Universidade Federal de Goiás
Unidade Acadêmica Especial de
Matemática e Tecnologia
Regional Catalão
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Contribuições Pedagógicas do Ensino de Pontos Notáveis de um Triângulo por meio do Origami

Osmar Rodrigues de Araújo

Catalão

2015

sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR ELETRONICAMENTE OS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional**

2. Identificação do Trabalho

Autor (a):	Osmar Rodrigues de Araújo
E-mail:	osmarcommatematica@hotmail.com
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página?	[x]Sim [ ] Não
Vínculo empregatício do autor	
Agência de fomento:	Sigla:
País:	UF: CNPJ:
Título:	Contribuições Pedagógicas do Ensino de Pontos Notáveis de um Triângulo por meio do Origami
Palavras-chave:	Educação. Ludicidade. Origami. Geometria. Pontos Notáveis de um Triângulo.
Título em outra língua:	Pedagogical contributions on Teaching Notable points triangle through the Origami
Palavras-chave em outra língua:	Education. Playfulness. Origami. Geometry. Notable Points of a Triangle.
Área de concentração:	Matemática do Ensino Básico
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	28/07/2015
Programa de Pós-Graduação:	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Orientador (a):	Élida Alves da Silva
E-mail:	elida.asilva@gmail.com
Co-orientador(a):*	Jhone Caldeira Silva
E-mail:	jhone@ufg.br

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [x] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC do trabalho de conclusão de curso.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses, dissertações ou trabalhos de conclusão de curso, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Osmar Rodrigues de Araújo

Assinatura do (a) autor (a)

Data: 30 / 07 / 2015

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Osmar Rodrigues de Araújo

Contribuições Pedagógicas do Ensino de Pontos Notáveis de um Triângulo por meio do Origami

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico
Orientador: Professora Dra. Élida Alves da Silva
Coorientador: Professor Dr. Jhone Caldeira Silva

Catalão

2015

Ficha catalográfica elaborada automaticamente
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob orientação do Sibi/UFG.

Araújo, Osmar Rodrigues de
Contribuições Pedagógicas do Ensino de Pontos Notáveis de um Triângulo por meio do Origami [manuscrito] / Osmar Rodrigues de Araújo. - 2015.
CI, 101 f.

Orientador: Profa. Dra. Élida Alves da Silva; co-orientador Dr. Jhone Caldeira Silva.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão , Catalão, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT - profissional), Catalão, 2015.
Bibliografia. Anexos.
Inclui tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Educação. 2. Ludicidade. 3. Origami. 4. Geometria. 5. Pontos Notáveis de um Triângulo. I. Silva, Élida Alves da, orient. II. Silva, Jhone Caldeira , co-orient. III. Título.

Osmar Rodrigues de Araújo

"Contribuições Pedagógicas do Ensino de Pontos Notáveis de um triângulo por meio do Origami"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 28 de Julho de 2015, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Profa. Dra. Élida Alves da Silva
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG
Presidente da Banca

Jhone Caldeira Silva

Prof. Dr. Jhone Caldeira Silva
Instituto de Matemática e Estatística – UFG
Coorientador

Profa. Dra. Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues
MAT - UnB

Prof. Dr. Paulo Roberto Bergamaschi
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

Osmar Rodrigues de Araújo graduou-se em Licenciatura Plena e Bacharelado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás em 2006.

Dedico este trabalho a minha familia cujo apoio e paciência foram fundamentais. Mesmo às vezes, não entendendo, sempre acreditaram na importância do meu estudo. Em especial ao meu enteado Zé Junior, que soube entender as ausências durante momentos importantes.

Agradecimentos

À Deus por ter me dado forças para superar as dificuldades quando achei que não seria possível superar.

A minha orientadora professora Dra. Élida que me ensinou a ser um pesquisador.

Ao meu coorientador professor Dr. Jhone que me auxiliou nas correções necessárias, enriquecendo ainda mais o meu trabalho.

Aos professores e tutores, pelos esforços que sempre fizeram para garantir aulas de qualidade com grandes discussões, as quais foram imprescidíveis para minha formação.

Aos amigos mestrandos, pela troca de experiência e pelas incansáveis horas de estudo durante a preparação para o exame de qualificação que contribuíram e foram fundamentais para minha formação.

Aos alunos que participaram dessa pesquisa, pela colaboração e paciência. Ao Hermes, diretor da escola, que disponibilizou todos os recursos da escola para realização deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior(CAPES), pelo apoio financeiro.

A todos que de alguma maneira contribuíram para realização deste trabalho.

Obrigado!

Resumo

Este trabalho tem como objetivo central estudar as implicações pedagógicas do uso do origami no processo de ensino e aprendizagem de pontos notáveis de um triângulo. Utilizamos uma abordagem qualitativa, a partir de pesquisa bibliográfica e experimento didático. Durante o estudo relatado, a questão norteadora foi "Quais as contribuições pedagógicas do ensino da geometria por meio do origami para a compreensão de conceitos geométricos tais como pontos notáveis de um triângulo?". Como principais referências bibliográficas estão Aschenbach, Fazenda e Elias (1997), Cedro e Moura (2010), D'Ambrósio (1996) assim como alguns documentos do Ministério da Educação que tratam de assuntos destacados nesse trabalho. O experimento didático foi realizado com uma turma de 8º ano de uma escola estadual de Goiás, localizada na cidade de Aparecida de Goiânia. A turma era composta por 35 alunos e a pesquisa foi realizada nos meses de fevereiro e março de 2015. A partir das análises das produções dos participantes da pesquisa, das filmagens e das observações feitas pelo pesquisador, é possível perceber que o uso do origami se apresenta como um recurso pedagógico que possibilita o favorecimento do processo de aprendizagem de pontos notáveis de um triângulo. No entanto, durante a execução da pesquisa tornou-se perceptível o quanto é complexo trabalhar o lúdico no desenvolvimento de um conteúdo, planejar as atividades com objetivos claros e metodologia adequada para o nível da turma além de conduzir atividades que são desafiadoras para os alunos.

Palavras-chave

Educação. Ludicidade. Origami. Geometria. Pontos Notáveis de um Triângulo.

Abstract

This work aims mainly to study the pedagogical implications of the use of origami to the process of teaching and learning the notable points of a triangle. For this reason, a qualitative approach was used based on bibliographic research and didactic experiment. A guiding question oriented this work: what are the educational contributions of teaching geometry through origami to understand geometric concepts such as notable points of a triangle? The main bibliographic references are Aschenbach, Fazenda and Elias (1997), Cedro and Moura (2010), D'Ambrósio (1996), as well as documents from Ministry of Education related to the issues highlighted here. The didactic experiment was applied to 35 students of an 8th grade class of a public school in Aparecida de Goiânia, Goiás, Brazil, in February and March, 2015. The analyses of the participants output, the footages and the researcher observations showed that origami is a pedagogical resource that enhances the process of learning the notable points of a triangle. It became noticeable, however, during the execution of the research, how complex is to work with playful in the development of a subject and to plan activities with clear objectives and a methodology appropriate to the level of the students, besides conducting activities that are challenging for them.

Keywords

Education. Playfulness. Origami. Geometry. Notable Points of a Triangle.

Lista de Figuras

1 Tangram: Quebra-Cabeça Chinês 25
2 Dominó de Formas Geométricas Planas e não Planas 25
3 Sólido Geométrico com Palito de Espetinho e Jujuba 26
4 Símbolos dos caracteres da palavra origami 27
5 Dobra em montanha e dobra em vale 29
6 Axioma 1 33
7 Axioma 2 33
8 Axioma 3 33
9 Axioma 3.1 33
10 Axioma 4 34
11 Axioma 5 34
12 Axioma 6 34
13 Axioma 7 35
14 Conceitos Primitivos 35
15 Segmento de reta 36
16 Semirreta 36
17 Ponto médio de um segmento de reta 36
18 Ângulo $A\hat{O}B$ 37
19 Bissetriz de um Ângulo 37
20 Retas Concorrentes 38
21 Retas Paralelas 38
22 Retas Perpendiculares 38
23 Mediatriz de um Segmento de Reta 39
24 Triângulo 39
25 Mediana de um Triângulo 40
26 Bissetriz interna de um Triângulo 40
27 Representação da Altura Interna ao Triângulo 40
28 Representação da Altura Externa ao Triângulo 40
29 m_1 é a mediatriz do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{AB}$ 41
30 Baricentro do Triângulo ABC 41
31 Circuncentro do Triângulo ABC 41
32 Ortocentro do Triângulo ABC 42
33 Incentro do Triângulo ABC 42

34 Questão 01 do Questionário 2 51
35 Registro do aluno A13 no Questionário 2 51
36 Triângulo utilizado em Questionário 2 51
37 Registro do aluno A24 na questão 02 do Questionário 2 52
38 Questão 03 do Questionário 02 53
39 Registro do aluno A13 na Questão 3 do Questionário 02 53
40 Construção do aluno A2 na Atividade 1 55
41 Registro do aluno A2 na Atividade 1 56
42 Construção do aluno A21 na Atividade 2 57
43 Registro do aluno A21 na Atividade 2 57
44 Construção do aluno A11 na Atividade 3 58
45 Registro do aluno A11 na Atividade 3 59
46 Construção do aluno A17 na Atividade 4 60
47 Construção do aluno A1 na Atividade 4 61
48 Registro do aluno A21 na Atividade 5 63
49 Construção do aluno A21 na Atividade 5 63
50 Construção do aluno A31 na Atividade 6 65
51 Registro do aluno A2 no Questionário 2 65
52 Registro do aluno A2 na Atividade 6 66
53 Registro do aluno A27 no Questionário 3 66
54 Construção do aluno A12 no Questionário 3 67
55 Questão 01 do Questionário 4 68
56 Registro do aluno A2 no Questionário 4: Questão 01 69
57 Registro do aluno A2 no Questionário 4: Questão 03 70
58 Registro do aluno A24 no Questionário 4: Questão 02 71
59 Registro do aluno A13 no Questionário 4: Questão 05 e 06 72
60 Registro do aluno A13 no Questionário 2: Questão 05 72

Sumário

Introdução **16**

1 O Lúdico nas Aulas de Geometria **22**

2 O Origami e a Geometria **27**

2.1 Origami: Breve Histórico 27
2.2 Origami: Contribuições Pedagógicas na Geometria 30
2.3 Os Axiomas de Huzita-Hatori 32
2.4 Conceitos Elementares de Geometria Euclidiana Plana 35
2.4.1 Noções Primitivas 35
2.4.2 Definições 36

3 Experimento Didático **43**

4 Métodos, Procedimentos e Análises **48**

4.1 Métodos e Procedimentos 48
4.2 Análise dos Questionários 1 e 2 49
4.3 Análise das Atividades 55
4.4 Análise do Questionário 4 67
4.5 O Questionário 5 74

Considerações Finais **75**

Referências **78**

Anexo 1 **81**

Anexo 2 **82**

Anexo 3 **85**

Anexo 4 **96**

Anexo 5 **98**

Anexo 6 **101**

Introdução

A geometria é uma das ciências mais antigas na história da humanidade. Surgiu da necessidade do ser humano de medir e demarcar espaços de terra. Aparece em diversos documentos oficiais como área do conhecimento de extrema importância para a construção de conceitos matemáticos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997, p. 127), "o pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização (...). Por meio da observação e da experimentação os alunos começam a discernir as características de uma figura, e usar as propriedades para conceituar classes e formas".

Diante disso, percebe-se a importância do uso de metodologias diversificadas para garantir um processo de aprendizagem mais prazeroso e significativo para os alunos.

Com o intuito de explorar o concreto como alternativa para o ensino de geometria plana, esse trabalho tem como questão norteadora "Quais as contribuições pedagógicas do ensino da geometria por meio do origami para a compreensão de conceitos geométricos tais como ponto notáveis de um triângulo?". Esse tema foi escolhido a partir da dificuldade encontrada pelo professor pesquisador, em sala de aula, desde o início de suas atividades como docente, em trabalhar pontos notáveis de um triângulo tendo como suporte apenas o livro didático, bem como na constatação da necessidade de buscar metodologias que despertem o interesse dos alunos.

Atualmente, o acesso às tecnologias e às informações está cada vez mais difundido. Neste contexto, despertar o interesse dos alunos do ensino básico dentro da sala de aula é cada vez mais difícil. Assim, está se tornando indispensável que todo docente desenvolva metodologias de ensino diferentes e tenha consciência do impacto de sua atuação. Conforme D'Ambrósio (1996, p. 85)

> Educação é um ato político. Se algum professor julga que sua ação é politicamente neutra, não entendeu nada de sua profissão. Tudo que fazemos, o nosso comportamento, as nossas opiniões e atitudes são registrados e gravados pelos alunos e entrarão naquele caldeirão que fará a sopa de sua consciência.

O desenvolvimento de metologias diferenciadas exige que os docentes se envolvam em procedimentos de formação continuada. Romanowski (2007, p. 138) destaca, em seu livro, a importância da formação continuada na prática de um professor quando diz:

> A formação continuada é uma exigência para os tempos atuais. Desse modo, pode-se afirmar que a formação docente acontece em continuum, iniciada com a escolarização básica, que depois se complementa nos cursos de formação inicial, com instrumentalização do professor para agir na prática social, para atuar no mundo e mercado de trabalho; continua ao longo da carreira do professor pela reflexão constante sobre a prática, continuidade de estudos em cursos, programas e projetos.

Ademais, a formação continuada favorece a renovação da prática docente. Conforme destaca D'Ambrósio (1996, p.105) "recomenda-se que nenhum profissional deve fazer a mesma coisa por mais de quatro ou cinco anos. A aparente aquisição de uma rotina de execução conduz à falta de criatividade e consequentemente à ineficiência".

Sabendo que a prática mais comum no ensino de geometria, bem como na maioria das disciplinas é a aula expositiva dialogada, através de definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguido de lista de exercícios para fixar a explicação, a metodologia se torna apenas uma reprodução e não garante a aprendizagem de todos os alunos. Isso pode ser claramente visto nas avaliações educacionais nacionais e internacionais. Um exemplo dessa ineficiência do ensino de Matemática no Brasil é a tabela do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos), a qual mostra os resultados da avaliação feita pelo programa em diversos países em 2006. Conforme destacado no documento do Ideb, que mostra os resultados nacionais do PISA em 2006, as competências esperadas em matemática,

> abrangem desde a realização de operações básicas até o raciocínio e as descobertas matemáticas. Requer o conhecimento e a aplicação de uma variedade de conteúdos matemáticos extraídos de áreas como: estimativa, mudança e crescimento, espaço e forma, raciocínio quantitativo, incerteza, dependências e relações. (BRASIL, 2008, p. 34).

Essas competências são chamadas letramento matemático, ou seja, o aluno deve ter a capacidade de compreender conceitos científicos e ter a capacidade de aplicá-los sob uma perspectiva científica no seu meio social, cultural e intelectual. A tabela a seguir mostra a média de proficiência dos alunos brasileiros na faixa de 15 anos de idade em Matemática.

Países	Média	Erro x	σ	Erro σ	Limite inf	Limite Sup
China/Taipei*	549	4,1	103,1	2,2	541,3	557,4
Finlândia	548	2,3	80,9	1	543,9	552,9

China/Hong Kong*	547	2,7	93,4	2,4	542,2	552,7
Coreia	547	3,8	92,6	3,1	540,1	554,8
Holanda	531	2,6	88,6	2,2	525,6	535,7
Suíça	530	3,2	97,4	1,6	523,5	535,8
Canadá	527	2	85,8	1,1	523,2	530,9
China/Macau*	525	1,3	84,3	0,9	522,4	527,6
Liechtenstein	525	4,2	92,7	3,2	516,7	533,2
Japão	523	3,3	91	2,1	516,6	529,7
Nova Zelândia	522	2,4	93,3	1,2	517,3	526,7
Bélgica	520	3	106,1	3,3	514,6	526,1
Austrália	520	2,2	88	1,1	515,5	524,3
Estônia*	515	2,7	80,4	1,5	509,2	520
Dinamarca	513	2,6	84,8	1,5	507,9	518,2
República Tcheca	510	3,6	103,2	2,1	502,9	516,8
Islândia	506	1,8	88	1,1	502	509,1
Áustria	505	3,7	98,1	2,3	498,2	512,8
Eslovênia*	504	1	89,4	0,9	502,4	506,5
Alemanha	504	3,9	99,1	2,6	496,2	511,4
Suécia	502	2,4	89,7	1,4	497,6	507,1
Irlanda	501	2,8	82	1,5	496	506,9
França	496	3,2	95,6	2	489,3	501,8
Reino Unido	495	2,1	88,9	1,3	491,2	499,6
Polônia	495	2,4	86,5	1,2	490,6	500,2
Eslováquia	492	2,8	94,5	2,5	486,6	497,6
Hungria	491	2,9	91	2	485,3	496,6
Luxemburgo	490	1,1	93,4	1	487,9	492,1
Noruega	490	2,6	91,6	1,4	484,7	495

Lituânia*	486	2,9	89,8	1,8	480,7	492,2
Letônia*	486	3	82,8	1,6	480,2	492,1
OCDE*	484	1,2	98,2	0,7	481,4	485,9
Espanha	480	2,3	88,9	1,1	475,4	484,5
Azerbajão*	476	2,3	48	1,7	471,6	480,4
Rússia*	476	3,9	89,5	1,7	468,1	483,3
Estados Unidos	474	4	89,7	1,9	466,5	482,2
Croácia*	467	2,4	83,3	1,5	462,6	471,9
Portugal	466	3,1	90,7	2	460,1	472,2
Itália	462	2,3	95,8	1,7	457,2	466,2
Grécia	459	3	92,3	2,4	453,4	465
Israel*	442	4,3	107,4	3,3	433,3	450,4
Sérvia*	435	3,5	91,7	1,8	428,5	442,3
Uruguai*	427	2,6	99,2	1,8	421,7	431,9
Turquia	424	4,9	93,2	4,3	414,3	433,5
Tailândia*	417	2,3	81,4	1,6	412,5	421,7
Romênia*	415	4,2	84	2,9	406,5	423
Bulgária*	413	6,1	101,1	3,6	401,4	425,5
Chile*	411	4,6	87,4	2,2	402,4	420,3
México	406	2,9	85,3	2,2	399,9	411,4
Montenegro*	399	1,4	85	1	396,6	402
Indonésia*	391	5,6	80	3,2	380	402
Jordânia*	384	3,3	83,7	2	377,6	390,5
Argentina*	381	6,2	101,1	3,5	369	393,5
Colômbia*	370	3,8	88	2,5	362,6	377,4
Brasil*	370	2,9	92	2,7	363,8	375,3
Tunísia*	365	4	91,9	2,3	357,7	373,2

Catar*	318	1	90,8	0,8	316	320
Quirguistão	311	3,4	87	2,1	303,9	317,3

Tabela 1: Médias e desvio padrão, por país, em Matemática

Fonte: OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico).

*País participante que não é membro da OCDE.

É possível perceber, ao analisar a tabela anterior, que o Brasil tem a 4ª pior média em relação aos países avaliados. Esses dados demonstram uma realidade educacional, que é o reflexo de como a educação é conduzida no Brasil visando, na maioria das vezes a quantidade e não a qualidade. Onde fatores como os baixos salários que desestimulam e acabam obrigando o professor a assumir uma carga horária muito alta para conseguir suprir minimamente as necessidades da família, a falta de estrutura das escolas públicas, falta de matériais pedagógicos, falta de laboratórios e apoio das famílias no acompanhamento do estudo dos alunos também influenciam negativamento o processo de ensino e aprendizagem formal. Mesmo sabendo das dificuldades enfrentadas, a fim de influenciar na alteração dessa realidade, os docentes devem ter uma postura que auxilie a formação de cidadãos conscientes que valorizem a educação, o que pode ser alcançado incentivando os alunos a serem ativos na construção de seus conhecimentos.

Essa realidade nos causa inquietação, e das reflexões vivenciadas a partir dessa inquietação surgiu a ideia de trabalhar os conteúdos selecionados de forma mais concreta, possibilitando aos alunos vivenciar na prática os conceitos geométricos. O origami é uma atividade lúdica, que possibilita ao aluno estudar os conceitos geométricos de maneira criativa e agradável. Além disso, através do origami o aluno tem a possibilidade de construir novos conhecimentos, ampliar seu processo de aprendizagem Matemática, bem como construir novas habilidades e competências. Segundo Soares (2008, p. 26) cabe ao professor,

> Buscar alternativas que realmente alcancem o aluno contemporâneo. Algo que realmente seja aberto aos interesses dos alunos, desenvolvendo sua energia potencial de aprendizado, já que em primeira instância, não se conhece ninguém que não goste de brincar e jogar.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa foi utilizada uma abordagem qualitativa, com pesquisa bibliográfica e experimento didático. Para D'Ambrósio (1996, p.103) a pesquisa com abordagem qualitativa "é focalizada no indivíduo, com toda sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural". Além disso, Cedro e Moura (2010, p. 59) destacam que “o experimento didático é um método de investigação psicológico e pedagógico que permite estudar a essência das relações internas entre os diferentes procedimentos da educação e do ensino e o correspondente caráter de desenvolvimento psíquico do sujeito”. Neste sentido, considerando o aluno como centro do processo de ensino e aprendizagem, essa abordagem é de extrema importância para análise e entendimento de seu desenvolvimento como indivíduo para embasar a organização ou reorganização de propostas de intervenção didática.

A estruturação desse trabalho deu-se em quatro capítulos. O primeiro capítulo traz uma discussão sobre a importância do lúdico nas aulas de geometria como forma de contribuir para o sucesso no processo de ensino e aprendizagem. O segundo capítulo apresenta um breve histórico do origami, bem como sua introdução no Brasil e discute-se as possíveis contribuições pedagógicas do origami nas aulas de geometria, apresentando-o como facilitador do processo de ensino e aprendizagem, pois é uma forma mais concreta dos alunos entenderem os conceitos geométricos, além do que, trabalhar com dobraduras de papel faz parte do cotidiano dos alunos.

No terceiro capítulo é relatada a experiência concreta com os alunos, o capítulo é dedicado ao experimento didático. Foram realizadas atividades práticas com dobradura no estudo de pontos notáveis de um triângulo e aplicados questionários.

No quarto capítulo, é feita uma análise sobre os resultados obtidos durante o experimento didático. Essa análise teve como suporte o registro dos alunos nas atividades, os questionários respondidos em sala de aula e as gravações feitas pelo pesquisador.

No decorrer do trabalho aparecem figuras que mostram as construções com origami. Todas elas foram diagramadas com um *software* chamado “Inkscape” (Sanches, 2012).

1 O Lúdico nas Aulas de Geometria

Desde pequenas, as crianças envolvem-se em diversas brincadeiras. Quando a criança começa a frequentar a escola, surgem o compromisso, as responsabilidades e a cobrança por partes dos pais e dos professores, exigindo que ela aprenda a ler, escrever e realizar operações matemáticas. Com o passar dos anos, as responsabilidades das pessoas tendem a aumentar, principalmente durante a vida escolar. Porém, antes de começar a estudar, as crianças estavam apenas acostumadas a brincar. E, algumas delas, quando entram na escola, sentem que o direito de brincar lhes foi tirado.

As atividades lúdicas são inerentes aos seres humanos, neste sentido, situações que propiciam a utilização do lúdico favorecem o aprendizado e subsidiam o professor no processo de ensino e aprendizagem de qualquer disciplina, em particular de geometria. Pois, quando o aprendizado acontece de forma lúdica gera no aluno prazer e interesse pelo conteúdo estudado. É uma maneira de fazer com que o aluno se interesse mais pelo conteúdo e se envolva na atividade. Segundo Soares (2008, p. 13)

> Quando se propõe jogos e atividades lúdicas, propõe-se uma forma de divertimento junto com a aprendizagem, para também quebrar aquela formalidade entre alunos e professores além de socializá-los e fazê-los construir conjuntamente o ensino.

