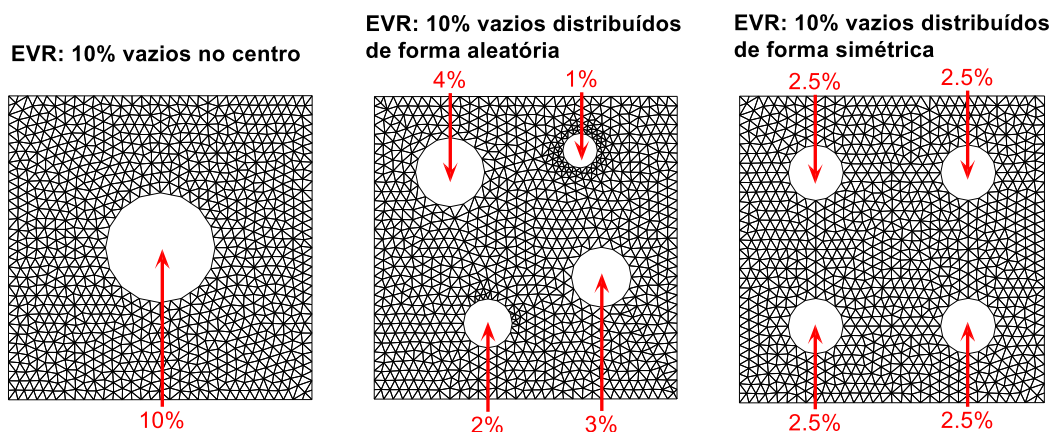
FIGURA 4.4 – Configurações de EVRs com fração em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica



Fonte: SANTOS & PITUBA (2017)

A Figura (4.5) apresenta três diferentes tipos de distribuição de vazios em EVRs com 10% de porosidade, permitindo avaliar o comportamento mecânico e o efeito da porosidade na microestrutura do material.

FIGURA 4.5 – Configurações de EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica



Fonte: SANTOS & PITUBA (2017)

A propriedade do material foi baseada nos padrões estabelecidos em estudos recentes, tais como FERNANDES et. al (2019) e SANTOS & PITUBA (2017). A matriz é composta por um material dúctil com módulo de elasticidade de 200 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0.3. Como a plastificação ocorre na matriz, a tensão de escoamento e de encruamento foi fixada em

240 MPa, baseada no modelo de von Mises. Além disso, o modelo constitutivo periódico foi escolhido devido a sua flexibilidade em comparação com outros modelos.

4.2 ANÁLISE DA MACROESTRUTURA

A análise multiescala por meio de modelos hierárquicos pode ser concluída utilizando os softwares Matlab® e Ansys®. Através das curvas obtidas a partir da microestrutura homogeneizada pelo Matlab®, é possível definir as características macroestruturais do material no Ansys. O objetivo é obter a curva que representa a relação entre a força aplicada e o deslocamento da estrutura macroscópica.

O EVR é utilizado para avaliar a resposta mecânica em relação a uma faixa de valores de parâmetros predeterminados. Em geral, o parâmetro predeterminado pode ser o caminho de deformação macroscópico, e a resposta mecânica do EVR pode ser a relação entre a tensão homogeneizada e as deformações macroscópicas. Assim, é possível construir um modelo macroscópico "quase-fenomenológico" a partir de um banco de dados de informações pré-calculadas.

A fabricação de compósitos é um processo complexo que envolve a mistura de diferentes materiais com o objetivo de criar uma estrutura que apresente propriedades superiores às de cada um dos componentes individuais. No entanto, o desempenho do compósito pode ser influenciado por muitos fatores, incluindo a presença furos em sua macroestrutura.

Para modelar a macroestrutura, foram utilizadas duas chapas: uma de 1000mm x 1000mm com espessura de 1mm e outra de 1000mm x 200mm com espessura de 1mm e diâmetro do furo central de 10mm. O módulo de elasticidade é extraído da relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta obtida pela análise do EVR, bem como o coeficiente de Poisson. A caracterização do estado plástico é feita retirando o comportamento elástico do gráfico e resultando na curva de tensão plástica homogeneizada *versus* deformação plástica imposta do EVR. Desta forma, o comportamento estrutural do material em escala de macroestrutura é totalmente definida.

5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

No que segue, os resultados obtidos a partir da aplicação do método descrito no capítulo quatro, seguindo uma abordagem multiescala, no estudo do comportamento da microestrutura de materiais heterogêneos. Esses resultados fornecem uma visão detalhada sobre a interação entre as características microestruturais na macroestrutura, permitindo uma compreensão mais profunda do comportamento mecânico destes materiais.

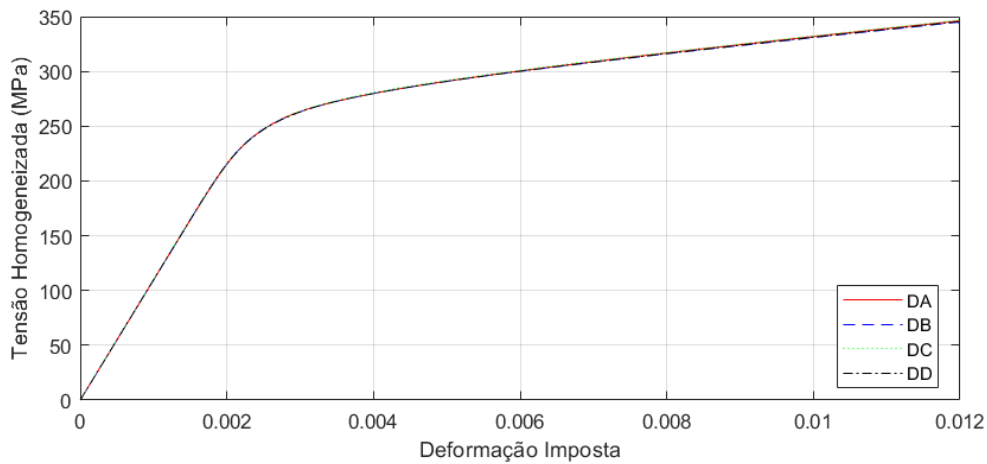
5.1 ANÁLISE NUMÉRICA DE MICROESTRUTURAS HETEROGÊNEAS

Este tópico aborda diversas formas de análise que visam avaliar o comportamento da microestrutura de materiais heterogêneos. Algumas delas levam em consideração a variabilidade na distribuição das inclusões, enquanto outras consideram a variação da porcentagem de inclusões presentes na matriz. Além disso, existem análises que têm como objetivo examinar a distribuição dos vazios presentes nas microestruturas dos materiais em questão.

5.1.1 Influência da distribuição das inclusões

A Figura (5.1) apresenta uma visualização detalhada da relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta nos EVRs identificados com "d" (50% de inclusões), conforme apresentado na Fig. (4.1), quando submetidos a uma deformação axial no eixo x de 0,012 m/m.

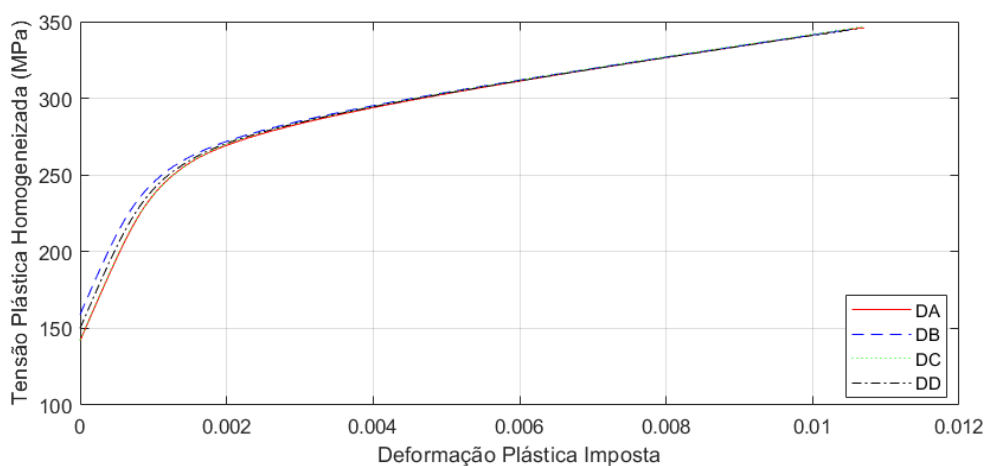
FIGURA 5.1 – Curvas tensão homogeneizada *versus* deformação imposta dos EVRs com diferentes distribuições de inclusões



Fonte: Autoria própria (2022)

Após a análise da Figura (5.1), verificou-se que a variação na resistência mecânica entre os quatro modelos de EVRs é desprezível, indicando que a disposição das inclusões não tem influência significativa na resposta macroestrutural. Além disso, ao analisar o comportamento no regime plástico apresentado na Fig. (5.2), é possível observar uma uniformidade na resposta mecânica homogeneizada, reforçando a conclusão anterior.

FIGURA 5.2 – Curvas tensão plástica homogeneizada *versus* deformação plástica imposta dos EVRs com diferentes distribuições de inclusões

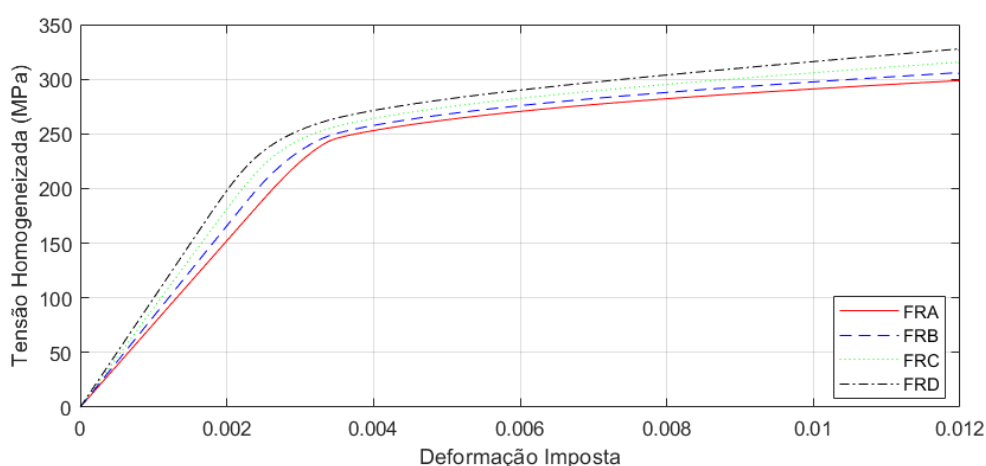


Fonte: Autoria própria (2022)

5.1.2 Influência da variação da fração volumétrica de inclusões

A Figura (5.3), ilustra a relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta dos modelos de EVRs identificados com “fr” demonstrados na Fig.(4.1), que foram submetidos a uma deformação total de 0,012 de m/m. Esta curva representa o desempenho mecânico destes materiais em condições de tensão, permitindo a avaliação de suas características de resistência e elasticidade. A partir da análise desta curva, é possível obter informações importantes sobre a resposta mecânica destes materiais e identificar eventuais pontos de falha ou de transição para o regime plástico.

