



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
REGIONAL CATALÃO  
MESTRADO EM GESTÃO ORGANIZACIONAL

JIGAGEM DE ÓXIDOS DE FERRO  
PROVENIENTE DO REJEITO DA PRODUÇÃO DE  
ROCHA FOSFÁTICA PARA PRODUÇÃO DE  
PIGMENTOS

RAPHAEL SILVA TOMÁZ

CATALÃO-GO  
2016

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

**1. Identificação do material bibliográfico:**       **Dissertação**        
Tese

### 2. Identificação da Tese ou Dissertação

Nome completo do autor: Raphael Silva Tomáz

Título do trabalho: JIGAGEM DE ÓXIDOS DE FERRO PROVENIENTE DO REJEITO DA PRODUÇÃO DE ROCHA FOSFÁTICA PARA PRODUÇÃO DE PIGMENTOS

### 3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento  SIM       NÃO<sup>1</sup>

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

  
\_\_\_\_\_  
Raphael Silva Tomáz

Data: 07/03 /2017

<sup>1</sup> Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

RAPHAEL SILVA TOMÁZ

ANÁLISE TÉCNICO-OPERACIONAL DA  
JIGAGEM PARA PRODUÇÃO PIGMENTOS DE  
ÓXIDOS DE FERRO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão Organizacional da Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Gestão Organizacional na linha de pesquisa Inovação, Desenvolvimento e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. André Carlos Silva

CATALÃO-GO  
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

TOMÁZ, RAPHAEL SILVA  
JIGAGEM DE ÓXIDOS DE FERRO PROVENIENTE DO REJEITO  
DA PRODUÇÃO DE ROCHA FOSFÁTICA PARA PRODUÇÃO DE  
PIGMENTOS [manuscrito] / RAPHAEL SILVA TOMÁZ. - 2016.  
CVI, 106 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. ANDRE CARLOS SILVA.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Unidade  
Acadêmica Especial de Gestão e Negócios, Catalão, Programa de Pós  
Graduação em Gestão Organizacional (profissional), Catalão, 2016.  
Bibliografia. Anexos.  
Inclui fotografias, tabelas, lista de figuras, lista de tabelas.

1. JIGAGEM. 2. OXIDO DE FERRO. 3. REJEITO. 4.  
PIGMENTOS. I. SILVA, ANDRE CARLOS, orient. II. Título.

CDU 622



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
REGIONAL CATALÃO

MESTRADO PROFISSIONAL EM GESTÃO ORGANIZACIONAL

ATA DE SESSÃO PÚBLICA DE EXAME DE DEFESA DA DISSERTAÇÃO DO MESTRADO PROFISSIONAL NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM GESTÃO ORGANIZACIONAL DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS.

No dia vinte e dois (22) de março de 2016, às 07:30 horas, na sala 215, Prédio Multifuncional, Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, **RAPHAEL SILVA TOMÁZ**, discente do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Gestão Organizacional (52001016061P6) da Universidade Federal de Goiás, expôs, em Sessão Pública o exame de defesa da dissertação intitulado **ANÁLISE TÉCNICO-OPERACIONAL DA JIGAGEM PARA PRODUÇÃO PIGMENTOS DE ÓXIDOS DE FERRO**, para Comissão de Avaliação composta pelos (as) docentes: **Dr. André Carlos Silva** (Programa de Pós-Graduação em Gestão Organizacional/Universidade Federal de Goiás, Presidente da Comissão), **Dr. Nilson José Fernandes** (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química/UFU, Membro Convidado Externo) e **Dr. Geraldo Sadoyama Leal** (Programa de Pós-Graduação em Gestão Organizacional/Universidade Federal de Goiás, Membro Convidado Interno). O trabalho da Comissão de Avaliação foi conduzido pelo docente Presidente que, inicialmente, após apresentar os docentes integrantes da Comissão, concedeu 30 minutos o (a) discente candidato (a) para que este (a) expusesse o trabalho. Após a exposição, o docente Presidente concedeu a palavra a cada membro convidado da Comissão para que estes arguissem o (a) discente candidato (a). Após o encerramento das arguições, a Comissão de Avaliação do trabalho de defesa avaliou a dissertação e o desempenho do (a) discente candidato (a) na exposição, considerando a trajetória deste no curso de mestrado profissional. Como resultado da avaliação, a Comissão de Avaliação deliberou pela:

**Aprovação do trabalho de defesa**

A Comissão de Avaliação declara o (a) discente candidato (a) **APROVADO NO EXAME DE DEFESA PÚBLICA**. A Comissão de Avaliação pode sugerir alterações de forma e/ou conteúdo consideradas aceitáveis, as correções, quando identificadas, devem ser realizadas no prazo máximo de 30 dias contados a partir do recebimento da Ata de Defesa. As alterações deverão ser indicadas no Anexo ao presente documento e/ou podem constar na versão lida pelo membro da Comissão de Avaliação para a sessão de defesa do trabalho de dissertação. Neste caso, a versão lida corrigida deverá ser entregue ao (à) discente candidato (a) no final da sessão

**Reprovação do trabalho de defesa**

De acordo com a Resolução – CEPEC N° 1109 é previsto a reprovação quando a Comissão de Avaliação determina que o trabalho apresentado não satisfaz as condições mínimas para ser considerado projeto de mestrado válido, em condições de se desenvolver um trabalho de conclusão de mestrado.

**A Comissão de Avaliação:**

Para uso da Comedenação/Secretaria da PPG/O	
 <b>Dr. André Carlos Silva</b> Membro Presidente Universidade Federal de Goiás	 <b>Prof. Dr. Vagner Rosalem</b> Coordenador do Mestrado Profissional no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Gestão Organizacional Universidade Federal de Goiás
 <b>Dr. Nilson José Fernandes</b> Membro Convidado Externo Universidade Federal de Goiás	 <b>Prof. Dr. Geraldo Sadoyama Leal</b> Vice-Coordenador do Mestrado Profissional no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Gestão Organizacional Universidade Federal de Goiás
 <b>Dr. Geraldo Sadoyama Leal</b> Membro Convidado Interno Universidade Federal de Goiás	Observações:
 <b>Raphael Silva Tomáz</b> Discente Candidato (a) Matrícula: 2013-1582	Visto Secretaria: EX. Defesa. n°.06/2016

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus, Leila Márcia Silva Tomáz e Clóvis Moreira Tomáz, que sempre me mostraram o caminho do bem e da caridade. Aos meus irmão Renato e Rhaíssa pelo apoio e carinho. À minha noiva Thamirys C. C. de Moraes por sempre acreditar em mim. Dedico ainda a todos professores e amigos que de uma forma ou de outra participaram da elaboração do trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, um agradecimento a Deus. Ele que de sua misteriosa e surpreendente é o regente dessa dádiva que é a vida.

Um agradecimento aos meus amigos e orientadores, Prof. Dr. André Carlos Silva e Prof.<sup>a</sup> Dra. Elenice Maria Schons Silva, pela ajuda e confiança, primordiais na elaboração do trabalho, e outro para todos do Laboratório de Modelamento e Pesquisa em Processamento Mineral, que trabalharam duro para que o trabalho fosse terminado em tempo hábil. Um agradecimento especial aos amigos Wellington, Débora, Izabela e Mariana, pelo companheirismo.

À AngloAmerica, na pessoa de Ricardo Rezende pela constante ajuda com análises químicas. Ao CNPQ, CAPES, FUNAP e CETM, em especial à FAPEG, pela concessão da bolsa de formação de mestrado.

À minha noiva, Thamirys C. C. Morais, que mesmo longe, sempre me apoiou e não me deixou desistir.

À minha família que sempre foi o meu porto seguro, tanto espiritual, amoroso e também financeiro, a vocês um grande obrigado, sem o apoio de vocês não conseguiria sair do lugar.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Operações unitárias nas unidades de processamento. ....	23
Figura 2: Alcance efetivo de aplicação das técnicas convencionais de processamento mineral. ....	24
Figura 3: Esquema simplificado de um jigge.....	27
Figura 4: Posição do centro de massa em um sistema binário.....	30
Figura 5: Desenho esquemático de um jigge do tipo Baum com as respectivas variáveis operacionais e de performance.....	38
Figura 6: Contato entre as partículas A e B. ....	44
Figura 7: Representação do modelo mola amortecedor de um contato. ....	46
Figura 8: Comparação entre os perfis de densidade previstos pelo modelo com os perfis determinados experimentalmente. Foi utilizada amplitude de 10 e 5 cm e frequência de 30 ciclos/s.....	48
Figura 9: Desenvolvimento do perfil de estratificação em um jigge de operação contínua, destacando o perfil vertical de velocidades desenvolvido e a região de mistura devido ao corte do leito.....	54
Figura 10: Expressões utilizadas para o cálculo das forças e torques das partículas. ...	58
Figura 11: Esquema simplificado de um jigge DENVER .....	60
Figura 12: Agitador de peneiras suspenso utilizado para separação granulométrica. ...	63
Figura 13: Separação magnética das amostras.....	64
Figura 14: a) foto do jigge Denver, modelo SJ-1015, b) desenho esquemático do jigge de diafragma.....	67
Figura 15: Desenho tridimensional do jigge Denver de laboratório, modelo SJ-1015. ....	68
Figura 16: Resultados picnometria. ....	70

Figura 17: Resultados do MEV, (a) e (b) para amostras de magnetita em -75+53 $\mu\text{m}$ e (c) e (d) para amostras de quartzo em -106+75 $\mu\text{m}$ . .....	71
Figura 18: Resultados EDS para amostra de magnetita -75 + 53 $\mu\text{m}$ . (a) Imagem MEV (b) Resultados do EDS para três pontos diferentes.....	72
Figura 19: Resultados EDS para amostra de quartzo -106 + 75 $\mu\text{m}$ . (A) imagem MEV e (b) resultados EDS para três pontos diferentes. ....	73
Figura 20: Composição química das amostras de magnetita. ....	75
Figura 21: Imagens de microscópio das amostras.....	76
Figura 22: Análise granulométrica do material proveniente da AngloAmerican Fosfatos do Brasil. ....	78
Figura 23: Massa de quartzo no material afundado em função da frequência dos pulsos do jig para granulometria de 180 $\mu\text{m}$ (80#). ....	79
Figura 24: Massa de quartzo no material afundado em função da frequência dos pulsos do jig para granulometria de 150 $\mu\text{m}$ (100#) .....	80
Figura 25: Massa de quartzo no material afundado em função da frequência dos pulsos do jig para granulometria de 150 $\mu\text{m}$ (100#). ....	81
Figura 26: Resultados da jigagem para frequência de 102 RPM. ....	82
Figura 27: Resultados da jigagem para frequência de 188 RPM. ....	83
Figura 28: Resultados da jigagem para frequência de 274 RPM. ....	83
Figura 29: Figura 30: Resultados da jigagem para frequência de 359 RPM. ....	84
Figura 31: Comparação dos parâmetros ótimos para recuperação mássica e teores..	85

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Quadro da eficiência da concentração gravítica.....	27
Tabela 2: Valores das variáveis utilizadas nos testes.....	68
Tabela 3: Resultados de análise química para amostras de magnetita separadas por tamanho de partícula através de fluorescência de raios-X.....	74
Tabela 4: Resultados de análise química para amostras de quartzo separadas por tamanho de partícula através de fluorescência de raios-X.....	74
Tabela 5: Resultados obtidos na granulometria de 180 µm (80#). ....	79
Tabela 6: Resultados obtidos na granulometria de 150 µm (100#) .....	80
Tabela 7: Resultados obtidos na granulometria de 106 µm (150#). ....	80
Tabela 8: frequência fixa recuperação mássica.....	86
Tabela 9: frequência fixa teor .....	86
Tabela 10: : vazao fixa recuperação massica .....	87
Tabela 11: Vazão fixa teor .....	87
Tabela 12: Resultadosde picnometria para magnetita.....	93
Tabela 13: Resultadosde picnometria para areia.....	94
Tabela 14: Resultados das análises químicas pordifração de raios-x .....	95
Tabela 15: Resultados obtidos para realização dos testes de ANOVA com frequência fixa. ....	97
Tabela 16: Resultados obtidos para realização dos testes de ANOVA com vazão fixa .....	99
Tabela 17: Resultados dos testes de análise granulométrica no equipamento <i>Mastrsize 3000</i> .....	102

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>16</b>
2.1	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
<b>3</b>	<b>JUSTIFICATIVA</b> .....	<b>17</b>
<b>4</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>17</b>
4.1	TRATAMENTO DE MINÉRIOS .....	18
4.2	CONCENTRAÇÃO .....	24
4.3	CONCENTRAÇÃO GRAVÍTICA .....	25
4.3.1	<i>Critério de concentração gravimétrica</i> .....	26
4.4	JIGAGEM .....	27
4.4.1	<i>Teoria da jigagem</i> .....	28
4.4.1.1	Teoria hidrodinâmica da jigagem .....	28
4.4.1.1.1	Sedimentação retardada diferencial .....	28
4.4.1.1.2	Aceleração diferencial .....	29
4.4.1.1.3	Consolidação Intersticial .....	30
4.4.1.2	Teoria da energia potencial .....	30
4.4.2	<i>Tipos de Jigues</i> .....	31
4.4.2.1	Jigues crivo fixo.....	32
4.4.2.1.1	Jigues de pistão ou diafragma .....	32
4.4.2.1.2	Jigues de crivo fixo pulsados a ar .....	34
4.4.2.2	Jigues de crivo móvel.....	35
4.4.3	<i>Variáveis operacionais de um jigue</i> .....	36
4.4.3.1	Amplitude e frequência das pulsações .....	36
4.4.3.2	Camada de fundo .....	36
4.4.3.3	Granulometria da alimentação.....	37
4.4.3.4	Porcentagem de sólidos.....	37
4.5	MODELAGEM DO PROCESSO DE JIGAGEM .....	37
4.5.1	<i>Teoria da energia potencial de Mayer</i> .....	39
4.5.2	<i>Modelo de dispersão de Vetter</i> .....	39
4.5.3	<i>Modelo de Beck e Holtham</i> .....	40
4.5.4	<i>Modelo de Mishra e Mehrotra (2001)</i> .....	43
4.5.5	<i>Modelo de Costa</i> .....	48
4.5.6	<i>Modelo de estratificação de Tavares e King</i> .....	50
4.5.7	<i>Modelo de Euler-Lagrange</i> .....	54
4.6	JIGUE LABORATORIAL DO TIPO DENVER.....	59
4.6.1	<i>Descrição do equipamento</i> .....	60

<b>5</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>62</b>
5.1	PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS .....	62
5.1.1	<i>Peneiramento do material</i> .....	63
5.1.2	<i>Separação magnética da amostra</i> .....	64
5.2	CARACTERIZAÇÃO DAS AMOSTRAS.....	64
5.2.1	<i>Picnometria</i> .....	64
5.2.2	<i>Espectrômetro de Fluorescência de Raios-X</i> .....	65
5.2.3	<i>Microscopia eletrônica de varredura (MEV/EDS)</i> .....	65
5.2.4	<i>Microscopia óptica de luz refletida</i> .....	65
5.2.5	<i>Determinação da distribuição granulométrica</i> .....	66
5.3	ENSAIOS DE JIGAGEM .....	67
5.4	ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS (ANOVA) .....	69
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>70</b>
6.1	PICNOMETRIA.....	70
6.2	MEV/EDS .....	71
6.3	ANÁLISE DE FLUORESCÊNCIA DE RAIOS X .....	73
6.4	MICROSCOPIA .....	75
6.5	DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA .....	78
6.6	JIGAGEM .....	78
6.7	ANOVA .....	86
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>88</b>
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>90</b>
<b>9</b>	<b>ANEXO 1 .....</b>	<b>93</b>
<b>10</b>	<b>ANEXO 2 .....</b>	<b>95</b>
<b>11</b>	<b>ANEXO 3 .....</b>	<b>97</b>
<b>12</b>	<b>ANEXO 4 .....</b>	<b>102</b>
12.1	TESTES DE VARIÂNCIA .....	103
12.1.1	<i>Análise de variância (ANOVA)</i> .....	104

# 1 INTRODUÇÃO

O homem utiliza as cores há mais de 20 mil anos. O primeiro corante a ser conhecido pela humanidade foi o Negro-de-Fumo (mais conhecida como fuligem), por volta de 3.000 a. C. Devemos, contudo, diferenciar os pigmentos dos corantes solúveis; os pigmentos são pequenos corpúsculos corantes insolúveis no meio em que são dispersos. No caso dos corantes solúveis, as soluções penetram no material a tingir (sobretudo têxteis), não apenas lhe emprestando coloração, mas também reagindo com este material (CASQUEIRA, 2008).

Ainda segundo o mesmo autor, os pigmentos estão sempre presentes em nossas vidas, até mesmo em aplicações em que a evidência direta de sua presença (a cor) não pode ser notada. O desenvolvimento de cores em uma ampla variedade de materiais é facilitado pela existência de vários tipos de pigmentos: orgânicos, inorgânicos, naturais, sintéticos, minerais, fluorescentes, perolados, etc .

A importância dos pigmentos para a civilização humana é evidente e bem documentada. Embora, estes materiais tenham sido descobertos há tantos anos as pesquisas continuam até hoje, pois as indústrias exigem frequentemente novos tons e cores cada vez mais reprodutíveis e estáveis. O que torna necessário o desenvolvimento de novos pigmentos e novos métodos de síntese que superem as desvantagens apresentadas pelo processo industrialmente já consolidado (CASALI, 2002) .

A seleção das matérias-primas é de suma importância para se adquirir pigmentos minerais de alta qualidade, luminescência de cor e pureza, ou seja, livre de contaminantes químicos. Por exemplo, a granulometria é um fator que influencia a cinética das reações entre os componentes que atuam na formação dos pigmentos e, assim sendo, materiais muito finos (~50  $\mu\text{m}$ ) são mais recomendados para a produção de pigmentos (CASQUEIRA, 2008).

Segundo Luz (2005), a granulometria usual para a venda de pigmentos é de 50  $\mu\text{m}$ , porém empresas de produção de pigmentos consegue gerar esse material através da moagem de matéria-prima com granulometria de até 100  $\mu\text{m}$ .