No entanto, uma atividade lúdica que favoreça o processo de construção do conhecimento do aluno, não pode ser conduzida de forma descontextualizada. A atividade lúdica, além de permitir que o aluno vivencie concretamente o conteúdo, deve ser bem planejada pelo professor que, por sua vez, precisa ter seus objetivos bem traçados, a fim de que a atividade não perca sua contribuição pedagógica tornando-se apenas uma brincadeira.

O origami, é uma atividade pedagógica lúdica porque permite ao aluno vivenciar no concreto um conteúdo que, muitas vezes, causa certo receio. Sabemos que a Matemática é encarada, por muitas pessoas, como uma disciplina que a maioria dos alunos não aprende e não gosta. Trabalhar com o origami é uma forma de desmistificar essa crença e mostrar que o aluno pode aprender geometria de maneira agradável. Para Ibraim e Barreto (2013, p. 2),

> As técnicas de origami permitem o trabalho com formas variadas e a identificação de seus elementos e propriedades. (...). Para se conseguir fazer um determinado origami é necessário realizar uma sequência de dobras e isso auxilia também na memória e na concentração.

Vila e Callejo (2006, p. 44) destacam que "as crenças são uma forma de conhecimento pessoal e subjetivo, que está mais profunda e fortemente arraigado que uma opinião". Nesta perspectiva, muitas vezes, o aluno já chega à escola com receio de uma dada disciplina por já ter ouvido falar que é impossível aprendê-la. Desconstruir essa crença é de extrema importância, pois pode atrapalhar a aprendizagem do aluno.

A proposta executada pelo pesquisador tem, como um dos objetivos, motivar os alunos a aprender geometria de forma efetiva, prazerosa e lúdica, através do trabalho com o origami. Também visa apresentar uma forma de diversificar a atuação do professor que, muitas vezes, fica preso às aulas expositivas. Pois, segundo Freire (1982, p. 38) por meio da utilização exclusiva de aulas expositivas, "... O educando recebe passivamente os conhecimentos, tornando-se um depósito do educador. (...). Mas a experiência revela que com este mesmo sistema só se formam indivíduos medíocres, porque não há estímulo para a criação".

Pensando que os alunos trazem uma bagagem de ludicidade do seu meio social desde a infância, as atividades lúdicas exercem um papel fundamental para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que necessita ser valorizado nas atividades infantis. Além disso, devemos considerar, durante a realização das mesmas, a diversificação de alternativas ao se usar um mesmo objeto. Na brincadeira, as pessoas experimentam o mundo real de uma forma imaginária e dão diversos significados aos objetos e fantasia que criam. Nesse sentido, Mozzer e Borges (2008, p. 310) destacam que,

> Quando se iniciam os jogos de faz-de-conta ou jogos de papéis, há um novo e importante processo psicológico para a criança, o processo de imaginação e fantasia, que lhe permite desprender-se das restrições impostas pelo ambiente imediato.

É importante observar que as atividades lúdicas não estão presentes somente durante a infância, levamos essa bagagem lúdica durante toda a nossa vida. Na escola, os alunos, independentemente da idade, buscam no recreio uma forma de divertimento, com brincadeiras, jogos ou qualquer outra coisa que lhes traga divertimento. Neste sentido, o professor precisa proporcionar divertimento também em suas aulas, como forma de envolver os alunos no processo de aprendizagem. Para D'Ambrósio (1996, p. 119) "o acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizado, muito maior capacidade de enfrentar situações e de resolver problemas novos".

Na realidade mundial que vivemos hoje, é inviável continuar somente com os métodos tradicionais de educação. Os alunos têm acesso a várias informações e de maneira muito rápida. Uma aula que não lhes traga nenhum tipo de interesse, certamente será ignorada e a aprendizagem não acontecerá. D'Ambrósio (1996) destaca "O professor que utiliza de diversos recursos metodológicos e que deixa para traz o falatório tradicional garante uma aprendizagem por excelência".

Como o aluno, geralmente, já está acostumado a uma aula tradicional em que somente o professor fala e a ele cabe somente escutar e resolver os exercícios propostos, o uso do origami na aula de geometria, bem como de outros recursos metodológicos que envolvam a participação do aluno na construção do conhecimento, fazem com que ele passe a acreditar que é possível aprender conceitos de matemática de maneira agradável. Para Santos e Jesus (2010, p. 4) "O educador deve oferecer formas didáticas diferenciadas, como atividades lúdicas para que o aluno sinta o desejo de pensar". O aluno pode não apresentar predisposição para gostar de uma disciplina e por isso não se interessar por ela, daí, a necessidade de programar atividades lúdicas na escola.

Até o momento, somente o origami foi citado como exemplo de atividade lúdica a ser utilizada nas aulas de geometria. Contudo, existem diversas atividades que podem promover momentos de aprendizagem mais agradáveis aos alunos. A seguir, serão apresentados, sem maior aprofundamento, alguns exemplos de atividades lúdicas que podem ser desenvolvidadas nas aulas de geometria. No entanto, essas atividades só permitirão a construção do conhecimento se antes de serem desenvolvidas em sala de aula, forem planejadas e com objetivos estabelecidos.

O Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças oriundas de um quadrado (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Com essas peças podemos formar várias figuras, utilizando todas elas sem sobrepô-las. É uma atividade lúdica, por meio da qual podemos trabalhar identificação, comparação, descrição, desenho de formas geométricas planas, visualização e representação de figuras planas, decomposição e composição de figuras, propriedades das figuras geométricas planas, noções de áreas entre outros.

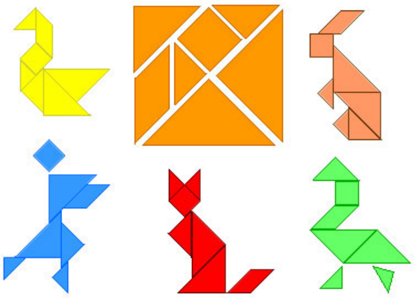


Figura 1: Tangram: Quebra-Cabeça Chinês
Fonte: http://www.escolovar.org/mat_tangram.htm

Outra atividade que pode ser utilizada é o dominó das formas geométricas. Por meio dele pode-se trabalhar a percepção de formas geométricas, com o objetivo de exploração e observação, bem como suas características. Ademais, as interações estabelecidas durante o jogo permitem momentos de comunicação e de construção de regras, definições, deduções e de uma relação de respeito mútuo.

Figura 2: Dominó de Formas Geométricas Planas e não Planas
Fonte: http://web.mit.edu/lavin/www/origami/2003-library-exhibit/about.shtml

Mais um exemplo de atividade que pode tornar o processo de ensino e aprendizagem mais significativo é a construção de sólidos geométricos com palitos e jujubas. Por meio dessa atividade pode-se abordar a classificação de figuras tridimensionais e identificar componentes e propriedades de cada sólido, por exemplo, em um poliedro, evidenciar o lado, as arestas, os vértices e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas.

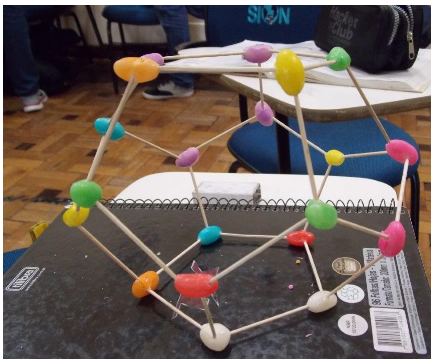


Figura 3: Sólido Geométrico com Palito de Espetinho e Jujuba
Fonte: http://sioncuritiba.com.br/noticiasbatel/alunos-do-ensino-medio-participam-de-aula-ludica-de-matematica/

Enfim, a motivação para se dedicar a qualquer tipo de atividade se dá a partir do interesse que cada pessoa tem por algo. Nesse sentido, o aluno só se interessará pelo conteúdo ou disciplina que lhe for agradável e que faça com que ele se sinta parte integrante do seu processo de construção do conhecimento. O professor certamente não enfrentará dificuldades em encontrar atividades utilizando materiais lúdicos para explorar conceitos e propriedades geométricas. Fica o convite à pesquisa e à descoberta dessas ferramentas tão interessantes. Por exemplo veja: Ananias (2010), O origami no ensino de geometria; Ibraim e Barreto (2013), O uso de Dobraduras e origami no ensino da geometria Plana; Cruz e Gonschorowski (sd), O origami como ferramenta de apoio ao ensino de geometria; Vieira (2012), A arte do origami no ensino de geometria: Um estudo de caso no projovem adolescente; Ueno (2003), Do origami tradicional ao origami arquitetônico: uma trajetória histórica e técnica do artesanato oriental em papel e suas aplicações no design contemporâneo; Leroy (2010), Aprendendo geometria com origami; Rancan (2011), Origami e Tecnologia: Investigando possibilidades para ensinar geometria no ensino fundamental.

2 O Origami e a Geometria

2.1 Origami: Breve Histórico

O origami é uma arte milenar de dobrar papel de origem japonesa. A palavra origami deriva de "Oru"(dobrar) + "Kami"(papel).

Figura 4: Símbolos dos caracteres da palavra origami
Fonte: http://web.mit.edu/lavin/www/origami/2003-library-exhibit/about.shtml

Sabendo que a palavra origami significa a arte de dobrar papel, a sua história está relacionada à história do papel. O papel foi inventado na China, há aproximadamente dois milênios, por Ts' ai Lun, um oficial da corte. Foi inventado, possivelmente, a partir da mistura de água com retalhos de seda, cascas de madeiras das árvores e rede de pesca a fim de substituir a seda, que era utilizada à época, para escrever. Os chineses mantiveram o segredo da fórmula de fazer papel durante cinco séculos.

Há indícios de que o origami surgiu na China, apesar de o Japão ser considerado o berço desta arte. Depois chegou ao Japão, país onde o origami se desenvolveu do modo como se conhece nos dias de hoje; já os árabes, aprenderam a arte de dobrar papel com alguns chineses, prisioneiros de guerra. Somente no século VII, o origami chegou à Europa.

Prieto (2002 apud Rafael 2011, p. 17) divide a história do origami em três períodos, que serão citados a seguir. Ueno (2003) também destaca em seu trabalho essa divisão histórica do origami.

> a) O período Heian (794-1185) onde o origami era entendido como um divertimento das classes mais ricas, as únicas que podiam comprar papel (...). b) O Período Muromachi (1338-1573), quando o papel se tornou um produto mais acessível e o origami começou a ser utilizado para distinguir as diversas classes sociais, conforme os adornos que as pessoas usavam (...). c) O Período Tokugawa (1603-1867), também conhecido como o período da democratização do papel, quando surgem os primeiros livros de origami (...).

Mas, nessa época ainda existia muitas barreiras para serem superadas como, por exemplo, o idioma e a linguagem do origami. Foi aí que o mestre Japonês Akira Yoshizawa, com ajuda do americano Sam Randlett, em 1956 criou uma simbologia (Sistema Yoshizawa- Randlett, 1956), para facilitar o repasse de instruções para dobrar papel e modelos, que constituem a linguagem do origami de forma que as pessoas não precisassem saber um determinado idioma. Akira Yoshizawa, de acordo com Kodansha (1983 apud Ueno 2003, p. 20),

> é considerado atualmente uma das maiores autoridades quando o assunto é origami. Nos anos 30, ele fez uma das maiores revoluções nesta arte, desenvolvendo novas formas a partir de modelos tradicionais, criando mais de 50.000 trabalhos baseados na sensibilidade da forma e na acuidade do design. A partir daí, o número de associações de origami no Japão e no mundo vem aumentando desde sua exposição na Holanda, em 1955, e também desde o envio de professores de origami para 28 países na Europa, Oceania e Sudeste da Ásia, organizado pela Fundação Japão e Ministério Japonês de Negócios Estrangeiros (Assuntos Externos).

Esse sistema é determinado por códigos formados por setas que indicam o sentido da dobra. E, as linhas pontilhadas mostram o local da dobra. O sistema Sistema Yoshizawa- Randlett traz duas formas de dobrar o papel. Uma forma chamada dobra em vale e a outra chamada de dobra em montanha (Figura 2). A seguir o exemplo das dobras em vale e em montanha.

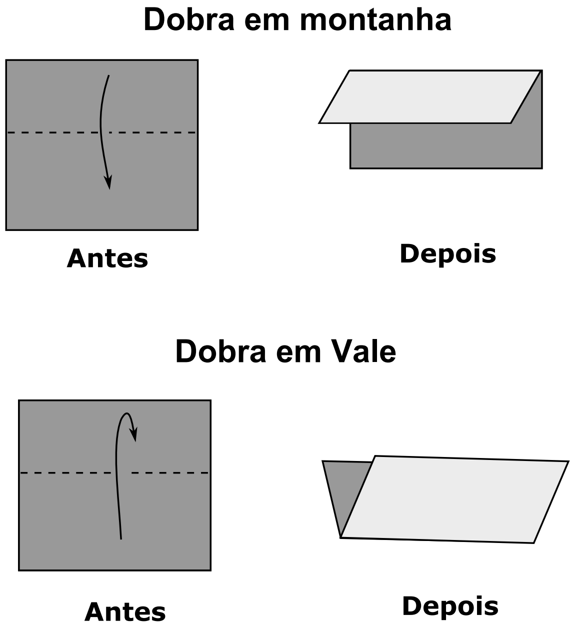


Figura 5: Dobra em montanha e dobra em vale

Aschenbach, Fazenda e Elias (1997, p. 28) relatam a chegada do origami ao Brasil. Eles destacam que "a introdução da arte da dobradura em terras brasileiras deve-se aos colonizadores portugueses, e também à chegada, durante o império, de preceptores europeus que aqui vieram orientar as crianças das famílias ricas". Pois é sabido que somente a partir da chegada dos portugueses as crianças residentes em terras brasileiras tiveram acesso à educação formal. No entanto, conforme destaca Ueno (2003, p. 21), "o Brasil começou sua aliança cultural com o Japão em 1966. Iniciou-se a partir de um curso de origami, ministrado pela professora Yachiyo Koda, considerada uma das precursoras do ensino dessa arte no país". O Brasil é um país que recebeu pessoas de todos os lugares do mundo desde sua colonização, o que propiciou uma pluralidade cultural muito grande. Aschenbach, Fazenda e Elias (1997, p. 31) destacam que:

> No Brasil fomos ainda mais beneficiados na aprendizagem do origami pela grande contribuição trazida pelos imigrantes japoneses, principalmente nos estados de São Paulo e Paraná. Essa influência se mantém viva até os dias de hoje, através, inclusive, das promoções da Aliança Cultural Brasil-Japão, que regularmente realiza cursos de origami, trazendo, até mesmo, especialistas japoneses ao nosso país.

Décadas atrás existiam poucos materiais envolvendo o uso de origami. Já nos dias de hoje, com os avanços da tecnologia, em que as publicações dos livros e de artigos na internet tornam as informações mais acessíveis, essa técnica se expandiu de forma considerável, chegando aos espaços escolares. Neste contexto, o origami, além de contribuir para melhorar o processo de produção do conhecimento, é um recurso metodológico que está presente na vida dos alunos, pois certamente, em alguma situação, o aluno já se deparou como uma dobradura na infância. Quem de nós nunca brincou com um barco ou um avião feito de papel?

2.2 Origami: Contribuições Pedagógicas na Geometria

O fato de a geometria fazer parte do cotidiano das pessoas é devido a sua aplicação em diversas áreas do conhecimento, tais como: Engenharia, Física, Química, Geografia, Astronomia entre outras. Segundo Ananias (2010, p.4 apud Houffer 1981, p.23),

> O ensino de Geometria no Ensino Fundamental e Médio deve proporcionar oportunidades para que todas as habilidades sejam desenvolvidas. O autor descreve as seguintes habilidades geométricas:
>
> - Habilidade visual - a capacidade de ver objetos e representações e de deduzir transformações. Esta habilidade proporcionará ao aluno o reconhecimento de diferentes figuras em um desenho fazendo com que ele estabeleça propriedades e informações a respeito das figuras.
> - Habilidade verbal - refere-se ao uso das palavras para designar os conceitos e as relações entre eles e podem ser desenvolvidas através da análise entre propriedades das figuras.
> - Habilidade gráfica - esta habilidade mostra que muitas vezes um desenho é muito mais importante do que uma demonstração. Para desenhar um retângulo ou um losango, o aluno deve saber medidas de segmentos, ângulo reto, mediatriz, perpendicularismo, e deve saber utilizar os instrumentos de desenho.
> - Habilidade lógica - é o ato de classificar figuras de acordo com as semelhanças e diferenças, estabelecer propriedades, incluir classes, deduzir consequências a partir de informações dadas e entender as limitações de hipóteses e teoremas.
> - Habilidade de aplicação - O estudo de geometria não deve ser reduzido a aplicações práticas, mas deve auxiliar no ensino desta disciplina para fazer o ensino significativo.

Geralmente, o processo de ensino e aprendizagem de geometria se dá por meio de memorização de conceitos, definições, propriedades e fórmulas para aplicação em situações problemas. Essa forma tradicional de ensinar geometria causa nos alunos desinteresse e certa antipatia por essa disciplina. Isso faz com que o aluno não perceba a importância e a presença da geometria no seu cotidiano. Andando na contra mão dessa forma tradicional de ensinar geometria, Rêgo, Rêgo e Gaudêncio (2003) destacam a importância de trazer para sala de aula recursos metodológicos que possibilitem aos alunos experimentarem o conteúdo de forma mais prática.

> O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Artes (2003, p.18).

As habilidades descritas por Ananias (2010, p.4 apud Houffer 1981) são baseadas no modelo de ensino e aprendizagem de geometria de Van Hiele. Essa teoria foi desenvolvida visando sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos do curso secundário na Holanda. O casal de educadores Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, idealizadores da teoria, estavam preocupados em reverter os baixos rendimentos desses alunos em geometria. Eles propuseram o desenvolvimento da aprendizagem de geometria em cinco fases. Conforme destaca Sant'Anna (2010), em cada uma dessas fases o aluno possui uma maneira de compreender e utilizar os conceitos geométricos, que são:

1. Reconhecimento: os alunos fazem o reconhecimento das formas geométricas visualmente;

2. Análise: faz a classificação das figuras geométricas conforme suas propriedades;

3. Síntese ou Abstração: faz comparação entre propriedades e percebe quando uma propriedade decorre de outra;

4. Dedução: o aluno compreende a demonstração de um teorema;

5. Rigor: o aluno consegue demonstrar e desenvolver teoremas da geometria.

É possível perceber que tanto Houffer quanto Van Hiele defendem um ensino de geometria participativo, em que o conhecimento deve partir da realidade e do conhecimento prévio dos alunos e o professor, nesse contexto, deve atuar como mediador. Ademais, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997, p. 55),

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

O processo de ensino e aprendizagem se torna significativo através da interação do aluno com o meio social em que vive. Segundo Lakomy (2008, p. 45)

> O indivíduo aprende quando consegue apreender um conteúdo e formular uma representação pessoal de um objeto da realidade. Esse processo é determinado por experiências, interesses e conhecimentos prévios que, presumivelmente, possibilitam a compreensão da novidade. Desse modo, não só modificamos o que já possuíamos, mas também interpretamos o novo de forma peculiar, para poder integrá-lo e torná-lo nosso.

Daí uma grande vantagem de trabalhar com origami na sala de aula. Além de ser um recurso pedagógico de fácil acesso e manuseio, geralmente, os alunos já tiveram contato com ele durante algum momento de sua vida, antes mesmo de entrar na escola.

Aschenbach, Fazenda e Elias (1997) destacam que, já no século XIX, Froebel(foi um pedagogo alemão com raízes na escola Pestalozzi criador dos jardins de infância), defendia um ensino sem obrigações porque o aprendizado depende dos interesses de cada um e se faz por meio da prática, considerava a dobradura um ótimo recurso didático para trabalhar com os alunos os conceitos geométricos. Foi a partir daí que o origami ficou conhecido como uma brincadeira.

As construções geométricas que conhecemos são baseadas em axiomas. Da mesma forma acontece com as construções realizadas por meio de dobraduras. Os axiomas que nos embasam para desenvolver qualquer tipo de construção com dobraduras no papel são conhecidos como axiomas de Huzita-Hatori, conforme destaca Lang (2010). Estes axiomas serão apresentados a seguir através de dobraduras em papel de forma pragmática, pois o objetivo é usar o origami no ensino de pontos notáveis de um triângulo e os axiomas servirão de base para estruturar as atividades que contribuirão para a construção do conhecimento dos alunos.

2.3 Os Axiomas de Huzita-Hatori

Axioma 1: Dados dois pontos distintos P_1 e P_2 pertencentes a um retângulo, existe apenas uma dobra que passa por eles.

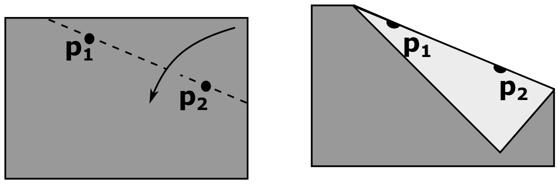


Figura 6: Axioma 1

Axioma 2: Dados dois pontos distintos P_1 e P_2 pertencentes a um retângulo, existe apenas uma dobra que coloca P_1 sobre P_2.

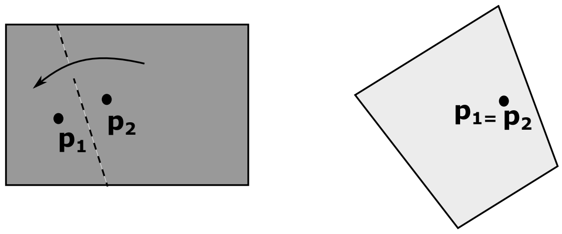


Figura 7: Axioma 2

Axioma 3: Dadas as retas r_1 e r_2 pertencentes a um retângulo, existe uma única dobra que coloca r_1 sobre r_2 .

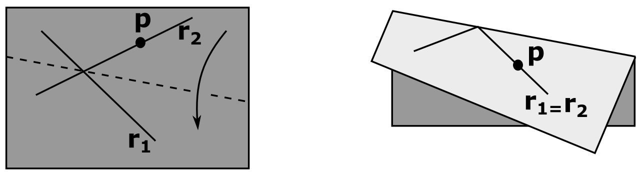


Figura 8: Axioma 3

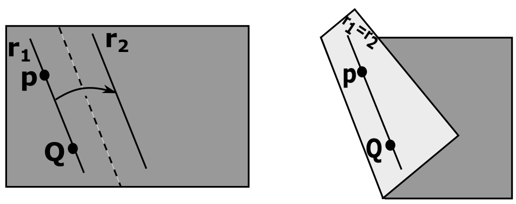


Figura 9: Axioma 3.1

Axioma 4: Dados um ponto P e uma reta r pertencentes a um retângulo, existe uma dobra única que é perpendicular a r e que passa por P.

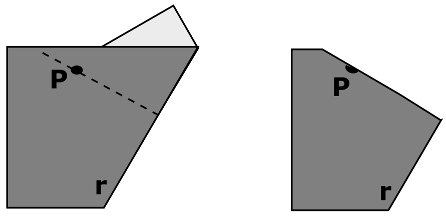


Figura 10: Axioma 4

Neste caso, a dobra passa pelo ponto P de modo que as duas partes da reta r pertencente ao retângulo formada depois da dobra fiquem sobrepostas.

Axioma 5: Dados dois pontos distintos P_1 e P_2 pertencentes a um retângulo e uma reta r também pertencente a um retângulo, existe uma dobra que coloca P_1 em r e que passa por P_2.

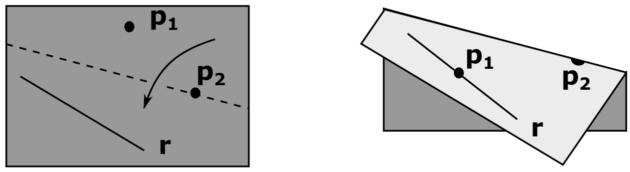


Figura 11: Axioma 5

Axioma 6: Dados dois pontos P_1 e P_2 e duas retas r_1 e r_2 pertencentes a um retângulo, existe uma dobra que coloca P_1 sobre r_1 e P_2 sobre r_2 .