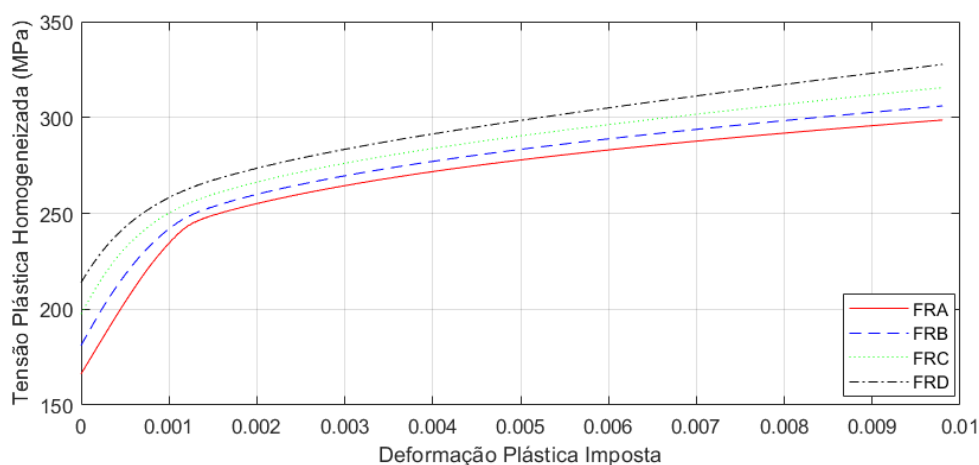
FIGURA 5.3 – Curvas tensão homogeneizada *versus* deformação imposta dos EVRs com diferentes frações volumétricas de inclusões



Fonte: Autoria própria (2022)

Por sua vez, é possível observar que uma elevação na proporção volumétrica de inclusões em relação à matriz resulta em uma melhoria na resistência do material, devido a um aumento no módulo de elasticidade. Tomando como referência o módulo de elasticidade do material indicado por FRA, verificou-se que a resistência do material indicado por FRB aumentou 8,94%, enquanto a do material FRC aumentou em 18,76% e o do FRD aumentou 28,62%. É importante destacar também que, quanto maior a fração volumétrica, menor é a deformação residual correspondente, indicando uma redução na ductilidade do material à medida que a proporção volumétrica aumenta. A Fig.(5.4), apresenta a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica imposta para esses EVRs, permitindo uma avaliação detalhada de suas características mecânicas.

FIGURA 5.4 – Curvas tensão plástica homogeneizada *versus* deformação plástica imposta dos EVRs com diferentes frações volumétricas de inclusões



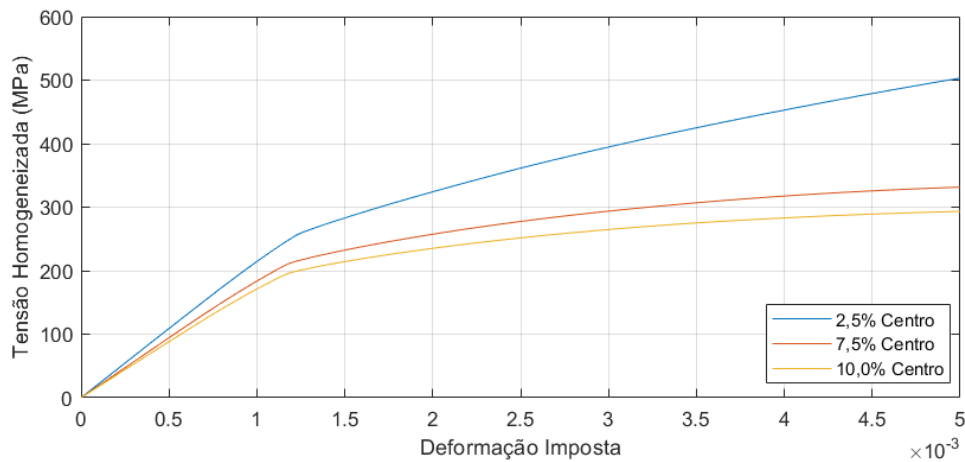
Fonte: Autoria própria (2022)

Nota-se novamente que a principal distinção entre os quatro modelos se baseia na resistência, que é proporcional à quantidade de volume de inclusão presente no compósito. Dessa forma, a porcentagem de inclusões presente no compósito tem um impacto direto na resposta mecânica macroscópica homogeneizada do EVR.

5.1.3 Influência da distribuição de vazios nas microestruturas

A Figura (5.5), apresenta a correlação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta aos EVRs de um material compósito de matriz metálica porosa. Estes EVRs, representados na Fig. (4.2), possuem diferentes proporções de vazios na matriz, variando entre 2,5%, 7,5% e 10,0%, com uma distribuição centrada, conforme ilustrado na Fig.(4.2), sendo submetidos a uma deformação total de 0,001 de m/m.

FIGURA 5.5 – Curvas tensão homogeneizada *versus* deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10% de vazios no centro

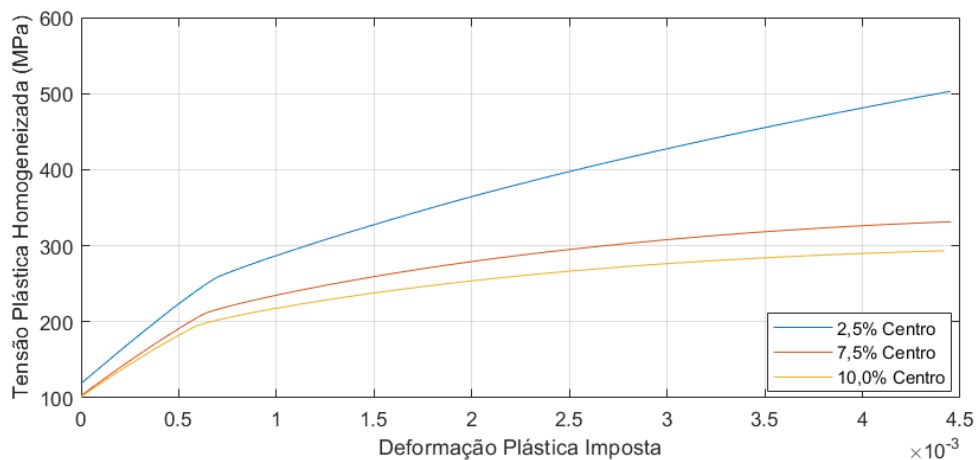


Fonte: Autoria própria (2022)

É evidente que a presença de vazios centralizados em um material pode significativamente impactar sua resistência, sendo diretamente proporcional ao aumento da fração volumétrica de vazios. De forma geral, quanto mais vazios presentes, menor será a resistência do material.

A Figura (5.6), ilustra a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica imposta aos EVRs com frações de volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazio centralizado.

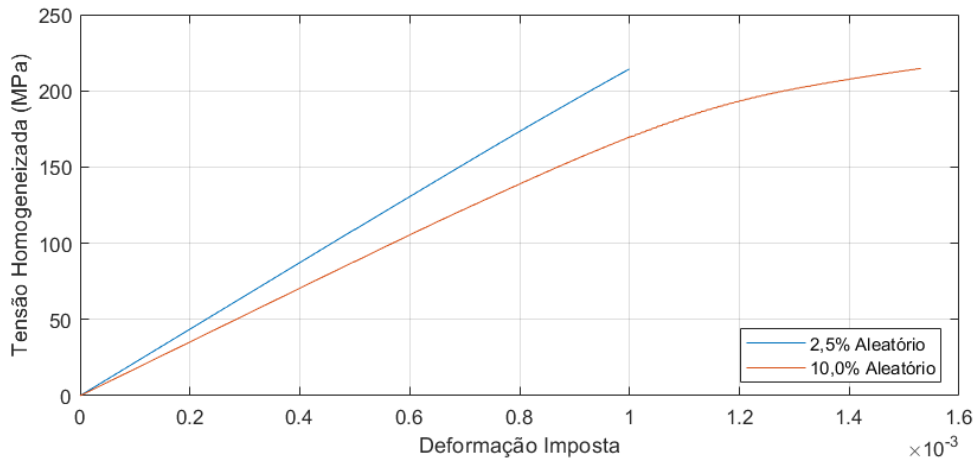
FIGURA 5.6 – Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10,0% de vazios no centro



Fonte: Autoria própria (2022)

A Figura (5.7), mostra a relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta aos EVRs que possuem quatro vazios com frações distintas e distribuídos de forma aleatória na matriz, como ilustrado na Fig. (4.3). Estes EVRs foram submetidos a uma deformação total de 0,001 m/m. O volume de vazios de cada EVR varia entre 2,5% e 10,0%.

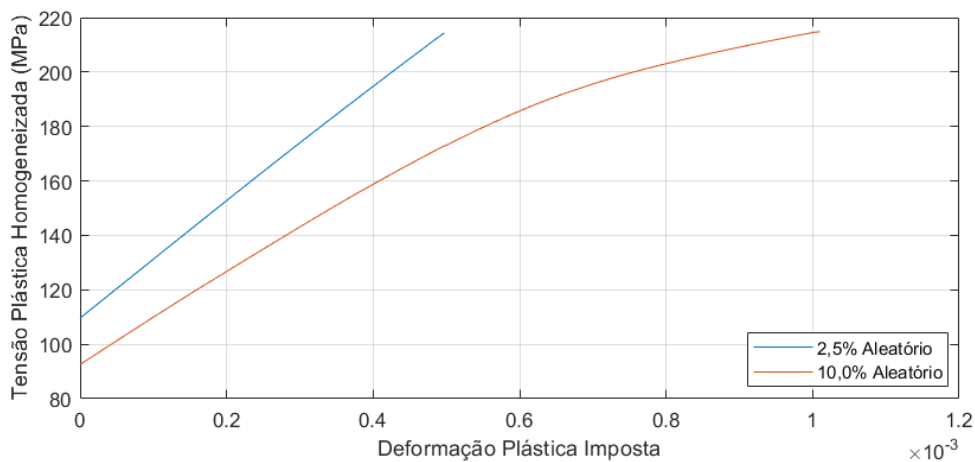
FIGURA 5.7 – Curvas tensão homogeneizada *versus* deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 2,5% e 10% de vazios distribuídos de forma aleatória



Fonte: Autoria própria (2022)

A Figura (5.8), exibe a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica nos EVRs que apresentam frações em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos aleatoriamente.