Os pigmentos minerais vêm ganhando aceitação comercial em consequência da crescente conscientização ecológica, que visa diminuir o impacto ambiental provocado pelos métodos sintéticos de produção. Os pigmentos minerais mais comuns são os óxidos de ferro (incluindo a magnetita), manganita, cromita, o quartzo, o feldspato, monazita, zirconita, titânia e micas (moscovita e biotita) (CASQUEIRA, 2008).

A magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) é um óxido magnético de ferro natural formado por íons  $\text{Fe}^{+2}$  e  $\text{Fe}^{+3}$ . É o mineral magnético mais comum, estando presente em pequenas quantidades em quase todas as rochas da crosta terrestre. A presença de magnetita em lavas vulcânicas que formam o assoalho oceânico permite que se estude o campo magnético terrestre da época de seu resfriamento e suas propriedades são conhecidas desde os tempos da Grécia antiga. Em países onde não há a ocorrência de hematita, a magnetita é utilizada como importante fonte de ferro. (BRASIL, 2014).

A maior parte da produção de ferro do Brasil, seja processando a hematita quanto a magnetita, é feita por flotação e separação magnética. A flotação prejudica a utilização dos óxidos para outros fins além da produção de aço devido à enorme quantidade de produtos químicos, principalmente surfactantes, envolvidos nesta etapa (COSTA, 2013).

Os métodos de separação gravítica são utilizados para tratar uma grande variedade de minerais, com grande variedade de densidades, que vão desde os sulfetos de metais pesados tais como a galena ( $7,5 \text{ g/cm}^3$ ) a carvão ( $0,85 \text{ g/cm}^3$ ), e grande variedade de tamanhos de partículas (LINS, 2010).

A concentração gravítica perdurou como método de processamento mineral dominante por cerca de 2000 anos e foi somente no século 20 que sua importância declinou, com o desenvolvimento de processos como a flotação e a concentração magnética que permitiu o tratamento seletivo de minérios complexos e de baixos teores (WILLS, 2006).

A jigagem é um processo de separação hidráulica que consiste da repetida expansão e contração vertical de um leito de partículas pelo movimento pulsante de água. O resultado desse movimento é a estratificação do leito, onde se tem a separação dos materiais por densidade em ordem crescente do topo à base (SAMPAIO E TAVARES, 2005).

Como a utilização da flotação para a concentração de magnetita não é interessante devido à restrição da sua utilização, o enriquecimento do rejeito pela jigagem para a extração desse mineral se justifica devido à diferença de massa específica dos minerais envolvidos ( $5,1 \text{ g/cm}^3$  para a magnetita e  $3,1 \text{ g/cm}^3$  para a apatita), aliado a simplicidade de operação do equipamento e pelo seu baixo custo de operação.

A Anglo American Fosfatos do Brasil possui uma produção de rejeito de 2 Mt (milhões toneladas) com teores de barita de 6% e magnetita por volta de 40%, sendo esse material enviado integralmente para a barragem de rejeito.

A retirada da magnetita do processo de produção de fosfato trás três grandes ganhos: o primeiro seria a redução de material enviado para os passos de flotação da barita e apatita, o segundo é a geração de um material que poderá ser utilizado para outros fins, como a produção de pigmentos, com a geração de um co-produto e o terceiro seria a redução de material enviado para a barragem de rejeito, evitando assim a construção de novas barragens e reduzindo os impactos ambientais.

A concentração por métodos gravíticos, baseada na diferença de densidade entre a magnetita e o quartzo, pode ser uma opção para o aproveitamento do rejeito da produção de rocha fosfática para a produção de magnetita de alto teor para ser utilizada na produção de pigmentos. O jigge, devido ao seu baixo custo de investimento e o baixo custo operacional, será testado, neste trabalho, como método de concentração da magnetita.

## **2 OBJETIVOS**

O objetivo do trabalho é fazer uma análise técnica da produção de concentrado de óxido de ferro, para pigmento, proveniente do rejeito da produção de rocha fosfática por jigagem.

### **2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Avaliar os efeitos das variáveis operacionais no teor e na recuperação mássica do concentrado obtido pela jigagem.
- Verificar se o concentrado obtido pela jigagem satisfaz o mercado de pigmento.
- Avaliar o ganho econômico caso ocorra a venda do concentrado de óxido de ferro.

### 3 JUSTIFICATIVA

O minério de ferro é encontrado na natureza na forma de rochas, misturado a outros elementos. Por meio de diversos processos industriais com tecnologia de ponta, o minério é beneficiado para ser vendido, principalmente, para as indústrias siderúrgicas. Sendo ele é vendido na forma de sinter, granulado ou em forma de pelotas.

Segundo a especificidade de mercado a carga metálica (sinter, pelota ou granulado) para produção de aço deve conter aproximadamente 65% do elemento ferro em sua composição e não importando de qual mineral o elemento virá (hematita, magnetita, goethita, etc...). Para a produção de pigmentos é necessário a obtenção do mineral magnetita com alto teor de pureza (aproximadamente 95%), livre de contaminantes químicos e granulometria que vai de 50  $\mu\text{m}$  a no máximo 100  $\mu\text{m}$ .

Atualmente a Anglo American Fosfatos do Brasil não produz magnetita, mas possui uma produção de rejeito de 2 Mt (milhões toneladas) com teores de barita de 6% e magnetita por volta de 40%, sendo esse material enviado integralmente para a barragem de rejeito. O aproveitamento desse material, dada uma recuperação de 60%, traria um crescimento de 78,5 milhões de dólares no PIB (Produto Interno Bruto) do estado.

Com isso estudos que possibilitem o aproveitamento de material descartado, a baixo custo se torna essencial, para que as empresas do setor se viam para o melhor aproveitamento de suas jazidas, para redução de material enviado para a barragem de rejeito, diminuindo os impactos ambientais e o aumento da receita.

A escolha da jigagem para efetuar o trabalho se dá por apresentar baixo custo operacional, a simples operação e o baixo valor para aquisição.

## 4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 4.1 PIGMENTOS

O homem utiliza as cores há mais de 20 mil anos. O primeiro corante a ser conhecido pela humanidade foi o Negro-de-Fumo, ou fuligem. Em meados de 3.000 a.C. foram produzidos alguns corantes inorgânicos sintéticos, como o Azul Egípcio (silicato de cálcio e cobre) (ABIQUIM, 2006).

Com o tempo, muitos corantes naturais foram sendo descobertos. O vermelho das capas dos centuriões romanos era obtido de um molusco chamado Murex, um caramujo marinho. Devemos, contudo, diferenciar os pigmentos dos corantes solúveis; os pigmentos são pequenos corpúsculos corantes insolúveis no meio em que são dispersos. No caso dos corantes solúveis, as soluções penetram no material a tingir (sobretudo têxteis), não apenas lhe emprestando coloração, mas também reagindo com este material (ABIQUIM, 2006).

A palavra "pigmento" é de origem latina (pigmentum) e originalmente denotava uma cor no sentido de uma matéria corante, mas foi mais tarde estendido para indicar decoração colorida (por exemplo, maquiagem). No final da Idade Média, a palavra também foi usado para todos os tipos de extratos de plantas e vegetais, especialmente aqueles utilizados para colorir (BUXBAUM, 2005).

Um pigmento é definido como sendo um particulado sólido, orgânico ou inorgânico, branco, preto, colorido ou fluorescente, que seja insolúvel no substrato no qual venha a ser incorporado e que não reaja quimicamente ou fisicamente com este (ABIQUIM, 2006).

O principal pigmento branco utilizado em tintas é o dióxido de titânio ( $\text{TiO}_2$ ), que possui aplicações nas ciências da vida, em biotecnologia, na área farmacêutica e nas indústrias de cosméticos. As principais características dos pigmentos básicos são proporcionar uma brancura excepcional ao dispersar a luz; proporcionar brancura e poder de cobertura em tintas foscas e brilhantes, em tintas para exterior têm maior tendência à calcinação do que a maioria dos pigmentos coloridos (BUXBAUM, 2005).

Os dois principais tipos de pigmentos coloridos são os orgânicos e os inorgânicos. Os pigmentos orgânicos incluem os de cores mais brilhantes, alguns dos quais são bastante duráveis no uso em exteriores, como o azul e o amarelo. Já os pigmentos inorgânicos, em geral, não são tão brilhantes quanto às cores orgânicas (CASALI, 2002).

As vantagens da utilização pigmentos inorgânicos insolúveis para coloração foram logo descobertas pelos pesquisadores, o que proporcionou a produção de pigmentos em uma enorme variedade de cores e desenvolvimento de vários métodos de síntese química (BARNETT, 2006).

Atualmente, muitos setores industriais (plásticos, cosméticos, vernizes, tinta de impressão para papel e tecido, decoração, materiais de construção) utilizam os pigmentos inorgânicos. O setor cerâmico se destaca na utilização destes colorantes, por isso são ditos em certas regiões como pigmentos cerâmicos e são caracterizados principalmente pela estabilidade térmica elevada (BONDIOLI, 1998).

A importância dos pigmentos para a civilização humana é evidente e bem documentada. Embora, estes materiais tenham sido descobertos há tantos anos as pesquisas continuam até hoje, pois as indústrias exigem freqüentemente novos tons e cores cada vez mais reprodutíveis e estáveis. O que torna necessário o desenvolvimento de novos pigmentos e métodos de síntese que superem as desvantagens dos atuais métodos de processo industrialmente já consolidado (FURUKAWA, 2006).

#### **4.1.1 Pigmentos inorgânicos**

A maior parte dos pigmentos inorgânicos é de substâncias que possuem uma estrutura cristalina determinada. Estruturalmente, um pigmento inorgânico é formado por uma rede hospedeira, na qual se integra o componente cromóforo (normalmente um cátion de metal de transição) e os possíveis componentes modificadores, que estabilizam, conferem ou reafirmam as propriedades pigmentantes (CASALI, 2002).

Entre os possíveis métodos de classificação dos pigmentos inorgânicos, historicamente utilizados, mas não completamente satisfatórios, está a subdivisão dos pigmentos inorgânicos em naturais e sintéticos (BONDIOLI, 1998).

Os naturais são aqueles encontrados na natureza e por um período muito longo foram os únicos pigmentos conhecidos e utilizados. Entre os pigmentos naturais mais utilizados pode-se mencionar os óxidos simples e em particular os óxidos de ferro, já que dão origem a diversas colorações, do amarelo ao marrom, e os espinélios contendo metais de transição (BONDIOLI, 1998).

Óxidos simples naturais encontram com grande emprego industrial já que apresentam boa capacidade de coloração e baixo custo. O maior problema associado à produção destes

pigmentos é a reprodutibilidade, especialmente se provenientes de locais diferentes. De fato, estes podem apresentar características intrínsecas diferentes e, portanto, serem pouco homogêneos e geralmente conterem diversos tipos e quantidades de impurezas (BONDIOLI, 1998).

Os pigmentos sintéticos, também conhecidos como pigmentos inorgânicos complexos, se diferenciam por serem preparados pelo homem mediante procedimentos químicos. Os inorgânicos sintéticos são os mais utilizados por apresentarem uma excelente estabilidade química e térmica e também, em geral, uma menor toxicidade para o homem e para o meio ambiente. Além disso, podem ser estudados e formulados para obter cores que dificilmente seriam obtidas utilizando-se pigmentos naturais (BONDIOLI, 1998).

A indústria alemã obtém cerca de 40% de todo o consumo de pigmentos inorgânicos coloridos do mundo, consumindo também cerca de 50% da oferta de pigmentos de óxidos de ferro. O consumo mundial estimado de pigmentos inorgânicos pode ser dividido da forma vista na Tabela 2 (BUXBAUM, 2005).

Segundo o relatório “Potencial de diversificação da indústria química Brasileira” de novembro de 2014, mostrou o déficit da balança comercial de 2012, como pode ser visto na Figura 12.

A importância dos pigmentos inorgânicos (tanto naturais quanto sintéticos) para o setor industrial é facilmente verificada pela variedade de cores que podemos visualizar em nosso cotidiano. Os setores da indústria onde os pigmentos inorgânicos encontram maior aplicação são: plásticos, cosméticos, vernizes, papel, tecido, decoração, materiais de construção, cerâmicos em geral, inclusive restaurações cerâmicas odontológicas nas quais os pigmentos são adicionados para simular a cor dos dentes naturais. No entanto, o setor de aplicação dos diversos pigmentos depende intrinsecamente das propriedades apresentadas por estes materiais (MONTEDO, 2004).

Embora muitos avanços tenham sido alcançados no setor de pigmentos, o campo de produção de pigmentos continua sendo um tema promissor, tanto como assunto de pesquisa, quanto como potencialidade comercial, destacando-se a necessidade de inovações no aproveitamento de pigmentos naturais, a superação dos custos advindos do uso dos métodos de síntese química, e, particularmente no mercado brasileiro, a necessidade de superação da dependência estrangeira (CASQUEIRA, 2008).

#### **4.1.2 Pigmentos inorgânicos naturais**

Pigmentos naturais vêm sendo empregados desde a pré-história para a obtenção de cores diversas em pinturas ou na confecção de objetos utilitários. Atualmente a crescente conscientização ecológica vem buscando uma reutilização de matérias-primas naturais, particularmente para uso como pigmentos, de modo a diminuir o impacto ambiental provocado pelos métodos sintéticos de produção (CASQUEIRA, 2008).

Os pigmentos naturais são por vezes denominados pigmentos minerais, já que muitos minerais podem ser usados como fonte de matéria-prima na produção de pigmentos ou usados diretamente como tais (CASQUEIRA, 2008).

Dentre as matérias-primas minerais que podem ser empregadas como pigmentos, destacam-se os óxidos de ferro, manganita, cromita, o quartzo, o feldspato, monazita, zirconita, titânia e micas (moscovita e biotita), entre outras (NINA, 1999).

Os óxidos naturais de ferro são encontrados em uma ampla faixa de cores, tais como amarelo (goetita, limonita), vermelho (hematita, pirita), marrom (siderita calcinada) e preto (magnetita), dependendo do tipo de mineral e do tratamento aplicado (CASQUEIRA, 2008).

Os pigmentos de óxidos de ferro tanto naturais quanto sintéticos encontram um vasto campo de aplicação, em pinturas, plásticos, colorante de esmaltes cerâmicos (devido à alta estabilidade térmica), cerâmica, papéis, vidros e cosméticos, etc (ABIQUIM, 2006).

Assim como a pureza química, a granulometria (tamanho e distribuição de partículas) é de grande importância, pois influencia a cinética das reações entre os componentes que atuam na formação dos pigmentos, de maneira que os materiais muito finos (<50 µm) são sempre mais indicados para a produção de pigmentos (LUZ, 2005).

Dentro deste contexto os minerais utilizados para produção de pigmentos passam apenas por processos simples de tratamento de minério como, cominuição e classificação, como a jigagem, são processos possíveis para a produção de pigmentos.

#### **4.2 TRATAMENTO DE MINÉRIOS**

Nenhuma civilização pode prescindir do uso dos bens minerais, principalmente quando se pensa em qualidade de vida, uma vez que as necessidades básicas do ser humano, (alimentação, moradia e vestuário) são atendidas essencialmente por estes recursos. Os minerais constituem os insumos básicos mais requeridos pela civilização moderna (IMPORTANCIA, 2015).

Mineral é todo corpo inorgânico de composição química e de propriedades físicas definidas, encontrado na crosta terrestre. Toda rocha constituída de um mineral ou agregado de minerais que podem ser aproveitados economicamente é chamado minério. Esses minerais valiosos, aproveitáveis como bens úteis, são chamados de minerais-minério. O mineral ou conjunto de minerais não aproveitados de um minério é denominado ganga (LUZ, 2010).

Frequentemente, um bem mineral não pode ser utilizado tal como é lavrado, seja por estar fora das especificações de tamanhos ou por estarem associados a outros minerais. É exatamente para a adequação dos minerais aos processos industriais que se utiliza o tratamento dos minérios (LUZ, 2010).

O tratamento de minérios é relatado pelas Normas Regulamentadora de Mineração (NRM) especificamente na NRM 18.

18.1.1 Para efeito das NRM entende-se por beneficiamento de minérios ao tratamento visando preparar granulometricamente, concentrar ou purificar minérios por métodos físicos ou químicos sem alteração da constituição química dos minerais.

18.1.2 Todo projeto de beneficiamento de minérios deve:

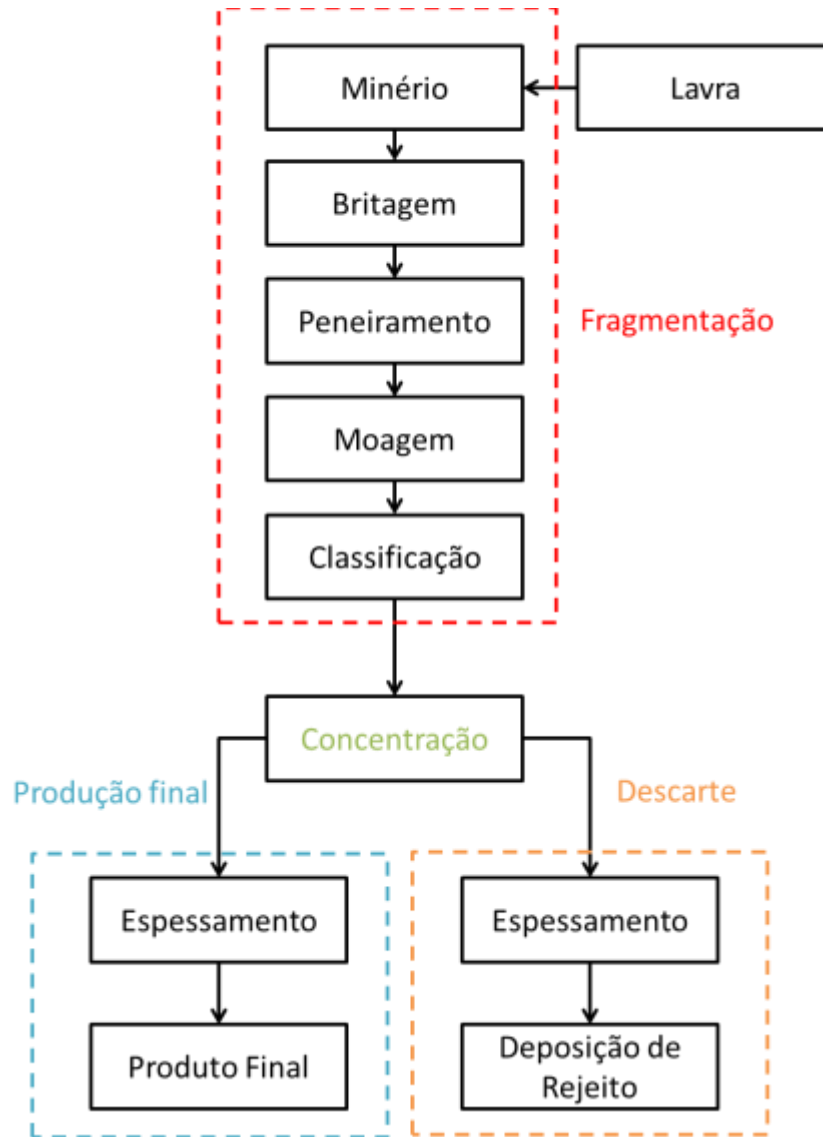
- a) otimizar o processo para obter o máximo aproveitamento do minério e dos insumos, observadas as condições de economicidade e de mercado e;
- b) desenvolver a atividade com a observância dos aspectos de segurança, saúde ocupacional e proteção ao meio ambiente.