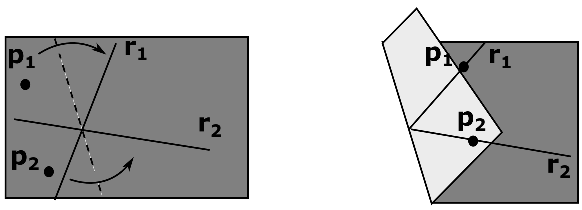


Figura 12: Axioma 6

Axioma 7: Dados um ponto P e duas retas r_1 e r_2 pertencentes a um retângulo, existe uma dobra que coloca P sobre r_1 e é perpendicular a r_2.

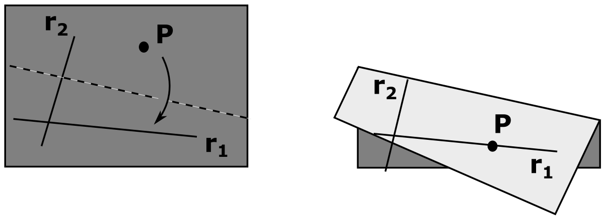


Figura 13: Axioma 7

2.4 Conceitos Elementares de Geometria Euclidiana Plana

A proposta desenvolvida para elaboração desse trabalho é ministrar o conteúdo de geometria denominado pontos notáveis de um triângulo com uso do origami, com o intuito de tornar o processo de ensino e aprendizagem mais significativo e prazeroso. Neste sentido, utilizaremos conceitos elementares de geometria, os quais abordaremos nessa seção. As informações foram obtidas na obra " Fundamentos de Matemática Elementar" dos Autores Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo (1938).

2.4.1 Noções Primitivas

As noções primitivas são adotadas sem definição.
Notação de ponto, reta e plano.

a) Com letras
Ponto - letras maiúsculas latinas: A, B,C, $\cdots$
Reta - letras minúsculas latinas: a, b, c, $\cdots$
Plano - letras gregas minúsculas: α, β, θ, $\cdots$

b) Notações Gráficas

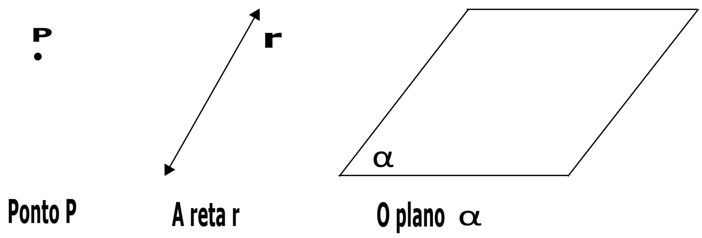


Figura 14: Conceitos Primitivos

2.4.2 Definições

Segmento de reta: Dados dois pontos A e B distintos, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um segmento de reta representado por $\overline{AB}$. onde os pontos A e B são os extremos ou extremidades do segmento.

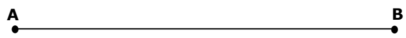


Figura 15: Segmento de reta

Semirreta: Dados dois pontos distintos A e B, a reunião do segmento de reta $\overline{AB}$ com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X é a semirreta representada por $\overrightarrow{AB}$.

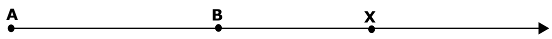


Figura 16: Semirreta

Congruência: Duas figuras geométricas (segmentos, ângulos, etc.) são congruentes, se por movimentos rígidos,[1] podemos sobrepola (notação de congruência $\equiv$).

Ponto médio de um segmento de reta: Um ponto M é ponto médio do segmento $\overline{AB}$ se, e somente se, M está entre A e B e AM $\equiv$MB.

Figura 17: Ponto médio de um segmento de reta

Ângulo: Chama-se ângulo ao conjunto composto pela reunião de duas semirretas de mesma origem, as semirretas recebem o nome de lados do ângulo e suas origens de vértice do ângulo.

[1] Movimentos que preservam a forma e o tamanho dos objetos, ou seja, rotações, reflexões, translações e movimentos rígidos dão origem a figuras ou objetos congruentes.

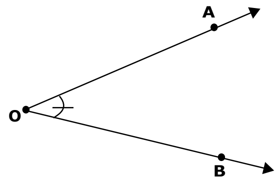


Figura 18: Ângulo $A\hat{O}B$

Ângulo nulo: É um ângulo definido por duas semirretas coincidentes. A medida da sua amplitude é 0º.

Ângulo raso: O ângulo é raso quando seus lados são semirretas opostas (possuem a mesma origem e estão contida em uma mesma reta). Um ângulo raso mede exatamente 180º.

Bissetriz de um ângulo: A bissetriz de um ângulo é uma semirreta interna ao ângulo, com origem em seu vértice e que o divide em dois ângulos congruentes. Todo ponto da bissetriz de um ângulo é equidistante aos dois lados do ângulo.[2].

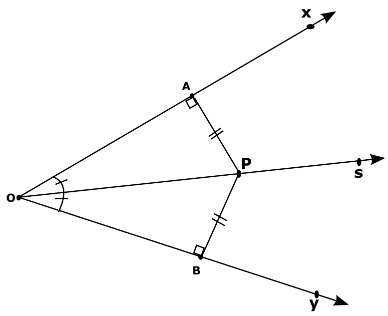


Figura 19: Bissetriz de um Ângulo

Retas concorrentes: Duas retas r e s são concorrentes se, e somente se, elas têm um único ponto P em comum. Escrevemos $r \cap s = \{P\}$.

[2]Possui a mesma distância em relação aos dois lados do ângulo, a distância entre um ponto P e uma reta r é definida como a menor dentre todas as distâncias possíveis entre P e pontos da reta r. O ponto da reta r que se situa a menor distância de P é exatamente aquele que se encontra na interseção da reta r com a que passa por P e é perpendicular à reta r.

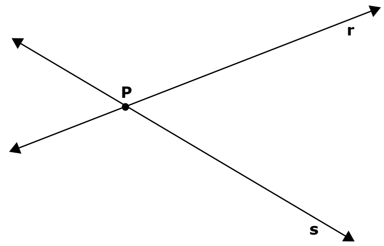


Figura 20: Retas Concorrentes

Retas paralelas: Duas retas r e s são paralelas (Notação: $r||s$) se, e somente se, são coincidentes (iguais) ou são coplanares e não possuem ponto em comum, ou seja, $r \cap s = \emptyset$.

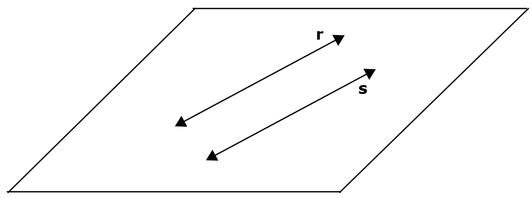


Figura 21: Retas Paralelas

Retas perpendiculares: Duas retas r_1 e r_2 são perpendiculares (Notação: $r_1 \perp r_2$) se, e somente se, são concorrentes e formam ângulos de 90 graus em sua intersecção.

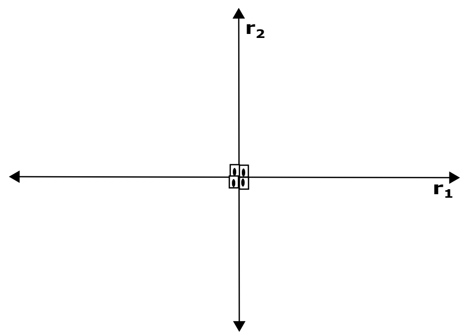


Figura 22: Retas Perpendiculares

Mediatriz de um segmento: A mediatriz de um segmento é a reta perpendicular ao segmento que passa pelo seu ponto médio.

Propriedade dos pontos da mediatriz: Todo ponto da mediatriz de um segmento é equidistante das extremidades do segmento.

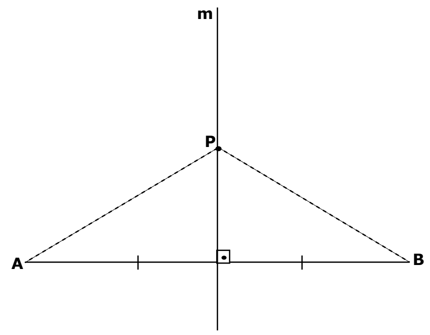


Figura 23: Mediatriz de um Segmento de Reta

Triângulo: Dados três pontos A, B e C não colineares (Três pontos que não pertencem a uma mesma reta), à reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se triângulo ABC. Notação: Triângulo ABC.

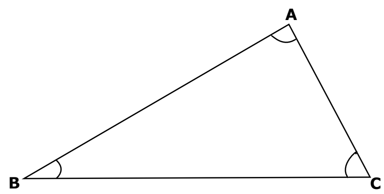


Figura 24: Triângulo

Elementos de um triângulo:

- Vértices: Os pontos A, B e C são os vértices do triânguloABC.
- Lados: Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ são os lados do triângulo ABC.
- Ângulos: $B\hat{A}C$ ou $\hat{A}$, $A\hat{B}C$ ou $\hat{B}$, $A\hat{C}B$ ou $\hat{C}$ são os ângulos internos do triânguloABC.

Além dos lados, vértices e ângulos, os triângulos apresentam outros elementos importantes, tais como mediana, bissetriz interna, altura e mediatriz. Os pontos de intersecção das medianas, das bissetrizes internas, das alturas e das mediatrizes são denominados, respectivamente, de baricentro, incentro, ortocentro e circuncentro. Estes pontos são chamados de pontos notáveis do triângulo.

Mediana de um triângulo: Mediana de um triângulo é um segmento com extremidades num vértice e no ponto médio do lado oposto a este vértice.

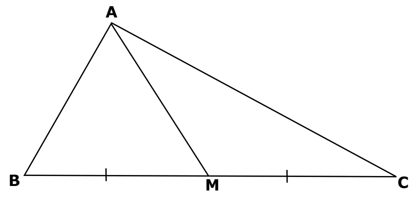


Figura 25: Mediana de um Triângulo

Bissetriz interna de um triângulo: Bissetriz interna de um triângulo é o segmento, com extremidades num vértice e no lado oposto a este vértice, que divide o ângulo desse vértice em dois ângulos congruentes.

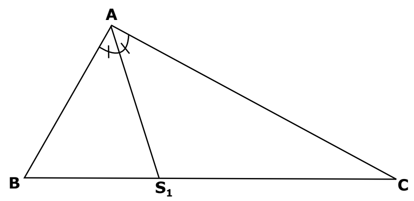


Figura 26: Bissetriz interna de um Triângulo

Altura de um triângulo: A altura de um triângulo é o segmento de reta com extremidades em um dos vértices e na interseção entre a reta r que contém o lado oposto a este vértice e a reta perpendicular à esta reta r e que passa por este vértice.

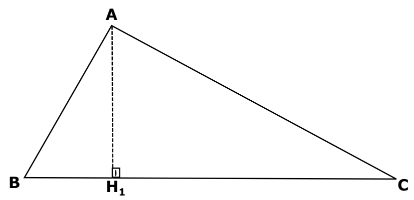


Figura 27: Representação da Altura Interna ao Triângulo

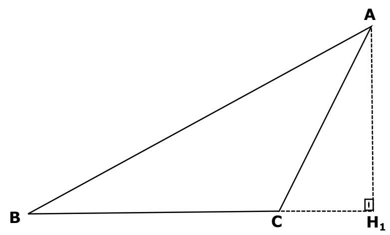


Figura 28: Representação da Altura Externa ao Triângulo

Mediatriz de um triângulo: Uma mediatriz de um triângulo é uma mediatriz relativa a um de seus lados.

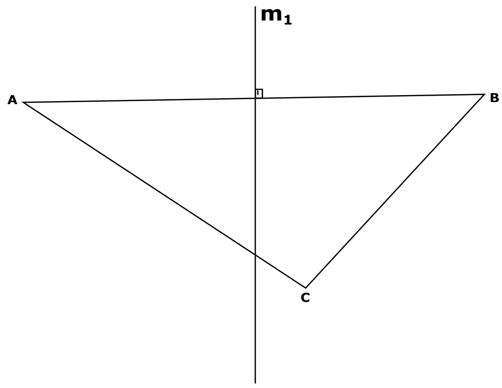


Figura 29: m_1 é a mediatriz do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{AB}$

Baricentro: As três medianas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, chamado baricentro, o qual representaremos pela letra G.

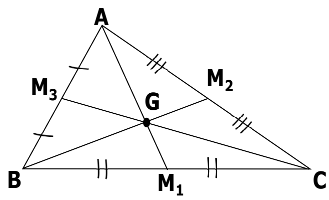


Figura 30: Baricentro do Triângulo ABC

Circuncentro: As três mediatrizes de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, que está a igual distância dos vértices do triângulo, chamado circuncentro, o qual representaremos pela letra O.

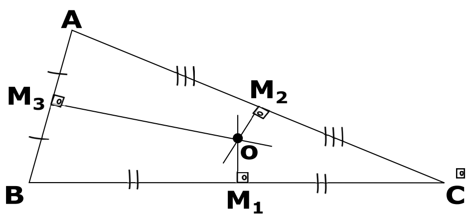


Figura 31: Circuncentro do Triângulo ABC

Ortocentro: As três retas suportes das alturas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, chamado de ortocentro, o qual representaremos pela letra H.

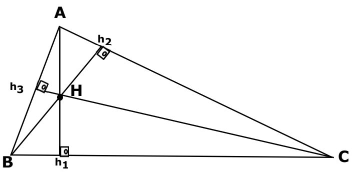


Figura 32: Ortocentro do Triângulo ABC

Incentro: As três bissetrizes de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto, chamado incentro, o qual representaremos pela letra I.

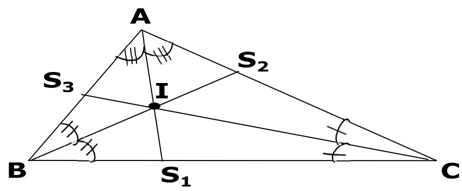


Figura 33: Incentro do Triângulo ABC

3 Experimento Didático

Para realizar o experimento didático, foi selecionada uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual localizada em Aparecida de Goiânia, Goiás. A turma é composta por 35 alunos frequentes. A faixa etária dos alunos é de 14 anos. Durante a experiência vivenciada, pelo professor pesquisador, no trabalho ao longo dos anos, tanto na rede particular quanto na pública de ensino, estão sendo encontradas inúmeras dificuldades, porém, percebe-se que na escola pública as dificuldades são maiores. Este fato influenciou na escolha de uma escola pública para realização do experimento didático como uma forma de contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem dos alunos.

Na escola, no turno vespertino, existem duas turmas de 8º ano, três turmas do 6º ano e três turmas do 7º ano. A escolha da turma foi definida por meio de uma conversa com o professor regular das turmas do 8º ano para conhecer o perfil de cada uma delas. Durante a conversa, chegamos à escolha da turma que se apresentava menos participativa e mais desinteressada. Estas características foram determinantes na escolha dos sujeitos da pesquisa, pois é uma oportunidade de contribuir para a melhoria do ensino, despertando o interesse dos alunos pela geometria e a participação deles durante as aulas.

Conforme destaca o Plano Nacional de Educação (PNE), as escolas públicas deveriam atingir a média nacional de 3,9 no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), nos anos finais do Ensino Fundamental em 2011. Consultando os resultados, a Escola campo alcançou a nota 3,2. Em 2013, a meta nacional projetada foi 4,4 e a escola obteve nota 4,3. Isso mostra como a escola progrediu de 2011 para 2013, mas ainda está abaixo da média nacional proposta pelo PNE. Mais um motivo para se procurar novos meios de fazer com que os alunos se tornem mais ativos no processo de construção do conhecimento.

Para desenvolver a pesquisa, a turma foi dividida em duplas ou em grupos maiores, conforme a necessidade de cada aula. O foco da pesquisa é a contribuição da utilização do origami no processo de ensino e aprendizagem de pontos notáveis de um triângulo, de modo a tornar esse processo mais significativo e prazeroso. Os alunos não tinham conhecimento prévio desse assunto e o intuíto era que esse lhes fosse apresentado com o uso do origami. Contudo, como etapa anterior ou em momentos de intervenção (que comentaremos) foi necessário explorar alguns conceitos elementares de geometria euclidiana plana, isso porque percebemos que alguns desses conceitos ainda não estavam internalizados pelos alunos, o que resultou na não aquisição de certas habilidades e competências exigidas para o nível de conhecimentos em que se encontravam.

Para essas finalidades, em especial, foram desenvolvidas aulas expositivas dialogadas com o uso do quadro e giz e exemplos durante as atividades desenvolvidas para revisar alguns conceitos elementares de geometria plana. A revisão inicial abordou os seguintes conteúdos:

- Ponto médio de um segmento de reta;
- Perímetro de uma figura geométrica plana;
- Ângulos e suas classificações;
- Ângulos complementares e ângulos suplementares;
- Bissetriz de um ângulo;
- Triângulos e seus elementos;
- Soma dos ângulos internos de um triângulo;
- Classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

De acordo com o documento "Currículo em Debate" (Goiás, 2007) os conceitos elementares de geometria são conteúdos trabalhados no 6º ano do Ensino Fundamental e pontos notáveis de um triângulo, no 8º ano.

Neste sentido, após a revisão inicial dos conceitos elementares necessários, trabalhamos com pontos notáveis de um triângulo utlilizando o origami como forma de melhorar o processo de construção do conhecimento dos alunos e motivá-los nas aulas de geometria. É uma forma de estimular os alunos na construção de conceitos evitando a memorização para mera reprodução sem a compreensão do real significado dos conteúdos. Na maioria das escolas, o professor fica preso ao livro didático sem recorrer a metodologias diferenciadas, o que leva o aluno a simplesmente memorizar o conteúdo. E como será evidenciado na análise dos resultados da pesquisa realizada neste trabalho, o origami é um recurso metodológico lúdico, que favorece a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem.

Os materiais necessários para a pesquisa foram disponibilizados pela escola, a saber: folha de papel A4 branco, régua, tesoura, cola e compasso. As informações sobre a intervenção foram coletadas mediante gravação de voz, registros escritos feitos pelos alunos em todas as atividades propostas, questionários e diário de campo. Todos os registros foram feitos com a anuência dos gestores, professores e responsavéis pelos alunos.

A seguir descreveremos as atividades desenvolvidas durante as aulas para pesquisa de campo, informando os objetivos.

Na Atividade 1 (anexo 3) foi abordado o conceito de mediana de um triângulo e baricentro. Com ela pretendeu-se oportunizar aos alunos identificar os pontos médios dos lados de um triângulo, construir as três medianas do mesmo, perceber que as três medianas se interceptam em um ponto chamado baricentro e constatar que o baricentro é o centro gravitacional do triângulo.

Foi fornecido a cada aluno um triângulo recortado e régua. Foram, então, orientados a fazer dobraduras de forma a marcar os pontos médios dos lados dos triângulos e, posteriormente, a mediana relativa a cada lado. Desfeitas todas as dobras, os alunos foram instruídos a observar que os vincos deixados pelas dobraduras referentes às medianas se interceptaram em um ponto, o qual é chamado de baricentro. A fim de constatar que o baricentro é o centro de gravidade do triângulo, os alunos foram orientados a equilibrar o triângulo com o dedo indicador e verificar que o triângulo não se inclina.

Na Atividade 2 foi abordada uma propriedade do baricentro. Com ela pretendeu-se reforçar a atividade anterior, reconhecer que o baricentro sempre divide cada uma das medianas na razão $2:1$ e constatar que a parte da mediana que contém o vértice é o dobro da outra.

Foi fornecido a cada aluno um triângulo recortado e régua. Foram, então, orientados a fazerem novamente as dobraduras realizadas na atividade anterior até encontrar o baricentro. Depois foi solicitado a fazerem uma dobra de maneira que um dos vértices coincidisse com o baricentro e marcassem o ponto onde a mediana encontra com a dobra. Em seguida, foram instruidos a fazer outra dobra de modo que a mesma passasse pelo baricentro e verificar que o ponto marcado anteriormente coincide com o ponto médio do lado oposto a esse vértice. Com isso, visualisaram as dobras e perceberam a propriedade do baricentro citada.

Na Atividade 3 foi trabalhada uma propriedade da mediana no triângulo retângulo. Foi fornecido a cada aluno um triângulo retângulo recortado e régua. Os alunos foram orientados a fazer passos idênticos aos da Atividade 1, identificar a mediana relativa à hipotenusa. Foram, então, instruídos a fazer uma dobra de forma que os vértices de um dos catetos com a hipotenusa coincidissem com o vértice oposto a hipotenusa.

Depois, foram orientados de forma a reconhecer que o comprimento da mediana relativa à hipotenusa é igual a metade do comprimento da hipotenusa.

Na Atividade 4 foi abordado o conceito de mediatriz de um triângulo e circuncentro. Essa atividade teve como objetivo que os alunos construissem as três mediatrizes do triângulo e percebessem que elas se interceptam em um ponto chamado cirncuncentro. Essa atividade foi divida em três casos de acordo com a classificação de triângulos quanto aos ângulos.

Foi fornecido a cada aluno um triângulo retângulo, um acutângulo e um obtusângulo recortados, régua, compasso, uma folha de papel A4 branca e cola. Foi solicitado que fizessem as dobras no triângulo acutângulo seguindo os passos da Atividade 1 a fim de encontrarem o ponto médio de cada lado do triângulo e, em seguida, que fizessem a construção das mediatrizes relativas a cada lado. Desfeitas as dobras foram instruidos a verificar que os vincos deixados pelas dobraduras referentes às mediatrizes se interceptaram em um ponto interno ao triângulo, o qual é chamado de circuncentro, e que esse ponto é equidistante dos vértices, sendo, então, o raio da circunferência circunscrita ao triângulo.

Em seguida, foi solicitado aos alunos que colassem o triângulo na folha de papel A4 e com a ponta seca do compasso no circuncentro e a outra ponta em um dos vértices fizessem uma circunferência. Ao final, foi possível perceber que a circunferência passa também pelos outros vértices do triângulo. De maneira análoga, os alunos fizeram nos triângulos retângulo e obtusângulo e constataram que no triângulo retângulo o circuncentro pertence a hipotenusa do triângulo e no triângulo obtusângulo o circuncentro está externo ao triângulo.

Na Atividade 5 foram abordados os conceitos de alturas de um triângulo e ortocentro. Essa atividade teve como objetivo que os alunos identificassem as alturas de um triângulo, e percebessem que as três alturas se interceptam em um ponto chamado ortocentro. Essa atividade foi divida em três casos de acordo com a classificação de triângulos quantos aos ângulos.

Foi fornecido a cada aluno um triângulo retângulo, um acutângulo e um obtusângulo recortados, régua, uma folha de papel A4 branca e cola. Foi solicitado que fizessem as dobras no triângulo acutângulo para encontrar as alturas relativas aos lados do triângulo e verificassem que os vincos deixados pelas dobraduras referentes às alturas se interceptaram em um ponto interno ao triângulo, o qual é chamado de ortocentro.

No triângulo retângulo os catetos são as alturas, por isso foi solicitado que identificassem os dois catetos do triângulo retângulo e construissem a altura relativa a hipotenusa. Ao final constataram que o ortocentro está no vértice que contém o ângulo reto. Quanto ao triângulo obtusângulo foi solicitado ao alunos que colassem o triângulo na folha de papel A4 visto que nesse triângulo duas alturas são extenas ao triângulo, e concluir que o ortocentro é um ponto externo ao triângulo.

Na Atividade 6 foram abordados os conceitos de bissetriz de um triângulo e incentro. Essa atividade teve como objetivos que os alunos identificassem as bissetrizes de um triângulo, construissem essas três bissetrizes, percebessem que as três bissetrizes se interceptam em um ponto, o qual é chamado incentro, e reconhecessem que o incentro é o centro da circunferência inscrita ao triângulo.