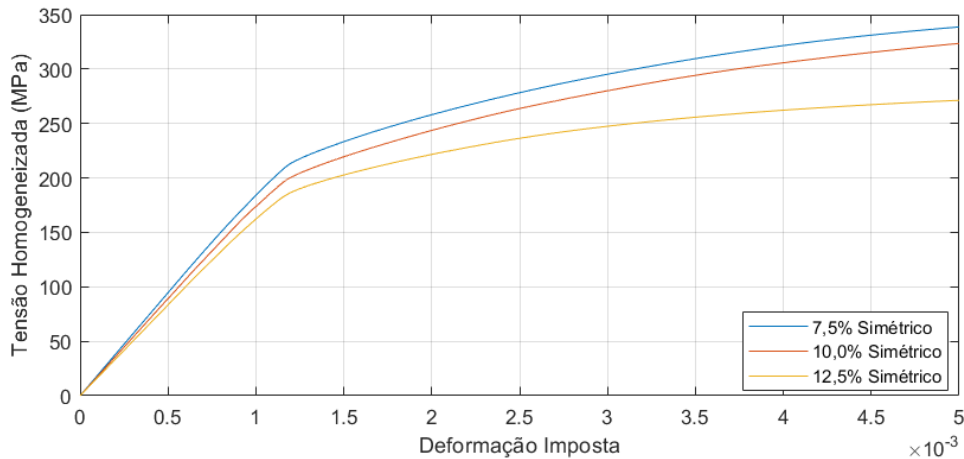
FIGURA 5.8 – Curvas tensão plástica homogeneizada versus deformação plástica imposta de EVRs com fração em volume de 2,5% e 10,0% de vazios distribuídos de forma aleatória



Fonte: Autoria própria (2022)

A Figura (5.9), mostra a relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta nos EVRs que apresentam frações em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica, como ilustrado na Fig. (4.4). Estes EVRs foram submetidos a uma deformação total de 0,001 m/m.

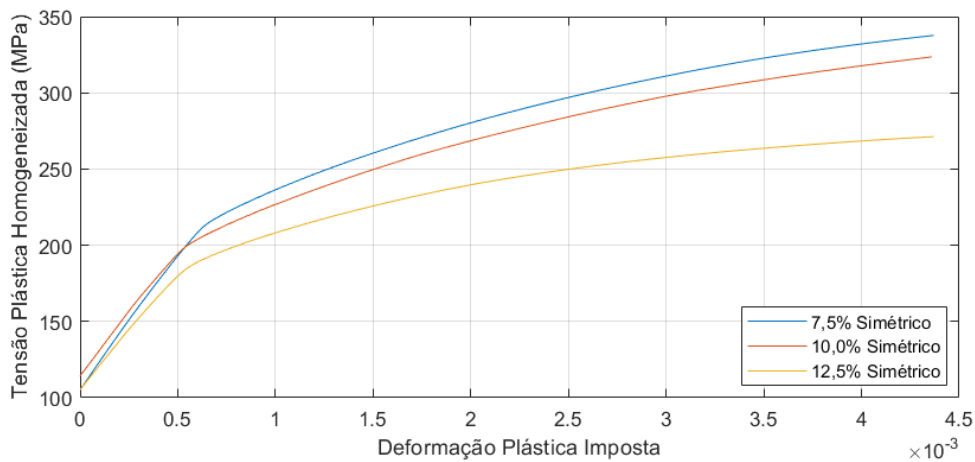
FIGURA 5.9 – Curvas tensão homogeneizada *versus* deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 7,5%, 10% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica



Fonte: Autoria própria (2022)

A Figura (5.10), apresenta a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica imposta nos EVRs que possuem frações em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de maneira simétrica.

FIGURA 5.10 – Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 7,5%, 10,0% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica

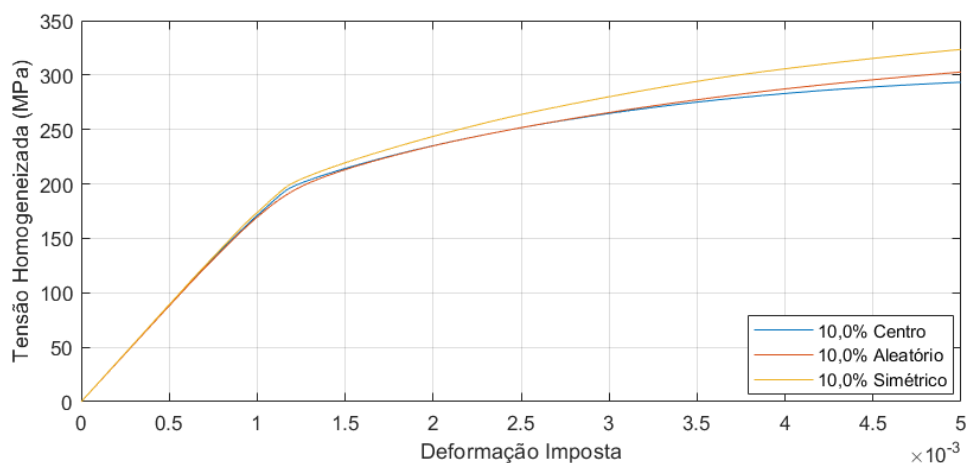


Fonte: Autoria própria (2022)

A partir dos gráficos apresentados nas Figuras (5.5) e (5.6), para materiais com vazios centralizados, nas Figuras (5.7) e (5.8), para vazios com frações distintas e distribuídos aleatoriamente na matriz e nas Figuras (5.9) e (5.10), é possível verificar que a presença de vazios em um material pode ter um impacto significativo na sua resistência, diretamente proporcional ao aumento da porcentagem de vazios. De maneira geral, quanto maior a quantidade de vazios presentes, menor será a resistência do material.

Com o intuito de identificar a distribuição mais adequada, a Fig. (5.11), ilustra a correlação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta em EVRs com 10% de porosidade e três diferentes tipos de distribuição de vazios, permitindo entender o comportamento mecânico e o impacto da porosidade na microestrutura do material, como ilustrado na Figura 4.5, submetidos a uma deformação total de 0,001 m/m.

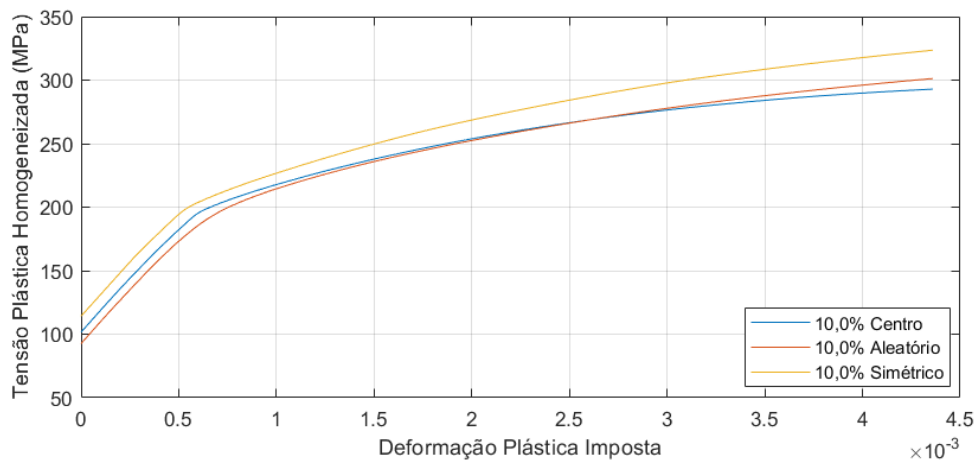
FIGURA 5.11 – Curvas tensão homogeneizada *versus* deformação imposta dos EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica



Fonte: Autoria própria (2022)

A Fig. (5.12), ilustra a relação entre a tensão plástica homogeneizada e a deformação plástica imposta dos EVRs com 10% de fração de volume de vazios distribuídos de maneira centralizada, aleatória e simétrica.

FIGURA 5.12 – Curvas tensão plástica versus deformação plástica de EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica



Fonte: Autoria própria (2022)

Pode ser observado que a presença de poros ou vazios em um material impacta diretamente sobre suas propriedades mecânicas homogeneizadas. Conforme a quantidade de vazios aumenta, é esperado uma redução na resistência do material devido à concentração de tensões nestas áreas. No entanto, a localização dos vazios também desempenha um papel importante na microestrutura e nas propriedades mecânicas do material.

Se os vazios estiverem concentrados em uma área específica, isso pode resultar em uma concentração de tensões e uma redução na resistência mecânica, como ilustrado na Fig. (5.11). Por outro lado, se a distribuição de vazios ocorrer de maneira aleatória, pode haver uma distorção na microestrutura e uma diminuição nas suas propriedades mecânicas, como apresentado na Fig. (5.12). Por conseguinte, uma distribuição simétrica dos vazios, pode resultar em uma distribuição de tensões mais equilibrada, o que pode levar a uma melhor resistência mecânica e desempenho, conforme mostrado na Figuras (5.11) e (5.12).

Em resumo, a localização e a fração volumétrica de poros ou vazios são fatores críticos que podem afetar significativamente as propriedades mecânicas e a resistência de um material. É importante ter em mente esses aspectos ao avaliar a qualidade e o desempenho de um material.

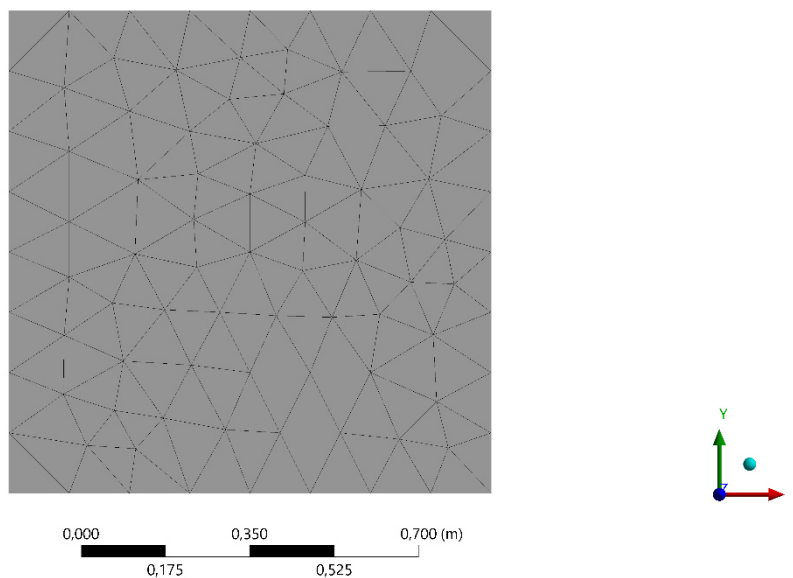
5.2 ANÁLISE MULTIESCALA DE CHAPAS UTILIZANDO MODELOS HIERÁRQUICOS DESACOPLADOS

5.2.1 Chapa Quadrada

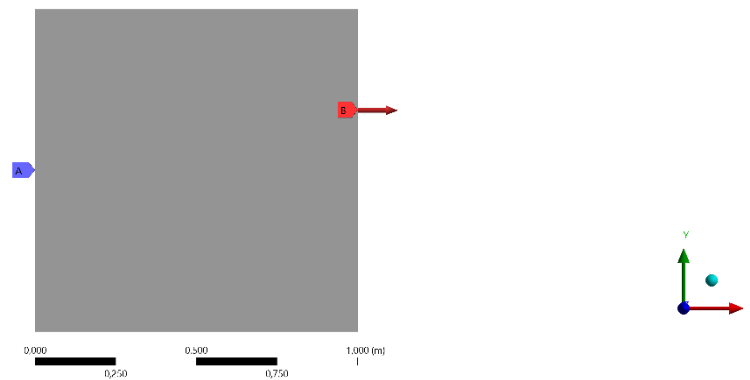
A configuração adequada das propriedades do material é fundamental para obter resultados precisos no Ansys. O módulo de elasticidade dos materiais é extraído da relação entre a tensão homogeneizada e a deformação imposta obtida pela análise das Figuras (5.1), (5.3), (5.5), (5.7), (5.9) e (5.11). O coeficiente de Poisson para as chapas “d” e “fr” é tomado como 0,2, conforme apresentado na Fig. (4.1), e a caracterização do regime plástico é determinada a partir da avaliação dos pontos da curva nas Figuras (5.2), (5.4). Em relação às chapas com proporções diferentes de vazios, o coeficiente de Poisson é 0,3 e o regime plástico pode ser identificado pelos pontos das curvas das Figuras (5.6), (5.8), (5.10) e (5.12).