Para Wills (2006), a relevância do processamento do minério é hoje um direito adquirido, apesar de sido dado importância há pouco tempo, já que segundo o autor, há menos de um século atrás, o tratamento de minério foi muitas vezes uma operação bastante rudimentar, envolvendo gravidade simples e técnicas de triagem a mão realizada pelos operadores.

Segundo Wills e Atkinson (1991), somente no século XX que se passa a ver o processamento mineral como uma disciplina profissional importante, mesmo sabendo que sem o tratamento de minérios a utilização de muitos minerais, principalmente os metais, não são de fácil obtenção. Isso se deve ao fato que a inovação mais impactante do tratamento, a flotação, ocorreu em 1905, na Austrália.

Na Figura 1, a seguir, serão apresentadas algumas das mais importantes operações do processamento do minério.

**Figura 1: Operações unitárias nas unidades de processamento.**



**Fonte: Adaptado de Luz, 2010**

A operação de fragmentação agrupa o conjunto de técnicas que tem por finalidade reduzir, o tamanho dos fragmentos em pedaços de tamanho menor. A fragmentação de um material heterogêneo visa liberar os minerais valiosos dos minerais de ganga associados. Essa separação dos minerais pode ser mensurada através do “grau de liberação” e refere-se à percentagem do mineral que ocorre como partículas livres no minério em relação ao teor total (LUZ, 2010).

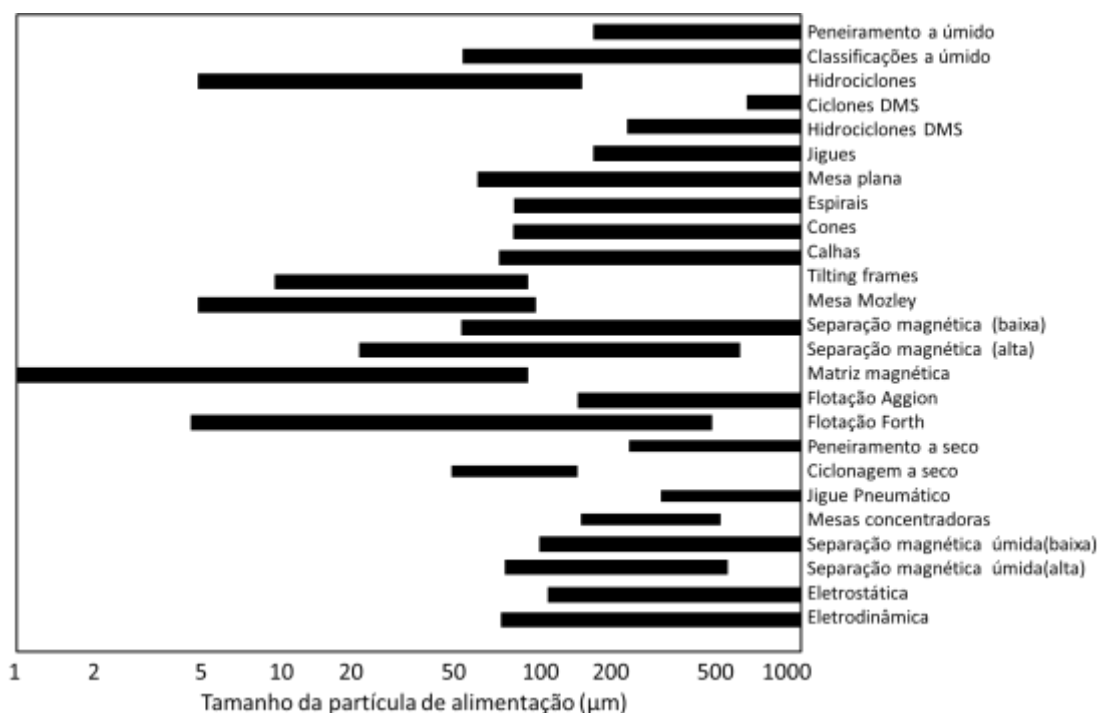
A concentração é processo subsequente da fragmentação e tem por objetivo a separação dos minerais. Os principais métodos de concentração estão baseados nas seguintes propriedades diferenciadoras: densidade, susceptibilidade magnética, condutividade elétrica superficial e molhabilidade (BURT, 1984).

### 4.3 CONCENTRAÇÃO

Segundo Luz (2010), é na etapa de concentração de minérios que ocorre a separação dos minerais de interesse, tido como minérios, dos que não o são. Para que essa separação ocorra, é preciso que o ou os minerais de interesse estejam liberados, daí a importância das etapas de fragmentação e classificação, que realizam e monitoram essa separação, respectivamente.

A Figura 2 mostra o tamanho da faixa de aplicabilidade geral de processos de concentração unidade (WILLS, 2006). É evidente que a maioria das técnicas de processamento falha na gama de tamanho de ultrafina.

**Figura 2: Alcance efetivo de aplicação das técnicas convencionais de processamento mineral.**



Fonte: Will, 2006

Segundo Wills (2006) para que haja a separação de minerais é necessário que exista uma diferença física ou físico-química entre o mineral de interesse e os demais e os métodos

de concentração podem ser classificados de acordo com a propriedade diferenciadora do método. Sendo:

- Separação/concentração gravimétrica: O processo é baseado na diferença de densidade existente entre os minerais,, utilizando-se de um meio fluido (água ou ar) para efetivar a separação, os equipamentos tradicionalmente utilizados são os jigues, mesas vibratórias, espirais, cones e *sluices*.
- Separação magnética: a propriedade determinante nesse processo é a suscetibilidade magnética. Os equipamentos mais utilizados são os tambores, correias, rolos, carrosséis e filtros.
- Flotação: atualmente, a flotação é o processo dominante no tratamento de quase todos os tipos de minérios, devido à sua grande versatilidade e seletividade. O processo se baseia no comportamento físico-químico das superfícies das partículas minerais presentes numa suspensão aquosa. Os equipamentos tradicionalmente adotados se dividem em duas classes (mecânicos e pneumáticos), dependendo do dispositivo utilizado para efetivar a separação.
- Seleção Manual: é o método mais antigo de concentração. Através de uma inspeção visual, os minerais de interesse são manualmente resgatados do restante ou, apenas os minerais contaminantes são separados para purificar o minério original.
- Eletrostática: A separação eletrostática é um processo de concentração de minérios que se baseia nas diferenças de condutibilidade elétrica e a susceptibilidade dos minerais em adquirir cargas elétricas superficiais.

#### **4.4 CONCENTRAÇÃO GRAVÍTICA**

Para Luz (2010), concentração gravítica pode ser definida como um processo no quais partículas de diferentes densidades, tamanhos e formas são separadas uma das outras por ação da força da gravidade ou por forças centrífugas. É uma das mais antigas formas de processamento mineral e, apesar de tantos séculos de utilização, seus mecanismos ainda não são perfeitamente compreendidos.

Os métodos de separação gravítica são utilizados para tratar uma grande variedade de minerais, com grande variedade de densidades, que vão desde os minerais pesados como a

galena ( $7,5 \text{ g/cm}^3$ ) a minerais leves como o carvão ( $0,85 \text{ g/cm}^3$ ), e grande variedade de tamanhos de partículas (LUZ, 2010).

A concentração gravítica perdurou como método de processamento mineral dominante por cerca de 2000 anos e foi somente no século 20 que sua importância declinou, com o desenvolvimento de processos como a flotação e a concentração magnética que permitira o tratamento seletivo de minérios complexos e de baixos teores (WILLS, 2006).

Em geral a concentração gravítica apresenta algumas vantagens em relação a flotação: um custo relativamente menor de instalação, não utiliza reagentes, muitas vezes caros e menor impacto ambiental dos efluentes (BURT, 1984).

Mesmo com todo o revés, a concentração gravítica é ainda hoje um método largamente empregado, e possui utilização além do tratamento mineral. Po exemplo, Tsunekawa *et al* (2004) utilizou o jigge para separar diferentes resíduos plásticos para reciclagem e obteve separações com eficiência de 99%.

Para Burt (1984), um limitante na concentração gravítica é o beneficiamento de partículas finas. O menor limite prático de tamanho de partícula para o concentrador densitário é aproximadamente  $10 \text{ }\mu\text{m}$ . O critério de concentração é uma primeira aproximação e fornece uma ideia da facilidade de se obter uma separação entre minerais por meio de processos gravíticos.

#### 4.4.1 Critério de concentração gravimétrica

O critério de concentração (CC) fornece uma ideia da separação entre minerais por meio de processos gravimétricos, desconsiderando o fator de forma das partículas minerais. O critério de concentração originalmente sugerido por Taggart, com base na experiência industrial aplicado à separação de dois minerais é definido como:

$$CC = \frac{(\rho_a - \rho_f)}{(\rho_b - \rho_f)}; \quad (1)$$

Onde:

$\rho_a$  = peso específico do mineral mais denso ( $\text{g/cm}^3$ );

$\rho_b$  = peso específico do mineral menos denso ( $\text{g/cm}^3$ );

$\rho_f$  = peso específico do meio fluido utilizado na separação ( $\text{g/cm}^3$ ).

A Tabela 1 mostra a relação entre o critério de concentração (CC) e a facilidade de se fazer uma separação gravítica

**Tabela 1: Quadro da eficiência da concentração gravítica.**

CC	Significado
1,50 - 1,20	Concentração eficiente até 6 mm
1,75 - 1,50	Concentração eficiente até 1,4 mm
2,50 - 1,75	Concentração eficiente até 147 $\mu$ m
>2,50	Concentração eficiente até 74 $\mu$ m

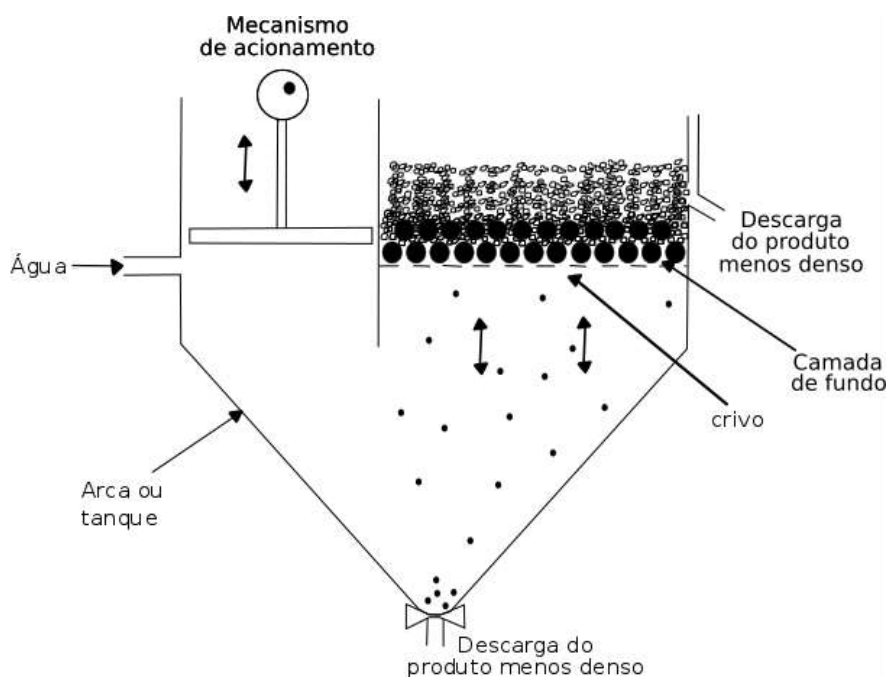
**Fonte: Adaptado de Luz, 2010.**

#### 4.5 JIGAGEM

Jigagem é um processo de separação hidráulica que consiste da repetida expansão (dilatação) e contração (compactação) vertical de um leito de partículas pelo movimento pulsante de água. O resultado é a estratificação do leito, que corresponde à separação das partículas em camadas ou estratos de densidades crescentes desde o topo até a base (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

Os diferentes tipos de jigues usados são compostos essencialmente pelos mesmos elementos básicos, representados na Figura 3, pelo modelo tipo Denver.

**Figura 3: Esquema simplificado de um jigie.**



**Fonte: Sampaio e Tavares, 2005**

O equipamento consiste em tanque, também chamado de arca, dividido em duas seções. Uma delas contém uma tela de suporte (crivo), responsável pela sustentação do leito de partículas, onde ocorre a estratificação. A outra é uma seção onde as pulsações do fluido

são geradas. A pulsação do fluido pode ser produzida de diferentes maneiras, dependendo do tipo do jigge. Pode ser mecânico, por meio de um êmbolo ou pela pulsação da água ou ar (LUZ, 2010).

Jigues apresentam, como principais vantagens, além do baixo custo operacional e a elevada capacidade produtiva, já mencionados, a simples operação, admissão de alimentação com ampla diversidade granulométrica, grandes flutuações de teores e percentagens de sólidos (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

#### **4.5.1 Teoria da jigagem**

Não existe ainda uma teoria quantitativa que explique a jigagem em todos os seus âmbitos, mesmo o equipamento sendo de grande relevância no tratamento de minérios. Ainda assim, existem pelo menos duas teorias que explicam vários aspectos da estratificação vertical na jigagem. Uma delas, a teoria hidrodinâmica, tenta descrever a jigagem a partir do comportamento de partículas individuais no fluido, enquanto a outra, a teoria da energia potencial, descreve o comportamento do leito como um todo (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

##### **4.5.1.1 Teoria hidrodinâmica da jigagem**

Segundo Sampaio e Tavares (2005) a teoria hidrodinâmica clássica considera inicialmente o movimento de uma partícula individual no leito do jigge e, então, relaciona ao movimento de todas as partículas em conjunto, sendo que a estratificação das partículas ocorre devido a três mecanismos:

- sedimentação retardada diferencial;
- aceleração diferencial no início da queda;
- consolidação intersticial das partículas durante a sucção.

##### **4.5.1.1.1 Sedimentação retardada diferencial**

Uma partícula em sedimentação livre é acelerada em certo período pela ação da gravidade, aumentando sua velocidade até alcançar a velocidade terminal (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

Rittinger (1870 *apud* SAMPAIO; TAVARES, 2005) demonstrou que a razão livre de sedimentação de duas partículas esféricas de diâmetros  $d_l$ ,  $d_d$  e densidades  $\rho_l$  e  $\rho_d$ , é expressa pela relação:

$$\frac{d_l}{d_a} = \left( \frac{\rho_d - \rho_a}{\rho_l - \rho_a} \right)^q \quad (2)$$

Onde:

$q$  assume o valor 1 (um), para o regime de Newton, e valor 0,5 para regime de Stokes,

$\rho_d$ = densidades do mineral denso ( $\text{g/cm}^3$ );

$\rho_l$ = densidades do mineral leve ( $\text{g/cm}^3$ );

$\rho_a$ = densidade aparente da suspensão ( $\text{g/cm}^3$ ).

Segundo Sampaio e Tavares (2005), quanto maior a razão de sedimentação, mais fácil é a separação das partículas por densidade, já que a razão de sedimentação corresponde ao tamanho requerido para duas partículas apresentarem a mesma velocidade terminal.

O mecanismo da sedimentação retardada diferencial não pode explicar sozinha a separação por jigagem, pois, com as altas frequências do equipamento e as baixas amplitudes dos leitos envolvidos na jigagem, é improvável as partículas sejam capazes de atingir a sua velocidade terminal de sedimentação (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

#### 4.5.1.1.2 Aceleração diferencial

As equações do movimento da partícula determinam os valores da aceleração de cada partícula, sendo esse valor regido simplesmente pela sua densidade, portanto a densidade é principal fator para que o mecanismo da aceleração diferencial ocorra.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2(\rho_s - \rho_f)}{2\rho_s + \rho_f} g \quad (3)$$

Onde:

$\rho_s$ = peso específico do sólido;

$\rho_f$ = peso específico do fluido;

$g$ = aceleração da gravidade;

$v$ = velocidade de sedimentação.

Sendo assim, se for levado em consideração apenas a aceleração diferencial o tamanho das partículas não teriam nenhuma influencia na jigagem, porém a influência do tamanho da partícula aumenta com o tempo de sedimentação. Desta maneira, para que a separação entre as partícula ocorra mais significativamente, como resultado da ação da aceleração diferencial do que da velocidade terminal, é necessário que o tempo de deslocamento seja suficiente curto e que o ciclo de jigagem (expansão e compactação do leito) seja repetido inúmeras vezes (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

#### 4.5.1.1.3 Consolidação Intersticial

A consolidação intersticial ocorre quando as partículas finas continuam a se sedimentar nos interstícios das partículas grosseiras que se depositaram primeiro.

Este mecanismo foi proposto originalmente por Gaudim (1939) e é importante na jigagem, pois explica como a recuperação de partículas finas no produto denso aumenta com uma etapa de sucção mais intensa.