Como o incentro está interno em qualquer triângulo foi fornecido a cada aluno um triângulo obtusângulo recortado, régua e compasso. Foi solicitado que fizessem a dobra no triângulo para encontrar as bissetrizes e verificar que os vincos deixados pelas dobraduras referentes às bissetrizes se interceptam em um ponto interno ao triângulo, o qual é chamado de incentro. Em seguida, calcularam a distância entre o incentro e os lados do triângulo, observando que essa distância é a mesma e recebe o nome de raio da circunferência inscrita ao triângulo.

4 Métodos, Procedimentos e Análises

4.1 Métodos e Procedimentos

Como dissemos, essa pesquisa foi realizada com uma turma de 8º ano, composta por 35 alunos, de uma escola da rede estadual do estado de Goiás. Essa escola está situada em Aparecida de Goiânia, Goiás. A cada aluno foi atribuído um codinome, A1, A2, ..., A35, com a finalidade de preservar suas identidades. No entanto, foram analisados apenas os trabalhos dos 29 alunos que entregaram a autorização dos responsáveis devidamente preenchida. Como ponto de partida da pesquisa de campo desse trabalho foi aplicado um questionário inicial, chamado Questionário 1 (Anexo 1). O questionário foi preenchido por 29 alunos. O objetivo da aplicação desse questionário foi coletar dados relacionados à visão do aluno em relação ao processo educacional, mais especificamente em relação à metodologia utilizada nas aulas de geometria.

Foi realizada uma aula motivacional como o uso de data show para mostrar um pouco da história da geometria, a importância da geometria na vida das pessoas e sua aplicação em algumas profissões tais como: Astronomia, Engenharia, Arquitetura, Agrimensura entre outras. Na sequência foi aplicado o Questionário 2 (Anexo 2), com o objetivo de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria, os quais são de suma importância no decorrer do estudo de Pontos Notáveis de um Triângulo. Os conceitos geométricos abordados no Questionário 2 foram ângulos complementares, ângulos suplementares, ponto médio de um segmento de reta, perímetro de uma figura geométrica, classificação de triângulos, soma dos ângulos internos de um triângulo e bissetriz de um ângulo. Esses conceitos são indicados para serem abordados nos Currículos das séries anteriores, no entanto, podem ter sido ou não trabalhados pelos professores.

Feito o diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos, foram desenvolvidas 06 atividades (Anexo 3), sendo a primeira sobre medianas de um triângulo e baricentro, a segunda envolvendo uma propriedade do baricentro, a terceira abordando a propriedade da mediana no triângulo retângulo, a quarta envolvendo mediatrizes de um triângulo e circuncentro, a quinta envolvendo alturas de um triângulo e ortocentro e a sexta sobre bissetrizes de um triângulo e incentro. Conforme descrevemos no capítulo 3 essas atividades foram desenvolvidas com o uso do origami com os objetivos de revisar os conceitos elementares de geometria e estudar pontos notáveis de um triângulo.

Após o desenvolvimento das atividades propostas com o uso do origami foi aplicado o Questionário 3 (Anexo 4), para que os alunos pudessem perceber a aplicabilidade do que foi estudado. Foi proposta uma situação problema com o intuito de que cada aluno conseguisse perceber a importância de um dos conteúdos estudados durante as atividades. A proposta do problema consiste em organizar as residências de três famílias, de modo que suas casas ficassem à mesma distância de uma horta comunitária.

Ao final foi aplicado o Questionário 4 (Anexo 5) com o objetivo coletar dados para a pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem com as propostas desenvolvidas. Este questionário foi aplicado sem que os alunos fossem previamente avisados. Foi estruturado em forma de lista de exercícios e algumas questões desse questionário já haviam sido aplicadas no Questionário 2.

4.2 Análise dos Questionários 1 e 2

Ao longo deste capítulo foram escolhidas atividades de alguns alunos para ilustrar as características que mais chamaram a atenção durante o desenvolvimento das atividades. Na aplicação do Questionário 1 participaram 29 alunos, desses alunos, 27(93,1%) informaram que gostam de estudar e 02(6,9%) informaram que não gostam de estudar. No entanto, essa pergunta não foi direcionada às aulas de geometria e sim à todas as disciplinas estudadas na escola.

Em relação ao tempo de estudo do aluno fora da escola, 21(72,4%) alunos disseram que estudam em média 30 minutos por dia. Os outros alunos, disseram que estudam somente na escola.

Foi perguntado também qual a disciplina preferida dos alunos e se eles estão satisfeitos com a metodologia usada nas aulas. Diante desse questionamento, 11(37,9%) alunos responderam que preferem Matemática. Os demais preferem outras disciplinas. Dentre os alunos pesquisados, 26(89,7%) alunos responderam que gostam de como a geometria é ensinada e 03(10,3%) alunos apenas informaram que não estão satisfeitos com a metodologia usada. Nesses dois últimos dados houve uma contradição, infere-se que essa contradição se deu pelo fato dos alunos terem interpretado a primeira pergunta referindo-se a proposta inovadora que está sendo apresentada e não com o andamento anterior ao das atividades com origami.

Quanto ao uso de dobradura de papel na construção de figuras geométricas, 17(58,6%) alunos responderam que já fizeram dobraduras nas aulas de geometria e o restante disse que nunca havia feito trabalhos com origami. Apenas os alunos A29, A31 e A34 informaram que não gostam de fazer figuras usando dobradura com papel. Somente o aluno A8 disse que não gostaria que o ensino de geometria fosse feito com origami.

Todos os alunos afirmaram que discutem com o professor sobre suas dificuldades em relação à matéria estudada. Foram questionados sobre suas maiores dificuldades, onde 07 alunos (24,2%) responderam que têm dificuldades em assimilar o conteúdo, 13 alunos (44,8%) enfrentam dificuldades para interpretar as atividades e 09 (31%) alunos responderam que sua maior dificuldade é efetuar os cálculos.

A maioria dos alunos relatou que gostaria de aulas de matemática/geometria mais práticas e interessantes. Contudo, a prática predominante entre os professores é a aula expositiva e dialogada, usando como recurso apenas o quadro negro e o livro didático. Além disso, os livros didáticos não são acessíveis a todos os alunos, pois não são fornecidos em número suficiente.

Todos os alunos, quando questionados sobre a importância da geometria, responderam que a geometria é importante em suas vidas. No entanto, não souberam justificar essa resposta nem exemplificar em quais momentos a geometria é usada no seu dia a dia.

Intervenção: Detectada as dificuldades dos alunos em exemplificar onde a geometria é utilizada, optamos por, antes de iniciar as atividades com a dobradura de papel, fazer uma intervenção por meio de uma aula motivacional, com o objetivo de mostrar aos alunos a importância da geometria na nossa vida, interligando o conteúdo científico à prática cotidiana. Nessa aula, foi exposto aos alunos um pouco da história da geometria e como ela pode ser aplicada no dia a dia das pessoas. Foi ressaltado também como a geometria é importante em profissões, tais como engenharia, arquitetura, astronomia entre outras.

Em seguida foi aplicado o Questionário 2 (Anexo 2), oportunidade em que estavam presentes 25 alunos. O questionário foi aplicado com o objetivo de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria, os quais são de suma importância no decorrer do estudo de Pontos Notáveis de um Triângulo. No Questionário 2 foi apresentada a seguinte questão:

Questão 01:*Nas figuras seguintes, calcule o valor de x, sabendo que os ângulos assinalados têm medidas em graus:*

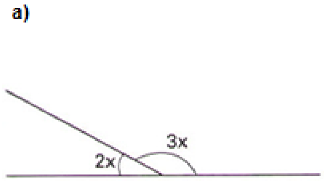


Figura 34: Questão 01 do Questionário 2

A maioria dos alunos disse que já estudou esse conteúdo em séries anteriores, porém, não se recordavam desses conceitos. Isso pode ser observado no registro do aluno A13.

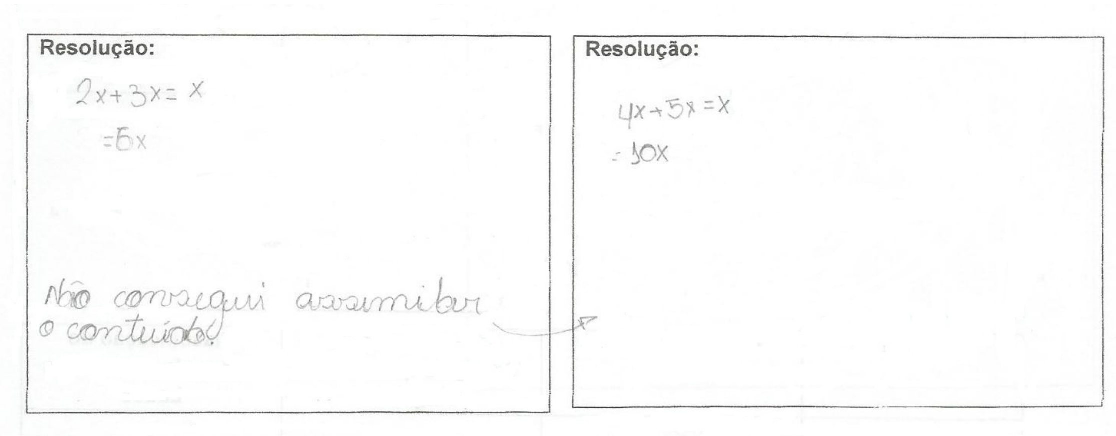


Figura 35: Registro do aluno A13 no Questionário 2

Foi possível perceber também a dificuldade dos alunos em resolver equação do 1º grau com uma incógnita. A segunda questão foi apresentada da seguinte maneira:

Questão 02:*Observe o triângulo ABC*

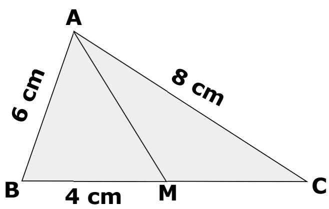


Figura 36: Triângulo utilizado em Questionário 2

O segmento de reta $\overline{AM}$ *é uma das medianas do triângulo e essa mediana é o segmento que liga o vértice A ao ponto M, que é o ponto médio do lado oposto* $\overline{BC}$ *. Calcule seu* *perímetro em cm.*

Os alunos não conseguiram entender o que é a mediana, mas não mencionaram dúvida em relação ao conceito de ponto médio. Isto evidencia que além das dificuldades relacionadas aos conteúdos matemáticos existe uma defasagem quanto à interpretação de texto.

O aluno A24 somou as medidas de dois lados do triângulo e da metade da medida do terceiro lado, pois foram as informações indicadas na figura. Observe o registro da resolução desse aluno.

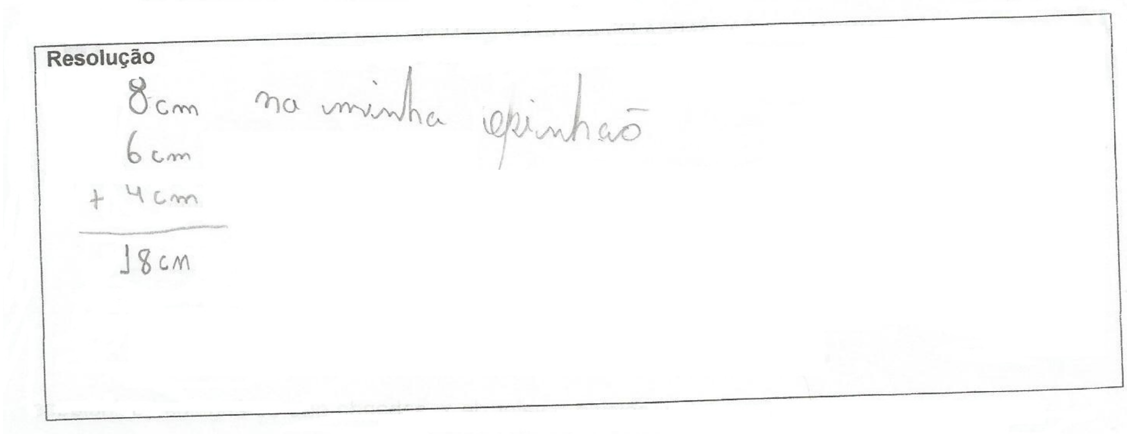
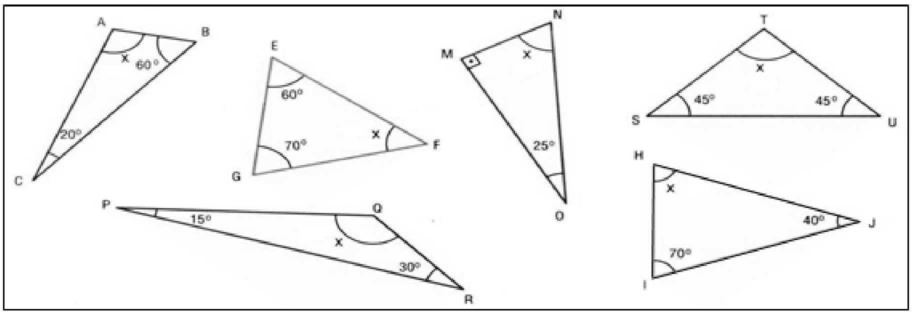

Resolução
8cm na minha opinhaõ
6cm
+ 4cm
18cm

Figura 37: Registro do aluno A24 na questão 02 do Questionário 2

Isso mostra que ele possui uma noção do conceito de perímetro. Já os outros não fizeram tentativa de resolver a questão.

A Questão 3 enunciada a seguir envolve soma dos ângulos internos de um triângulo e nela foram apresentados 6 triângulos para os alunos calcularem a medida do ângulo não informado. Os alunos A10, A21, A27 e A35 (16% dos alunos presentes) conseguiram encontrar a medida de todos os ângulos x dos triângulos.

Questão 03: *Calcule o valor de x em cada triângulo a seguir. Em seguida, complete a tabela com as medidas dos ângulos internos calculados por você, a classificação dos triângulos quanto aos ângulos internos e a classificação dos triângulos quanto aos lados.*



Triângulo	Medida do ângulo Interno x	Classificação do Triângulo quanto aos Angulos	Classificação do Triângulo quanto aos Lados
ΔABC			
ΔEFG			
ΔMNO			
ΔPQR			
ΔHIJ			
ΔSTU			

Figura 38: Questão 03 do Questionário 02

Observe a resolução do aluno A13 seguir onde mostra que ele não consegue descobrir a medida do ângulo interno do triângulo retângulo apresentado na questão.

Triângulo	Medida do ângulo Interno x
ΔABC	100°
ΔEFG	50°
ΔMNO	
ΔPQR	135°
ΔHIJ	70°
ΔSTU	90°

Figura 39: Registro do aluno A13 na Questão 3 do Questionário 02

É possível perceber que o aluno não reconhece a notação de ângulo reto e sua associação à medida do mesmo. Os outros 20 (84%) alunos não obtiveram a resposta correta para todos os ângulos x dos triângulos. O aluno A13 conforme a figura respondeu corretamente cinco das seis medidas dos ângulos x, o aluno A7 respondeu corretamente três das seis medidas dos angulos x, o aluno A9 respondeu corretamente dois das seis medidas x dos triângulos e o restante não souberam responder. Na mesma questão foi solicitado que os triângulos fossem classificados quanto aos lados e quanto aos ângulos, mas nenhum aluno conseguiu classificá-los.

Nas Questões 04 e 05, relacionadas à soma dos ângulos internos de um triângulo, altura e bissetriz, 7(28%) alunos justificaram que não conseguiram resolvê-las devido ao fato de não compreenderem os conceitos de altura e bissetriz. São os alunos A2, A7, A17, A19, A21, A29 e A32. Os alunos A9, A13 e A27(12% dos alunos presentes) conseguiram resolver a questão envolvendo altura. Porém, nenhum dos alunos conseguiu resolver a questão sobre bissetriz.

A tabela a seguir mostra o número de acertos e de erros dos 25 alunos que responderam ao Questionário 2.

Questionário 2		
Aluno	Acertos	Erros
A02	0	6
A03	0	6
A04	0	6
A07	1	5
A09	2	4
A10	0	6
A11	0	6
A12	0	6
A13	2	4
A14	0	6
A15	0	6
A16	0	6
A17	0	6
A19	0	6
A21	0	6
A22	0	6
A24	0	6
A25	0	6
A27	3	3
A29	0	6
A30	0	6
A31	0	6
A32	0	6
A34	0	6
A35	0	6
Total	8	142

Tabela 2: Número de acertos e de erros dos alunos no Questionário 2

Levando em consideração o total de alunos que responderam o Questionário 2, o número de acertos é de aproximadamente 5,3%.

4.3 Análise das Atividades

Na **Atividade 1** “Medianas de um triângulo e baricentro”(Anexo 3), os alunos não tiveram dificuldades com as dobraduras e em identificar na dobra o segmento de reta e o ponto médio do lado do triângulo. Durante essas atividades os alunos pareciam não conhecer esse método, apesar de 17 alunos terem afirmado ao responder o Questionário 1 que já haviam feito dobraduras nas aulas de geometria.

A dificuldade de dobrar o papel de forma precisa fez com que os alunos não conseguissem identificar o ponto de encontro das medianas. No momento de fazer as dobras, muitas vezes, traçavam o segmento de reta um pouco fora do lugar.

Observe a construção com origami do aluno A2:

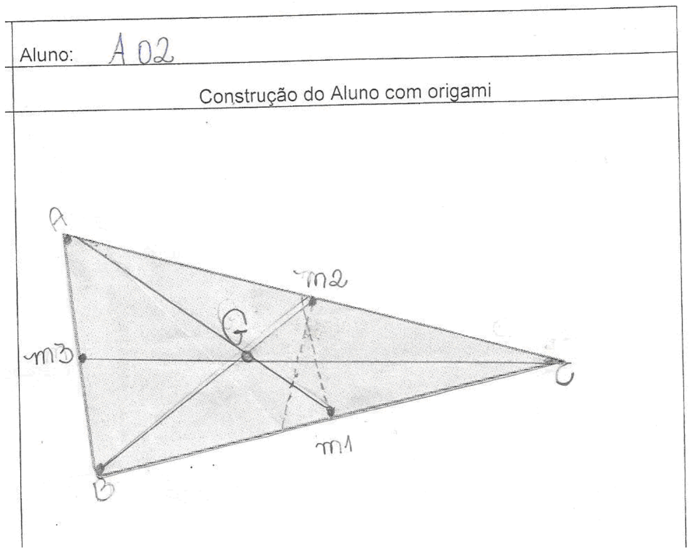


Figura 40: Construção do aluno A2 na Atividade 1

Observa-se, no entanto, que aluno entendeu o conceito de mediana e baricentro, pelo registro retratado a seguir.

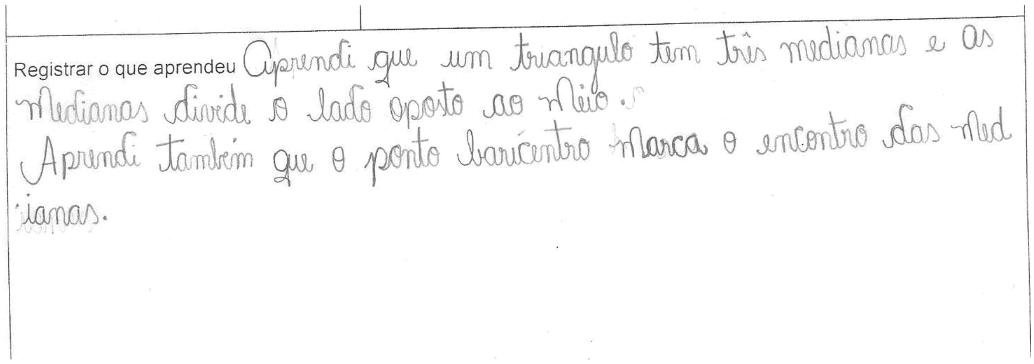

Registrar o que aprendeu Aprendi que um triangulo tem três medianas e as Medianas divide o lado oposto ao Meio.
Aprendi também que o ponto baricentro Marca o encontro das Med ianas.

Figura 41: Registro do aluno A2 na Atividade 1

Foi possível perceber a mesma situação com outros alunos, porém as atividades com origami contribuíram para a aprendizagem, pois eles conseguiram identificar o erro durante o processo de dobrar o papel. A conscientização do erro pelo aluno foi possível por se tratar de uma atividade prática, o que durante uma explicação no quadro talvez não fosse possível.

Percebe-se que a atividade com dobradura é uma forma agradável e prazerosa de o aluno construir o conhecimento geométrico, além de possibilitar a interação de todos. Nessa atividade foi possível perceber como quando alguns alunos falam que conseguiram realizar a atividade, instigam aqueles que estão com dificuldade de executar a dobradura a continuarem até o final, o que garante que os alunos internalizem de forma mais precisa o conceito de mediana e baricentro.

Para desenvolver a **Atividade 2**, sobre a "Propriedade que garante que o baricentro divide a mediana na razão 2:1" (Anexo 3) os alunos tiveram que rever os conceitos abordados durante a Atividade 1. Depois de encontrarem o baricentro, foram orientados a dobrar um dos vértices do triângulo de modo que coincidisse com o baricentro, denominando de ponto D o encontro da dobra com a mediana. Posteriormente, foi solicitada outra dobradura de modo que o ponto D coincidisse com o ponto médio do lado oposto ao vértice. A maioria dos alunos, quando questionados, informaram que essa dobra passou pelo baricentro.

Outro questionamento feito aos alunos foi se o tamanho do segmento formado pelo vértice, V, e o baricentro, G, e o segmento formado pelo baricentro e o ponto médio M do lado oposto ao vértice coincidiam. Alguns falaram que o tamanho do segmento era igual, outros falaram que o segmento $\overline{VG}$ é maior que o segmento $\overline{GM}$. Pelas divergências nas respostas dos alunos, foi solicitado que observassem se as dobras passavam pelo ponto médio do segmento $\overline{VG}$ e pelo ponto G. Nesse momento, os alunos perceberam que sim e chegaram à conclusão que a mediana foi dividida entre três partes iguais. Assim, todos concluíram que a distância do vértice ao baricentro é o dobro da distância do baricentro ao ponto médio do lado oposto ao vértice, ou seja, o baricentro divide a mediana na razão 2:1.

O aluno A21 deixa claro na sua atividade que, mesmo perdendo uma aula sobre o conteúdo de mediana e baricentro, a atividade com dobradura contribuiu para que ele conseguisse entender os conceitos trabalhados.