Antes de obter resultados, é importante que a malha de elementos finitos seja gerada a partir da definição do objeto a ser estudado. Neste caso, é uma chapa de 1000mm x 1000mm com espessura de 1mm e malha triangular, como mostrado na Fig. (5.13). Além disso, é preciso determinar a posição dos apoios e o local de aplicação das forças na chapa, ilustrado na Fig. (5.14), onde "A" representa o eixo de apoio e "B" indica o eixo de aplicação de força. Neste caso, será aplicada uma força de tração na chapa.

FIGURA 5.13 – Modelo de chapa quadrada analisada

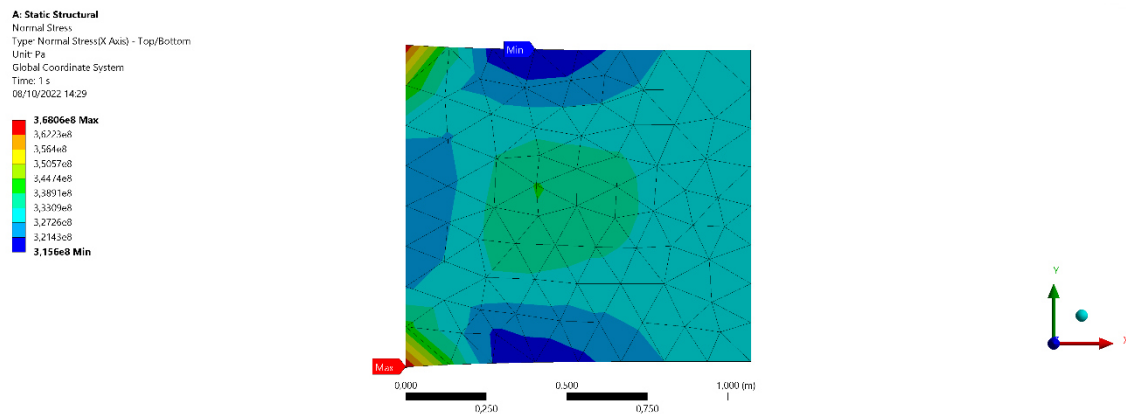


Fonte: Autoria própria (2022)

FIGURA 5.14 – Extremidades de apoio e de aplicação de força na chapa quadrada

Fonte: Autoria própria (2022)

Com essas etapas iniciais bem definidas, é possível obter uma série de resultados relevantes sobre o objeto estudado, como a distribuição normal de tensões no eixo de aplicação da força, como mostrado na Fig. (5.15), usando como exemplo os parâmetros da chapa DA. Além disso, é possível obter a relação entre a força e o deslocamento para todos os objetos apresentados, como mostrado nas Figuras (5.16) e (5.17), que apresentam as curvas para chapas formadas por EVRs "d" e "fr", respectivamente.

FIGURA 5.15 – Distribuição de tensões normais na chapa quadrada DA

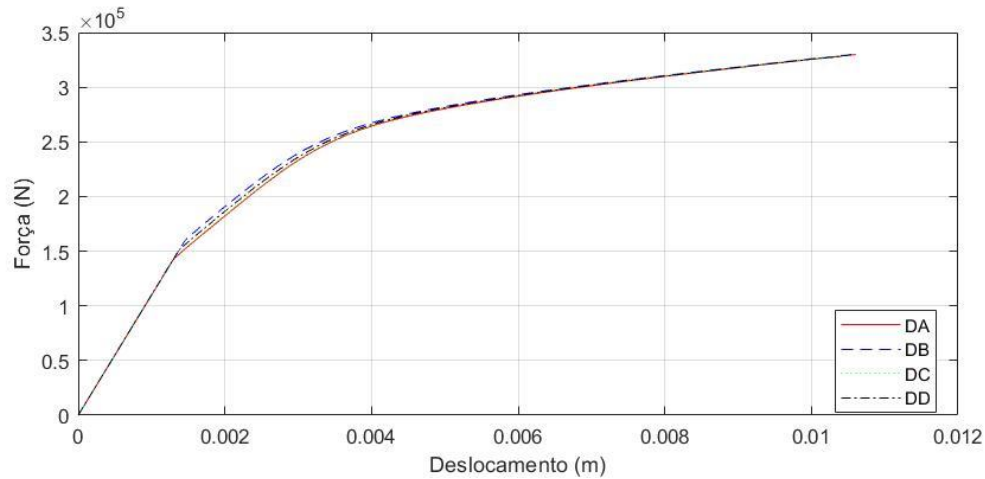
Fonte: Autoria própria (2022)

A análise da microestrutura revelou que a alteração da forma de distribuição das inclusões não teve impacto significativo na resposta macroestrutural das chapas, conforme era esperado.

Ao aplicar a mesma força, as chapas apresentadas na Fig. (5.16), mantiveram o comportamento observado na microestrutura, com diferenças de resistência praticamente desprezíveis. Já as chapas da Fig. (5.17), apresentaram comportamento semelhante ao dos

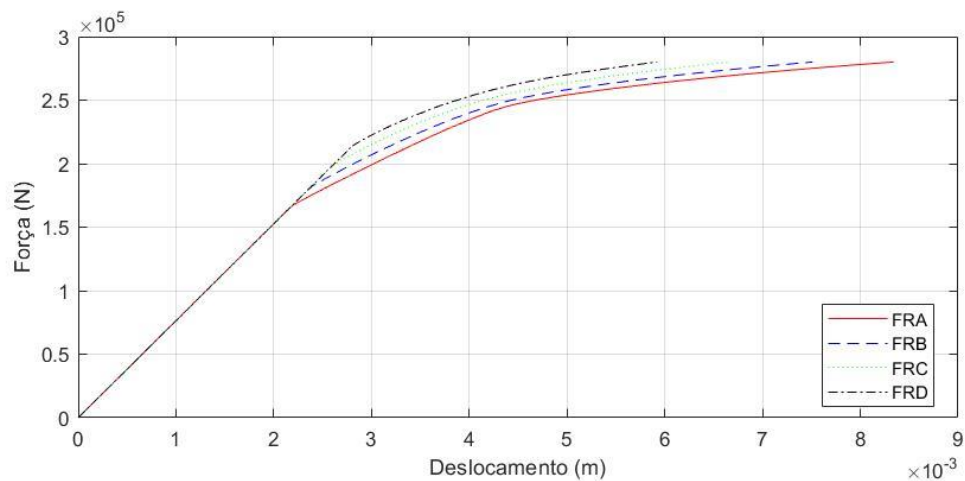
respectivos EVRs, sendo que as chapas com maior percentual volumétrico de inclusões foram mais resistentes do que as chapas com menor fração de inclusões.

FIGURA 5.16 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com distribuição das inclusões diferentes



Fonte: Autoria própria (2022)

FIGURA 5.17 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração volumétrica das inclusões diferentes



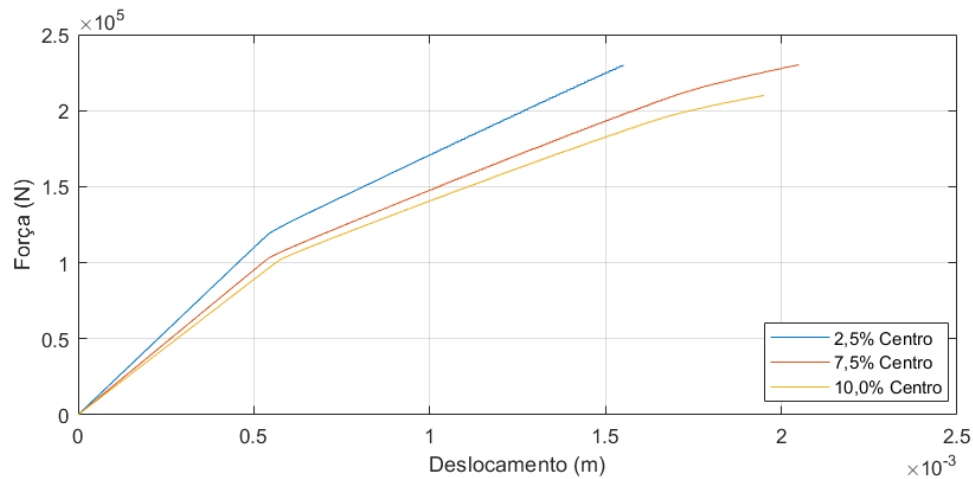
Fonte: Autoria própria (2022)

Verifica-se que, ao aplicar a mesma força, as chapas mostradas na Fig. (5.17), mantiveram o comportamento apresentado na microestrutura, apresentando diferenças desprezíveis de resistência. Quanto às chapas da Fig. (5.18), constata-se que seu comportamento também foi

semelhante ao dos respectivos EVRs, com chapas com maior percentual volumétrico de inclusões sendo mais resistentes do que chapas com menor fração de inclusões.

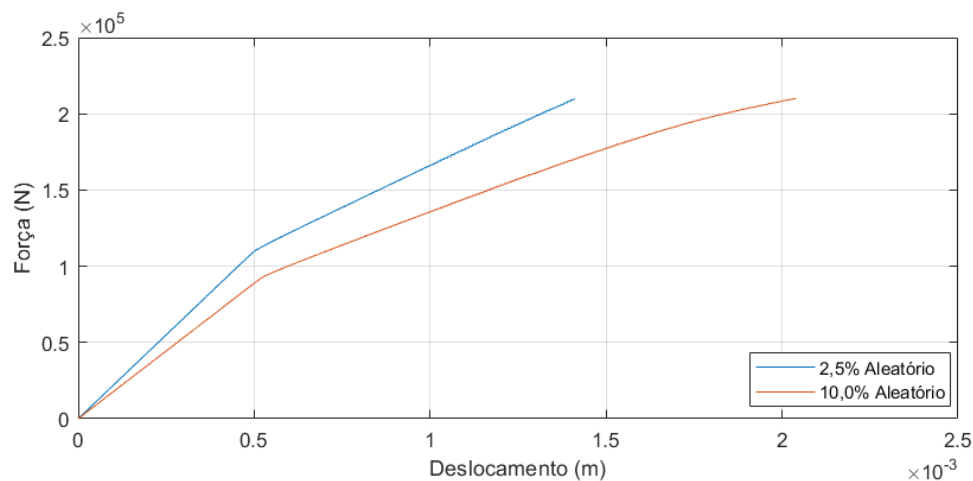
A análise das chapas exibidas na Fig. (5.18), revelou variações significativas em sua resistência. A chapa que apresentou 2,5% de vazios demonstrou desempenho similar com sua microestrutura, o que sugere que o nível de vazios teve um impacto negativo sobre sua resistência.