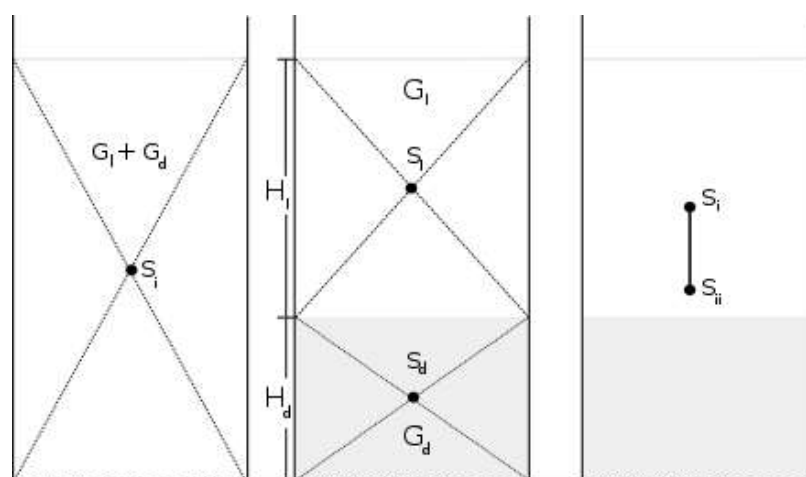
O tamanho máximo de partículas capaz de passar pelos interstícios deixados por partículas esféricas, posicionadas em um arranjo compacto, o qual é igual a 0,41 vezes o diâmetro das esferas que formam o leito (TAGGART, 1945; BURT, 1984).

No caso do jigue este fenômeno é de grande importância, pois, uma vez empacotado o leito, formando uma estrutura semelhante a um meio filtrante, o fluido continua atravessando o leito, carregando os finos arrastados. Este efeito é muito mais significativo que a simples percolação dos finos através do leito de grossos pelo efeito da gravidade observado em diversos outros equipamentos de concentração gravimétrica (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

#### 4.5.1.2 Teoria da energia potencial

A importância da energia potencial instantânea foi reconhecida primeiramente por Mayer (1964) quando foi aplicada à concentração por jigagem. O mecanismo está esquematizado na Figura 4.

**Figura 4: Posição do centro de massa em um sistema binário.**



**Fonte: Sampaio e Tavares, 2005.**

De acordo com Burt (1984), a teoria da energia potencial pode ser melhor entendida considerando-se uma mistura binária e homogênea composta de partículas leves com peso  $G_1$

e partículas pesadas com peso  $G_d$ , com um único centro de gravidade, o da mistura, a uma altura que corresponde à metade da altura total do leito ( $H_l + H_d$ ). A energia potencial da mistura homogênea será:

$$E_I = (G_l + G_d) \frac{(H_l + H_d)}{2} \quad (4)$$

Após a estratificação completa, passarão a existir dois centros de gravidade correspondentes a cada um dos componentes da mistura. Nessa situação a energia potencial do sistema estratificado será:

$$E_{II} = G_l \left( \frac{H_l}{2} + H_d \right) + G_d \left( \frac{H_d}{2} \right) \quad (5)$$

Sendo a diferença, portanto:

$$\Delta E = \frac{G_d H_l - G_l H_d}{2} \quad (6)$$

A diferença de energia potencial entre os dois estados (homogêneo e após a estratificação) fornece a energia disponível para a estratificação de uma mistura binária. Esta diferença é sempre positiva e resulta no rebaixamento do centro de gravidade do sistema. Esta variação positiva mostra que o sistema de uma mistura binária homogênea é instável e que tende a buscar um estado mais estável, ou seja, com menor energia potencial. A estratificação está, por isso, relacionada a uma redução de energia, sendo esta redução a causa física para que o processo ocorra (BURT, 1984).

#### 4.5.2 Tipos de Jigues

O jigue é um dos mais antigos equipamentos usados na concentração de minérios. Supõe-se que o seu princípio básico de funcionamento teria sido conhecido já no Egito Antigo (LYMAN, 1922).

O processo de jigagem se desenvolveu significativamente desde a sua criação, avanço esse que foi impulsionado pelo aumento da demanda de minérios e carvões com a revolução industrial (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

A pulsação do fluido pode ser produzida tanto mecanicamente, por meio de êmbolo, quanto pela pulsação da água ou ar que é admitido de forma intermitente à arca por meio de uma válvula especial. Em alguns tipos de jigue o movimento relativo entre o fluido e o leito de partículas é obtido pelo deslocamento vertical do crivo.

Trajano (1966) classificou os jigues em duas categorias:

- jigues de crivo fixo;
- jigues de crivo móvel.

A seguir são apresentados alguns dos principais tipos de jigues, sendo que na seção 4.4.2.1 são apresentados os de crivo fixo e na seção 4.4.2.2 os de crivo móvel.

#### **4.5.2.1 Jigues crivo fixo**

No jigue de crivo fixo há a existência de superfície estacionária perfurada (grelha) e a água se move através do crivo, gerando a expansão e dilatação sucessiva do leito, sendo que a pulsação pode ser gerada por pistão ou a ar (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

Os jigues de crivo fixo, mais comuns, podem ainda ser classificados de acordo com o mecanismo utilizado para produzir as pulsações, em jigues de pistão (êmbolo), diafragma e pulsados a ar (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

##### **4.5.2.1.1 Jigues de pistão ou diafragma**

Os jigues de acionamento a pistão ou diafragma mais comuns são:

- Tipo Harz

Esses jigues consistem de um recipiente prismático com fundo inclinado, apresentando dois compartimentos: um deles, que corresponde a câmara de separação do aparelho, possui no fundo um crivo fixo, cuja abertura permite reter todas as partículas contidas no leito. No compartimento adjacente, atua um êmbolo que transmite um movimento alternado vertical à água o movimento necessário para jigagem do material.

Para Sampaio e Tavares (2005), a simplicidade mecânica e construtiva é a principal vantagem do jigue Harz. O movimento do êmbolo no jigue Harz é normalmente produzido por uma biela acoplado a um excêntrico acionado por um motor, resultando em um movimento harmônico. Uma dificuldade frequentemente encontrada neste jigue é a manutenção da vedação entre êmbolo e compartimento.

No equipamento, a separação normalmente ocorre sobre o crivo, com o material apresentando granulometria superior à abertura deste. O produto leve é descarregado por transbordo no último compartimento. As partículas densas depositadas no fundo do leito são retiradas através de um orifício lateral no jigue.

- Tipo Denver

Este jigue de crivo fixo e aberto emprega um diafragma. O produto denso é extraído no fundo do compartimento. Na parte superior do compartimento encontra-se o mecanismo que gera pulsações de um lado, do outro, o leito e o crivo. O mecanismo responsável pelas pulsações consiste de uma biela que realiza movimento alternativo vertical dado por um eixo excêntrico, o qual atua sobre um diafragma de borracha.

A forma de U da arca dos jiges Harz e Denver resulta na ocupação de uma parte significativa da área dos aparelhos pelo mecanismo responsável pelas pulsações. Nos jiges Pan-Americanos, Remer e Bendelari, o mecanismo responsável pelas pulsações é posicionado abaixo do compartimento do jigue, permitindo uma melhor utilização do espaço de piso na usina (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

- Tipo Pan-america

Nesse tipo de jigue as pulsações são produzidas pelo movimento de um diafragma posicionado abaixo do compartimento, que funciona como parte do tanque. Isso traz a vantagem de produzir um movimento mais uniforme da água através do crivo. O diafragma posicionado abaixo da câmara é oscilado para cima e para baixo por uma biela, sendo este acionado por um excêntrico.

- Tipo Remer

Nos jiges do tipo Remer, o crivo é contínuo ao longo por todo o aparelho, de maneira que a estratificação não é interrompida ao longo de todo o comprimento do jigue. Neste jigue as pulsações são produzidas por diafragmas que oscilam a diferentes frequências e que se encontra em diferentes posições abaixo da câmara do jigue. Oscilações harmônicas de altas amplitudes e baixas frequências são superpostas as oscilações de baixa amplitude e altas frequências (Leonard, 1991), produzidas por excêntricos duplos que operam e paralelo e que são conectados à arca por braços cruzados pivotados (BURT, 1984). Todo sistema oscila em conjunto verticalmente e é conectado ao jigue por intermédio de diafragmas de borracha. As superposições com diferentes frequências e amplitudes tem objetivo de evitar o fechamento completo do leito durante a sucção, etapa esta quando ocorre a consolidação intersticial.

- Tipo Yuba

No jigue tipo Yuba, o diafragma é posicionado na lateral da câmara de separação, com o intuito de diminuir a altura do jigue. Este diafragma realiza movimento harmônico simples. A forma do compartimento é tal que pulsações uniformes são produzidas ao longo de toda a área de jigagem. Além disso, a água é adicionada continuamente durante o período de jigagem.

- Tipo Trapezoidal / IHC

Neste jigue, a superfície do crivo apresenta a forma de um trapézio, com o lado menor próximo à alimentação e o maior na extremidade de descarga do produto leve. O jigue circular IHC, que consiste no arranjo de vários jigues trapezoidais, formando um círculo, com a alimentação distribuída centralmente. Como o fluxo tem a sua componente horizontal de velocidade diminuída, estes são particularmente apropriados para recuperação de minerais finos densos. Esse jigue ainda apresenta as vantagens de consumir menos água e menos espaço que os jigues retangulares, para a mesma capacidade (Richardson, 1984).

#### **4.5.2.1.2 Jigues de crivo fixo pulsados a ar**

Os jigues mais antigos, como o Harz e o Denver, usam dispositivos mecânicos, como pistões ou diafragmas, para gerar pulsações da água. No final do século 19 foi desenvolvido um novo sistema de geração das pulsações da água, empregando pressão de ar. (SAMPALHO; TAVARES, 2005)

Os jigues de acionamento a ar mais comuns são:

- Tipo Baum

Uma maior variação no ciclo de jigagem pode ser obtida pelo uso de ar comprimido nas pulsações do que usando dispositivos mecânicos, através desse princípio foi desenvolvido o jigue Baum.

A arca consiste de um recipiente de aço em forma de U, dividido lateralmente em duas partes. Em um lado da arca encontra-se o crivo que contém o leito de material e, no outro, a câmara de ar.

O ponto chave da operação do jigue Baum está no controle da válvula de controle de admissão e exaustão de ar. No início do ciclo de jigagem a válvula é aberta para admissão de ar, produzindo um rápido movimento ascendente de água. No instante de fechamento da válvula, o ar continua a expandir, dissipando sua pressão e permitindo que a água continue a subir através do crivo. À medida que a válvula continua a girar, o ar é descarregado para a

atmosfera a uma taxa controlada, de maneira que as partículas contidas no leito começam a sedimentar, somente sob a ação da gravidade. Assim, a separação ocorre principalmente pela sedimentação retardada diferencial, sendo a percolação intersticial suprimida (BURT, 1984).

- Jigue com câmara de ar inferior

À medida que a largura do jigue aumenta, a câmara na forma de U torna difícil a distribuição uniforme da pulsação ao longo de todo o leito. Na década de 50, observou-se que este efeito se tornava significativo em jigues Baum com largura superiores a 2,5 m (Osborne, 1988). Uma vez que a capacidade do jigue depende da sua largura, ficou evidenciada a necessidade de descolar a injeção de ar de uma câmara lateral para baixo da câmara de jigagem, a fim de garantir a uniformidade das pulsações ao longo de toda a largura do leito.

O equipamento possui câmaras de ar posicionadas abaixo do crivo do jigue, o qual sustenta o leito de partícula a serem beneficiadas. A pressão de ar é aplicada na câmara por meio de dutos, fazendo com que o nível de água baixe. Com o rebaixamento do nível de água dentro da câmara de ar, o nível da água junto ao minério sobe que resulta na expansão do leito do material particulado. Após algum tempo, a pressão de ar dentro da câmara volta a baixar, com o rebaixamento do nível de água junto ao leito de partículas, ocorrendo compactação do leito. Assim, com a elevação e a redução da pressão de ar na câmara é possível expandir e compactar o leito de partículas conforme o diagrama de jigagem pré-determinado.

#### **4.5.2.2 Jigues de crivo móvel**

Nesses jigues a superfície perfurada é dotada de movimento alternativo vertical dentro de um tanque, resultando em um movimento relativo de pulsação da água através do fundo do crivo.

Nos jigues de crivo móvel as pulsações responsáveis pela expansão e compactação do leito de partículas são produzidas pelo movimento de subida e descida da grade do jigue. O uso do movimento da grade na geração das pulsações permite obter pulsos de alta velocidade, os quais são necessários para expansão do leito contendo partículas grossas. O movimento do crivo do jigue é produzido por um braço controlado hidráulicamente.

Este braço eleva o crivo e, quando atinge o ponto mais alto, a pressão de óleo é aliviada e o crivo cai em queda livre através da água de volta à sua posição mais baixa. O crivo é inclinado de modo a auxiliar no transporte do leito ao longo do jigue. O material

contido no leito, sujeito aos golpes, é estratificado enquanto se movimenta até a zona de separação dos produtos.

Tipo de crivo	Tipo de acionamento	Tipo de Jigue
Fixo	Pistão	Harz
	Diafragma	Denver
	Diafragma	Pan-America
	Diafragma	Remer
	Diafragma	Yuba
	Diafragma	Trapezoidal
	Acionamento a ar	Baum
	Acionamento a ar	Câmara inferior
Móvel	----	Crivo móvel

### 4.5.3 Variáveis operacionais de um jigue

Variáveis operacionais são os parâmetros de um equipamento ou experimentos que pode ser alterada, tal como uma característica ou valor. As variáveis mais comumente estudadas em jigues são descritas abaixo.

#### 4.5.3.1 Amplitude e frequência das pulsações

Durante o golpe de impulsão as partículas do leito devem se tornar suficientemente dispersas, e após o golpe o leito tem que retornar inteiramente ao repouso sobre o crivo antes do final da etapa de sucção, sendo assim o controle da frequência e da amplitude devem ser ajustados cuidadosamente.

O ajuste inadequado dessas variáveis trará uma jigagem ineficiente. Se a frequência for baixa, a velocidade do fluxo de fluido necessária para elevar e dispersar o leito o leito, torna-se relativamente baixa e não haverá tempo suficiente para dispersar o leito. Assim, o volume de vazios nas partículas dispersas permanece baixo, exercendo uma influência negativa na altura absoluta de dispersão. Quando a frequência de jigagem for elevada significativamente, o leito é elevado a uma altura considerável, havendo assim um excesso na dispersão do leito (SAMPAIO; TAVARES, 2005).

#### 4.5.3.2 Camada de fundo

A camada de fundo controla a taxa com que as partículas finas densas penetram e percolam através do leito e do crivo em direção ao fundo da arca. Em geral, as partículas da camada de fundo devem ser densas o suficiente para se depositar no fundo do leito, junto ao crivo, mas devem ser leves o suficiente para se dilatar durante a impulsão.

O tamanho de partícula geralmente recomendado é de quatro vezes o tamanho máximo das partículas a serem recuperadas (PICKETT; RILEY, 1985). Materiais usados incluem pelotas de aço, hematita e feldspato, dentre outros.

Em geral, quanto mais densa e espessa for a camada de fundo, menor será a recuperação do produto denso e maior será a perda de partículas densas grossas no produto leve. Por outro lado, quanto mais grossas forem as partículas da camada de fundo, maior será a recuperação do produto denso.

#### **4.5.3.3 Granulometria da alimentação**

O intervalo de tamanho de partículas processado em jigue depende do material e do tipo de equipamento. A ação dos mecanismos de separação que atuam na jigagem faz com que a influência da granulometria na separação seja muito pequena, em comparação aos outros processos de concentração hidráulica.

#### **4.5.3.4 Percentagem de sólidos**

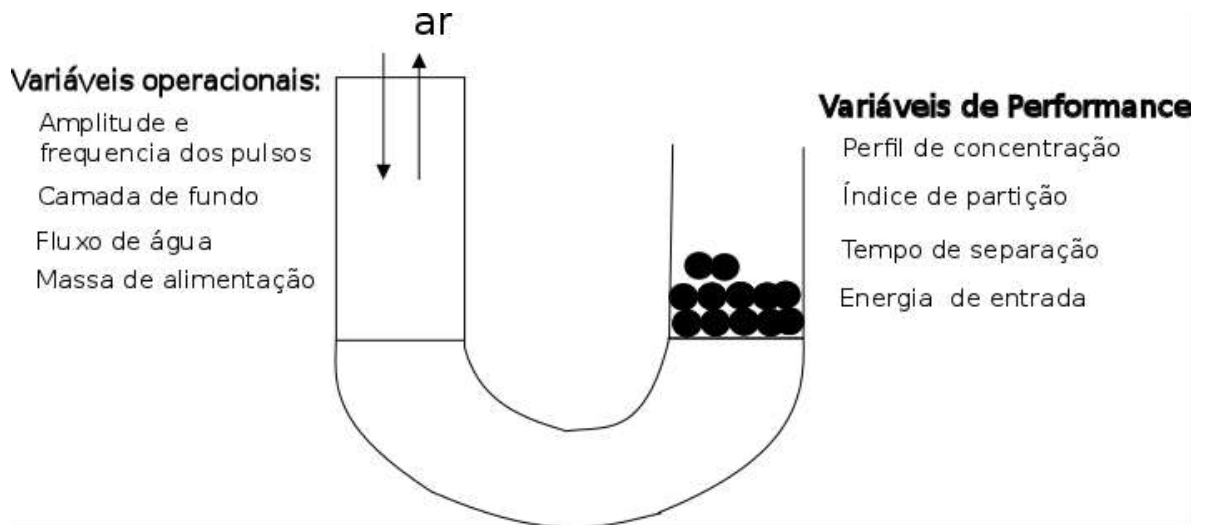
É usual na jigagem uma percentagem de que varia de 30% a 50% de sólidos na polpa. Esse é um importante parâmetro de análise já que a diluição excessiva da alimentação pode resultar no aumento do fluxo horizontal da água, que pode resultar em perdas de partículas finas densas no produto leve, enquanto o uso de percentagem de sólidos alto pode resultar na compactação excessiva do leito do jigue (BURT, 1984).