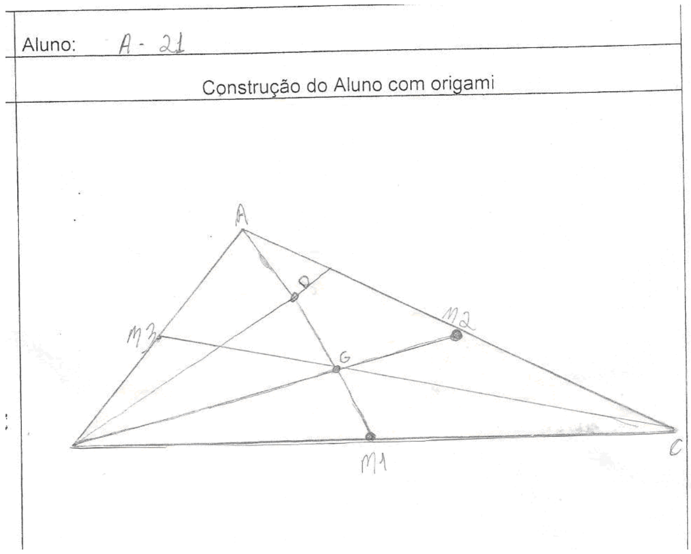


Figura 42: Construção do aluno A21 na Atividade 2

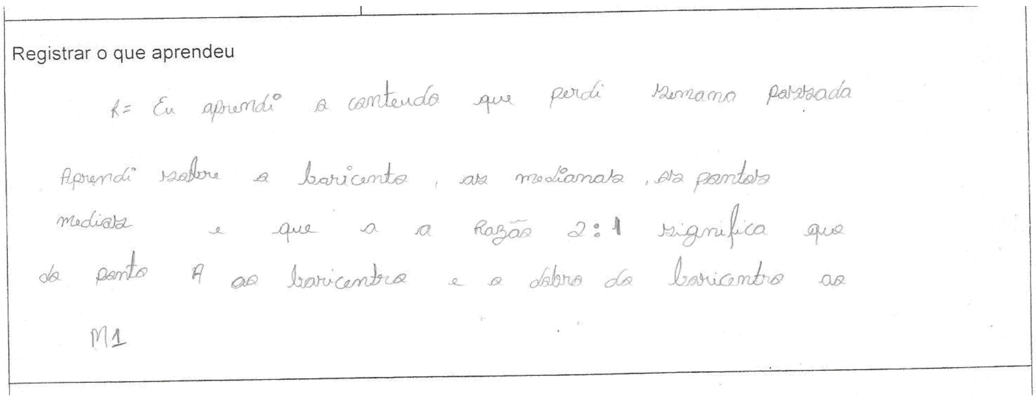


Figura 43: Registro do aluno A21 na Atividade 2

Além do aluno A21, o A11 também comentou que a Atividade 2 contribuiu para que ele recapitulasse o que foi estudado na Atividade 1.

A **Atividade 3** foi sobre a "Propriedade da mediana no triângulo retângulo" (Anexo 3). Primeiramente, antes de iniciar a atividade foi questionado aos alunos se eles sabiam o que era um triângulo retângulo e a maioria não soube responder.

Intervenção: Tendo em vista que os alunos tinham uma deficiência sobre o conteúdo necessário, houve a necessidade de fazer uma intervenção e definir triângulo retângulo abordando a nomenclatura de seus lados (catetos e hipotenusa), para poder dar sequência na atividade.

No início da **Atividade 3** foi solicitado aos alunos que encontrassem o baricentro do triângulo retângulo. Como já havia sido solicitado isso aos alunos em atividades anteriores, eles não tiveram dificuldade em executar o procedimento. Depois de terem encontrado a mediana e o baricentro, os alunos dobraram o papel novamente fazendo coincidir os dois vértices de um dos catetos. Foi solicitado a eles que observassem que a metade da hipotenusa coincidiu com a mediana relativa à hipotenusa.

Os alunos demoraram a perceber essa coincidência e por isso o processo foi repetido duas vezes em cada cateto, até que eles conseguissem perceber que a medida da hipotenusa é o dobro da medida da mediana relativa à hipotenusa.

O aluno A11 descreve de maneira bem clara o que aprendeu desenvolvendo a atividade realizada em sala.

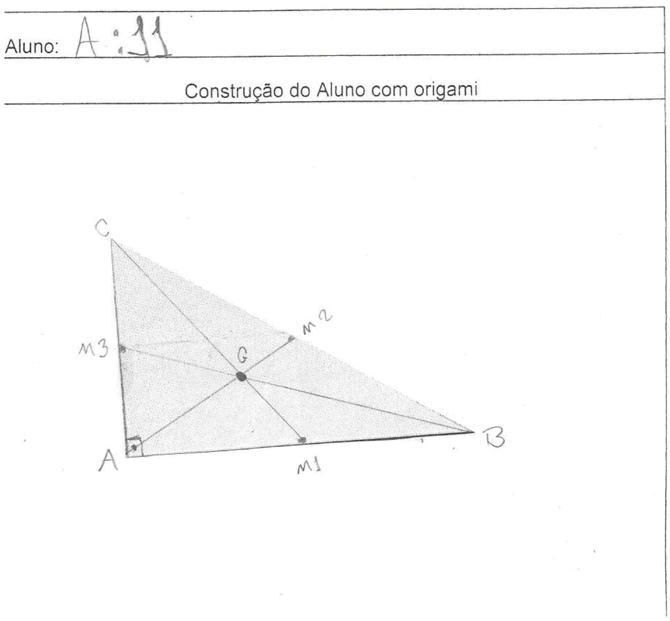


Figura 44: Construção do aluno A11 na Atividade 3

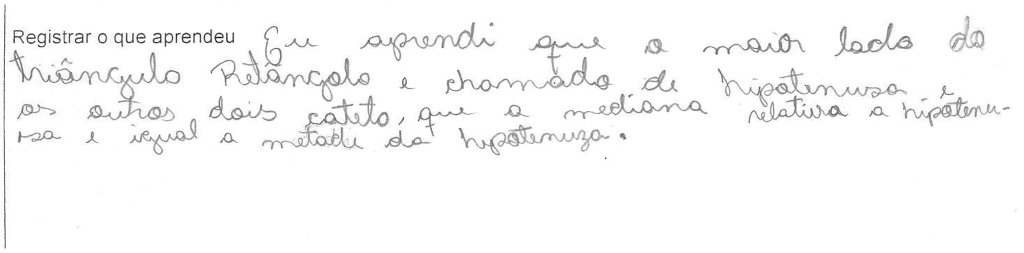


Figura 45: Registro do aluno A11 na Atividade 3

A **Atividade 4** foi sobre “Mediatrizes de um triângulo e circuncentro” (Anexo 3).
Intervenção: Para desenvolvimento dessa atividade é necessário que os alunos saibam classificar os triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos. Como no Questionário 2 nenhum aluno soube classificar os triângulos na Questão 03, foi necessário realizar outra intervenção para apresentar esses conceitos.

A **Atividade 4** foi desenvolvida com os triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo. Foi solicitado aos alunos que encontrassem o ponto médio de um dos lados do triângulo, fazendo seus dois vértices coincidirem. A dobra feita pelos alunos determinou um segmento perpendicular ao referido lado. Concluiu-se que esse segmento é uma das mediatrizes do triângulo.

De maneira análoga, foi solicitado aos alunos que encontrassem as outras duas mediatrizes. Foi questionado se as mediatrizes se encontraram em um mesmo ponto e se o ponto ficou interno ao triângulo. A maioria dos alunos disse que as mediatrizes se encontraram no mesmo ponto. Quanto ao ponto, todos disseram que ficou interno ao triângulo. Foi explicado aos alunos que esse ponto é chamado Circuncentro.

Depois disso, foram entregues os compassos à turma e detectou-se que a maioria não sabia manuseá-lo. Assim, houve a necessidade de uma intervenção com o objetivo de ensiná-los como proceder.

Após a explicação foi solicitado para colocarem a ponta seca do compasso no circuncentro e a outra ponta em um dos vértices. Terminada a construção da circunferência com o compasso nesta posição, foi solicitado que os alunos verificassem se a mesma passava pelos outros vértices. Isso foi um momento de grande satisfação para os alunos, pois eles se surpreenderam ao ver que o compasso ao ser girado passou pelos três vértices do triângulo. Foi ensinado a eles que o nome circuncentro originou-se do fato de o ponto de encontro das mediatrizes ser o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

O aluno A17 relatou que além de aprender o conceito de mediatrizes, ele aprendeu a usar o compasso. O mais importante nesse processo de construção das mediatrizes de um triângulo através do origami é que o aluno conseguiu identificar o motivo de que se a circunferência não passar pelos vértices do triângulo, a dobra pode não ter sido precisa, consequentemente o circuncentro não foi encontrado corretamente.

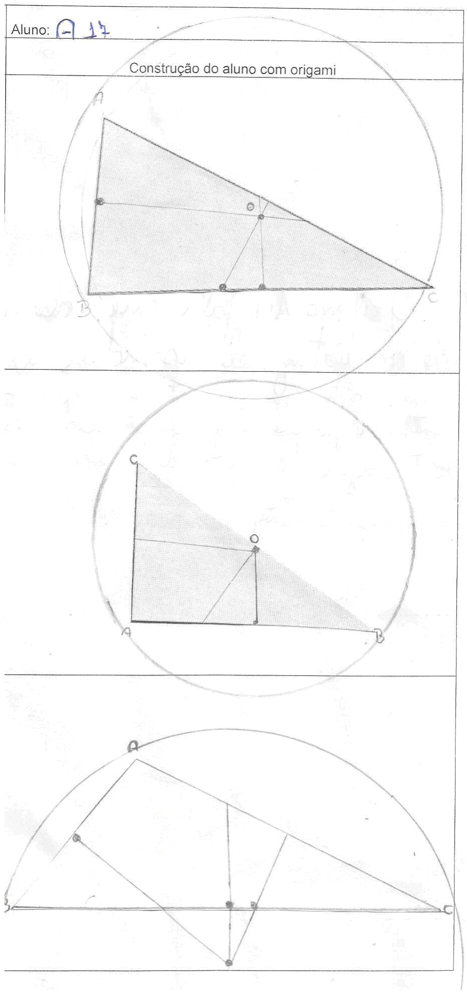


Figura 46: Construção do aluno A17 na Atividade 4

Na atividade feita pelo aluno A1 é possível ver a precisão da circunferência pelo fato de o aluno ter realizado as dobraduras de maneira precisa.

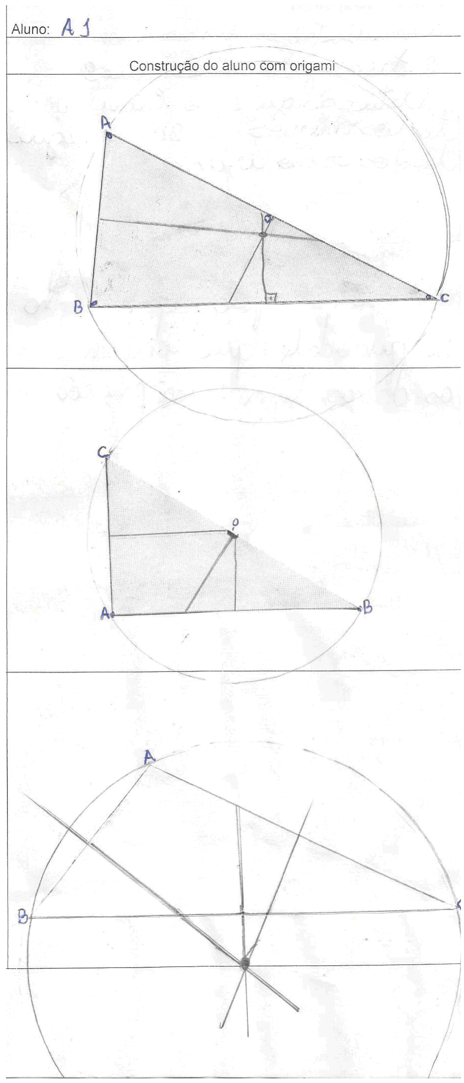


Figura 47: Construção do aluno A1 na Atividade 4

Na **Atividade 5** abordamos "Alturas de um triângulo e ortocentro" (Anexo 3). Ao iniciar a atividade os alunos afirmaram que não conheciam o conceito de altura de um triângulo. Então, o conceito foi explicado através de uma construção no quadro que mostrava o procedimento para construir as alturas com o uso do origami.

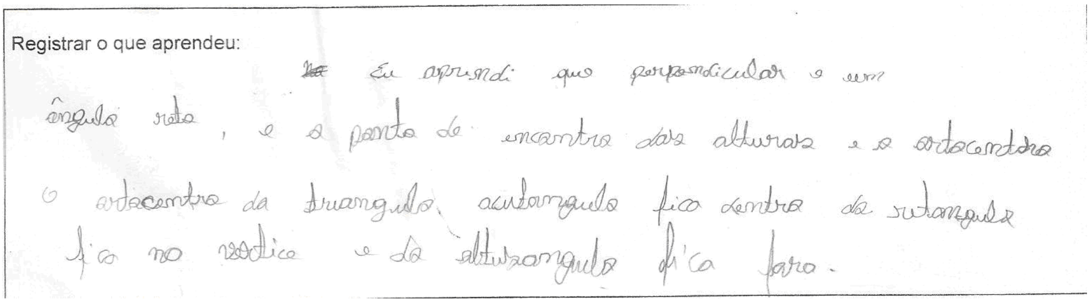
Posteriormente, foi solicitado que os alunos fizessem a construção de todas as alturas em três triângulos, um acutângulo, um retângulo e um obtusângulo, respectivamente. Na construção das alturas dos triângulos acutângulo e retângulo, os alunos não demonstraram muita dificuldade, surgindo apenas o questionamento de porquê no triângulo retângulo foi preciso construir apenas uma altura.

Intervenção: A partir desse questionamento foi feita uma intervenção para relembrar os conceitos de triângulo retângulo, catetos e hipotenusa. A partir daí, os alunos conseguiram perceber que no vértice comum aos dois catetos forma-se um ângulo reto e como o conceito de altura já havia sido explicado, puderam concluír que os catetos são também alturas do triângulo.

Quanto ao triângulo obtusângulo alguns alunos tiveram mais dificuldades do que nos triângulos acutângulo e retângulo. Essas dificuldades ocorreram devido à duas alturas do triângulo obtusângulo serem externas ao triângulo. Para a construção, foi entregue aos alunos um papel A4 para colarem os triângulos no mesmo. Em seguida, foi solicitado que os alunos construíssem a altura interna do triângulo. Os alunos não demonstraram dificuldade nessa parte, pois já haviam feito em casos anteriores. Para construir as alturas externas, os alunos precisaram prolongar o lado relativo à altura a ser construída. Posteriormente, foi solicitada a dobra da altura que passa pelo vértice oposto ao lado que foi dobrado. Esse processo causou certa confusão e houve a necessidade de outra intervenção para que os alunos identificassem corretamente a altura do triângulo.

No decorrer da construção, os alunos se sentiram confiantes e superaram as dificuldades após a intervenção. Na última construção, os alunos conseguiu construir a altura do triângulo sem precisar de ajuda.

Apesar da dificuldade de se expressar na forma escrita que pode ser detectada no registro exposto na Figura 48, o aluno A21 entendeu as dobraduras, os conceitos e identificou que no triângulo acutângulo o ortocentro fica interno, no triângulo retângulo o ortocentro fica no vértice, no entanto, não explicou em qual vértice. Porém, na construção do aluno com origami, retratada na Figura 49, podemos perceber que o ortocentro fica no vértice oposto à hipotenusa. E, no triângulo obtusângulo fica externo. Porém, a construção das alturas não feita de maneira correta, iniciando nos vértices do triângulo.



Registrar o que aprendeu: Eu aprendi que perpendicular e um ângulo reto, e o ponto de encontro das alturas e o ortocentro o ortocentro do triangulo acutangulo fica dentro do retangulo fica no vertice e do altusangulo fica faro.

Figura 48: Registro do aluno A21 na Atividade 5

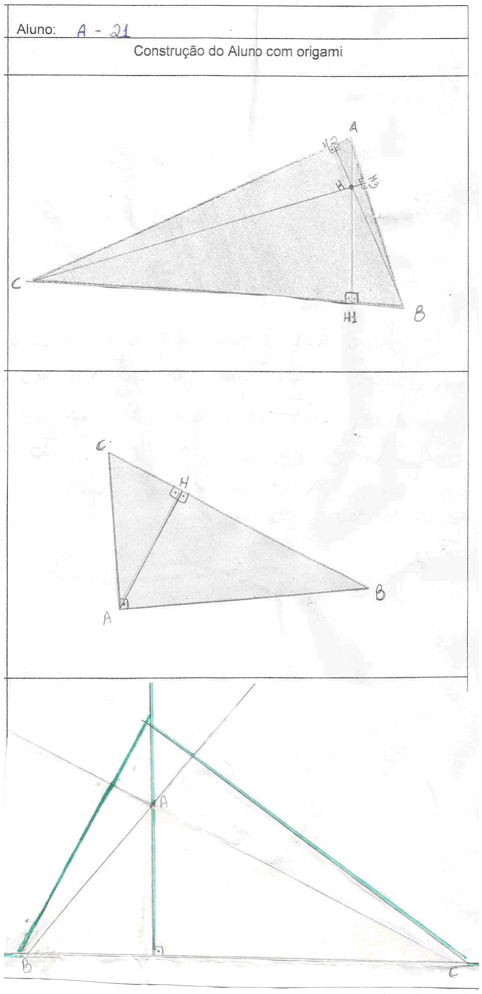


Figura 49: Construção do aluno A21 na Atividade 5

O aluno A21, no Questionário 2 não conseguiu resolver as questões relacionadas à soma dos ângulos internos de um triângulo, altura e bissetriz devido a não compreensão dos conceitos de altura e bissetriz. Depois de fazer as atividades com origami conseguiu compreender os conceitos corretamente e realizar a atividade com autonomia. É possível perceber essa evolução também em outros alunos.

A **Atividade 6** foi sobre "Bissetrizes de um triângulo e incentro" (Anexo 3). Nessa atividade os alunos ficaram livres para escolher com qual triângulo gostariam de desenvolver a atividade, acutângulo, retângulo ou obtusângulo. Os alunos fizeram uma votação entre eles e escolheram o triângulo obtusângulo.

Primeiramente foi explicado o conceito de bissetriz de um ângulo, tendo em vista que no Questionário 2, sete alunos informaram que não conseguiam resolver a questão sobre bissetriz porque não conheciam o seu conceito.

Depois de ter estudado o conceito de bissetriz e a maneira de encontrá-la através do origami, foi solicitado que os alunos construíssem as bissetrizes do triângulo obtusângulo e questionado se essas bissetrizes se encontram no mesmo ponto. A maioria dos alunos afirmou que as bissetrizes passavam pelo mesmo ponto e alguns não conseguiram encontrar o ponto comum às três bissetrizes porque durante a construção não fizeram os lados que formam o ângulo coincidirem. Diante disso, foi necessária a intervenção para fazer as correções e explicando que o ponto de encontro das bissetrizes é chamado de incentro.

Para evidenciar o motivo do nome incentro, foi solicitado que os alunos calculassem a distância entre o incentro e os lados do triângulo. Perceberam que a essa distância é igual, e recebe o nome de raio da circunferência inscrita ao triângulo. Daí, foram orientados a colocar a ponta seca do compasso no incentro e fazer a abertura do compasso com mesma medida do raio e construir a circunferência. De início, alguns alunos questionaram se esses pontos seriam onde as bissetrizes interceptavam os lados do triângulo. Por isso, foi solicitado que verificassem se a ponta do compasso passava pelos pontos dos lados do triângulo ao mesmo tempo. E como o triângulo considerado é obtusângulo concluíram que não é possível.

Devido a isso optou-se por mostrar um caso usando o triângulo equilátero em que a circunferência, cujo centro é o ponto de encontro das bissetrizes e está inscrita no triângulo, passa pelos pontos de encontro das bissetrizes com os lados. Além disso, foi explicado que neste caso as bissetrizes são também alturas, medianas e mediatrizes.

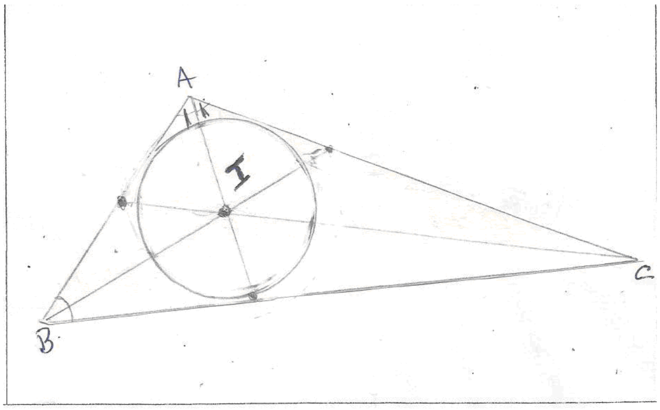


Figura 50: Construção do aluno A31 na Atividade 6

Na construção do aluno A31 é possível perceber que ele entendeu o conceito de bissetriz e incentro, porém, não fez a abertura do compasso adequadamente de modo que a circunferência não tangenciou os lados do triângulo.

Nas questões relacionadas à soma dos ângulos internos de um triângulo, altura e bissetriz, sete alunos justificaram que não conseguiram resolvê-las devido ao fato de não compreenderen os conceitos de altura e bissetriz. Observe que um dos sete alunos que apresentaram dificuldade, o aluno A2, conseguiu aprender o conceito de bissetriz como mostra o registro abaixo. Os outros alunos também apresentaram evolução na aprendizagem desses conceitos, no entanto, usaremos o aluno A2 como exemplo.

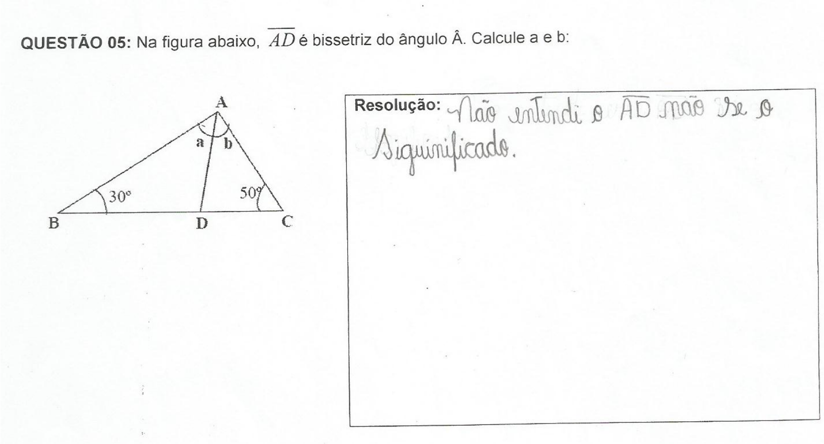


Figura 51: Registro do aluno A2 no Questionário 2

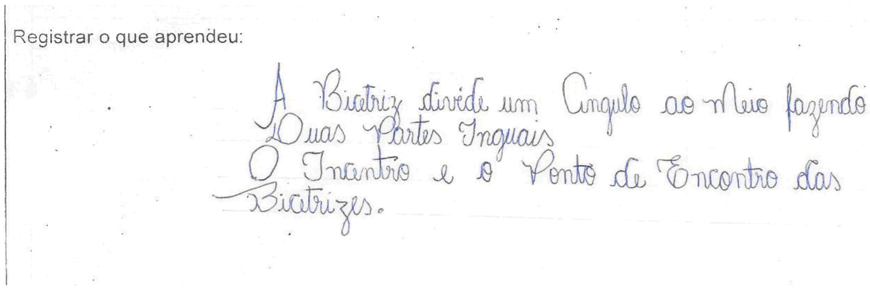

Registrar o que aprendeu:
A Biatriz divide um Angulo ao Meio fazendo Duas Partes Inguais
O Incentro e o Ponto de Encontro das Biatrizes.

Figura 52: Registro do aluno A2 na Atividade 6

Em cada atividade descrita foram entregues triângulos semelhantes para todos os alunos. Contudo, poder ser interessante solicitar que os próprios alunos construam os os triângulos e ao final de cada atividade promover comparações a fim de evidenciar que, mesmo em triângulos diferentes, respeitada a classificação de acordo com os ângulos em alguns casos, as propriedades estudadas são válidas.

No Questionário 3 (Anexo 4), conforme descrito anteriormente, foi proposto aos alunos que organizassem três residências, de modo que ficassem à mesma distância de uma horta comunitária. No início, mesmo sendo indicado aos alunos para utilizarem os recursos geométricos estudados nas atividades desenvolvidas durante a pesquisa, alguns alunos fizeram tentativas de considerar os pontos representados pelas casas de maneira alinhada. Desta maneira, houve a necessidade de intervenção para mostrar a impossibilidade de três pontos alinhados estarem à mesma distância de outro ponto. Observe na explicação da resolução do aluno A27 que ele identifica que não é possível os pontos estarem alinhados e identifica o recurso geométrico adequado para a resolução do problema.