FIGURA 5.18 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10% de vazios no centro



Fonte: Autoria própria (2022)

FIGURA 5.19 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5% e 10% de vazios distribuídos de forma aleatória



Fonte: Autoria própria (2022)

Observando a Fig. (5.19), nota-se que o comportamento das chapas é semelhante ao dos EVRs correspondentes. É possível observar que as chapas com menor percentual de vazios

apresentaram maior resistência, enquanto aquelas com uma fração de vazios mais elevada são menos resistentes.

Esse padrão também pode ser observado na Fig. (5.20), onde se evidencia a mesma relação entre a presença de vazios e a resistência das chapas.

FIGURA 5.20 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 7,5%, 10% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica

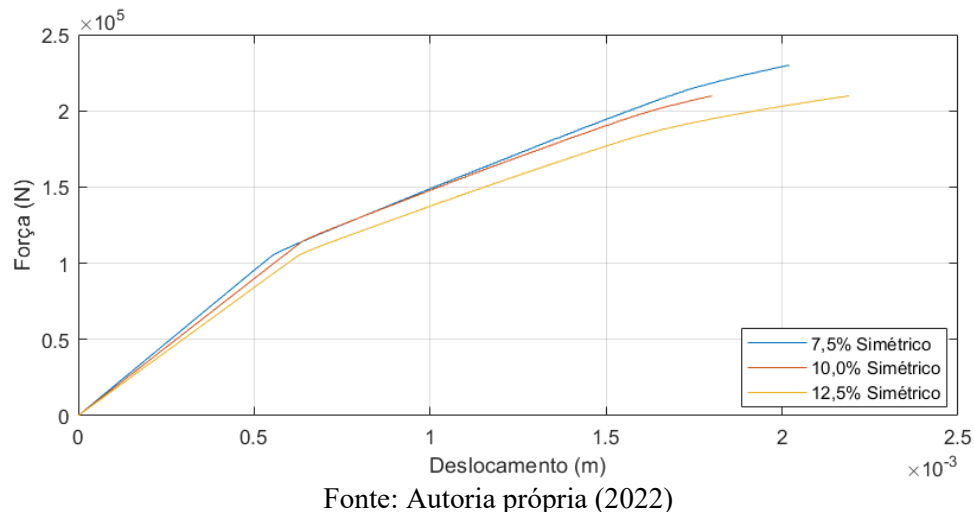
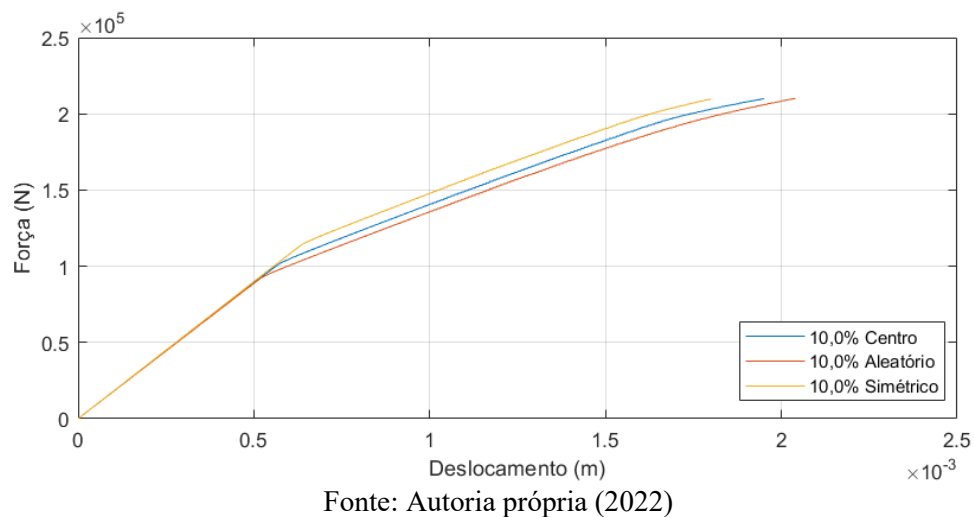


FIGURA 5.21 – Chapa Quadrada – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica



A análise das chapas exibidas na Fig. (5.21), revelou variações significativas em sua resistência. A chapa que apresentou 10% de vazios distribuídos de forma simétrica demonstrou

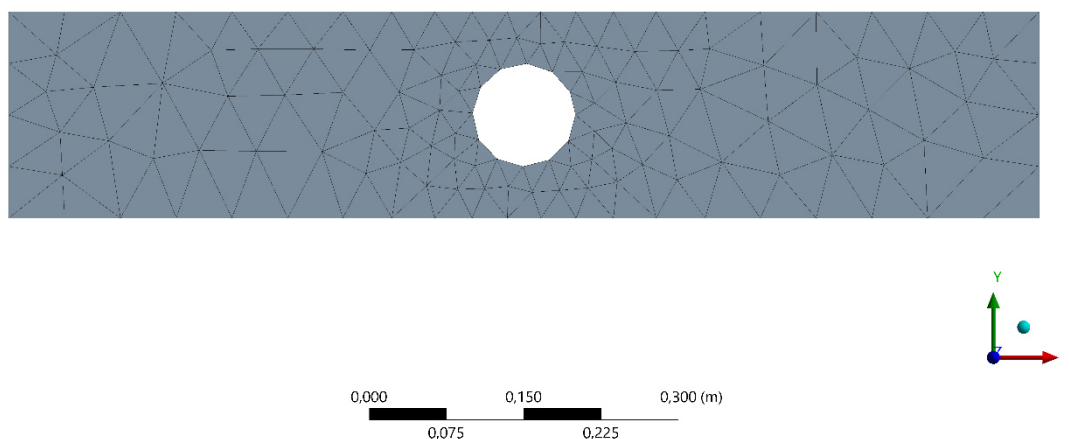
desempenho superior em comparação com vazios distribuídos de forma aleatória e centrada. Os resultados apresentaram similaridade com os resultados da microestrutura.

5.2.2 Chapa Retangular com Furo

Após a definição dos materiais no Ansys, conforme descrito no item 5.2.1, o próximo passo foi estabelecer o objeto de estudo para gerar a malha de elementos finitos. Foi escolhido uma chapa com dimensões de 1000 mm x 200 mm e espessura de 1 mm, contendo um furo central com 100 mm de diâmetro. A malha de elementos finitos escolhida foi a triangular. A Fig. (5.22), apresenta a chapa com as especificações mencionadas e a malha triangular resultante.

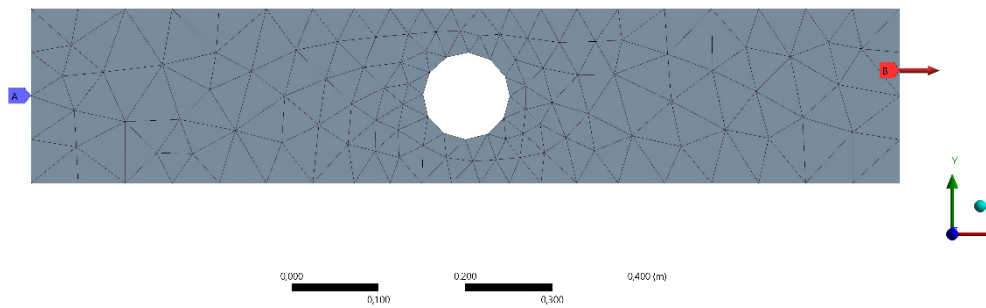
Importante destacar que a escolha da malha triangular se dá devido a sua adequação para modelar geometrias simples e de bordas retas. Além disso, a malha triangular apresenta boa relação entre precisão e eficiência computacional.

FIGURA 5.22 – Modelo de chapa com furo analisada



Fonte: Autoria própria (2022)

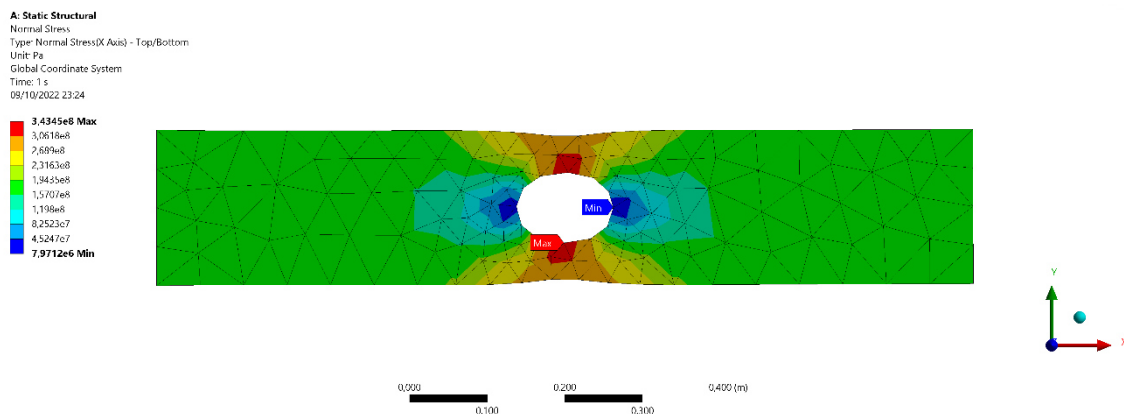
A etapa seguinte consiste em definir os pontos de apoio e aplicação de forças na chapa. A Fig. (5.23), apresenta essas posições, sendo que o ponto “A” corresponde ao eixo de apoio e o ponto “B” representa o eixo de aplicação da força. É importante destacar que nesta chapa será realizada uma aplicação de força de tração.

FIGURA 5.23 – Extremidades de apoio e de aplicação de força na chapa com furo

Fonte: Autoria própria (2022)

A Fig. (5.24), proporciona uma das respostas obtidas a partir do software Ansys, com base nos parâmetros da chapa “DA” como exemplo. Nesta figura, é possível visualizar a distribuição das tensões normais no eixo de aplicação de força, mostrando a intensidade e a distribuição dessas tensões ao longo da chapa.

Esta representação gráfica permite uma compreensão mais clara e intuitiva dos resultados da análise, e é fundamental para avaliar a resistência e a estabilidade da chapa sob diferentes condições de carga. Além disso, a visualização da distribuição das tensões normais é importante para identificar pontos críticos na chapa, sendo possível ver claramente os locais onde as tensões estão concentradas.