### **4.6 MODELAGEM DO PROCESSO DE JIGAGEM**

Vários modelos têm sido desenvolvidos com o intuito de utilização de técnicas de simulação numérica. Entretanto, nenhum destes modelos representa fielmente todas as condições do processo, pois os fenômenos envolvidos na estratificação do leito ainda não são bem compreendidos e além do mais, a jigagem é uma operação multivariável, e um modelo que correlaciona todas estas variáveis ainda são incipientes, devido às dificuldades de se exprimir matematicamente e de resolução analítica de um sistema transiente, onde uma fase sólida se movimenta no interior de uma fase líquida contínua e dinâmica (VIDUKA *et al.*, 2013; MISHRA; MEHROTRA, 1998).

Mishra e Mehrotra (1998) apresenta um desenho esquemático (Figura 5) de um jigue do tipo Baum, destacando as possíveis variáveis operacionais e as variáveis observáveis de performance para esse tipo de equipamento.

**Figura 5: Desenho esquemático de um jigge do tipo Baum com as respectivas variáveis operacionais e de performance.**



**Fonte: Mishra e Mehrotra, 1998.**

Segundo Crespo (2003), as principais dificuldades para a modelagem da jigagem têm sido a descrição dinâmica do processo e a descrição da estratificação com base na diferença de granulometria. Assim, por exemplo, no modelo de Tavares e King, só é possível determinar o perfil de densidades do leito no estado final de equilíbrio, e só é aplicável para leitos monogranulométricos. Já, o modelo de Costa permite uma descrição cinética do processo, mas limita-se a leitos de tamanhos binários.

Uma abordagem para a modelagem baseada na mecânica de Newton vem sendo usado para estudar o comportamento de estratificação das partículas em um leito de jigagem. Nesta abordagem, o movimento de partículas sólidas é tratado usando o método de elementos discretos (DEM) juntamente com modelos simplificados de fluidos, dando um maior entendimento sobre os processos micro-mecânicos no nível de partículas (VIDUKA *et al.*, 2013). Entretanto, os estudos de Xia, Peng e Wolfe (2007) apontam o fluido como altamente dinâmico e influenciado pela presença de partículas, confirmando que o comportamento de fluxo líquido simplificado não existe. Desta forma, o método DEM-fluido simplificado não contabiliza o efeito da não uniformidade da velocidade do fluido nas forças de arraste das partículas.

O modelo de Euler-Lagrange, que utiliza uma combinação entre dinâmica de fluidos computacional (CFD) para simular o fluxo líquido e método dos elementos discretos (DEM) para resolver o movimento de partículas, é a técnica mais atraente por causa de sua conveniência computacional e capacidade de utilizar a física clássica na descrição dos

movimentos das partículas. O fluxo de fase líquida é resolvido utilizando as equações de Navier-Stokes e equação de continuidade, enquanto o movimento de partículas individuais é obtido resolvendo a segunda lei de Newton. O acoplamento líquido-partícula é tratado usando a terceira lei de Newton. Esta abordagem pode gerar informações detalhadas sobre as trajetórias de partículas e as forças transientes entre partículas e entre as partículas e o fluido (VIDUKA *et al.*, 2013).

Com isso, algumas teorias de modelagem de jigues são explanadas a seguir.

#### **4.6.1 Teoria da energia potencial de Mayer**

Segundo esta teoria, a causa da estratificação no leito do jigue está relacionada com a diferença entre energias potenciais do sistema antes e após a estratificação. Inicialmente um leito composto por uma mistura de partículas com diferentes tamanhos e densidades é um sistema instável sob potencial gravitacional. Com a pulsação, as partículas deslocam-se para novas posições, de modo que a energia potencial diminui, ou seja, o leito estratifica-se. De acordo com Mayer a energia fornecida pela pulsação não é diretamente responsável pela estratificação, mas é apenas um meio de liberar a energia potencial armazenada na mistura granular. Ele verificou que a redução da energia potencial no processo de jigagem segue a Equação 11 (Mishra e Mehrotra, 1998; Crespo, 2003).

$$y_n = S(1 - k)^n \quad (7)$$

Onde  $y_n$  é a coordenada do centro de gravidade após  $n$  pulsações,  $S$  é o abaixamento total do centro de gravidade e  $k$  é um parâmetro que mede a rapidez com que o sistema tende para o estado final (estratificação perfeita). A Equação 11 indica que a única limitação à estratificação perfeita é de ordem cinética.

A teoria da energia potencial não dá nenhuma descrição fundamental das dinâmicas envolvidas na abordagem do sistema para configuração estável e, por conseguinte, não podem descrever completamente a taxa de separação (Mishra e Mehrotra, 1998).

#### **4.6.2 Modelo de dispersão de Vetter**

Esta abordagem é análoga aos modelos de difusão de mistura em leitos fluidizados e é aplicada para separações envolvendo material particulado com um diferencial de densidades, como os leitos de jigagem. Um modelo matemático foi proposto para descrever a dispersão de partículas de mesmo tamanho e forma, mas com densidades diferentes. Neste modelo, o movimento das partículas no leito é modelado de forma probabilística e o balanço das forças

hidrodinâmicas convencionais que atuam sobre uma partícula é interpretado como uma equação diferencial estocástica, com interações partícula-partícula incluída como um termo de ruído. A equação de dispersão final (Equação 12), na qual a concentração  $C_i$  é interpretada como probabilidade condicional da densidade é dada como:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \frac{\partial [k_\mu(\rho_i - \bar{\rho})C_i]}{\partial y} + k_D \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} \quad (8)$$

Em que,  $k_\mu$  é um coeficiente de arraste,  $k_D$  é o coeficiente de difusão e representa a medida da dispersão da mistura de partículas no leito do jig e  $\bar{\rho}$  é a densidade do leito assumida como sendo uma combinação linear de todas as densidades das espécies de partículas  $i$ . Uma das principais limitações deste modelo é que só é aplicável para partículas de mesma forma e tamanho.

#### 4.6.3 Modelo de Beck e Holtham

Este modelo simula o movimento de um número limitado de partículas esféricas, que representam o leito de um jig *batch*. Os movimentos de rotação e translação de cada partícula são tratados num sistema de coordenadas  $xy$ . As Equações 13, 14 e 15 descrevem o movimento individual de cada partícula.

##### Translação:

$$(m + m') \frac{d^2 y}{dt^2} = (m_f - m)g + f_y \quad (9)$$

$$(m + m') \frac{d^2 x}{dt^2} = f_x \quad (10)$$

##### Rotação:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \tau \quad (11)$$

Em que  $m$  é a massa da partícula,  $m_f$  é a massa deslocada de fluido,  $m'$  é a massa acrescentada (avaliada em  $m_f/2$ ),  $I$  é o momento de inércia da esfera,  $\theta$  é o ângulo de rotação e  $\tau$  é o momento aplicado na partícula. A força exterior  $F = (f_x, f_y)$  é o resultado de interações do tipo partícula-fluido e partícula-partícula (ou partícula-parede). O momento exterior  $\tau$  é apenas o resultado de interações do tipo partícula-partícula.

No modelo, além da impulsão hidrostática, a força de arraste que atua na mesma direção da velocidade relativa do fluido é considerada como interação com o fluido. Admite-se que o fluido assume a mesma velocidade em qualquer ponto do escoamento num dado instante. A Equação 16 é utilizada para a determinação da força de arraste ( $F_D$ ).

$$F_D = \frac{\pi}{8} \rho_f d^2 C_D |w_{rel}| w_{rel} \quad (12)$$

Onde:

$w$  = Velocidade, portanto ( $w_{rel} = w_{fluido} - w_{particula}$ );

$\rho_f$  = massa específica do fluido;

$d$  = diâmetro da partícula;

$C_D$  = coeficiente de arraste.

São considerados dois mecanismos de interação entre as partículas. Um mecanismo diz respeito a contatos de curta duração e outro se refere a contatos de longa duração. Inicialmente é ativado o mecanismo de colisão (curta duração), mas se as partículas permanecerem em contato por mais que dois incrementos de tempo são ativados os mecanismos para contatos de duração mais longa.

Duas partículas, com velocidades relativas diferentes de zero, ao se chocarem sofrem a ação de um impulso. Pela conservação da quantidade de movimento, as componentes normal e tangencial deste impulso podem ser determinadas pelas Equações 17 e 18.

$$J_n = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + e) c_{12n} \quad (13)$$

$$J_s = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + e) c_{12s} \quad (14)$$

Onde  $m_1$  e  $m_2$  são as massas das partículas em colisão,  $e$  é o coeficiente de restituição e  $c_{12n}$  e  $c_{12s}$  são as componentes normal e tangencial da velocidade relativa da partícula 1 em relação à partícula 2. Conforme a Expressão 19, a componente tangencial do impulso é ainda limitada por um coeficiente de atrito  $\mu$ , que diz respeito à fricção entre a superfície das partículas em contato.

$$|J_s| \leq \mu |J_n| \quad (15)$$

Assim, conhecidos os valores  $J_s$  e  $J_n$  podem ser determinadas as alterações (instantâneas) nas velocidades de translação e de rotação das partículas.

Quando duas partículas estabelecem um contato com duração mais longa, a força normal que uma exerce sobre a outra, é calculada conforme o modelo massa-mola-

amortecedor. A força da mola, que é função do grau de sobreposição das duas partículas, é dada pela Equação 20.

$$F_n = (m_r k_n d_n) n \quad (16)$$

Em que  $k_n$  é a constante de elasticidade da mola,  $d_n$  é a sobreposição das duas partículas,  $m_r$  é uma função da massa das duas partículas e  $n$  é o vetor unitário normal às superfícies em contato. A força de contato na direção perpendicular a  $n$ , que tende a anular a rotação das partículas, é dada pela Equação 21.

$$F_s = -k_s c_{12s} \quad (17)$$

Tal que,  $k_s$  é um parâmetro de modelo. A força de contato  $F_s$  é também limitada pelo coeficiente de atrito  $\mu$ , segundo a Expressão 22.

$$|F_s| \leq \mu |F_n| \quad (18)$$

Então, as forças e os momentos gerados pelo contato entre as partículas 1 e 2, são dados pelas Equações 23, 24, 25 e 26.

Partícula 1:

$$F_{cont,1} = (F_n + F_a) + F_s \quad (19)$$

$$\tau_{cont,1} = |F_s| a_1 \quad (20)$$

Partícula 2:

$$F_{cont,2} = -F_{cont,1} \quad (21)$$

$$\tau_{cont,1} = |F_s| a_2 \quad (22)$$

Onde  $F_a$  é a força de amortecimento e  $a_1$   $a_2$  são os raios das esferas. Estas forças e momentos são incluídos nas equações de movimento (13) e (15).

O movimento simulado foi considerado razoavelmente realista, mostrando que o modelo abrangeu aspectos essenciais da jigagem. Entretanto, as simulações sugerem que a estratificação tem início, quando a velocidade da água muda de sentido (passagem da pulsação para sucção), prosseguindo até o leito compactar-se sobre a tela.

As principais de limitações do modelo segundo seus idealizadores é não permitir simular a consolidação intersticial e a simplicidade do modelo de circulação do fluido.

#### 4.6.4 Modelo de Mishra e Mehrotra (2001)

O modelo proposto descreve tridimensionalmente as interações entre as fases sólido/líquido e sólido/sólido. O movimento de materiais sólidos é tratado por uma ferramenta numérica conhecida como método de elementos discretos (DEM) e o efeito do fluido é considerado por meio das forças de arraste e empuxo. O fluido assume comportamento idealizado de fluxo e não se considera o efeito do amortecimento do fluxo através do leito.

No DEM, a posição de cada partícula é rastreada de forma incremental, aplicando a segunda lei de Newton do movimento e uma lei de deslocamento de força. O sucesso desta ferramenta depende de um esquema eficiente de identificar contatos e monitorá-los à medida que o tempo avança. A fim de conseguir isto, todo o espaço experimental é dividido em uma rede uniforme cúbica e a identidade de cada partícula é mapeada para esta rede.

O movimento das partículas num meio fluido é determinado através da realização de um balanço de forças em cada partícula individual. O modelo na sua forma mais simples pode ser escrito pela Equação 27.

$$m \frac{dv}{dt} = f_c + f_{fp} + mg \quad (23)$$

Onde  $f_c$  forças de contato partícula/partícula e/ou partícula/parede,  $f_{fp}$  forças de interação fluido/partícula e  $mg$  representa a força peso de cada partícula. A posição da partícula é determinada a partir da sua aceleração  $\left(\frac{dv}{dt}\right)$  e quando este tratamento realizado em todas as partículas tem-se o comportamento do leito em cada instante de tempo.

A força de interação fluido/partícula é essencialmente constituída pelo arraste ( $f_d$ ) e empuxo ( $f_b$ ), como sistematizado na Equação 28.

$$f_{fp} = f_d + f_b \quad (24)$$

Neste modelo não é feita a distinção entre contatos de curta e longa duração. Todos os contatos entre partículas (ou com as paredes) são modelados com base num sistema massa-mola-amortecedor.

No cálculo das forças de contato, as partículas são deixadas a se sobreporem. Em seguida, o vetor normal unitário ( $\vec{n}$ ), com sentido partindo do centro de uma partícula esférica

A ao centro de uma partícula esférica B (ver Figura 6), pode ser determinado pela Equação 25.

$$n_i = \frac{(u_B^i - u_A^i)}{d} \quad i = 1,2,3 \quad (25)$$

Em que  $d$  é a distância entre os centros das partículas e  $u^i$  representa o vetor posição das partículas no  $i$ -ésimo intervalo de tempo.

A velocidade de contato  $v^i$  que é a velocidade relativa da partícula A em relação a partícula B, é determinada pela Equação 26.

$$v^i = u_A^i - u_B^i \quad (26)$$

Se  $n_i$  é contato normal unitário no  $i$ -ésimo intervalo de tempo, então:

$$v_n^i = (v^i n^i) n^i \quad (27)$$

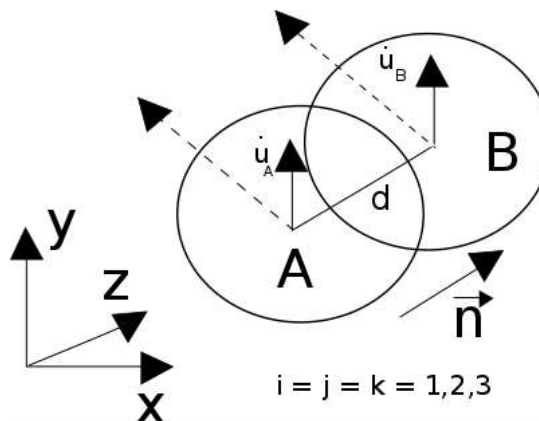
$$v_t^i = v^i - v_n^i \quad (28)$$

São as componentes normais e tangenciais da velocidade de contato, respectivamente no mesmo intervalo de tempo. A velocidade de corte ( $v_s^i$ ) no contato entre as partículas é composta pela velocidade tangencial e por uma componente devido a rotação das duas partículas (Equação 29).

$$v_s^i = v_t^i + \varepsilon_{ijk} n_j (\theta_{A,k}^i r_A + \theta_{B,k}^i r_B) \varepsilon_{ijk}; i = j = k = 1,2,3 \quad (29)$$

Onde  $\varepsilon_{ijk}$  é o tensor alternado de terceiro grau e  $\theta^i$  e  $r$  são respectivamente velocidade angular e raio das partículas.

**Figura 6: Contato entre as partículas A e B.**



**Fonte: Mishra e Mehrotra (2001).**

As forças de contato são calculadas a partir da quantidade e da taxa de sobreposição de partículas em contato. O sistema mola-amortecedor representa o contato, como mostrado na Figura 7. A força normal está na direção do vetor normal, que une os centros das partículas e tem uma magnitude  $f_n$  dada pela Equação 30.

$$f_n^i = f_n^{i-1} - (k_n \Delta t) v_n^i \quad (30)$$

Onde  $f_n^{i-1}$  é a força de contato na mola normal no intervalo de tempo anterior;  $k_n$  é a rigidez da mola normal e  $\Delta t$  é a magnitude do intervalo de tempo.

Uma vez que a direção do contato normal muda continuamente, algumas manipulações algébricas são necessárias no modelo de força tangencial ( $f_s^i$ ). Adotando  $R$  como um tensor de rotação que gira de  $n^{i-1}$  a  $n^i$ , então:

$$f_s^i = R f_s^{i-1} - (k_s \Delta t) v_s^i \quad (31)$$

Onde  $f_s^{i-1}$  é a força na mola de cisalhamento no intervalo de tempo anterior e  $k_s$  é a rigidez da mola de cisalhamento. As forças no amortecedor nas direções normal e de cisalhamento são expressas pelas Equações 36 e 37 respectivamente.

$$d_n^i = -\beta_n v_n^i \quad (32)$$

$$d_s^i = -\beta_s v_s^i \quad (33)$$

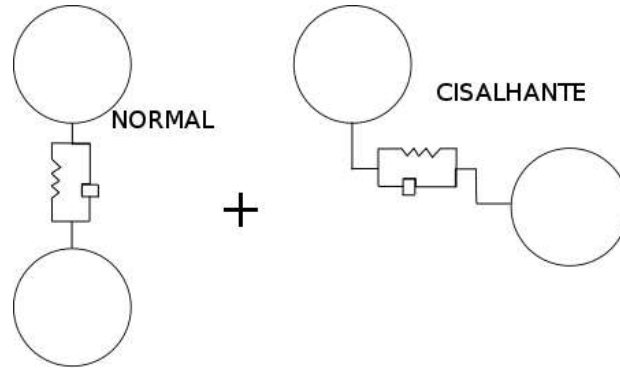
Em que,  $\beta_n$  e  $\beta_s$  são os coeficientes de amortecimento normal e de cisalhamento respectivamente. Os coeficientes de amortecimento podem ser estimados a partir da rigidez do material e do coeficiente de restituição.

Finalmente, as forças normais e de cisalhamento que atuam sobre a partícula A no contato, sobre o intervalo de tempo  $i$ , são dadas pelas Equações 38 e 39.

$$F_n^i = f_n^i + d_n^i \quad (34)$$

$$F_s^i = f_s^i + d_s^i \quad (35)$$

**Figura 7: Representação do modelo mola amortecedor de um contato.**



**Fonte: Mishra e Mehrotra, 2001.**

O módulo de  $F_s^i$  é ainda limitado pelo módulo de  $F_n^i$ , de acordo com a seguinte relação.

$$|F_s^i| < \mu |F_n^i| + c \quad (36)$$

Em que  $\mu$  é um coeficiente de fricção e  $c$  é um coeficiente de coesão, característicos dos materiais das partículas.