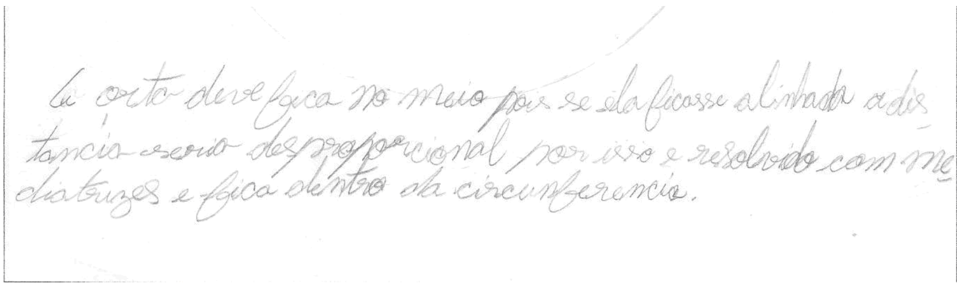

a horta deve fica no meio por se ela ficasse alinhada a distancia seria desproporcional por isso e resolvido com mediatrizes e fica dentro da circunferencia.

Figura 53: Registro do aluno A27 no Questionário 3

O aluno A12 consegue explicar corretamente a solução do problema através da construção com origami registrada na figura abaixo e os recursos geométricos utilizados para solucioná-lo.

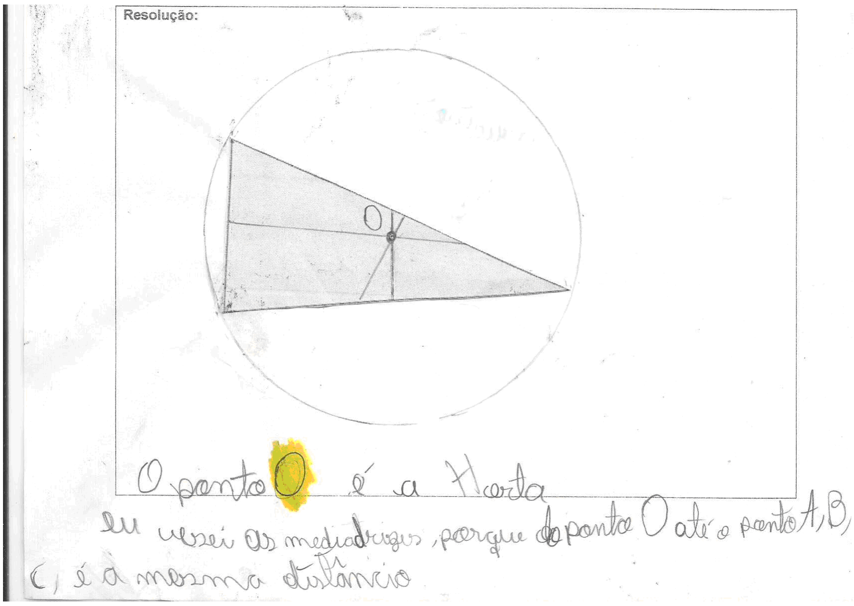


Figura 54: Construção do aluno A12 no Questionário 3

4.4 Análise do Questionário 4

Como o Questionário 4 (Anexo 5) teve como objetivo coletar dados para a pesquisa sobre a melhoria no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, ele foi estruturado em forma de lista de exercícios. Na Questão 01,

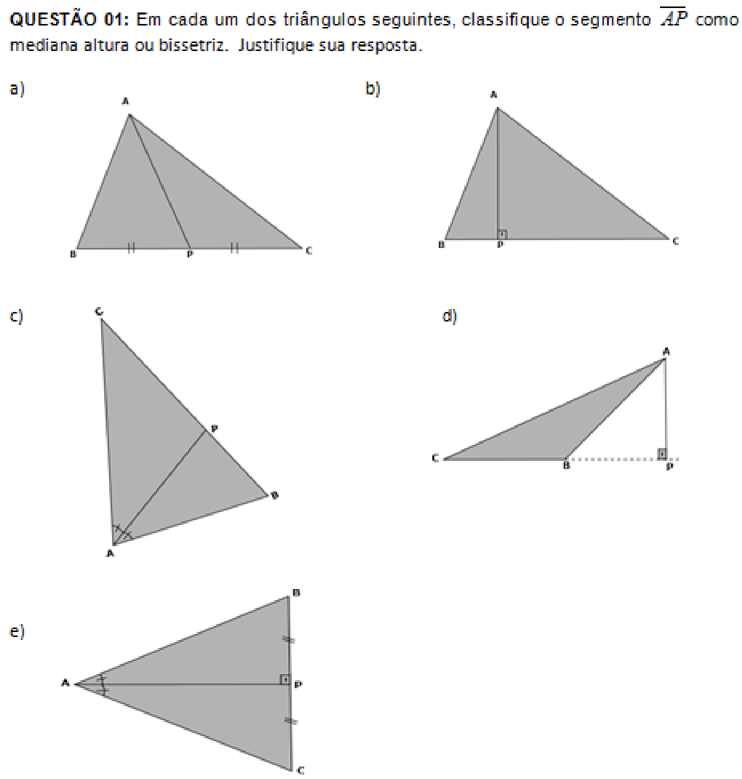


Figura 55: Questão 01 do Questionário 4

Os alunos não tiveram dificuldade de identificar o segmento. Isso mostra que a metodologia utilizada contribuiu para a construção de conhecimentos dos alunos. Apenas no item “e”, onde o segmento mencionado no enunciado poderia ser mediana, altura ou bissetriz, nenhum dos alunos colocou as três opções cada um citou apenas uma delas.

Observe o registro do aluno A2 (Figura 56). O aluno consegue classificar corretamente os triângulos, no entanto, não consegue sistematizar uma justificativa. No item “e”, o aluno coloca como resposta o conceito de mediatriz mesmo esse conceito não tendo sido mencionado no enunciado da questão, porém também está correto.

Na Questão 03, de múltipla escolha, referente à aplicação de mediatriz em uma situação problema o registro do aluno A2(Figura 57) demonstra mais uma vez que internalizou o conceito respondendo a questão corretamente. Observe o registro do aluno nas Questões 01 e 03.

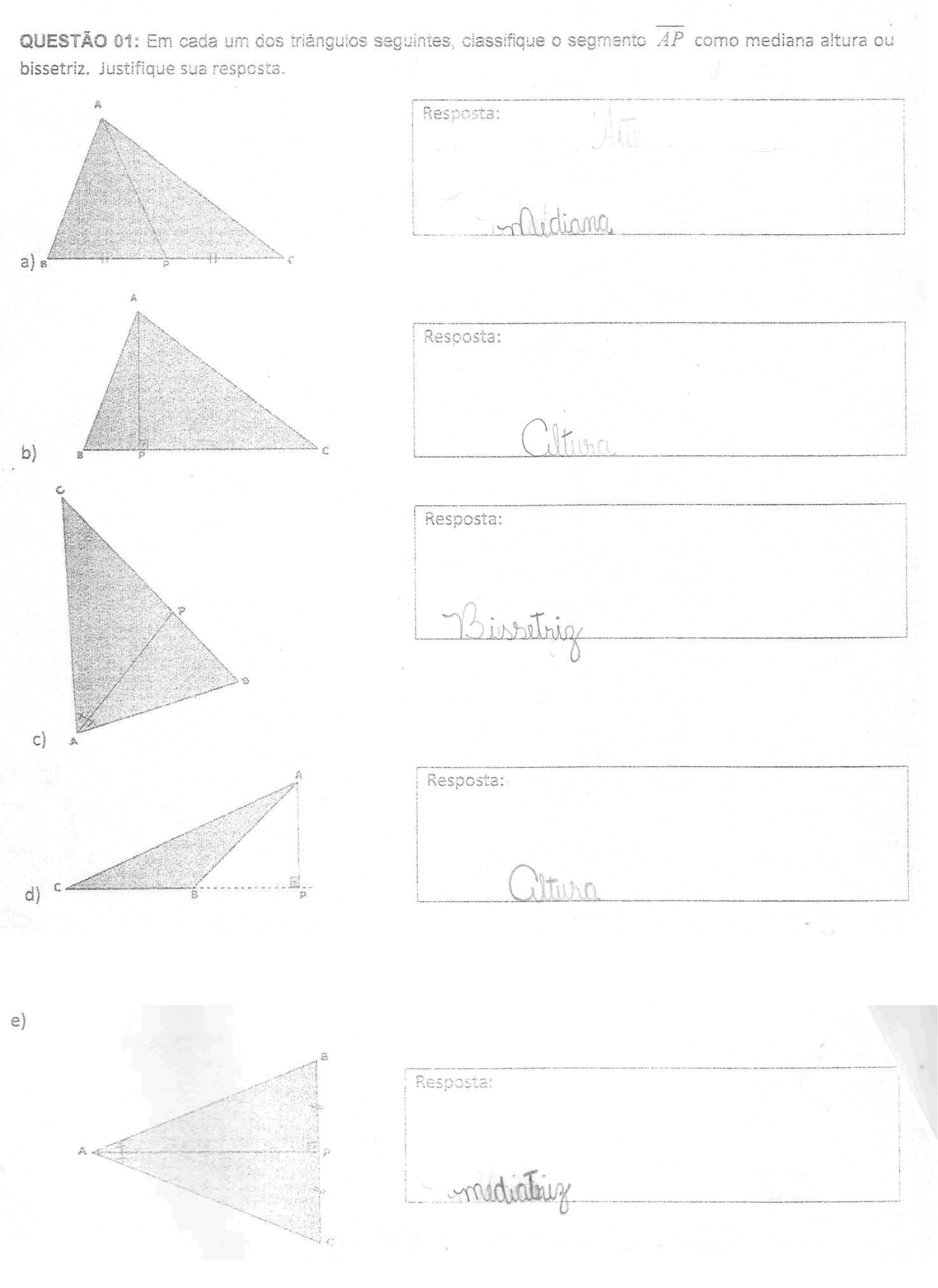


Figura 56: Registro do aluno A2 no Questionário 4: Questão 01

QUESTÃO 03: Alexandre adora estudar os conceitos geométricos através de aplicações práticas. Num dia desses, ele resolveu representar alguns desses conceitos no quintal de sua casa. Ele amarrou um barbante em duas árvores e andou em uma direção perpendicular a esse barbante e que passa no ponto médio do mesmo.

Observe a figura.

Alexandre queria, com essa atividade prática, representar, através da direção do seu movimento, o conceito de:

a) Mediana
b) Mediatriz
c) Bissetriz
d) Altura

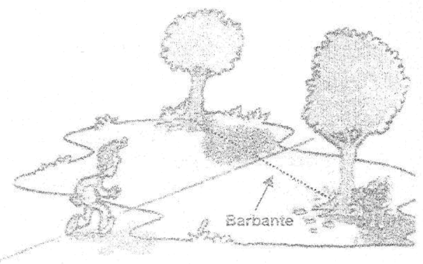


Figura 57: Registro do aluno A2 no Questionário 4: Questão 03

Na Questão 02 envolvendo mediana, do Questionário 2, os alunos demonstraram dificuldade em resolvê-la devido a não conhecerem e nem conseguirem interpretar o conceito de mediana no enunciado da questão. Depois de ter desenvolvido a atividade sobre mediana com o uso do origami, os alunos conseguiram identificar com facilidade tal conceito. É possível observar isso na resolução do aluno A24(Figura 58), pois o aluno informa que BM= MC= 4 cm. No entanto, o aluno demonstra dificuldade em aplicar o conceito de perímetro. Ele parece confundir o conceito de perímetro como a medida do lado relativo à mediana.

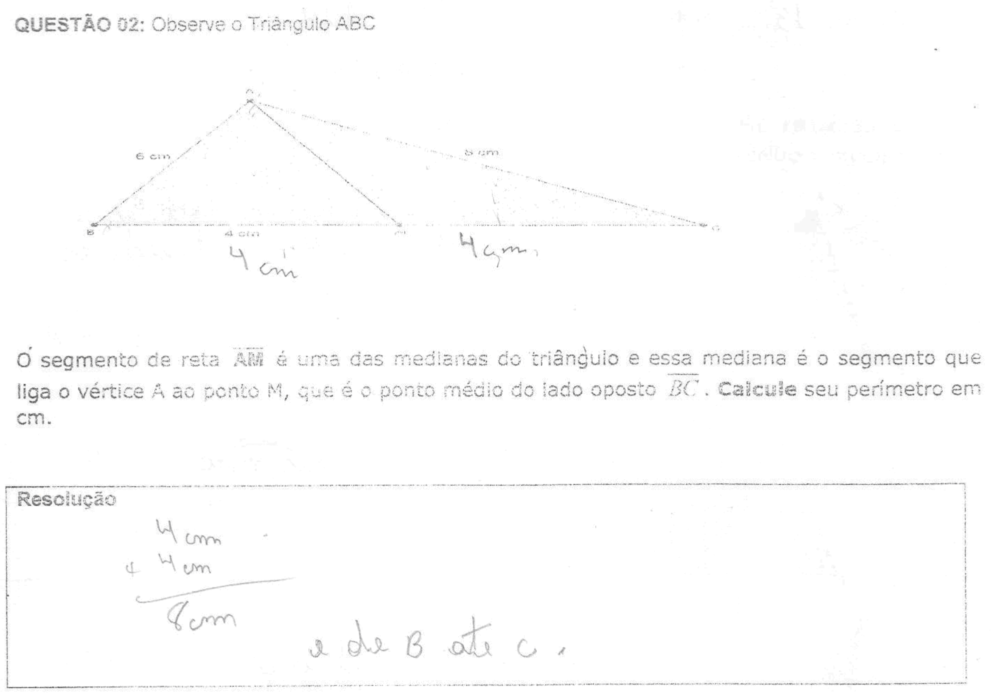


Figura 58: Registro do aluno A24 no Questionário 4: Questão 02

Quanto às Questões 05 e 06 relacionadas à soma dos ângulos internos de um triângulo, altura e bissetriz, os alunos A13 e A27 conseguiram resolvê-las corretamente. Isso mostra a evolução da aprendizagem dos alunos no decorrer da pesquisa, visto que eles não conseguiram resolver essas questões no Questionário 2. A figura 59 mostra a resolução do aluno A13.

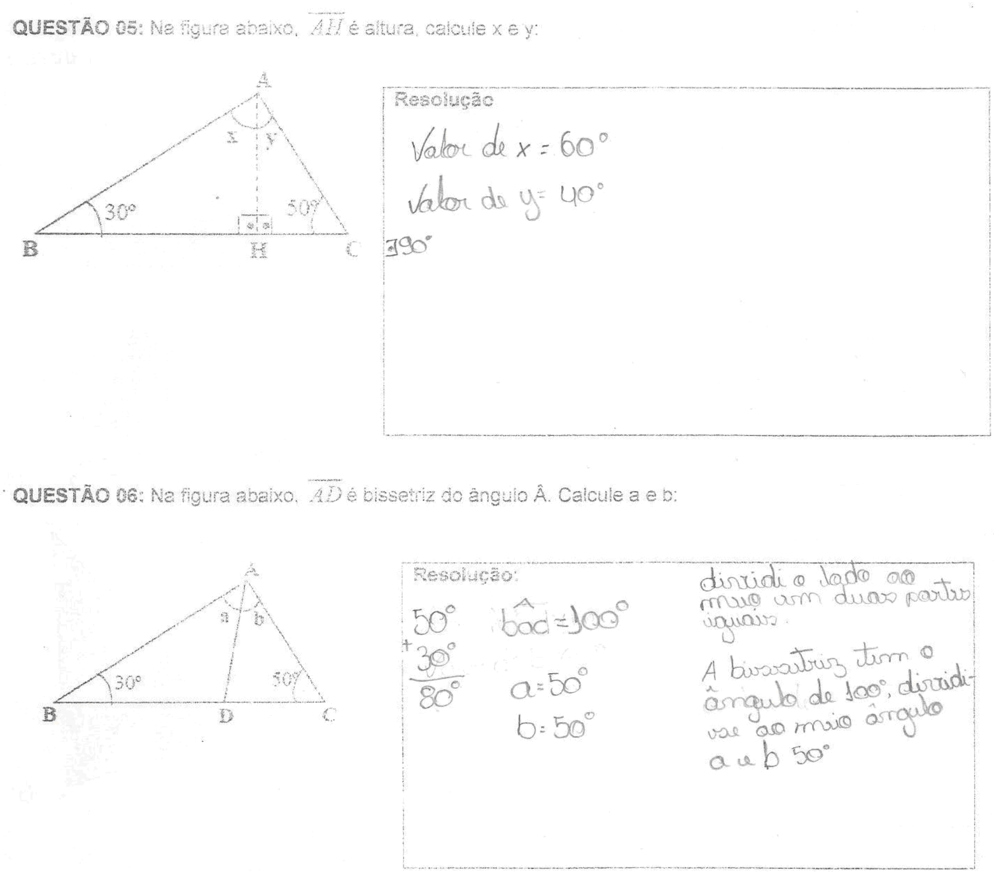


Figura 59: Registro do aluno A13 no Questionário 4: Questão 05 e 06

Observe na figura 60 o registro desse aluno no Questionário 2 aplicado antes da metodologia utilizada.

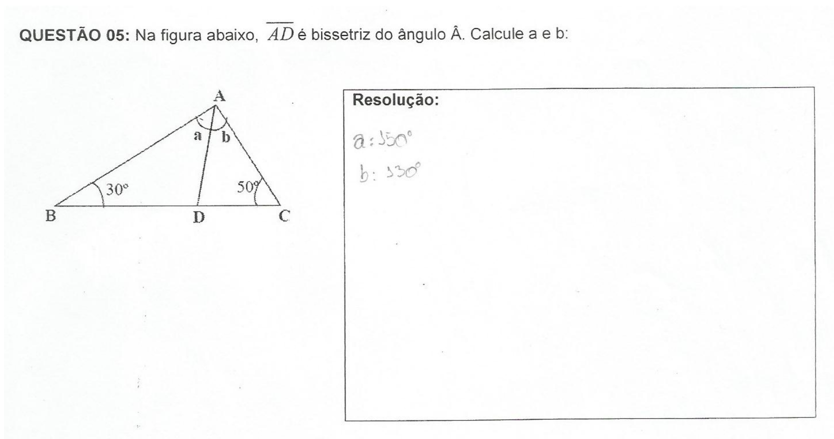


Figura 60: Registro do aluno A13 no Questionário 2: Questão 05

A tabela a seguir mostra o número de acertos e de erros dos 25 alunos que responderam ao Questionário 4.

Questionário 4		
Aluno	Acertos	Erros
A01	3	7
A02	6	4
A03	2	8
A04	2	8
A05	6	4
A07	7	3
A08	3	7
A09	3	7
A10	4	6
A11	5	5
A12	3	7
A13	5	5
A14	3	7
A15	3	7
A16	1	9
A19	5	5
A22	2	8
A24	2	8
A25	4	6
A27	7	3
A29	0	10
A31	1	9
A32	2	8
A34	4	6
A35	4	6
Total	87	163

Tabela 3: Número de acertos e de erros dos alunos no Questionário 4

O número de acertos corresponde a 34,8% em relação ao total de questões. Isso mostra a evolução da turma ao fazer a comparação com o Questionário 2 em que, o índice de acertos foi de aproximadamente 5,3%. É perceptível que o índice de acertos está abaixo do esperado. Ademais, notou-se melhor avanço, por parte dos alunos, no aspecto conceitual, observando-se maior deficiencia em cálculos e interpretação de texto. Avaliamos que além das deficiências enfrentadas com conteúdos básicos de geometria, das dificuldades em resolver equações do 1º grau com uma incógnita, de fazer a leitura e interpretação dos problemas, de manusear compasso e executar as dobraduras, aumentou o tempo gasto nas intervenções e interferiram no processo de ensino aprendizagem. Em contrapartida, a participação dos alunos, que no início eram apáticos, melhorou sensivelmente. No entanto, devido a carência de conhecimentos prévio dos alunos foi necessária fazer intervenções além do planejado, ou seja, os alunos apresentaram bastante dificuldades na execução das tarefas com origami.

4.5 O Questionário 5

Para finalizar esse trabalho de pesquisa foi entregue aos alunos o Questionário 5 onde participaram 24 alunos. O objetivo deste questionário foi coletar dados e sugestões a fim de verificar possíveis equívocos nas metodologias utilizadas no decorrer da pesquisa, dando a possibilidade de possíveis mudanças nas estratégias para pesquisas futuras. Nesse questionário 7(29,16%) alunos informaram que tiveram dificuldades nas dobras e 5(20,83%) alunos informaram que tiveram dificuldades em manusear o compasso. Mas, não deixaram nenhuma sugestão ou crítica do recurso metodológico utilizado.

Todos os alunos informaram no Questionário 5 que gostaram da aula com data show sobre a geometria nas profissões. Afirmaram que a utilização do origami facilitou sua aprendizagem e gostariam que esta fosse uma ferramenta mais utilizada durante as aulas de geometria.

Considerações Finais

Este trabalho foi desenvolvido em uma turma de 8º ano, em uma escola pública do estado de Goiás, no município de Aparecida de Goiânia. O objetivo principal desse trabalho foi elucidar a questão norteadora "Quais contribuições pedagógicas da utilização do origami no ensino de geometria para compreensão de conceitos geométricos tais como pontos notáveis de um triângulo?".

Diante disso, traremos uma síntese das reflexões sobre os esclarecimentos referentes aos questionamentos levantados nos capítulos anteriores. As atividades desenvolvidas tiveram como objetivo fazer com que os alunos levantassem questionamentos e justificassem os resultados encontrados nas resoluções. Segundo D'Ambrósio (1996, pg. 23) "a ação gera conhecimento, gera capacidade de explicar, de lidar, de manejar, de entender a realidade". Nesse sentido, o origami foi utilizado como recurso pedagógico a partir do qual o aluno tivesse que parar e analisar seus procedimentos. Este recurso propiciou a diminuição de atividades mecânicas de resolução de problemas, nas quais, muitas vezes, o aluno espera a resposta pronta do professor e não reflete sobre o que está sendo proposto em sala de aula. Propor uma aula de geometria diferente, dinâmica e agradável aos alunos é o que D'Ambrósio chama de "passagem de um currículo cartesiano estruturado previamente à prática educativa, a um currículo dinâmico, que reflete o momento sociocultural e a prática educativa nela inserida" (1996, pg. 88).

A escolha do tema desse trabalho foi dada a partir da análise da realidade sociocultural da comunidade onde a escola está inserida. Está inserida em um bairro na periferia da cidade de Aparecida de Goiânia-GO. E segundo observações e relatos do corpo docente que atua na escola, o grau de instrução da população é muito baixo. Além disso, a maioria dos alunos não demonstra muito interesse pela escola. Isso foi um dos complicadores no momento de desenvolver as atividades e é comprovado nos registros do Questionário 1. Os alunos não estão habituados a ficar na escola o período de aula completo, visto que há uma grande falta de professores. Além disso, os alunos não têm o hábito de estudar fora do horário de aula, ou seja, fora da escola. Diante dessa situação encontrada optou-se por mostrar a aplicabilidade da geometria e propor atividades diferenciadas como o uso do origami para garantir que os alunos se interessem pelas aulas e assim haja uma evolução no processo de aprendizagem dos mesmos.

Nesse trabalho foi desenvolvida uma sequência didática com o uso do origami nas aulas de geometria, especificamente, no conteúdo de pontos notáveis de um triângulo.

A pesquisa foi desenvolvida nos meses de fevereiro e março de 2015. Antes de aplicar a sequência didática na referida forma, foi feito um estudo bibliográfico, o qual subsidiou a estruturação e desenvolvimento científico desse trabalho.

Em todos os capítulos foi abordada a importância do origami como recurso didático na prática pedagógica do professor como forma de dinamizar o aprendizado dos alunos, por meio de aulas práticas, o que torna o processo de ensino e aprendizagem mais agradável e criativo.