FIGURA 5.24 – Distribuição de tensões normais na chapa com furo DA

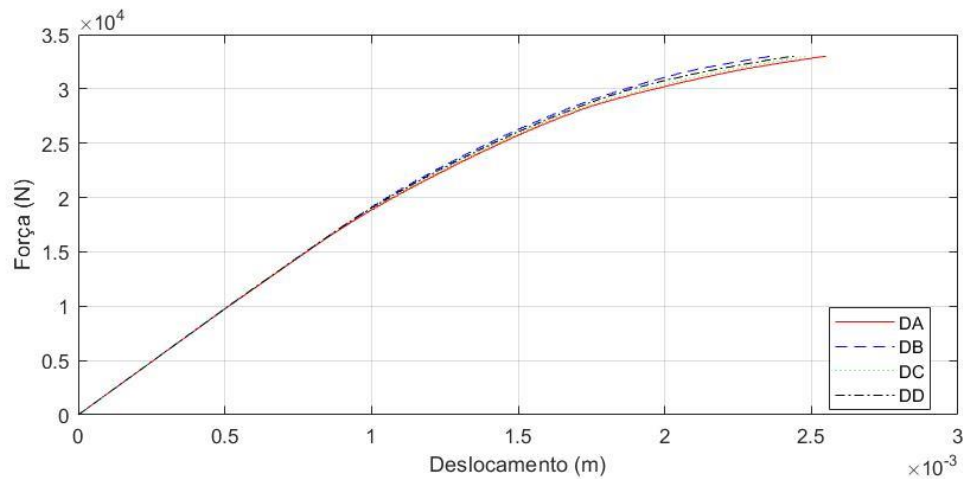
Fonte: Autoria própria (2022)

A distribuição de tensão nas chapas com furo é distinta da chapa quadrada inteira. Neste modelo, a região mais intensamente carregada é o contorno do furo, e não os apoios, o que sugere que a falha estrutural ocorrerá nesta área. Além disso, é possível analisar a relação entre a força e o deslocamento para todos os objetos deste estudo. A Fig. (5.25), exibe essas curvas para as

chapas com furo formadas por EVRs “d”, enquanto a Fig. (5.26), apresenta essas curvas para as chapas formadas por EVRs “fr”.

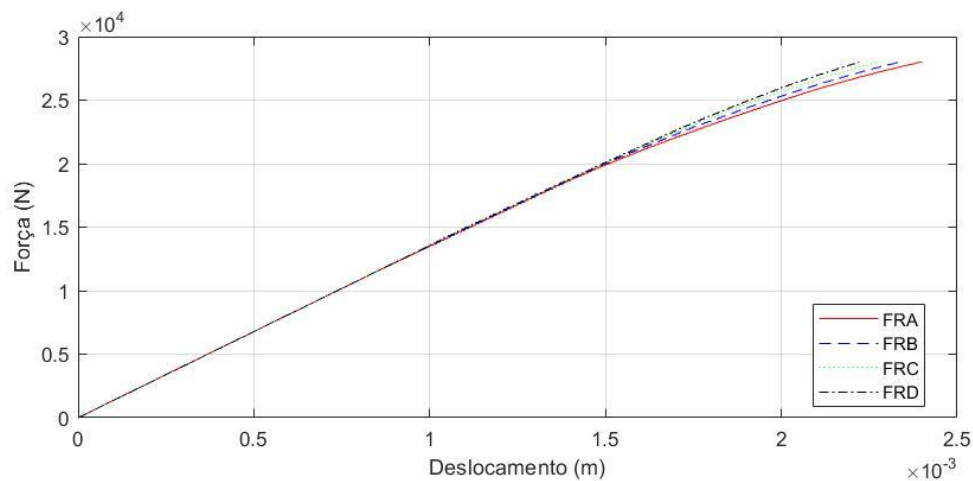
Essas visualizações permitem uma compreensão aprofundada e intuitiva dos resultados da análise, ajudando a avaliar a resistência e estabilidade das chapas sob diferentes condições de carga.

FIGURA 5.25 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com distribuição das inclusões diferentes



Fonte: Autoria própria (2022)

FIGURA 5.26 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração volumétrica das inclusões diferentes



Fonte: Autoria própria (2022)

Pode-se observar que o furo na chapa teve pouca influência em seu comportamento mecânico, mantendo semelhanças com as chapas quadradas inteiriças. Embora as variações nas

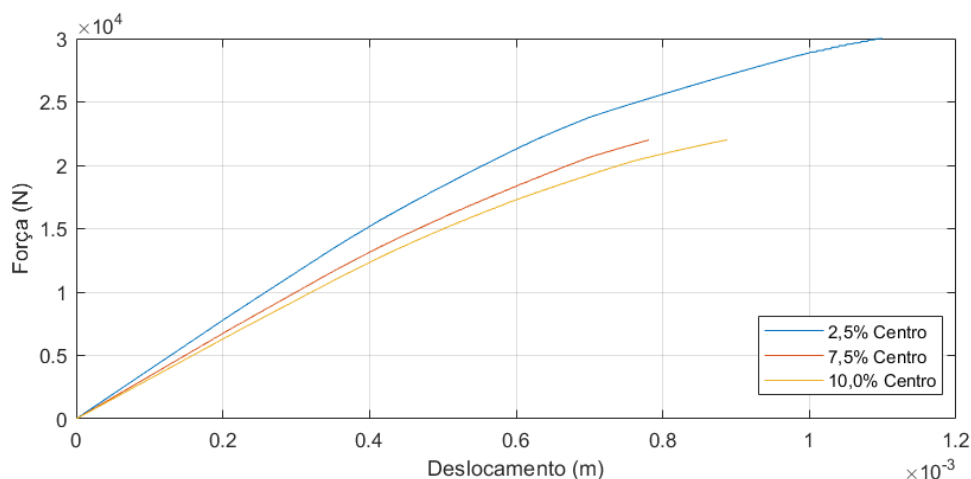
distribuições das inclusões na microestrutura possam ter causado impactos desprezíveis na resistência, as diferenças nas frações volumétricas resultaram em variações notáveis e significativas na resistência da macroestrutura.

No entanto, no caso específico da chapa furada, o aumento da fração volumétrica dos materiais que compõem a microestrutura do compósito não teve um impacto significativo na resistência. Isso se deve ao fato de que o furo na macroestrutura limitou o ganho de resistência que poderia ser obtido com o aumento da fração volumétrica na microestrutura.

Em outras palavras, o furo na chapa criou um ponto de concentração de tensões que acabou por diminuir a resistência geral do compósito, tornando menos efetivo o aumento da fração volumétrica para melhorar a resistência do material. Nesse caso, não seria vantajoso aumentar o custo de fabricação do compósito, uma vez que não haveria ganhos significativos na resistência da estrutura.

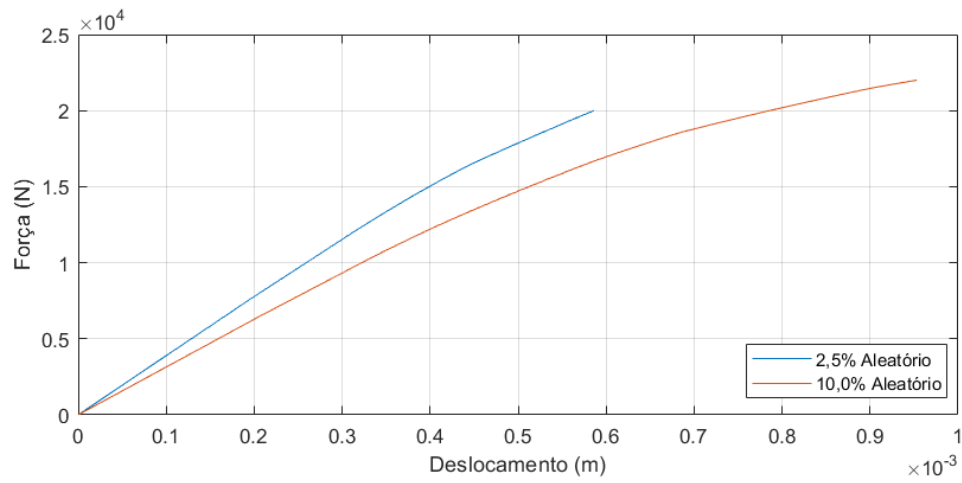
Analisando as Figuras (5.27), (5.28), (5.29) e (5.30), é possível verificar que o comportamento das chapas está de acordo com o dos EVRs correspondentes. É evidente que as chapas com menor porcentagem de vazios apresentam maior resistência, enquanto aquelas com uma fração de vazios mais elevada são menos resistentes. A comparação destas chapas com os EVRs permite uma avaliação precisa da influência da fração volumétrica dos vazios na resistência das chapas.

FIGURA 5.27 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5%, 7,5% e 10% de vazios no centro



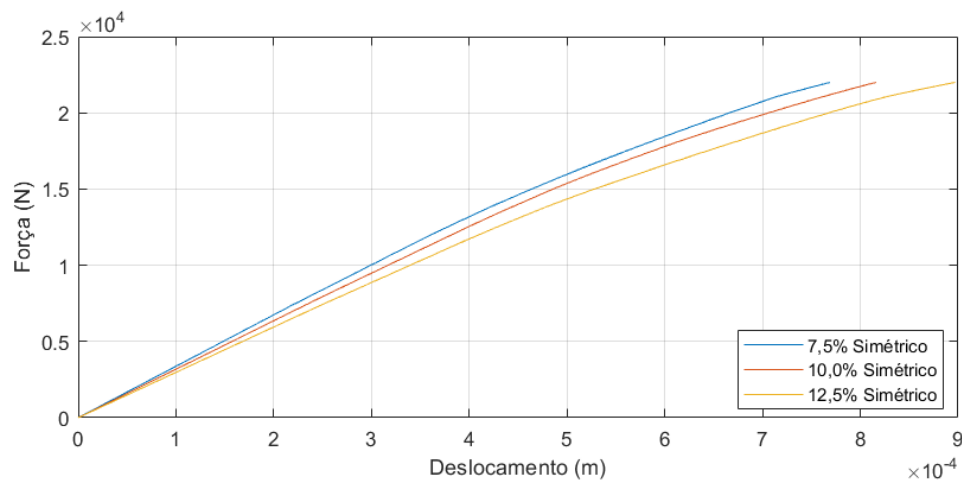
Fonte: Autoria própria (2022)

FIGURA 5.28 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 2,5% e 10% de vazios distribuídos de forma aleatória



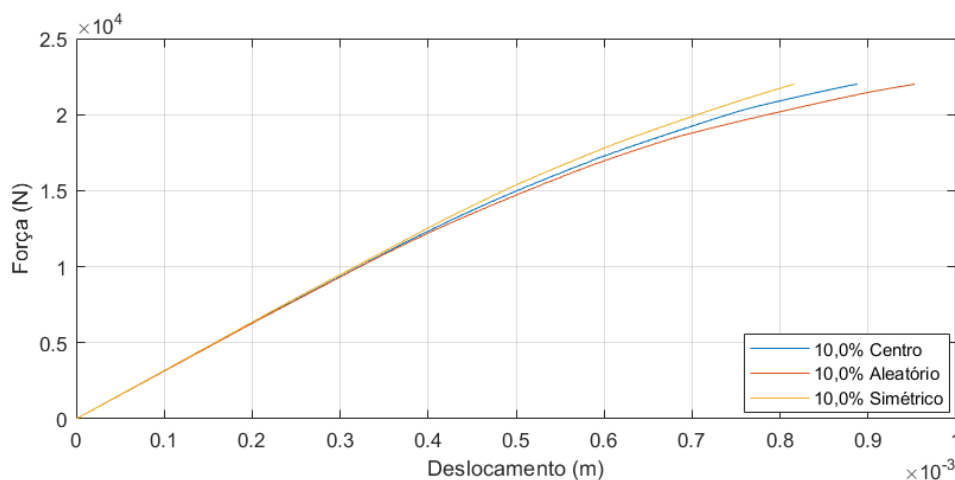
Fonte: Autoria própria (2022)

FIGURA 5.29 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 7,5%, 10% e 12,5% de vazios distribuídos de forma simétrica



Fonte: Autoria própria (2022)

FIGURA 5.30 – Chapa Retangular com Furo – Curvas força x deslocamento das chapas formadas pelos EVRs com fração em volume de 10% de vazios distribuídos de forma centrada, aleatória e simétrica



Fonte: Autoria própria (2022)

Assim, como apresentado na microestrutura, o comportamento das chapas no macro teve um comportamento similar. A localização e a fração volumétrica de poros ou vazios afetam significativamente as propriedades mecânicas e a resistência de um material, constituindo ser importante considerar esses aspectos ao avaliar a qualidade e o desempenho de um material.