A força de arraste ( $f_d$ ) é determinada pela correlação de Di Felice que inclui a influencia da porosidade do leito (Equação 41).

$$f_d = \frac{1}{2} C_D \rho_f \frac{\pi d_p^2}{4} \varepsilon^2 |\Delta v| (\Delta v) \varepsilon^{-(\chi+1)} \quad (37)$$

Em que  $d_p$  é o diâmetro da partícula;  $\varepsilon$  é a porosidade do leito,  $\rho_f$  é a densidade do fluido e  $\Delta v$  é a velocidade relativa entre a partícula e fluido. O coeficiente de arraste ( $C_D$ ) é dado pela Equação 42.

$$C_D = \left[ 0,63 + \frac{4,8}{Re_p^{0,5}} \right] \quad (38)$$

O termo  $\varepsilon^{-(\chi+1)}$  na Equação 41 é uma correlação para a presença de outras partículas e o expoente  $\chi$  é expresso pela Equação 43.

$$\chi = 3,7 - 0,65 \exp \left[ \frac{-(1,5 - \log_{10} Re_p)^2}{2} \right] \quad (39)$$

O número de Reynolds da partícula ( $Re_p$ ), que é definido baseado na velocidade superficial de deslizamento entre o fluido e a partícula é calculado pela Equação 44.

$$Re_p = \frac{\rho_f d \varepsilon |\Delta v|}{\mu_f} \quad (40)$$

Finalmente a força de empuxo ( $f_b$ ) é determinada pela Equação 45.

$$f_b = V_p \rho_f g \quad (41)$$

Onde  $V_p$  é o volume da partícula e  $g$  é a aceleração da gravidade.

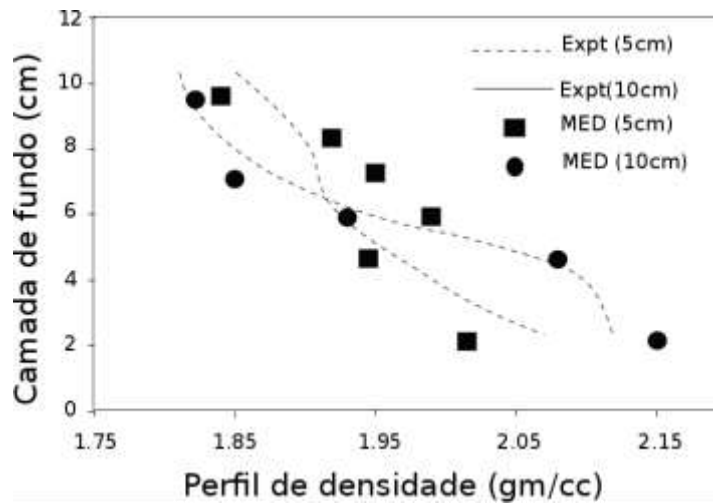
Todas as forças são incorporadas na Equação 27 e o movimento da partícula é determinado integrando esta equação por um método de diferença central, onde o incremento dos deslocamentos é calculado a cada instante de tempo. Os limites de intervalo de tempo para a integração são estimados pela seguinte relação.

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}} \quad (42)$$

Em que  $\omega_{max}$  é a maior frequência natural do sistema.

Este modelo foi utilizado na previsão do perfil de densidades de um leito de jigagem. O leito, com 12 cm de altura, era constituído por 1600 partículas esféricas, com 9,5 cm de diâmetro, metade com densidade 2,64 g/cm<sup>3</sup> e a outra metade com densidade 3,01 g/cm<sup>3</sup>. O número de partículas do modelo era igual ao número de partículas do leito real. Os perfis de densidade previstos pelo modelo mostram razoável concordância com os resultados experimentais (Figura 8).

**Figura 8: Comparação entre os perfis de densidade previstos pelo modelo com os perfis determinados experimentalmente. Foi utilizada amplitude de 10 e 5 cm e frequência de 30 ciclos/s.**



**Fonte: Mishra e Mehrotra, 2001.**

#### 4.6.5 Modelo de Costa

Costa divide a sua modelagem em dois tipos: A estratificação em um leito binário e a Regime contínuo.

*Estratificação em um leito binário:* Seja um leito formado por partículas de mesmo tamanho, mas pertencentes a duas classes de densidade. Durante o processo, as camadas inferiores tendem a concentrar as partículas densas, enquanto as camadas superiores tendem a concentrar as partículas leves, mantendo o volume original do leito. Esta evolução pode, assim, como uma permuta de posição entre partículas densas, situadas a uma altura  $h + dh$ , e partículas leves, situadas a uma altura  $h$ . Assim, o fluxo do componente denso (partículas A), que atravessa a seção do leito em  $h$ , é igual a  $K C_{A(h+dh)} C_{B(h)}$ , onde  $C_A$  e  $C_B$  são as frações volumétricas de sólidos dos dois componentes e  $K$  é uma constante cinética.

Quando o leito é expandido, é admitida a possibilidade de aumento do coeficiente de mistura, que age no sentido de diminuir os efeitos da segregação. O fluxo volumétrico de componente pesado, que atravessa a seção do leito na altura  $h$ , devido a esta ação de mistura é igual a  $D(dC_A/dh)_{(h)}$ , onde  $D$  é um coeficiente de difusão.

Efetuada o balanço de volume sólido do componente A, num elemento de leito com altura  $dh$ , tem-se a Equação 47.

$$(C_{A(t+dt)} - C_{A(t)})dh = \left( D \frac{dC_A}{dh} \Big|_{(h)} - D \frac{dC_A}{dh} \Big|_{(h-dh)} + KC_{A(h+dh)}C_{B(h)} - KC_{A(h)}C_{B(h-dh)} \right) dt \quad (43)$$

Esta expressão do balanço corresponde a Equação diferencial 48.

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial h^2} + K \frac{\partial C_A C_B}{\partial h} \quad (44)$$

Que é equivalente a

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial h^2} + K(1 - 2C_A) \frac{\partial C_A}{\partial h} \quad (45)$$

Como por definição  $C_A + C_B$  é igual a 1, a Equação 49 é re-escrita na seguinte forma adimensional.

$$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = \beta \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} + (1 - 2C_A) \frac{\partial C_A}{\partial z} \quad (46)$$

$$\text{Com } z = \frac{h}{H}, \theta = k \frac{t}{H}, \beta = \frac{D}{KH},$$

Onde  $H$  é a altura total do leito. O grupo adimensional  $\beta$  é designado número de dispersão da mistura. Este número mede a importância relativa dos mecanismos de dispersão (mistura) e segregação (concentração). Se  $\beta$  tende para o infinito a separação é impossível, pois o dispositivo de jigagem comporta-se como um misturador perfeito. Se  $\beta$  tende a zero a separação dá-se na ausência de difusão.

*Regime contínuo:* Para um jig que opera em regime contínuo, com dispersão axial, a Equação 40 escreve-se, agora, do seguinte modo (Equação 51).

$$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = \beta \left( \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} \right) + (1 - 2C_A) \frac{\partial C_A}{\partial z} - \frac{\partial C_A}{\partial x} \quad (47)$$

$$\text{Com } x = \frac{X}{KL} v_x,$$

Onde  $X$  é a coordenada da posição num eixo horizontal, correspondendo  $X = 0$  à entrada e  $X = L$  à saída;  $v_x$  é a velocidade (horizontal) de progressão do material no interior do leito de jigagem.

Um resultado importante é o que se obtém quando a solução da Equação 51 é calculada no estado estacionário ( $t \rightarrow \infty$ ), na ausência de dispersão axial. As derivadas em ordem ao tempo anulam-se, e a equação passa a escrever-se:

$$\frac{\partial C_A}{\partial x} = \beta \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} + (1 - 2C_A) \frac{\partial C_A}{\partial z} \quad (48)$$

A qual é igual para o regime *batch* ao substituir  $x$  por  $\theta$ . Portanto, neste caso, a solução para o regime contínuo, no estado estacionário, é formalmente idêntica à solução do regime *batch*, no estado transiente. Esta equivalência justifica o uso de testes descontínuos na previsão de resultados para o regime contínuo.

#### 4.6.6 Modelo de estratificação de Tavares e King

Este modelo considera que a estratificação das partículas ocorre sob a influência do gradiente de energia potencial, que se opõe aos efeitos dispersivos que derivam das interações partícula-partícula e partícula-fluido que ocorrem no interior do leito.

Considere um leito constituído por partículas esféricas com igual diâmetro e densidade. Suponha-se, agora, que uma partícula com a mesma forma e dimensão, mas com densidade diferente, é introduzida neste leito. A energia potencial gravítica do leito varia com a mudança de posição da partícula introduzida. Esta variação de energia é dada por

$$\Delta E = E_{final} - E_{inicial} = \rho g V_p H_2 - \rho g V_p H_1 + \rho' g V_p H_1 - \rho' g V_p H_2 \quad (49)$$

Onde  $V_p$  é o volume de uma partícula,  $\rho$  é a densidade da partícula introduzida,  $\rho'$  é a densidade das partículas vizinhas e  $H_1$  e  $H_2$  (com  $H_1 > H_2$ ) são as alturas inicial e final da partícula introduzida, medida a partir da tela. Fazendo  $\Delta H = H_2 - H_1$ , a Equação 43 pode ser reescrita como

$$\Delta E = g V_p (\rho - \rho') \Delta H \quad (50)$$

Fazendo, agora,  $\Delta H \rightarrow 0$ , e substituindo  $\rho'$  por  $\bar{\rho}$ , onde  $\bar{\rho}$  é a densidade média das partículas do leito, obtém-se a Equação 55, que representa a variação da energia potencial da partícula introduzida com as suas várias alturas desenvolvidas durante a estratificação.

$$\frac{dE}{dH} = g V_p (\rho - \bar{\rho}) \quad (51)$$

A densidade média  $\bar{\rho}$  (função de  $H$ ) é definida pela combinação linear das densidades dos componentes (Equação 56).

$$\bar{\rho}(H) = \sum_{i=1}^n C_i(H)\rho_i \quad (52)$$

Com  $\sum_{i=1}^n C_i(H) = 1$ , onde  $n$  é o número de intervalos densimétricos e  $C_i(H)$  é a fração de sólidos em volume (a concentração volumétrica) do componente  $i$ .

O gradiente de energia potencial ( $dE/dH$ ) determina se a partícula migra para cima ou para baixo, dependendo do sinal de  $\rho - \bar{\rho}$ . Se  $\rho > \bar{\rho}$  a partícula move-se para baixo, caso contrário, a partícula move-se para cima. A taxa à qual as partículas se movem em relação ao leito é proporcional ao gradiente de energia e a velocidade de migração é dada por  $u(dE/dH)$ . Em que  $u$  é a mobilidade específica da partícula, definida como a velocidade com que uma partícula penetra o leito sob um gradiente de energia potencial, e é uma função do tamanho das partículas, da forma e do mecanismo de expansão do leito, mas é independente da densidade da partícula. Assim, considera-se que o fluxo de partículas de densidade  $\rho_i$  ( $n_{si}$ ), causado pelo gradiente de energia potencial é dado pela Equação 57.

$$n_{si}(H) = -C_i u \frac{dE}{dH} \quad (53)$$

O sinal negativo reflete o fato de que cada partícula tendem a mover-se para baixo, contra o gradiente da energia potencial, de modo a minimizar a energia potencial total de acordo com o princípio de Mayer. Substituindo (55) em (57), tem-se a Equação 58.

$$n_{si}(H) = -C_i u g V_p (\rho - \bar{\rho}) \quad (54)$$

Na direção oposta ao fluxo de segregação é admitida a existência de um fluxo difusivo, que atua contra a segregação. Este fluxo é descrito pela Equação 59.

$$n_{Di}(H) = -D \frac{dC_i}{dH} \quad (55)$$

Em que o coeficiente de difusão  $D$ , é dependente do tamanho de partícula, forma e mecanismo de expansão do leito.

Um estado de equilíbrio dinâmico de estratificação existe no leito quando a tendência das partículas em estratifica-se, sobre a influência do gradiente de energia potencial, é balanceada pela tendência de dispersão. Este equilíbrio dinâmico é definido por

$$n_D = -n_s$$

Então

$$\frac{dC_i}{dH} = -\frac{ugV_p}{D} C_i [\rho_i - \bar{\rho}(H)] \quad (56)$$

A Equação 60 pode ser escrita em termos de altura relativa,  $h = H/H_b$  (Equação 61), onde  $H_b$  é a altura do leito, e  $\alpha$  é a constante de estratificação específica.

$$\frac{dC_i}{dh} = -\alpha C_i [\rho_i - \bar{\rho}(h)] \quad (57)$$

Com

$$\alpha = \frac{ugV_p H_b}{D} \quad (58)$$

O coeficiente  $\alpha$  varia entre zero, para um leito perfeitamente misturado, e infinito, para um leito perfeitamente estratificado. Num constituído por partículas de mesmo tamanho e formas semelhantes, todas as partículas têm o mesmo valor de  $\alpha$ .

Para determinar o perfil de concentração de equilíbrio é necessário resolver o sistema de  $n$  equações diferenciais definido por (51), sujeito as seguintes condições.

$$\sum_{i=1}^n C_i(h) = 1 \quad (59)$$

e

$$\int_0^1 C_i(h) dh = C_i^f \quad (60)$$

Onde  $C_i^f$  é a concentração de espécie  $i$  na alimentação. Para  $n > 2$ , isto é, para sistemas multicomponentes, não existe solução analítica. Existe, no entanto, um processo iterativo de resolução desenvolvido pelos autores. A solução da Equação (61) sujeita as restrições (63) e (64), é dificultada pelo fato de não ser possível especificar a priori as condições de contorno, uma vez que não é possível saber de antemão a concentração de qualquer espécie no topo ou na base do leito.

*Estratificação em regime contínuo.* Na jigagem em regime contínuo podem ser identificados três subprocessos: a estratificação do leito, produzida pela pulsação vertical da água; o transporte longitudinal do leito, devido ao escoamento axial da água, e a divisão do leito em camadas de concentrado e rejeito.

A velocidade da água na direção longitudinal não é uniforme e o perfil de velocidade vertical existe no jigue de operação contínua. Assim, as camadas do leito avançam a diferentes velocidades, com as camadas superiores geralmente em movimento mais rápido do que as camadas inferiores, descrevendo um perfil parabólico (ver Figura 9).

Na simulação dos subprocessos de estratificação e de transporte longitudinal, as concentrações iniciais  $C_i^f$  (Equação 64) são ponderadas pelo perfil vertical de velocidades  $v(h)$ , do seguinte modo:

$$C_i^f = \frac{\int_0^1 C_i(h)v(h)dh}{\sum_{j=1}^n \int_0^1 C_j(h)v(h)dh} \quad (61)$$

Portanto, o sistema de  $n$  equações diferenciais (61) é, agora, sujeito às restrições 63 e 65. O  $v(h)$ , na expressão anterior, representa o perfil de velocidade adimensional definido em termos de um parâmetro de forma  $k$ , conforme a Equação 66.

$$v(h) = kh + (1 - k)h^2 \quad (62)$$

Na etapa de descarga, o mecanismo de corte entre as camadas estratificadas, responsável por dividir o leito em fluxo de rejeito e fluxo de concentrado, provoca turbulência e uma região de mistura de partículas com espessura  $2\delta$  é criada (ver Figura 9).

O rendimento de sólidos relativo ao produto denso e a recuperação do componente  $i$  são dados pelas Equações 67 e 68 respectivamente.

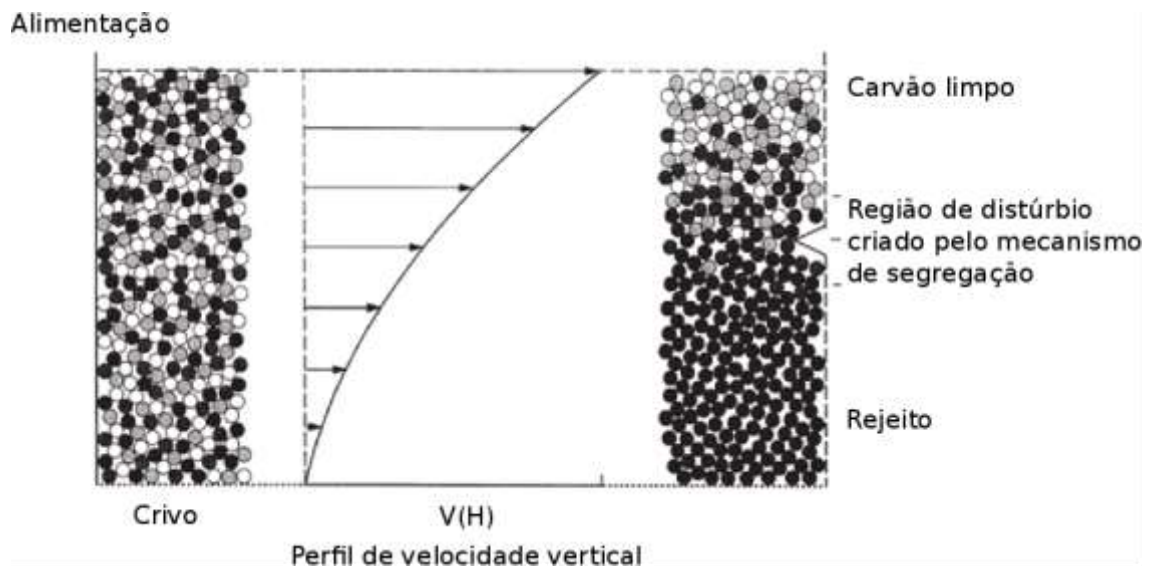
$$Y(\mu, \delta) = \frac{\int_0^{\mu-\delta} \bar{\rho}(h)v(h)dh + \frac{1}{2} \int_{\mu-\delta}^{\mu+\delta} \bar{\rho}(h)v(h)dh}{\int_0^1 \bar{\rho}(h)v(h)dh} \quad (63)$$

e

$$R_i(\mu, \delta) = \frac{\int_0^{\mu-\delta} C_i(h)v(h)dh + \frac{1}{2} \int_{\mu-\delta}^{\mu+\delta} C_i(h)v(h)dh}{\int_0^1 C_i(h)v(h)dh} \quad (64)$$

Onde  $\mu$  é a altura do corte.