Depois da aplicação das atividades (Anexo 3) da sequência didática e do Questionário 4 (Anexo 5), foi aplicado o Questionário 5 (Anexo 6) com o objetivo de coletar dados e sugestões sobre o trabalho desenvolvido. Neste questionário os 24 alunos participantes responderam que gostaram muito de ter estudado sobre a aplicabilidade da geometria em algumas profissões.

Essa abordagem contribuiu para uma melhor participação dos alunos durante o desenvolvimento da pesquisa, pois os mesmos perceberam a importância da geometria no cotidiano das pessoas. Além disso, os alunos, durante a pesquisa, foram motivados a mudar de hábitos e darem mais valor ao estudo. Nesse sentido, Melo (2008) destaca que a teoria só adquire significado quando vinculada à prática cotidiana das pessoas, sempre com o auxílio do saber sistematizado.

Pela devolutiva dos alunos nota-se que todos eles perceberam que o estudo da geometria com o origami auxiliou no processo de aprendizagem de pontos notáveis de um triângulo e alguns conceitos elementares.

Em relação às dificuldades surgidas durante as atividades, foi percebido que cada aluno, na sua singularidade, apresentou um tipo de dificuldade. Alguns alunos tiveram dificuldade em manusear o compasso, outros em fazer a dobra. No entanto, sabemos que as dificuldades e o erro fazem parte do processo de ensino e aprendizagem e devem contribuir para que o professor reflita sobre sua prática pedagógica e busque rever seus conceitos no sentido de facilitar e garantir a aprendizagem dos alunos. Além disso, os alunos aprendem com o próprio erro. Conforme destaca Luckesi (1995, pg. 136) "o erro poderia ser visto como fonte de virtude, ou seja, de crescimento. O que implicaria estar aberto a observar o acontecimento como acontecimento, não como erro". Nesse sentido, o erro é visto como momento em que o professor, ao invés de repudiar, retire benefícios e formule novas situações de aprendizagem.

No início da pesquisa os alunos A 29, A31 e A34 relataram que não estavam satisfeitos com a metodologia utilizada nas aulas de geometria, no caso, o origami. Quando foi aplicado o Questionário 05, os mesmos alunos relataram que gostaram das aulas e dos recursos utilizados nela. O origami é uma atividade lúdica, presente na vida das pessoas desde a infância, o que garante que o processo de aprendizagem seja lúdico e agradável.

Diante dessas informações, observa-se que o origami nas aulas de geometria foi um recurso facilitador da aprendizagem dos alunos, no sentido que todos demonstraram interesse e contentamento com as atividades. Além disso, possibilitou que os alunos aprendessem conceitos, antes estudados de forma tradicional, de uma maneira mais prática e agradável. Os resultados apresentados foram satisfatórios e fica a sugestão para que outros profissionais da Educação utilizem o origami, tanto na abordagem de conceitos elementares estudados em séries anteriores ao 8º ano, como no estudo de pontos notáveis de um triângulo, dentre outros. Sugere-se que os professores utilizem o *software* Inkscape para montar o material necessário para trabalhar com dobraduras. O *software* é gratuito para *download* e de fácil acesso e facilita ao professor construir as dobraduras bem como, inserir modelos de dobras em trabalhos acadêmicos. O Inkscape está disponível em:http://www.baixaki.com.br/download/inkscape-portable.htm

Referências

[1] ANANIAS, Eliane Farias. *O Origami no Ensino da Geometria.* Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador/BA, 7 à 9 de julho de 2010.

[2] ASCHENBACH, Lena; FAZENDA, Ivani; ELIAS, Marisa. *A arte-magia das dobraduras.* São Paulo: Scipione/1997.

[3] BRASIL. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP): Resultados nacionais* - Pisa 2006. Programa Internacional de Avaliação de Alunos. Brasília: O Instituto, 2008. http://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Relatorio_PISA2006.pdf. Acessado em 03/07/2014.

[4] BRASIL. *Secretaria de Educação Fundamental, Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.* Brasília: MEC/SEF/1997.

[5] CEDRO, Wellington Lima; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. *Experimento didáctico: un camino metodológico para la investigación en la educación matemática.* Revista Iberoamericana de Educación Matemática, v. 22, p. 53-63/2010.

[6] CRUZ, Graciele Pereira da; GONSCHOROWSKI, Juliano dos Santos. *O origami como ferramenta de apoio ao ensino de geometria.*/sd. Disponível: http://www.unifafibe.com.br/revistasonline/arquivos/revistafafibeonline/sumario/10/19042 Acessado em 29/06/14

[7] D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: Da Teoria à Prática.* 19ª ed. Campinas, SP: Papirus/1996.

[8] DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar/vol.9* 7ª.ed. São Paulo: Atual/1993.

[9] FREIRE, Paulo. *Educação e Mudança, tradução de Moacir Gadotti e Lilian Lopes Martin.* Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra/1982.

[10] GOIÁS, *Secretaria de Estado da Educação, Currículo em debate: Reorientação Curricular do 1º ao 9º.* Goiânia/2007. Disponível em:http://www.see.go.gov.br/educacao/especiais/curriculoemdebate/caderno5.pdf. Acessado em 11/07/2014.

[11] IBRAIM, Ester Souza Ribeiro; BARRETO, Mylane dos Santos. *O uso de dobraduras e origami no ensino da geometria plana.* XI ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática). Disponível em: http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1564_398_ID.pdf. Acessado em: 15/06/2014.

[12] LANG, Robert Justin. *Huzita-Justin axioms.* Disponível em: http://www.langorigami.com/science/math/hja/origami_constructions.pdf. Acessado em: 02/07/2014.

[13] LAKOMY, Ana Maria. *Teorias cognitivas da aprendizagem.* 2ª ed. rev. e atual. Curitiba: Ibpex /2008.

[14] LEROY, Luciana. *Aprendendo geometria com origami.* Belo Horizonte/2010. Disponível em: http://www.mat.ufmg.br/ espec/monografiasPdf/Monografia_Leroy.pdf. Acessado em: 02/07/2014

[15] LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar.* São Paulo: Cortez/1995.

[16] MELO, Alessandro de; URBANETZ, Sandra Terezinha. *Fundamentos de didática.* Curitiba: IBPEX/2008.

[17] MOZZER, Geisa Nunes de Souza; Borges, Fabrícia Teixeira. *A Criatividade Infantil na Perspectiva de Lev Vigotski.* INTER-AÇÃO. Revista da Faculdade de Educação, UFG, V. 1, 1975- Goiânia: Editora da UFG/1975- V.33, n.2, jul./dez./2008.

[18] RAFAEL, Ilda. *Origami.* Disponível em: http://www.apm.pt/files/_EM114_pp16-22_4e6489d4d25fc.pdf. Acessado em 30/06/2014.

[19] RANCAN, Graziele. *Origami e Tecnologia: Investigando possibilidades para ensinar geometria no ensino fundamental.* Porto Alegre/2011. Disponível em: http://repositorio.pucrs.br:8080/dspace/bitstream/10923/3101/1/000436223-Texto%2bCompleto-0.pdf. Acessado dia 22/06/2015.

[20] RÊGO, Rogéria Gaudêncio do; RÊGO, Rômulo Marinho; GAUDÊNCIO, Severino Júnior. *A Geometria do Origami.* João Pessoa, Editora Universitária/ UFPB/2003.

[21] ROMANOWSKI, Joana Paulin. *Formação e profissionalização docente.* 3ª ed. rev. e atual. Curitiba: Ibpex/2007.

[22] SANCHES, Felipe Corrêa da Silva et al. *Inkscape.* Disponível em: https://inkscape.org/pt/transferencias/instalacao-windows/2012. Acesso em: 13/01/2015.

[23] SANT'ANNA, Neide da Fonseca Parracho. *Ensino de Transformações no Plano Aplicando a Teoria de Van Hiele.* Ananais do X Encontro Nacional de Educação Matemática/ENEM. Salvador/BA,7 a 9 de julho de 2010.

[24] SANTOS, Élia Amaral do Carmo e JESUS, Basiliano do Carmo de. *O lúdico no processo ensino-aprendizagem.*/2010. Disponível em: http://need. unemat.br/4_forum/artigos/elia.pdf. Acessado dia 22/07/2014.

[25] SOARES, Márlon Herbert Flora Barbosa. *Jogos para o Ensino de Química: teoria, métodos e aplicações.* Guarapari/ES: EX Libris/2008. 169 p.

[26] UENO, Thais Regina. *Do origami tradicional ao origami arquitetônico: uma trajetória histórica e técnica do artesanato oriental em papel e suas aplicações no design contemporâneo.* Bauru/2003.

[27] VIEIRA, Magnum Freire. *A arte do origami no ensino de geometria: Um estudo de caso no projovem adolescente.* Campina Grande/PB/2012. Disponível em: http://dspace.bc.uepb.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/825/PDF %20-%20Magnum%20Freire%20Vieira.pdf?sequence=1. Acessado em 29/06/2014.

[28] VILA, Antoni; CALLEJO, Maria Luz. *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas.* Porto Alegre: Artmed/2006.

Anexo 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
MESTRADO EM MATEMÁTICA – PROFMAT

UFG

QUESTIONÁRIO 1

Prezado aluno,

Este questionário tem como objetivo coletar dados para uma pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Vale ressaltar que todos os seus dados serão mantidos em sigilo.

NOME: ____

IDADE:__________SÉRIE:_____________APELIDO:______________________________

01. Você gosta de estudar?
( ) Sim ( )Não

02.Estuda fora de sala de aula? Quanto tempo por dia?
____
____

03. Qual disciplina você mais gosta? Por quê?
____
____

04. Você gosta de como a geometria é ensinada?
( ) Sim ( )Não

05. Você já fez alguma figura usando dobradura de papel?
( ) Sim ( )Não

06. Você gosta de fazer dobraduras com papel e fazer figuras?
( ) Sim ( )Não

07. Você gostaria que no ensino de geometria fossem utilizadas dobraduras para facilitar a aprendizagem?
( ) Sim ( ) Não

08. Você discute com o professor as dificuldades em relação a matéria?
( ) Sim ( ) Não

09. O que você tem mais dificuldade?
( ) Assimilar o conteúdo.
( ) Interpretar as atividades
( ) Efetuar cálculos

10. Como você gostaria que fossem as aulas de matemática/geometria?

Anexo 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
MESTRADO EM MATEMÁTICA – PROFMAT

Prezado aluno,

Este questionário tem como objetivo coletar dados para uma pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Vale ressaltar que todos os seus dados serão mantidos em sigilo.

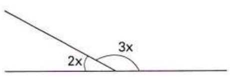
NOME: ____

IDADE:__________SÉRIE:_____________APELIDO:______________________________

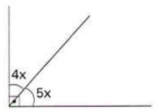
QUESTIONÁRIO 2

QUESTÃO 01: Nas figuras seguintes, calcule o valor de x, sabendo que os ângulos assinalados têm medidas em graus:

a)

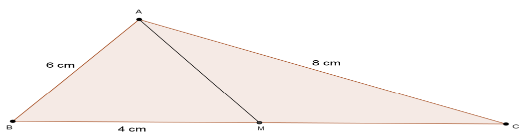


b)



Resolução:	**Resolução:**

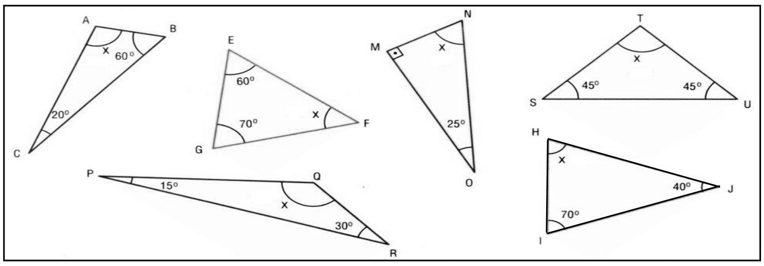
QUESTÃO 02: Observe o Triângulo ABC



O segmento de reta $\overline{\mathbf{AM}}$ é uma das medianas do triângulo e essa mediana é o segmento que liga o vértice A ao ponto M, que é o ponto médio do lado oposto $\overline{BC}$. **Calcule** seu perímetro em cm.

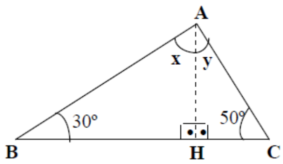
Resolução

QUESTÃO 03: Calcule o valor de **x** em cada triângulo a seguir. Em seguida, complete a tabela com as medidas dos ângulos internos calculados por você, a classificação dos triângulos quanto aos ângulos internos e a classificação dos triângulos quanto aos lados.



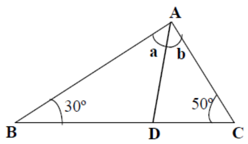
Triângulo	Medida do ângulo Interno x	Classificação do Triângulo quanto aos Ângulos	Classificação do Triângulo quanto aos Lados
ΔABC			
ΔEFG			
ΔMNO			
ΔPQR			
ΔHIJ			
ΔSTU			

QUESTÃO 04: Na figura abaixo, $\overline{AH}$ é altura, calcule x e y:



Resolução

QUESTÃO 05: Na figura abaixo, $\overline{AD}$ é bissetriz do ângulo Â. Calcule a e b:



Resolução:

Observação do Pesquisador:

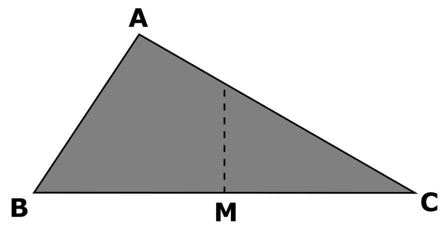
Anexo 3

Atividade 1

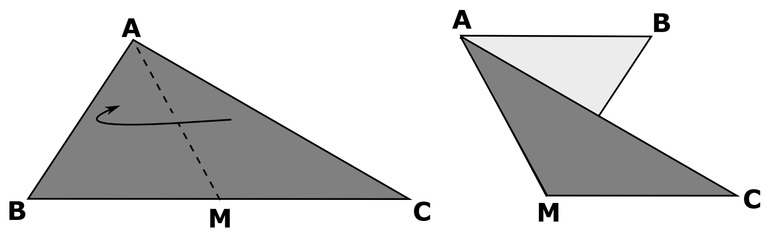
Medianas de um triângulo e baricentro

Procedimentos:

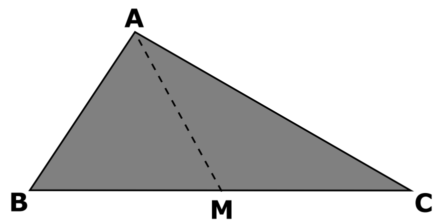
Passo 1: Considere um triângulo ABC qualquer recortado. Tome, por exemplo, o lado $\overline{BC}$ desse triângulo e faça uma pequena dobra indicar para o seu ponto médio, de modo que os dois vértices B e C coincidam e marque o ponto M na dobra.



Passo 2: Desdobre essa pequena dobra e faça outra dobra de maneira que essa dobra passe pelo ponto M e o vértice A.



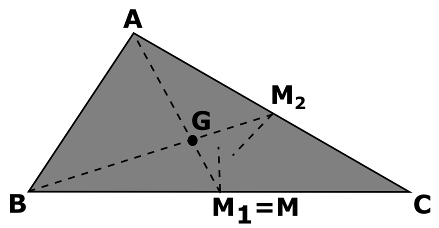
Passo 3: Ao desdobrar observe que o segmento de reta $\overline{AM}$ determinado pela dobra é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC.

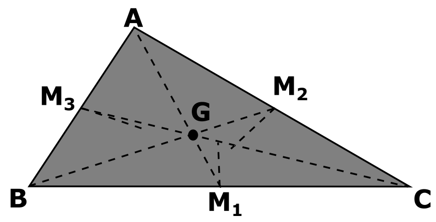


Passo 4: De maneira análoga aos passos anteriores construa as medianas relativas aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$. E observe que as três medianas se interceptam no ponto G que

chamamos de Baricentro[3].

Passo 5: O baricentro é o centro de gravidade, do triângulo. Para constatar, faça uma experiência suspendendo o triângulo com o dedo indicador e verifique que o triângulo não se inclina em nenhuma direção.



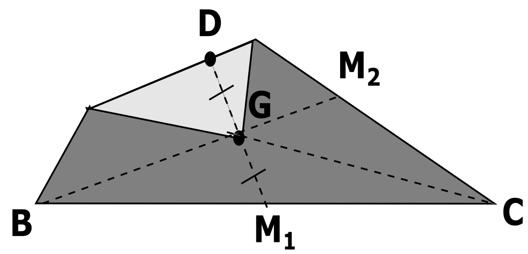


Atividade 2

Propriedade do baricentro

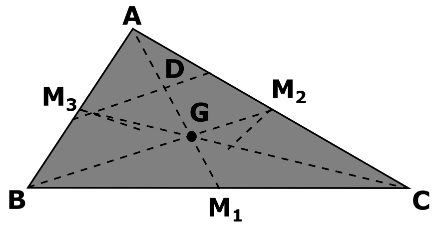
Procedimentos:

Passo 1: Depois de conhecer as medianas no caso anterior. Na mediana $\overline{AM_1}$ dobre o vértice A de modo que coincida com o ponto G. a dobradura determina o ponto D que é ponto médio do segmento $\overline{AG}$.



Passo 2: Novamente na mediana $\overline{AM_1}$ faça outra dobra de modo que o ponto D coincida com o ponto M_1 do lado $\overline{BC}$. Então , podemos verificar que: $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{GM_1}$. Logo $\overline{AG} = 2\overline{GM_1}$. Portanto o Baricentro divide a mediana $\overline{AM_1}$ na razão 2:1

[3] O centro de gravidade de um triângulo é um ponto pertencente a esse triângulo, tal que, se for concebido que o triângulo está suspenso por este ponto, o triângulo assim sustentado permanece em repouso e preserva a sua posição original, sem se inclinar em nenhuma direção, qualquer que seja a sua orientação inicial em relação à terra.



De maneira análoga aos passos anteriores fica como proposta de exercícios, verificar essa propriedade para as outras medianas.

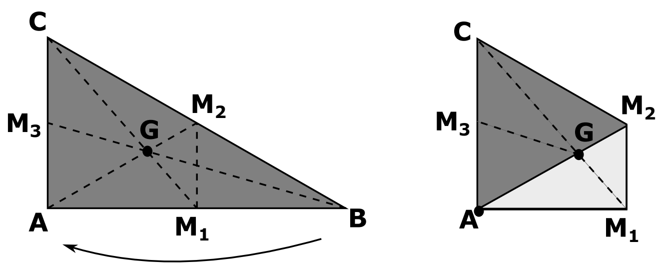
Atividade 3

Propriedade da mediana no triângulo retângulo

Procedimentos:

Passo 1: Tome um triângulo ABC retângulo em A, e construa as três medianas $\overline{CM_1}$, $\overline{AM_2}$ e $\overline{BM_3}$ seguindo as orientações da atividade 1.

Passo 2: Faça uma dobra de modo que os vértices A e B coincidam e observe que o segmento$\overline{BM_2}$ coincide com o segmento $\overline{AM_2}$ e como M_2 é o ponto médio de $\overline{BC}$ temos que $\overline{AM_2} = \frac{1}{2}\overline{BC}$.



Atividade 4

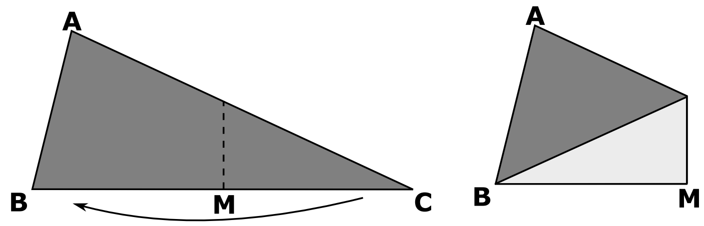
Mediatrizes de um triângulo e circuncentro

Para determinar as mediatrizes de um triângulo e circuncentro iremos dividir o estudo em três casos em relação a classificação de triângulos quanto aos ângulos:

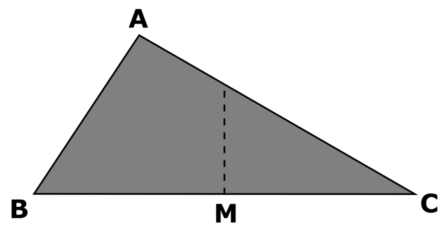
1º caso: Triângulo acutângulo

Procedimentos:

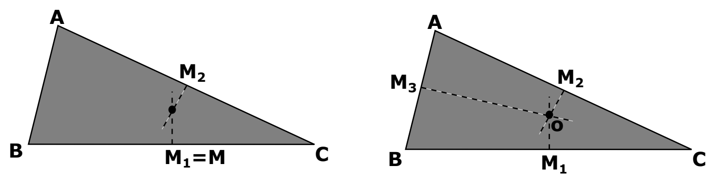
Passo 1: Tomando um triângulo ABC acutângulo, faça uma dobra de maneira que os vértices B e C coincidam.



Passo 2: Desdobre e observe que a dobra formada é mediatriz do lado $\overline{BC}$.



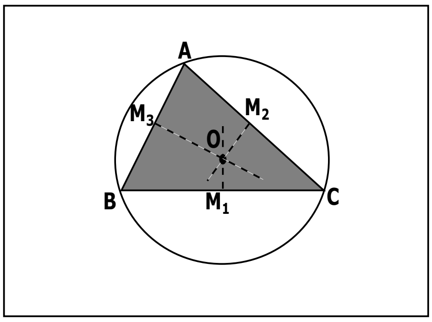
Passo 3: De maneira análoga aos passos anteriores é possível encontrar as mediatrizes dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.



Observe que as mediatrizes se interceptam em um único ponto ilustrado pelo ponto O, chamado de circuncentro do triângulo ABC.

Passo 4: Cole esse triângulo em uma folha de papel $A4$.

Passo 5: Use o compasso e com a ponta seca no ponto O e abertura suficiente para que a outra haste esteja em um dos vértices. Trace uma circunferência e note que com essa abertura, a haste passa pelos outros dois vértices do triângulo ABC.

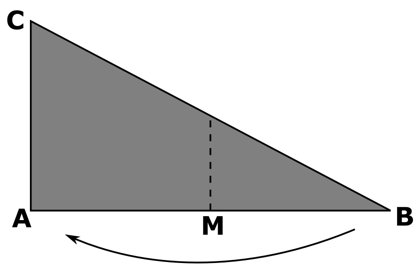


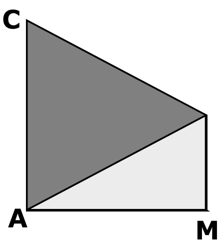
A circunferência traçada nesta perspectiva está circunscrita ao triângulo ABC. Por isso, o ponto O recebe o nome de circuncentro e é o ponto equidistante dos vértices A, B e C do triângulo ABC.

2º caso: Triângulo retângulo

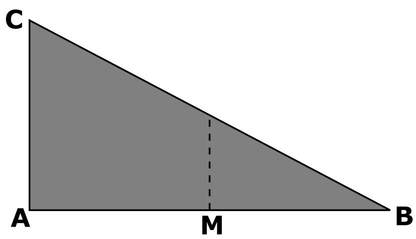
Procedimentos:

Passo 1: Tomando o triângulo ABC retângulo em A, faça a dobra de maneira que os vértices A e B coincidam.

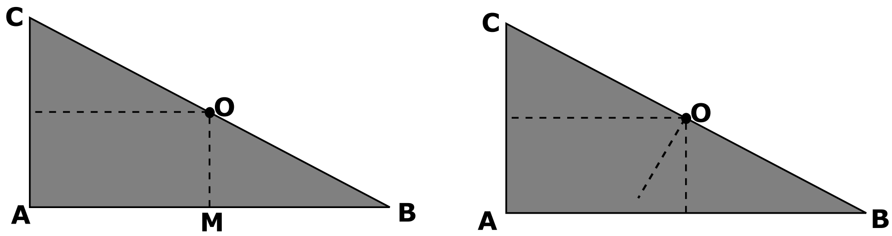




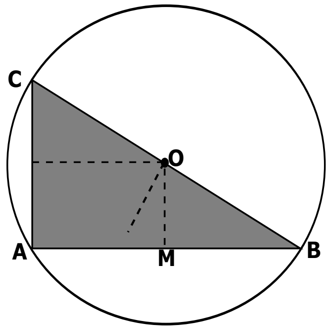
Passo 2: Desdobre e observe que a dobra formada é mediatriz do lado $\overline{AB}$.