A partir das análises realizadas, observamos que não há uma distribuição única de vazios que seja considerada a "melhor" para todos os materiais porosos. Isso depende das aplicações específicas e dos objetivos de desempenho desejados.

Em geral, uma distribuição de vazios simétrica pode resultar em uma distribuição de tensões mais uniforme, o que pode levar a uma melhor resistência mecânica e desempenho. No entanto, a distribuição de vazios ideal pode variar dependendo do material, da carga aplicada e de outros fatores.

Por exemplo, em algumas aplicações, pode ser desejável ter uma distribuição de vazios concentrada em uma área específica para obter certas propriedades, como permeabilidade ou controle de deformação. Em outras aplicações, pode ser desejável ter uma distribuição de vazios aleatória para melhorar a segurança estrutural e reduzir a propagação de falhas.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo realizado nesta dissertação abordou o uso de materiais compósitos heterogêneos em estruturas e sua influência no comportamento dessas estruturas. Com o objetivo geral de entender o comportamento de estruturas compostas por materiais heterogêneos, foram estabelecidos objetivos específicos para análise da microestrutura dos materiais heterogêneos e a obtenção de modelos macroscópicos homogeneizados. Além disso, foi realizada uma análise multiescala hierárquica para avaliar o comportamento de chapas.

Os materiais compósitos são utilizados em uma ampla gama de aplicações, incluindo aeroespacial, automotiva, marítima, médica, entre outras. Devido à sua combinação de propriedades únicas, os materiais compósitos são capazes de oferecer desempenho superior em comparação com os materiais convencionais. Além disso, os materiais compósitos apresentam uma série de vantagens, como alta resistência mecânica, baixa densidade, resistência a altas temperaturas e corrosão, entre outras. Por isso, seu uso é cada vez mais amplo em várias indústrias, o que torna importante estudar sua fabricação, processamento, propriedades e comportamento. Outro aspecto importante é que os materiais compósitos são frequentemente compostos por diferentes tipos de fibras, matrizes e vazios, tornando seu comportamento mais complexo do que o de materiais homogêneos. Por isso, é necessário compreender a interação entre as diferentes fases e como elas afetam as propriedades gerais do material.

Em resumo, a importância de estudar materiais compósitos está relacionada à ampla gama de aplicações em que são utilizados, suas vantagens e complexidade, e à necessidade de compreender suas propriedades para melhorar sua fabricação e processamento.

A aplicação do conceito de EVR permitiu a análise da microestrutura dos materiais heterogêneos e a obtenção de modelos macroscópicos homogeneizados precisos. Além disso, a utilização da abordagem multiescala hierárquica na simulação do comportamento das chapas revelou as limitações e potencialidades deste tipo de análise, destacando a efetividade da

utilização de modelos hierárquicos na compreensão do comportamento de estruturas compostas por materiais heterogêneos.

A avaliação dos resultados revelou uma alta coesão com o comportamento mecânico esperado, o que incentiva a continuidade de pesquisas nesta área de estudo. Além disso, é possível afirmar que o objetivo geral do trabalho foi plenamente atingido, pois foram verificadas as vantagens e restrições do uso da modelagem proposta, demonstrando a efetividade da formulação escolhida como uma opção promissora em comparação aos modelos multiescala utilizados para materiais heterogêneos.

Em conclusão, este trabalho apresenta uma abordagem efetiva para o entendimento do comportamento de estruturas compostas por materiais heterogêneos, destacando a importância da utilização de modelos hierárquicos e a abordagem multiescala na análise do comportamento deste tipo de estrutura. Trata-se de um trabalho pioneiro dentro da linha de pesquisa do Grupo e, portanto, os resultados aqui apresentados são resultado iniciais e outras pesquisas serão necessárias para estudar as limitações com mais profundidade e validar o uso dessa técnica.

A combinação de modelos hierárquicos e técnicas de análise micro e macroescala permitiu uma compreensão mais profunda dos materiais heterogêneos, mostrando como as propriedades a nível micro influenciam as propriedades a nível de macro.

Baseado nas análises realizadas, ficou evidente que a distribuição das inclusões não tem influência significativa na resposta macroestrutural e a principal distinção entre os modelos estudados se baseia na resistência, que é proporcional à quantidade de volume de inclusão presente no compósito, ou seja, quanto maior a fração volumétrica, menor é a deformação residual correspondente.

Quanto aos materiais porosos estudados, ficou evidente que a distribuição ideal de vazios em materiais porosos varia de acordo com as aplicações e objetivos de desempenho desejados. Embora uma distribuição simétrica de vazios possa resultar em uma distribuição de tensões equilibrada e melhor desempenho mecânico, outras distribuições, como concentrada ou aleatória, também podem ser desejáveis para propriedades específicas ou para melhorar a segurança estrutural. Por isso, é importante considerar as especificidades de cada aplicação ao escolher a distribuição de vazios ideal.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Embora tenhamos obtido resultados significativos, ainda há espaço para aprimorar os modelos e empregar a metodologia proposta em análises comparativas com resultados experimentais de materiais metálicos porosos; aplicar a metodologia em materiais reforçados por fibras e/ou partículas considerando o descolamento de fase e aplicar a metodologia proposta em

Capítulo 6: Considerações Finais

análise de concreto em compressão e tração uniaxiais; e analisar casos com a metodologia proposta de estruturas sob Estado Plano de Tensões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AJAY KUMAR, P.; ROHATGI, Pradeep; WEISS, David. 50 years of foundry-produced metal matrix composites and future opportunities. **International Journal of Metalcasting**, v. 14, n. 2, p. 291-317, 2020.
- ANDRADE, P. V. Q. **Estudo do Comportamento Mecânico de Microestruturas de Materiais Compósitos com Matriz Metálica**, 2017. 113 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017.
- ARAMIDE, B. P. et al. Wear-resistant metals and composites. **Handbook of Nanomaterials and Nanocomposites for Energy and Environmental Applications**, p. 731-755, 2021.
- ARANHA JÚNIOR, G. Y. R. **A formulação de um elemento finito de barra para análise dinâmica não-linear geométrica, com aplicação a cabos de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica**. 155 f. Dissertação (Título de mestre em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Pará – UFPA, Belém, 2003.
- BARICHELLO, Luiz Gustavo. **Análise Multi-Escala de chapas constituídas por compósitos utilizando modelos hierárquicos considerando diferentes distribuições de heterogeneidade na microestrutura**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Goiás. Orientador: José Julio de Cerqueira Pituba.
- BELYTSCHKO T., LOEHNERT S., SONG J.H. Multiscale aggregating discontinuities: A method for circumventing loss of material stability. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 73:869–894, 2008.
- BENSOUSSAN, Alain; PAPANICOLAU, George; LIONS, J.-L. Asymptotic analysis for periodic structures, **North-Holland Publishing** , Amsterdam , 1978 .
- BERARD, A.: Improvement in artificial stone. Patent U.S. Patent No. 157,903, 15 December 1874
- BINNER, Jon et al. Selection, processing, properties and applications of ultra-high temperature ceramic matrix composites, UHTCMCs—a review. **International Materials Reviews**, v. 65, n. 7, p. 389-444, 2020.
- BLANCO, P. J.; SÁNCHEZ, P. J.; DE SOUZA NETO, E. A.; FEIJÓO, R. A. Variational Foundations and Generalized Unified Theory of RVE-Based Multiscale Models. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 23, p. 191-253, 2016.
- BORGES, D. C. **Estudo e avaliação de uma proposta de modelagem do comportamento micromecânico do concreto**. 2015. 111f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

- BREKELMANS, WA Marcel; SMIT, Robert JM; MEIJER, Han EH. Prediction of the mechanical behavior of nonlinear heterogeneous systems by multi-level finite element modeling. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 155, n. 1-2, p. 181-192, 1998.
- BRINKMAN, Eddy. **Meet materials: Materials science & technology for people without a materials background.** Betase BV, Barchem, The Netherlands: [s. n.], 2016. ISBN 978-9079926008.
- CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e engenharia de materiais: Uma introdução.** 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018. 1014 p. ISBN 978-85-216-3236-8.
- CROZARIOL, Luís Henrique de Rezende; FERNANDES, Gabriela Rezende. Analysis of the constitutive response of heterogeneous materials by the Boundary Element Method, considering different RVE microstructures. **Matéria**, [S. l.], ano 2020, v. 25, n. 1, p. 1-17, 27 ago. 2019.
- CUI, KUNKUN et al. Microstructure, mechanical properties, and reinforcement mechanism of carbide toughened ZrC-based ultra-high temperature ceramics: A review. **Composite Interfaces**, p. 1-20, 2022.
- ESHELBY, J. D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. **Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 241, p. 376–396, 1957. ISSN 1364-5021.
- FERNANDES, G. R.; PITUBA J. J. C.; DE SOUZA NETO, E. A. FEM/BEM **Engineering Analysis with Boundary Elements** formulation for multi-scale analysis of stretched plates., v. 54, p. 47-59, 2015a.
- FERNANDES, G. R.; PITUBA J. J. C.; DE SOUZA NETO, E. A. Multi-scale modelling for bending analysis of heterogeneous plates by coupling BEM and FEM. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 51, p. 1-13, 2015b.
- FERNANDES, G. R.; SILVA, M. J. M. ; VIEIRA, J. F. ; Pituba, J.J. C. A 2D RVE formulation by the boundary element method considering phase debonding. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 104, p. 259-276, 2019.
- FERNANDES, G.; PONTES, G. B. S.; OLIVEIRA, V. N. A 2d bem formulation considering dissipative phenomena and a full coupled multiscale modelling. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, Elsevier Science, v. 119, p. 25–43, 2020. ISSN 0955-7997.
- FEYEL, F. Multiscale fe2 elastoviscoplastic analysis of composite structures. **Computational Materials Science**, Elsevier Science, v. 16, p. 0–354, 1999. ISSN 0927-0256.
- FEYEL, F.; CHABOCHE, J. L. Fe2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 183, p. 309-330, 2000.