**Figura 9: Desenvolvimento do perfil de estratificação em um jigue de operação contínua, destacando o perfil vertical de velocidades desenvolvido e a região de mistura devido ao corte do leito.**



**Fonte: Tavares e King, 1995.**

Rao (2007) estendeu o modelo de Tavares e King para incorporar o efeito do tamanho de partícula considerando uma distribuição de alimentação bivariada. Estudos de simulação do modelo de Rao têm sido considerados para avaliar as superfícies de partição, em várias alturas de corte do leito estratificado. Superfícies de partição sugerem a natureza da separação das partículas e, assim, ajudam a decidir a altura de corte de separação para um produto-alvo.

#### **4.6.7 Modelo de Euler-Lagrange**

A fase líquida é tratada como uma fase contínua, que se deslocam através de um meio poroso criado pelas partículas. O seu fluxo está em conformidade com a lei da conservação de massa e momento em termos das variáveis médias locais sobre uma célula computacional. As equações governantes para esta fase (69, 70a e 70b) são as mesmas utilizadas no modelo de dois fluidos (TFM). Duas formulações são propostas (modelo A e B), dependendo do tratamento da queda de pressão. O modelo A assume que a queda de pressão é partilhada entre as fases sólida e líquida e o modelo B pressupõe que a queda de pressão é aplicável somente na fase líquida.

*Conservação de massa:*

$$\frac{\partial \epsilon_f}{\partial t} + \nabla(\epsilon_f u_f) = 0 \quad (65)$$

*Conservação de momento:*

Modelo A:

$$\frac{\partial(\rho_f \epsilon_f u_f)}{\partial t} + \nabla(\rho_f \epsilon_f u_f u_f) = -\epsilon_f \nabla P - F^A + \nabla(\epsilon_f \tau) + \rho_f \epsilon_f g \quad (66a)$$

Modelo B:

$$\frac{\partial(\rho_f \epsilon_f u_f)}{\partial t} + \nabla(\rho_f \epsilon_f u_f u_f) = -\nabla P - F^B + \nabla(\epsilon_f \tau) + \rho_f \epsilon_f g \quad (66b)$$

Em que:

$u_f$  é a velocidade do fluido,

$P$  é a pressão,

$\tau$  é o tensor de tensões do fluido viscoso,

$\epsilon_f$  é a fração do volume de fluido (porosidade),

$\rho_f$  é a densidade do fluido,

$F^A$  e  $F^B$  são as forças de interação volumétrica partícula-fluido para os dois modelos.

A definição da força total de interação partícula-fluido pode variar dependendo de como se interpreta a Equação 60. No entanto, é bem estabelecido que exista uma relação entre  $F^A$  e  $F^B$  dada por  $F^B = F^A / \epsilon_f \rho_f \epsilon_s g$ .

A fase sólida (partículas) é tratada por uma abordagem discreta, que envolve movimentos de rotação e translação das partículas individuais  $i$  em qualquer instante no leito. Estes movimentos são determinados pela segunda lei de Newton e são expressos pelas Equações 71 e 72. As forças que atuam sobre uma partícula incluem gravidade, forças de contato entre as partículas e entre as partículas e a parede e forças de interação entre as partículas e o fluido. Outras forças, tais como a força Van der Waals associada com partículas finas e a força de capilaridade associada com partículas húmidas, também podem ser incluídas. Mas, geralmente são ignoradas para efeito de simplificação.

*Movimento de Translação:*

$$m_i \frac{du_{p,i}}{dt} = f_{p-f,i} + \sum_{j=1}^{k_i} (f_{c,ij} + f_{d,ij}) + \rho_{p,i} V_{p,i} g \quad (67)$$

*Movimento de Rotação:*

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_{j=1}^{k_i} T_{ij} \quad (68)$$

Em que:

$m_i$  é a massa da partícula  $i$ ,  
 $I_i$  é o momento de inércia da partícula  $i$ ,  
 $k_i$  é número de contato entre partículas,  
 $u_{p,i}$  é a velocidade translacional,  
 $\omega_i$  é a velocidade rotacional,

$f_{c,ij}$ ,  $f_{d,ij}$  e  $T_{ij}$  são respectivamente, a força de contato, força de amortecimento do contato viscoso e torque entre as partículas  $i$  e  $j$ . As forças de contato, seja partícula-partícula ou partícula-parede, são determinadas segundo o modelo massa mola amortecedoras. Estas forças interpartículas e torques são somados sobre as partículas  $k_i$  em contato com partícula  $i$ .

$f_{p-f,i}$  é a força total de interação partícula-fluido, que inclui força de arraste do fluido, força de empuxo, força de elevação, força de massa virtual, força de Basset e etc. Comumente apenas as forças de empuxo e arraste do fluido são consideradas.

Correspondente a Equação 70 para a fase de fluido, duas formulações (73 e 74) podem ser utilizadas para determinar a força de interação partícula-fluido. Por conveniência, elas também são referidas como modelo A e B, apesar de serem obtidos em diferentes tempos e escalas.

Modelo A:

$$f_{p-f,i} = -V_{p,i}\nabla P_i + f^A \quad (69)$$

Modelo B:

$$f_{p-f,i} = \rho_f V_{p,i} g + f^B \quad (70)$$

Como para a fase fluida, existe uma relação entre  $f^A$  e  $f^B$ , dada por  $f^A = f^B / \epsilon_f$ . Os modelos A e B para as fases de líquido e sólido devem coincidir corretamente a fim de gerar resultados quantitativos corretos.

O primeiro termo do modelo A diz respeito à força de empuxo e está relacionado a queda de pressão local ( $\nabla P_i$ ), já o segundo termo,  $f^A$ , refere-se a força de arraste do fluido multiplicada pela fração do volume de fluido ( $\epsilon_f f_{drag,i}$ ). No modelo B, a força de empuxo, primeiro termo, está relacionada a queda de pressão estática ( $\nabla P_0$ ) e o segundo termo refere-se apenas a força de arraste do fluido ( $f_{drag,i}$ ). A queda de pressão total ( $\nabla P$ ) é constituída principalmente por três partes: a queda de pressão hidrostática ( $\nabla P_0$ ), devido à gravidade do fluido, a queda de pressão dinâmica ou queda de pressão manométrica ( $\nabla P_d$ ), devido ao movimento relativo entre o fluido e as partículas e a queda de pressão devido à fricção entre o

fluido e a parede ( $\nabla P_W$ ).  $\nabla P_W$  na maioria das vezes é ignorado. Assim, as Equações 73 e 74 podem ser reescritas como:

Modelo A:

$$f_{p-f,i} = -V_{p,i}\rho_f g + V_{p,i}\nabla P_{d,i} + \epsilon_f f_{drag,i} \quad (71)$$

Modelo B:

$$f_{p-f,i} = -V_{p,i}\rho_f g + \epsilon_s f_{drag,i} + \epsilon_f f_{drag,i} \quad (72)$$

Para um sistema composto por partículas uniformes de mesmo tamanho e que não tem aceleração, a queda de pressão é apenas a queda de pressão estática ( $\nabla P_0$ ) e a queda de pressão dinâmica ( $\nabla P_d$ ). Os valores pontuais em torno de cada partícula,  $\nabla P_{d,i}$ , são idênticos e podem ser substituídos pelo valor médio local ( $\nabla P_d$ ). O volume de partículas ( $V_{p,i}$ ) pode ser expresso como  $\epsilon_s/n$ , onde  $n$  é o número de partículas por unidade de volume. E a relação entre a queda de pressão dinâmica e a força de arraste agindo sobre uma partícula é  $\nabla P_d = n f_{drag,i}$ . Portanto, o segundo termo no lado direito da Equação 75,  $V_{p,i}\nabla P_{d,i}$ , pode ser expresso como  $(\epsilon_s/n)n \cdot f_{drag,i} = \epsilon_s f_{drag,i}$ . Assim, Equações 75 e 76 produzem os mesmos resultados para a fase sólida. Isto é, os modelos A e B são os mesmos para o sistema simples (partículas uniformes e de mesmo tamanho).

No entanto, esta consideração não se aplica para a jigagem, pois, a queda de pressão usada para calcular a força de interação partícula-fluido no modelo A, baseia-se no valor pontual em torno de cada partícula  $i$ ,  $\nabla P_{d,i}$ . No entanto, a única queda de pressão que se pode obter a partir de uma simulação com modelo contínuo discreto combinado é o valor local médio  $\nabla P_d$ , como resultado da natureza da abordagem contínua. Na jigagem, as partículas não estão uniformemente distribuídas no espaço e têm diferentes velocidades em várias direções. Consequentemente, o valor pontual  $\nabla P_{d,i}$ , não é igual ao valor médio local  $\nabla P_d$ . Esta diferença resulta em diferenças entre as simulações dos modelos A e B, tal como demonstrado por Feng e Yu (2004), que sugerem a adoção do modelo B como mais favorável.

As formulações usadas para os cálculos de forças e torques envolvidos nas Equações 71 e 72 são listadas na Figura 10. A força de arraste do fluido é ( $f_{drag,i}$ ) é convenientemente

determinada pela correlação de Di Felice, embora uma previsão exata desta força fora do regime de Stokes ainda não está disponível e é alvo de pesquisa.

**Figura 10: Expressões utilizadas para o cálculo das forças e torques das partículas.**

Forces and torque		Symbols	Equations
Normal forces	Contact	$\mathbf{f}_{cn,ij}$	$-\frac{4}{3}E^*\sqrt{R^*}\delta_n^{\frac{3}{2}}\mathbf{n}$
	Damping	$\mathbf{f}_{dn,ij}$	$-\eta_n\left(6m_yE^*\sqrt{R^*}\delta_n\right)^{\frac{1}{2}}\mathbf{v}_{n,y}$
Tangential forces	Contact	$\mathbf{f}_{ct,ij}$	$-\frac{\mu_s\mathbf{f}_{cn,ij}}{ \delta_{t,y} }\left[1-\left(1-\frac{\min\{\delta_{t,y},\delta_{t,y,max}\}}{\delta_{t,y,max}}\right)\right]\delta_{t,y}$
	Damping	$\mathbf{f}_{dt,ij}$	$-\eta_t\left(6m_y\mu_sF_{cn,y}\frac{\sqrt{1-\delta_{t,y}/\delta_{t,y,max}}}{\delta_{t,y,max}}\right)\delta_{t,y}\mathbf{v}_{t,y}$
Fluid drag force		$\mathbf{f}_{fi}$	$0.5c_{d0,i}\rho_f\pi R_i^2 \mathbf{u}_i-\mathbf{v}_i (\mathbf{u}_i-\mathbf{v}_i)e_i^{1-\chi}$
Torque		$\mathbf{T}_{ij}$	$\mathbf{R}_i\times(\mathbf{F}_{cn,y}+\mathbf{F}_{dt,y})$
Gravity		$\mathbf{f}_{gi}$	$m_i\mathbf{g}$
where:	$\frac{1}{R^*}=\frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_j}, \quad E^*=\frac{E}{2(1-\nu^2)}, \quad \mathbf{n}=\frac{\mathbf{R}_i}{R_i}, \quad \delta_{t,y,max}=\mu_s\frac{2-\nu}{2(1-\nu)}\delta_n, \quad m_y=\frac{m_i+m_j}{2},$ $\mathbf{v}_y=\mathbf{v}_j-\mathbf{v}_i+\boldsymbol{\omega}_j\times\mathbf{R}_j-\boldsymbol{\omega}_i\times\mathbf{R}_i, \quad \mathbf{v}_{n,y}=(\mathbf{v}_y\bullet\mathbf{n})\bullet\mathbf{n}, \quad \mathbf{v}_{t,y}=(\mathbf{v}_y\times\mathbf{n})\times\mathbf{n}, \quad c_{d0,i}=\left(0.63+\frac{4.8}{\text{Re}_{p,i}^{0.5}}\right)^2,$ $\text{Re}_{p,i}=\frac{2\rho_fR_i \mathbf{u}_i-\mathbf{v}_i }{\mu_f}, \quad \chi=3.7-0.65\exp\left[-\frac{(1.5-\log_{10}\text{Re}_{p,i})^2}{2}\right]$		

**Fonte: Feng e Yu, 2003.**

O acoplamento entre as duas fases é conseguido através da força de interação partícula-fluido, que é em nível da média local ou de célula computacional para a fase líquida ( $F^A$  ou  $F^B$ ) e ao nível de partícula individual para a fase sólida ( $f^A$  ou  $f^B$ ). Diferentes esquemas têm sido propostos para acoplar as duas fases modeladas em diferentes escalas. Entretanto, o esquema da Equação 77 é o mais aceito por atender a terceira lei de Newton, que postula que a força da fase sólida atuante sobre a fase líquida deve ser igual à força de atuação da fase líquida sobre a fase sólida, mas na direção oposta. De acordo com esse esquema, em cada intervalo de tempo, as forças de interação partícula-fluido sobre as partículas individuais de uma célula computacional são calculadas primeiro, e os valores são então somados para produzir a força de interação partícula-fluido na escala da célula.

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{k_c} f_{p-f,i}}{\Delta V} \quad (77)$$

Onde  $k_c$  é número de partículas em uma célula computacional,  $F$  é a força de interação volumétrica partícula-fluido,  $\Delta V$  é o volume da célula computacional e  $f_{p-f,i}$  é força de interação partícula-fluido na escala de partícula.

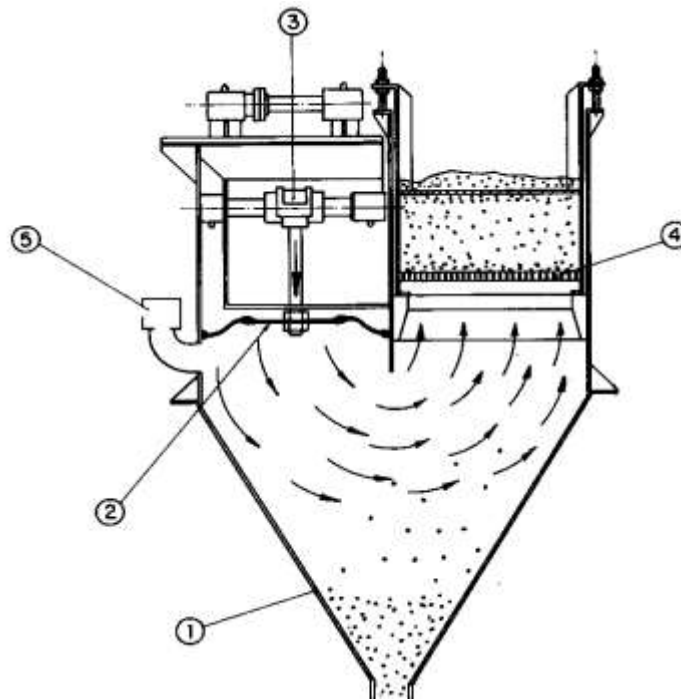
O fluxo de partículas é resolvido numericamente utilizando um código interno DEM com um método de integração explícita no tempo e estabelecendo condições de contorno. A fase líquida contínua é prontamente resolvida usando um pacote de *software* comercial CFD. O acoplamento entre a DEM e CFD é conseguido como se segue. Em cada intervalo de tempo, DEM dará informação de posições e velocidades das partículas individuais para a avaliação da porosidade e força de arraste volumétrico de fluido de uma célula computacional. CFD irá então usar estes dados para determinar o campo de fluxo de fluido, o que por sua vez é usado para determinar as forças de arraste no fluido que atuam sobre as partículas individuais. Incorporando as forças resultantes em DEM irá se produzir informação sobre o movimento das partículas individuais para a próxima etapa de tempo. A força de arraste do fluido agindo sobre uma partícula individual irá, então, reagir com a fase fluida a partir das partículas, de modo que a terceira lei de Newton do movimento é satisfeita.

#### **4.7 JIGUE LABORATORIAL DO TIPO DENVER**

O separador jigue de diafragma tipo DENVER (ver Figura 11) consiste basicamente em um recipiente (1) fechado, com forma de pirâmide invertida – depósito de material, dotado na parte superior de duas câmaras: uma delas atua o diafragma elástico (2), que, acionado pelo sistema excêntrico (3), impulsiona a massa de água contida no recipiente alternativamente em sentido ascendente e descendente. Esta corrente pulsante atua sobre o crivo fixo (4) montado na outra câmara da máquina, provocando, pelos princípios explicados, a concentração das partículas pesadas localizadas na parte superior do crivo. A água de alimentação entra no recipiente durante o percurso ascendente do diafragma, sobre pressão hidrostática, passando através da válvula rotativa (5).

Quando o diafragma inicia seu percurso descendente, a válvula (5) fecha, permitindo assim a pulsação do fluido através do leito de jigagem. Neste tipo de jigue, as partículas de alimentação devem ser de tamanho inferior ao da cobertura do crivo, pois a concentração é recolhida no fundo do recipiente, através da saída. A polpa é alimentada numa caixa localizada numa das extremidades da máquina, saindo, pelo lado oposto, as partículas leves, arrastadas pelo excesso de água de alimentação.

**Figura 11: Esquema simplificado de um jigue DENVER**



**Fonte: Engendrar, 2014.**

Neste tipo de jigue, usualmente, coloca-se sobre o crivo um leito de duas ou três camadas de esferas de aço de diâmetro maior que sua abertura. É importante que o leito tenha permeabilidade suficiente para deixar passar, durante certo período de tempo, maior quantidade de partículas que são alimentadas na polpa, durante o mesmo período de tempo.

#### **4.7.1 Descrição do equipamento**

O separador jigue DENVER de fabricação da empresa ENGENDRAR® é um equipamento de jigagem que apresenta uma grande seletividade, sendo especialmente adaptado às etapas finais de concentração, quando se procura obter o teor mais elevado possível para o concentrado. Sua utilização em laboratório abrange toda a gama de materiais pesados, sendo aluvionares ou não.

É um equipamento robusto e compacto, de baixa potência instalada e mínima necessidade de manutenção. O separador jigue é fabricado em chapas de aço carbono e perfis laminados, sendo que a caixa de alimentação de minério é construída em ferro fundido e aloja uma grade removível para retenção de detritos.