Passo 3: De maneira análoga aos passos anteriores é possível encontrar as mediatrizes dos lados $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$.



Observe que neste caso as mediatrizes também se interceptam em um único ponto, denominado ponto O, pertencente à hipotenusa $\overline{BC}$. Desta maneira, a hipotenusa será o diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC.

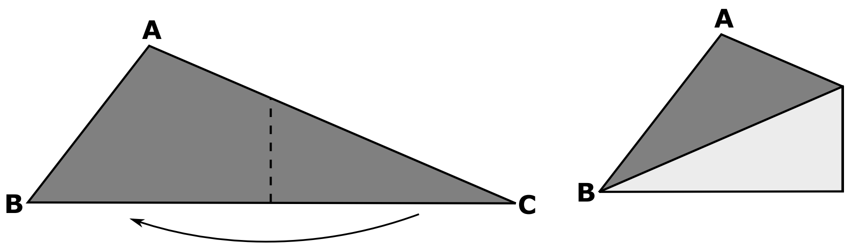


Observação: Visto que a hipotenusa é o diâmetro dessa semicircunferência e a mediana relativa a hipotenusa é o raio, temos que o comprimento da mediana é igual a metade do comprimento da hipotenusa.

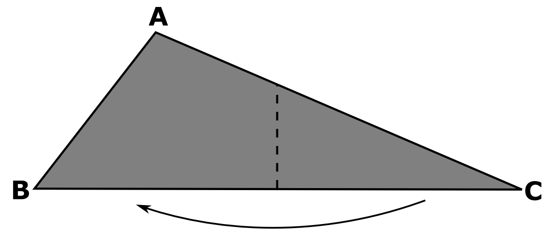
3º caso: Triângulo obtusângulo

Procedimentos:

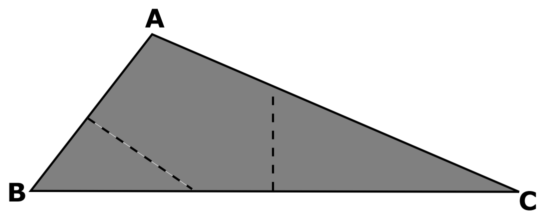
Passo 1: Tomando o triângulo ABC obtusângulo, faça a dobra de maneira que os vértices B e C coincidam.

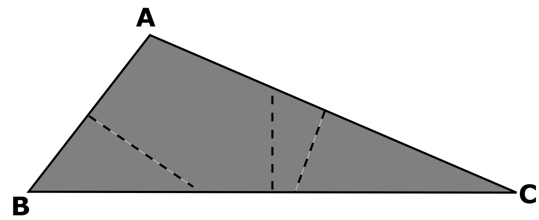


Passo 2: Desdobre e observe que a dobra formada é mediatriz do lado $\overline{BC}$.

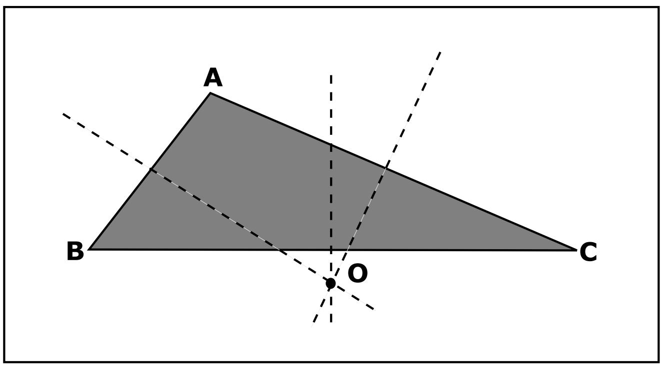


Passo 3: De maneira análoga aos passos anteriores é possível encontrar as mediatrizes dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

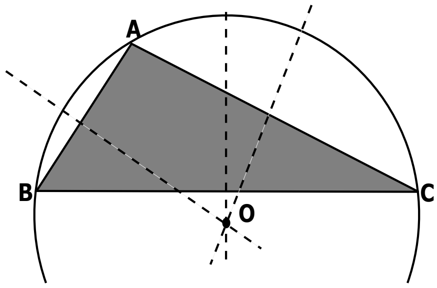




Observe que, neste caso, o ponto de encontro das mediatrizes será externo ao triângulo ABC. Por isso para identificar esse ponto cole o triângulo em uma folha de papel A4 e refaça as dobras das mediatrizes para identificar o ponto denominado circuncentro.



Para finalizar trace a circunferência circunscrita ao triângulo.



Atividade 5

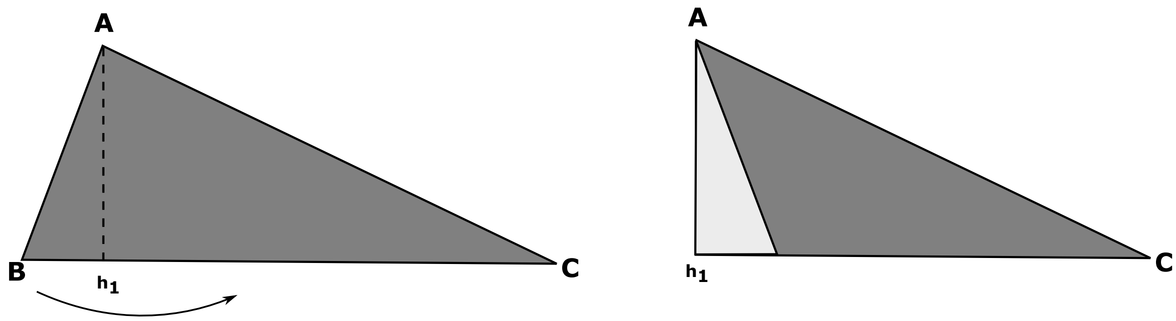
Alturas de um triângulo e ortocentro

Para determinar as alturas de um triângulo e ortocentro iremos dividir o estudo em três casos em relação à classificação de triângulos quanto aos ângulos:

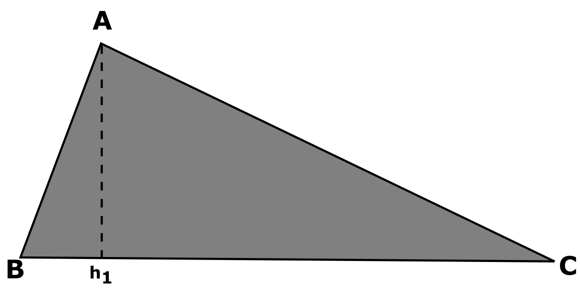
1º caso: Triângulo acutângulo

Procedimentos:

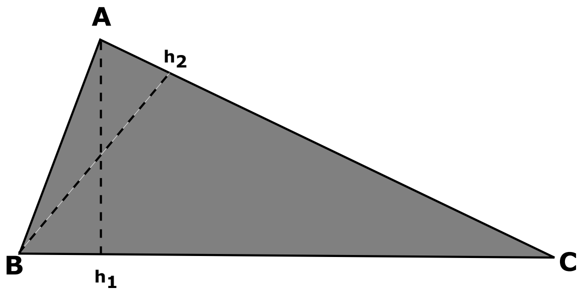
Passo 1: Tomando um triângulo ABC acutângulo, faça uma dobra que passe pelo vértice A e o lado $\overline{BC}$ de modo que o segmento$\overline{Bh_1}$ formado pela dobra seja sobreposto ao segmento $\overline{h_1C}$.

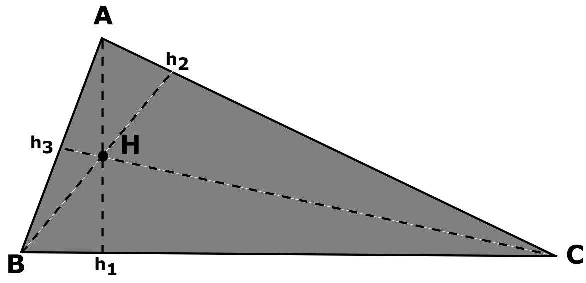


Passo 2: Desdobre e verifique que o segmento de reta formado pela dobra é perpendicular ao lado $\overline{BC}$. Esse segmento de reta é a altura do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$.



Passo 3: De maneira análoga aos passos anteriores é possível encontrar as alturas relativas aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$. E o ponto de encontro dessas alturas é chamado ortocentro.

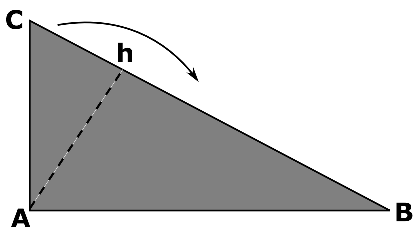


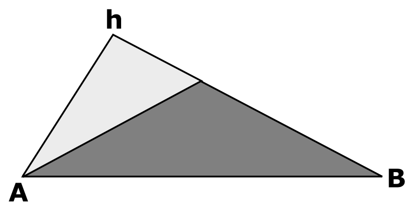


2º caso: Triângulo retângulo

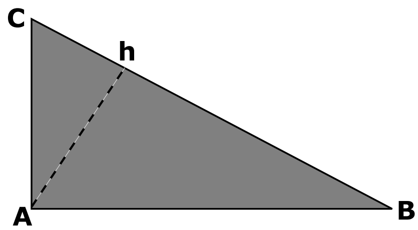
Procedimentos:

Passo 1: Tomando o triângulo ABC retângulo em A, faça uma dobra que passe pelo vértice A e o lado $\overline{BC}$ de modo que o segmento de reta $\overline{Ch}$ formado pela dobra seja sobreposto ao segmento $\overline{hB}$.





Passo 2: Desdobre e observe que a dobra construída é altura do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$.

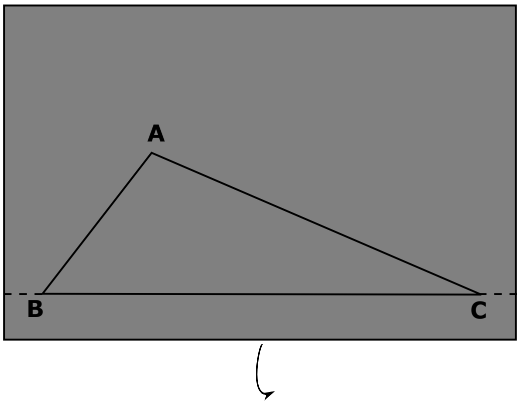


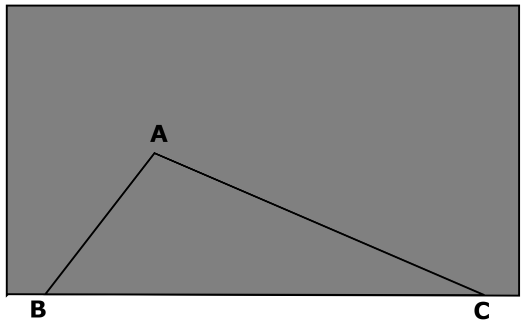
Passo 3: Procedendo de maneira análoga para determinarmos as alturas relativas aos lados $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$. Perceberemos que os catetos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ são também alturas do triângulo ABC. E neste caso, o ortocentro é o Vértice A.

3º caso: Triângulo obtusângulo

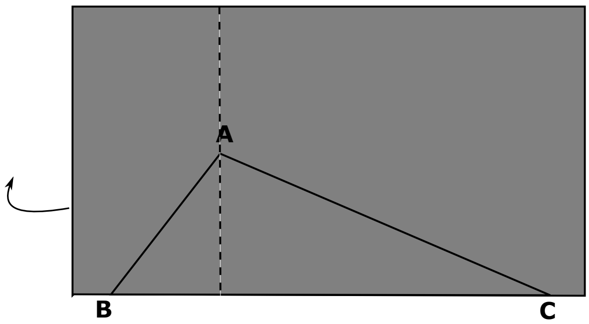
Procedimentos:

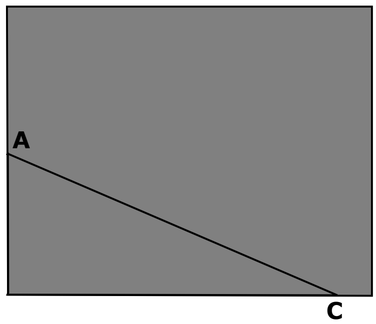
Passo 1: Em uma folha de papel A4 construa um triângulo ABC obtusângulo com auxilio de um transferidor e régua sem recorta-lo, faça uma dobra para trás sobre o lado $\overline{BC}$.



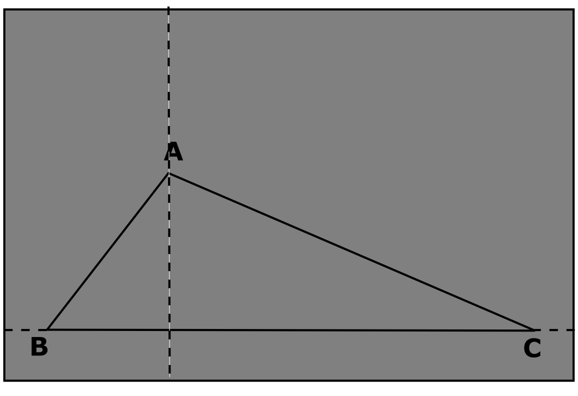


Passo 2: Faça uma dobra que passe pelo vértice A e o lado $\overline{BC}$ de modo que os dois segmentos de reta formados pela dobra e estão contidos no lado $\overline{BC}$ coincidam.

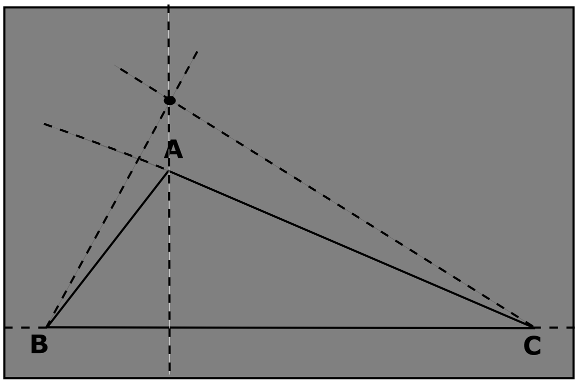




Passo 3: Desdobre as duas dobras feitas. A última dobra realizada determina a altura do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$.



Passo 4: De maneira análoga aos passos anteriores determine também as alturas relativas aos lados $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$.



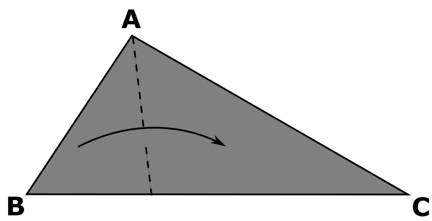
Observe que, também neste caso , as alturas se interceptam, só que em um ponto exterior ao triângulo.

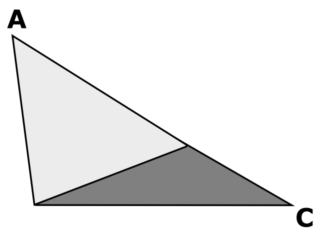
Atividade 6

Bissetrizes de um triângulo e incentro

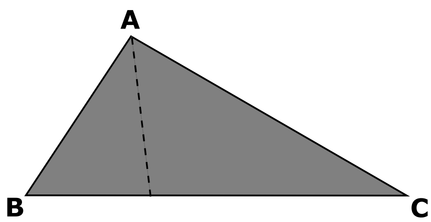
Procedimentos:

Passo 1: Tomando um triângulo ABC qualquer, faça uma dobra de forma que o lado $\overline{AB}$ se sobreponha ao lado $\overline{AC}$.

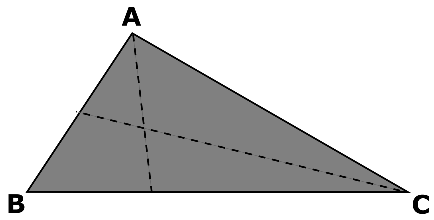


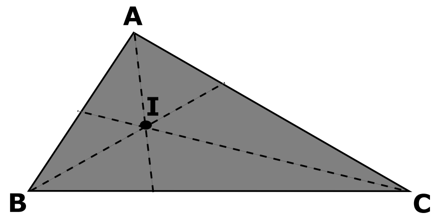


Passo 2: Desdobre e verifique que a dobra encontrada é a bissetriz do ângulo relativa ao vértice A do triângulo ABC.



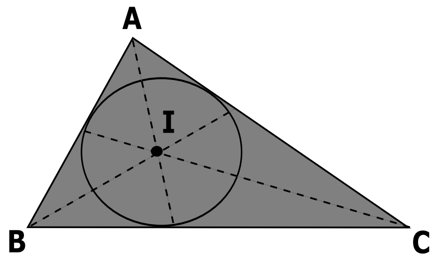
Passo 3: De maneira análoga aos passos anteriores determine também as bissetrizes relativas ao vértices B e C.





Observe que as bissetrizes se interceptam em um ponto, denominado incentro do triângulo ABC, representado pela letra I.

Passo 4: Calcular a distância entre o incentro e um dos lados do triângulo, essa distância é o raio da circunferência inscrita ao triângulo. Use o compasso com a ponta seca no ponto I e a outra com abertura igual a medida do raio.



Dessa maneira percebemos que a circunferência está inscrita ao triângulo ABC. Por isso, o ponto I recebe o nome de incentro, que é o ponto equidistante dos lados AB, BC e AC do triângulo ABC.

Anexo 4

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
MESTRADO EM MATEMÁTICA – PROFMAT

UFG

Prezado aluno,

Este questionário tem como objetivo coletar dados para uma pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Vale ressaltar que todos os seus dados serão mantidos em sigilo.

NOME: ____

IDADE:__________SÉRIE:____________APELIDO:____________________________

QUESTIONÁRIO 03

Problema:
Olá turma do 8º ano! O presidente da Associação da agricultura está com dificuldade em resolver um problema e pediu para nós o ajudarmos nessa tarefa. Vamos analisar a situação:
A associação irá montar uma horta comunitária em um projeto de agricultura familiar. Três famílias irão entrar no mutirão e todos querem ficar perto da horta. São as famílias do senhor Adão, senhor Bruno e senhor Carlos.
Como poderíamos organizar as três famílias nas proximidades da horta de tal forma que a distância de suas casas até a horta seja a mesma? Utilize os recursos geométricos estudados nas atividades desenvolvidas na pesquisa para resolver o problema.

Observação: O estatuto da associação não permite que nenhum membro da associação seja prejudicado.

Resolução:

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=7mYaeyq7a0E

Anexo 5

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
MESTRADO EM MATEMÁTICA – PROFMAT

UFG

Prezado aluno,

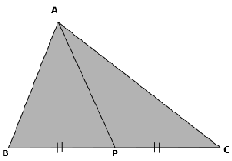
Este questionário tem como objetivo coletar dados para uma pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Vale ressaltar que todos os seus dados serão mantidos em sigilo.

NOME: ____

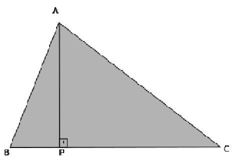
IDADE:__________SÉRIE:____________APELIDO:___________________________

QUESTIONÁRIO 4

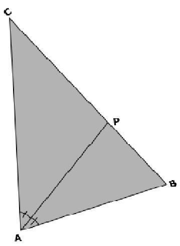
QUESTÃO 01: Em cada um dos triângulos seguintes, classifique o segmento $\overline{AP}$ como mediana altura ou bissetriz. Justifique sua resposta.

a) 

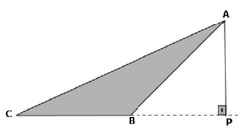
Resposta:

b) 

Resposta:

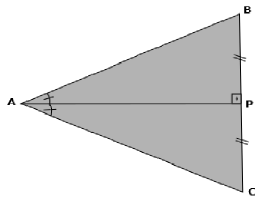
c) 

Resposta:

d) 

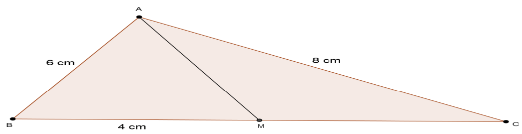
Resposta:

e)



Resposta:

QUESTÃO 02: Observe o Triângulo ABC

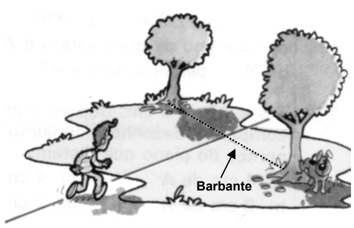


O segmento de reta $\overline{\mathbf{AM}}$ é uma das medianas do triângulo e essa mediana é o segmento que liga o vértice A ao ponto M, que é o ponto médio do lado oposto $\overline{BC}$. **Calcule** seu perímetro em cm.

Resolução

QUESTÃO 03: Alexandre adora estudar os conceitos geométricos através de aplicações práticas. Num dia desses, ele resolveu representar alguns desses conceitos no quintal de sua casa. Ele amarrou um barbante em duas árvores e andou em uma direção perpendicular a esse barbante e que passa no ponto médio do mesmo.

Observe a figura.



Alexandre queria, com essa atividade prática, representar, através da direção do seu movimento, o conceito de:

a) Mediana
b) Mediatriz
c) Bissetriz
d) Altura

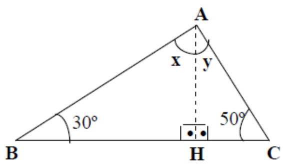
QUESTÃO 04: Considere os pontos notáveis de um triângulo, sendo:

B Baricentro **C** Circuncentro **I** Incentro **O** Ortocentro

Preencha os parênteses:

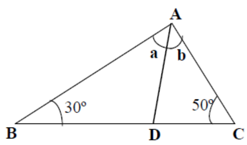
a) ( ) Ponto de encontro das medianas.
b) ( ) Ponto de encontro das mediatrizes dos lados de um triângulo.
c) ( ) Ponto de encontro das bissetrizes internas de um triângulo
d) ( ) Ponto de encontro das retas suportes das alturas.
e) ( ) Ponto que divide cada mediana numa razão de 2 para 1.
f) ( ) Centro da circunferência inscrita num triângulo.
g) ( ) Centro da circunferência circunscrita a um triângulo.

QUESTÃO 05: Na figura abaixo, $\overline{AH}$ é altura, calcule x e y:



Resolução

QUESTÃO 06: Na figura abaixo, $\overline{AD}$ é bissetriz do ângulo Â. Calcule a e b:



Resolução:

Observação do Pesquisador:

Anexo 6

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
MESTRADO EM MATEMÁTICA – PROFMAT

UFG

QUESTIONÁRIO 5

Prezado aluno,

Este questionário tem como objetivo coletar dados para uma pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Vale ressaltar que todos os seus dados serão mantidos em sigilo.

NOME: ____

IDADE:__________SÉRIE:____________APELIDO:____________________________

01. O que você gostou na aula de motivação com data show?

____

____

02. O origami (dobradura) auxiliou você nas atividades desenvolvidas nas aulas de geometria?

( ) Sim ( )Não

03. Quais as dificuldades que você encontrou nas atividades com o uso do origami (dobraduras)?

____

____

04. O que você acha que poderia ser melhorado nessas atividades desenvolvidas com uso do origami?

____

____

05. Você acha que o ensino de geometria utilizando origami facilitou sua aprendizagem?

( ) Sim ( )Não

06. Você gostaria que durante as aulas de geometria fosse utilizado origami?

( ) Sim ( )Não

07. De todos os momentos das aulas de geometria, qual foi o que você mais gostou? E o que você menos gostou?

____

____