- GIUSTI, S. M.; BLANCO, P. J.; DE SOUZA NETO, E. A.; FEIJÓO, R. A. An assessment of the Gurson yield criterion by a computational multi-scale approach. **Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software**, v. 26, n.3, p. 281-301, 2009.
- GOH, G. D. et al. Process–structure–properties in polymer additive manufacturing via material extrusion: A review. **Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences**, v. 45, n. 2, p. 113-133, 2020.
- HAROUZ, Riad; BOUDEBANE, Said; LAKEHAL, Abdelaziz; DERDY, Olivier; MONTRIEUX, Henri-Michel. Investigation of the tribological behaviour of WC/TiC based cermets in contact with Al₂O₃ alumina under high temperature. **Journal of the Mechanical Behavior of Materials**, Berlin/Boston, v. 27, n. 1-2, p. 1-11, 28 jun. 2018.
- HASHIN, Z.; SHTRIKMAN, S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier Science, v. 11, p. 127–140, 1963. ISSN 0022-5096.
- HILL, R. A self-consistent mechanics of composite materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 13, n. 4, p. 213-222, 1965a.
- HILL, R. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 13, n. 2, p. 89-101, 1965b.
- HULL, D.; CLYNE, T. W. Strength of composites. **An Introduction to Composite Materials**, v. 2, p. 158-207, 1996.
- KOUZNETSOVA, V.; BREKELMANS, W. A. M.; BAAIJENS, F. P. T. An approach to micro-macro modeling of heterogeneous materials. **Computational Mechanics**, Springer, v. 27, p. 37–48, 2001. ISSN 0178-7675,1432-0924.
- LI, Jianguang; LAGHARI, Rashid Ali. A review on machining and optimization of particle-reinforced metal matrix composites. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 100, n. 9, p. 2929-2943, 2019.
- LIMA, L. K. S. et al. Microstructural characteristics, properties, synthesis and applications of mullite: a review. **Cerâmica**, v. 68, p. 126-142, 2022.
- LIPPITZ, N.; RURKOWSKA, K.; RÖSLER, J.; LANGER, S. Fouling behaviour of porous metals. **Procedia Materials Science**, v. 4, p. 299-303, 2014.
- LLOBERAS-VALLS, O.; RIXEN, D.; SIMONE, A.; SLUYS, L. Multiscale domain decomposition analysis of quasi-brittle heterogeneous materials. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, John Wiley and Sons, v. 89, p. 1337–1366, 2012a. ISSN 0029-5981,1097-0207.
- LLOBERAS-VALLS, O.; RIXEN, D.; SIMONE, A.; SLUYS, L. On micro-to-macro connections in domain decomposition multiscale methods. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Elsevier Science, v. 225-228, p. 177–196, 2012b. ISSN 0045-7825.

- LOPES, I. A. R.; PIRES, F. M. A.; REIS, F. J. P. A mixed parallel strategy for the solution of coupled multi-scale problems at finite strains. **Computational Mechanics**, Springer, 2017. ISSN 0178-7675,1432-0924.
- MIEHE, C.; KOCH, A. Computational micro-to-macro transitions of discretized microstructures undergoing small strains. **Archive of Applied Mechanics**, v. 72, p. 300-317, 2002.
- MIEHE, C.; SCHOTTE, J.; SCHRÖDER, J. Computational micro–macro transitions and overall moduli in the analysis of polycrystals at large strains. **Computational Materials Science**, v. 16, p. 372-382, 1999.
- NAKAJIMA, H. Fabrication, properties, and applications of porous metals with directional pores. **Proceedings of the Japan Academy**, Ser. B, v. 86, P. 884-899, 2010.
- NANDIHALLI, Nagaraj; LIU, Chia-Jyi; MORI, Takao. Polymer based thermoelectric nanocomposite materials and devices: Fabrication and characteristics. **Nano Energy**, v. 78, p. 105186, 2020.
- NGUYEN, V. P.; STROEVEN, M.; SLUYS, L. J. Multiscale continuous and discontinuous modeling of heterogeneous materials: a review on recent developments. **Journal of Multiscale Modelling**, v. 3, n. 4, p. 1-42, 2011.
- NTURANABO, Francis; MASU, Leonard; KIRABIRA, John Baptist. Novel applications of aluminium metal matrix composites. **Aluminium alloys and composites**, 2019.
- OLCOSKI, T. A.; CHINELATTO, A. L.; CHINELATTO, A. S. A. Effect of MgO addition on the sinterability and mechanical properties of mullite ceramics. **Cerâmica**, v. 67, p. 261-268, 2021.
- PERIĆ, D.; DE SOUZA NETO, E. A.; FEIJÓO R. A.; PARTOVI, M.; MOLINA, A. J. C. On micro-to-macro transitions for multi-scale analysis of non-linear heterogeneous materials: Unified variational basis and finite element implementation. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 87, p. 149–170, 2011.
- PITUBA, J. J. C.; FERNANDES, G. R.; SOUZA NETO, E. A. Modelling of cohesive fracture and plasticity processes in composite microstructures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 142, n. 10, 04016069, 2016.
- PROENÇA, S. P. B. **Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto: análise crítica e contribuições**, 1988. 330 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo,1988.
- QUARESMA, W. M. G. **Contribuição ao estudo do comportamento mecânico do concreto utilizando diferentes modelagens em elementos finitos na escala mesoscópica**. 2016. 139f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

- REIS, F. J. P. **Multi-Scale Modelling and Analysis of Heterogeneous Solids at Finite Strains**. 2014. 205 f. Thesis (Doctorate of Philosophy in Mechanical Engineering) – Faculty of Engineering University of Porto, Porto, 2014.
- RODRIGUES, E. A.; MANZOLI, O. L.; BITENCOURT, L. A. G.; BITTENCOURT, T. N.; SÁNCHEZ, M. An adaptive concurrent multiscale model for concrete based on coupling finite elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Elsevier Science, p. 26–46, 2017. ISSN 0045-7825.
- ROMUALDI, James P.; MANDEL, James A. Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed and closely spaced short lengths of wire reinforcement. In: **Journal Proceedings**. 1964. p. 657-672.
- ROMUALDI, P. Anal Fistula in the Adult and Child. In: **Progress in Proctology: Proceedings of the 3 rd International Congress of Hedrologicum Conlegium October 1968, Erlangen-Nuremberg, Germany**. Springer Berlin Heidelberg, 1969. p. 51-54.
- SÁNCHEZ-PALENCIA, Enrique. Non-homogeneous media and vibration theory. **Lecture Note in Physics**, Springer-Verlag, v. 320, p. 57-65, 1980.
- SANTOS, W. F.; PITUBA, J. J. C. Yield surfaces of material composed of porous and heterogeneous microstructures considering phase debonding. **Latino American Journal of Solids and Structures**. v. 14, n. 8, p. 1387-1415, 2017.
- SELLITTO, M.; BORCHARDT, Miriam; PEREIRA, G. Systemic performance assessment of a kind of complex adaptive system: supply-chains. In: **International Multi-Conference On Complexity, Informatics And Cybernetics-Imcic**. Orlando: International Institute of Informatics and Systemics, 2011.
- SILVA, Douglas Santos et al. Properties of flexural and impact of matrix composites polyester reinforced with short lignocellulosic fibers. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 3, p. e32511326612-e32511326612, 2022.
- SOUZA NETO, E. A.; PERIÉ, D.; OWEN, D. R. J. **Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications**. Swensea: Wiley, 2008.
- SOUZA NETO, E. A.; BLANCO, P. J.; SANCHEZ, P. J.; FEIJÓO, R. A. An RVE-based multiscale theory of solids with micro-scale inertia and body force effects. **Mechanics of Materials**, v. 80, p. 136-144, 2015.
- TALREJA, Ramesh; WAAS, Anthony M. Concepts and definitions related to mechanical behavior of fiber reinforced composite materials. **Composites Science and Technology**, v. 217, p. 109081, 2022.
- TERADA, K.; HORI, M.; KYOYA, T.; KIKUCHI, N. Simulation of the multi-scale convergence in computational homogenization approaches. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier Science, v. 37, p. 2285–2311, 2000. ISSN 0020-7683.

- THAM, Mun Wai et al. Tensile properties prediction of natural fibre composites using rule of mixtures: A review. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v. 38, n. 5, p. 211-248, 2019.
- THILAKARATHNA, Petikirige Sadeep Madhushan et al. Mesoscale modelling of concrete—a review of geometry generation, placing algorithms, constitutive relations and applications. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 231, p. 106974, 2020.
- TORO, S.; SÁNCHEZ, P. J.; BLANCO, P. J.; SOUZA NETO, E. A.; HUESPE, A. E.; FEIJÓO, R. A. Multiscale formulation for material failure accounting for cohesive cracks at the macro and micro scales. **International Journal of Plasticity**, v. 76, p. 75-110, 2016.
- UNGER, J. F.; ECKARDT, S. Multiscale modeling of concrete. **Archives of Computational Methods in Engineering**, Springer Netherlands, v. 18, p. 341–393, 2011. ISSN 1134-3060,1886-1784.
- UTSUNOMIYA, Hiroshi; MATSUMOTO, Ryo. Deformation processes of porous metals and metallic foams. **Procedia Materials Science**, v. 4, p. 245-249, 2014.
- VAN DE WERKEN, Nekoda et al. Additively manufactured carbon fiber-reinforced composites: State of the art and perspective. **Additive Manufacturing**, v. 31, p. 100962, 2020.
- VAN MIER, J. G. M. et al. Fiber orientation in ultra high performance fiber reinforced concrete and its visualization. In: **Proceedings of the 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, FraMCoS-8**. 2013. p. 10-14.
- VENTURA, A. M. F. M. Os Compósitos e a sua Aplicação na Reabilitação de Estruturas Metálicas. **Ciência & Tecnologia dos Materiais**, Lisboa, Portugal, Vol. 21, nº 3/4, p 1-19, 2009.
- VON MISES, R. Mechanik der Festen Körper im Plastische-deformablen Zustand. **Nachr. d. Gesellsch d. Wissensch. Zu Göttingen, Math.-phys. Klasse**, 1913.
- YANG, Dongdong et al. Preparation, modification, and coating for carbon-bonded carbon fiber composites: A review. **Ceramics International**, 2022.
- YANG, Zhenze et al. End-to-end deep learning method to predict complete strain and stress tensors for complex hierarchical composite microstructures. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 154, p. 104506, 2021.
- ZHANG, Mengjie; XUE, Yu; XUE, Bing. Self-adaptive particle swarm optimization for large-scale feature selection in classification. **ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD)**, v. 13, n. 5, p. 1-27, 2019.