A tela removível é fixada mediante um sistema de madeiras cônicas que possibilitam sua rápida remoção para inspeção ou troca. O acionamento do diafragma do jigue é efetuado

mediante um motor com polia fixa que, através da correia, aciona a polia montada no eixo da máquina. O sistema de acionamento permite, mediante um conjunto excêntrico, regular em diversas posições diferentes o curso do diafragma.

## **5 METODOLOGIA**

A parte experimental consiste em análises estatísticas dos resultados da separação por jigagem do minério de ferro proveniente de uma etapa da produção de rocha fosfática.

As amostras de magnetita foram obtidas junto a empresa Anglo American Fosfatos do Brasil, situada na cidade de Catalão, sendo as mesmas resultado da etapa de separação magnética de baixo campo do processamento de rocha fosfática e compõe a pilha de magnetita da empresa. Para complementar as amostras foi utilizado areia. A areia teria o papel de representar o restante do material que juntamente com uma parte da magnetita compõe o material enviado para a barragem de rejeito.

A escolha de areia para os testes se teve devido a sua morfologia, pois era necessário um material que a forma das partículas não interferissem nos testes, a sua composição química da areia é simples, já que areia é composta principalmente por quartzo, possui massa específica próxima à apatita e de outros minerais que compõem a barragem de rejeito, o não magnetismo, e finalmente era um material não fosse magnético, para que ele pudesse ser facilmente retirado das amostras após os testes. Somado a isso tem se o fato da areia ser um material de fácil obtenção e de baixo custo.

Sendo assim, as amostras de areia foram compradas nas lojas de material de construção da cidade de Catalão.

O procedimento experimental foi dividido em quatro etapas. Na primeira, preparação das amostras, as amostras de areia e magnetita foram separadas granulometricamente por peneiramento a úmido, após foi efetuada uma purificação magnética em ambos minerais para a retirada de contaminantes no quartzo e de partículas mistas na magnetita. Em uma segunda etapa as amostras foram caracterizadas. Depois em uma terceira etapa foram realizados ensaios de jigagem em um jigue laboratorial do tipo Denver. E por último foi efetuado a análise estatística.

### **5.1 PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS**

As amostras de magnetita foram obtidas junto a empresa AngloAmerican Fosfatos do Brasil, situada na cidade de Catalão, sendo a mesma proveniente do rejeito da etapa de separação magnética. As amostras de areia foram compradas nas lojas de material de construção da cidade de Catalão, passando pelas etapas descritas abaixo:

### 5.1.1 Peneiramento do material

As amostras dos minerais (magnetita e areia) que foram utilizadas nos ensaios de jigagem foram quarteadas para obtenção de amostras de 400 g e peneiradas via úmido, com o intuito de separar granulometricamente o material. O equipamento utilizado foi o agitador de peneirador suspenso, marca Marconi (Figura 12), e a série de peneiras empregada foi 35#, 48#, 65#, 100#, 150#, 200# e 270#, obtendo materiais com as seguintes características:

- Passante em 500  $\mu\text{m}$  e retido em 300  $\mu\text{m}$ ;
- Passante em 300  $\mu\text{m}$  e retido em 212  $\mu\text{m}$ ;
- Passante em 212  $\mu\text{m}$  e retido em 150  $\mu\text{m}$ ;
- Passante em 150  $\mu\text{m}$  e retido em 106  $\mu\text{m}$ ;
- Passante em 106  $\mu\text{m}$  e retido em 75  $\mu\text{m}$ ;
- Passante em 75  $\mu\text{m}$  e retido em 53  $\mu\text{m}$ .

**Figura 12: Agitador de peneiras suspenso utilizado para separação granulométrica.**



**Fonte : Autoria própria.**

O tempo de peneiramento adotado foi de 15 minutos. Após o peneiramento, os minerais passaram pelo procedimento de filtragem a vácuo para então serem inseridos nos recipientes para seguirem à etapa de secagem.

### 5.1.2 Separação magnética da amostra

Para a obtenção de amostras sem presença de contaminantes, todo material peneirado foi submetido a uma separação magnética utilizando-se um ímã de terras raras de 2,0 G. O ímã é colocado à uma posição aproximada de 10 cm sendo que na separação da areia o material retido no ímã é descartado, enquanto da separação magnética da magnetita o material descartado é o material que não ficou retido ao ímã.

**Figura 13: Separação magnética das amostras.**



(a) Purificação da areia



(b) Purificação da magnetita

**Fonte: Autoria própria.**

Para a composição das amostras foram misturados a areia e a magnetita na proporção de 50% de cada em mesma granulometria. Após homogeneização alíquotas de 50g foram separadas para as próximas etapas.

## 5.2 CARACTERIZAÇÃO DAS AMOSTRAS

As amostras passaram por uma série de testes para a caracterização do material.

### 5.2.1 Picnometria

Uma das técnicas utilizadas para medir a densidade de sólidos é o método do picnômetro. Um picnômetro consiste, basicamente, num balão de vidro com fundo chato, equipado com uma rolha também de vidro, através da qual passa um canal capilar.

O procedimento a seguir, usado na quantificação da densidade de uma rocha, minério ou mineral, descreve, passo a passo, a determinação da densidade relativa.

- (i) Mensurar a massa do picnômetro vazio ( $P_1$ );
- (ii) Mensurar a massa do picnômetro com a amostra ( $P_2$ );
- (iii) Mensurar a massa do picnômetro com a amostra mais água ( $P_3$ );
- (iv) Mensurar a massa do picnômetro com água ( $P_4$ );

A densidade do sólido é dada por:

$$\rho_{\text{sólido}} = \frac{P_2 - P_1}{(P_4 - P_1) - (P_3 - P_2)}$$

### 5.2.2 Espectrômetro de Fluorescência de Raios-X

As amostras foram submetidas à análises químicas realizada pela empresa Anglo American Fosfato do Brasil, com o objetivo de identificar os componentes do do material. O equipamento utilizado para tal análise foi o Espectrômetro de Fluorescência de Raios – X Panalytical, modelo AXIOX MAX série DY n°5001.

### 5.2.3 Microscopia eletrônica de varredura (MEV/EDS)

A análise da imagem de diferentes alíquotas das amostras no microscópio eletrônico de varredura (MEV) acoplado a um espectrômetro de raios-x dispersivo em energia (EDS) permitiu obter uma descrição das seguintes características do minério:

- Formas das partículas;
- Liberação entre os minerais de interesse nas partículas;
- Composição química.

Foi utilizado o equipamento Microscópio Eletrônico de Varredura (MEV), Jeol, JSM – 6610, equipado com EDS, Thermo scientific NSS Spectral Imaging. Equipamento do LabMic - Laboratório Multiusuário de Microscopia de Alta Resolução que é um laboratório instalado nas dependências do Instituto de Física – Campus Samambaia.

Foram analisadas as duas amostras das granulometrias mais finas (retidos na malha de 75  $\mu\text{m}$  e retidos na malha 53  $\mu\text{m}$ ).

### 5.2.4 Microscopia óptica de luz refletida

As amostras separadas por granulometria foram analisadas em microscópio de luz refletida, com o intuito de verificação dos formatos e grau de liberação das partículas, as imagens foram efetuadas para todas as seis granulometrias tanto de areia quanto de magnetita.

Foram analisadas as duas amostras das granulometrias mais finas (retidos na malha de 75  $\mu\text{m}$  e retidos na malha 53  $\mu\text{m}$ ).

### **5.2.5 Determinação da distribuição granulométrica**

A análise granulométrica do rejeito da separação magnética, proveniente da produção de fosfato, foi realizada utilizando o analisador de partículas a laser Mastersizer da Malvern. O Mastersizer 3000 utiliza a técnica de difração laser para medir o tamanho das partículas. Para isso, ele mede a intensidade da luz espalhada à medida que um feixe de laser interage com as partículas dispersas da amostra. Esses dados são então analisados para calcular a distribuição do tamanho das partículas obtidas a partir do padrão de espalhamento gerado. O mesmo consta de um circuito fechado de bombeamento e um agitador. Assim a suspensão a ser analisada é conduzida para uma pequena câmara no interior do equipamento, onde um feixe de laser incide perpendicularmente ao escoamento. Ao incidir sobre a amostra, o feixe de laser sofre um desvio em função do tamanho das partículas que encontrava no meio (ALMEIDA, 2008).

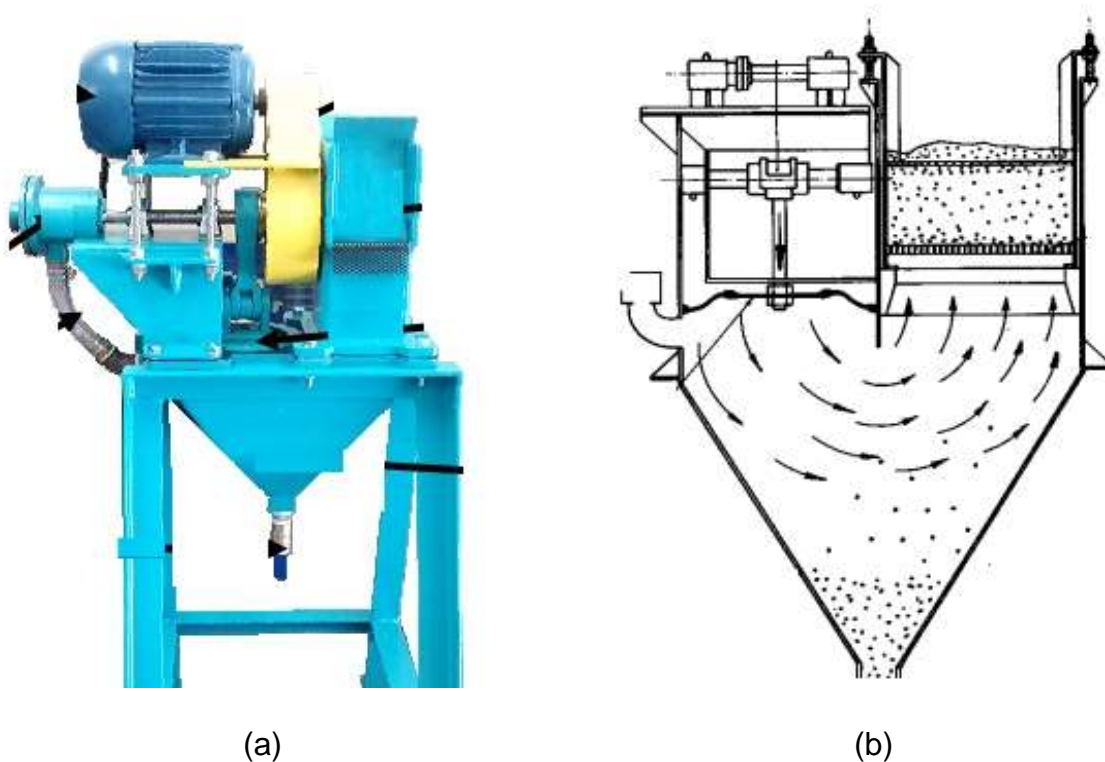
As amostras analisadas no Mastersizer receberam um tratamento prévio. O qual consistia primeiramente na calibração do sistema ótico, através da medida do “branco” (água destilada e dispersante) que serviu como referencial para todas as demais medidas. O dispersante utilizado foi o hexametáfosfato de sódio (calgon), numa concentração aproximada de 1 grama por litro de suspensão. A seguir transferiu-se a amostra para um béquer diluindo a com água destilada até aproximadamente 500 mL. Aplicou-se por aproximadamente 30 segundos um banho ultra-sônico, no mesmo equipamento, para romper os possíveis aglomerados de partículas que existiam na amostra, conjuntamente com o dispersante, que por sua vez, mantia as partículas afastadas umas das outras, evitando nova aglomeração.

Após os tratamentos descritos anteriormente iniciou-se as análises mediante ao uso do software de aquisição e tratamento de dados experimentais de Mastersizer. As informações obtidas deste software foram enviadas a uma planilha eletrônica na forma de diâmetro de partículas e suas correspondem frações mássicas acumulativas. Os resultados desta análise estão representados pelo gráfico de análise granulométrica.

### 5.3 ENSAIOS DE JIGAGEM

Os ensaios foram realizados empregando-se o jigue Denver de laboratório, modelo SJ-1015, de fabricação pela empresa Engendrar (Figura 14). O equipamento foi desenhado tridimensionalmente no software SketchUp Pro<sup>®</sup> – Versão livre de autoria da empresa TOTALCAD<sup>®</sup> (Figura 15). Este equipamento possui o crivo fixo, o impulso da água é proporcionado pelo movimento do diafragma. Para a realização dos testes o jigue operou com um tempo fixo de jigagem de 2 minutos, sendo 30 segundos destinados a alimentação e 1,5 minuto de jigagem sem acréscimo de material.

**Figura 14: a) foto do jigue Denver, modelo SJ-1015, b) desenho esquemático do jigue de diafragma.**



**Fonte: ENGENDRAR, 2014.**

Em um primeiro momento foram feitos testes sem utilização de camada de fundo, principalmente para compreender as variáveis do processo e avaliar a recuperação do processo. Foi visto portanto, a necessidade da utilização da camada de fundo, sendo assim a camada foi formada utilizando 1500 gramas de esferas de aço de 8mm de diâmetro.

As variáveis operacionais modificadas foram a granulometria do material, a vazão de água e a frequência de jigagem, segundo a Tabela 2.

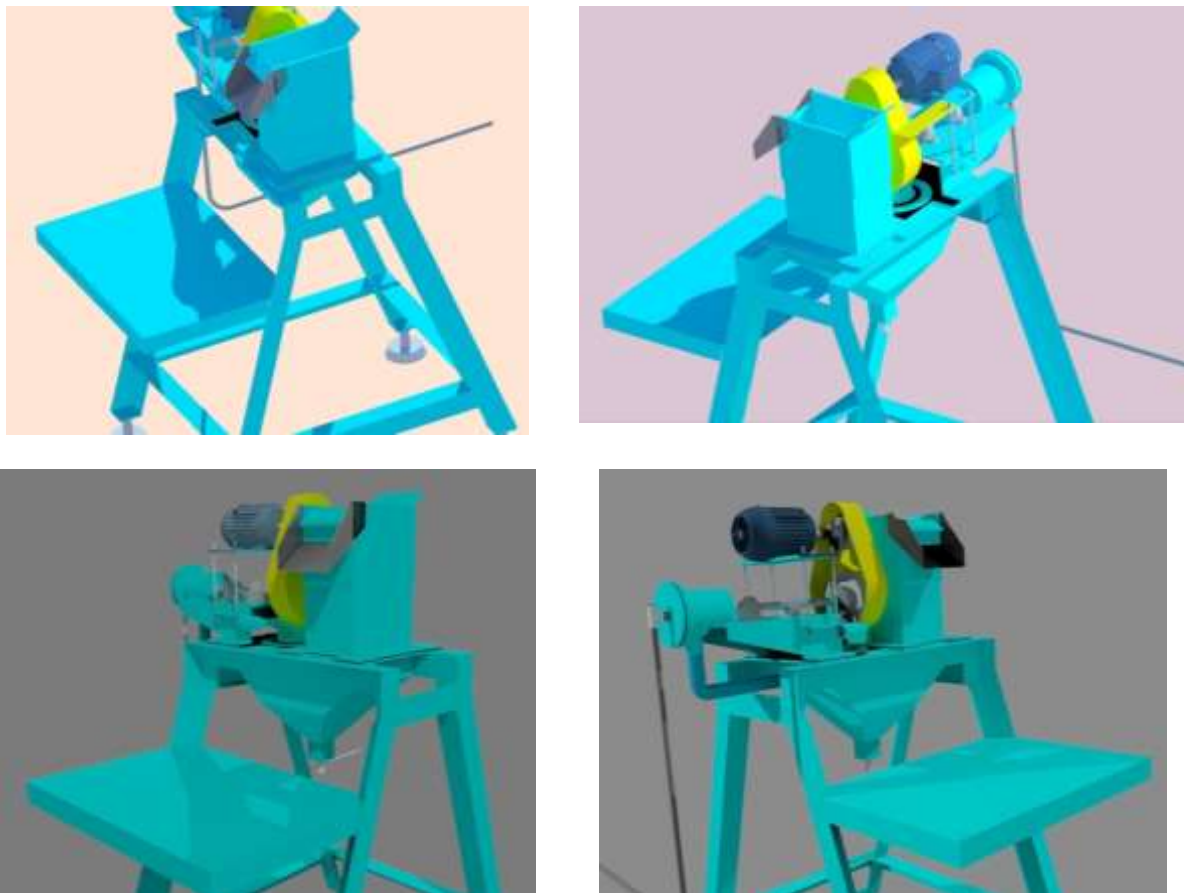
**Tabela 2: Valores das variáveis utilizadas nos testes**

Variável	Valores adotados		
Granulometria (µm)	[-500 +300], [-150 +106],	[-300 +212], [-106 +75],	[-212 +150], [-75 +53]
Vazão (Lpm)	5, 10, 15, 20		
Frequência (RPM)	102, 188, 274, 359		

**Fonte: Autoria própria.**

Todos os testes, com a presença da camada de fundo, foram feitos em triplicata, para a obtenção de média e desvio padrão, totalizando 288 testes.

**Figura 15: Desenho tridimensional do jigge Denver de laboratório, modelo SJ-1015.**



**Fonte: Autoria própria.**

Os ensaios foram realizados colocando-se as amostras na granulometria desejada no jigge com fluxo de água e frequência de pulsos desejados. O material leve (transbordado) e o pesado (afundado) eram recolhidos, filtrados, secos em estufa e pesados. Após a pesagem, o material (leve e pesado) era submetido a separação magnética, obtendo-se assim um concentrado magnético e outro não magnéticos.

#### **5.4 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS (ANOVA)**

Para analisar as recuperações mássicas e os teores obtidos nos testes de jigagem considerando as diferentes interações entre a granulometria, vazão e frequência, os resultados foram submetidos a testes estatísticos, através da análise de variância – ANOVA (*Analysis of Variance*). Este método permitiu testar a igualdade dos resultados, a um dado nível de significância, observando se as interações que ocasionaram resultados diferentes na no experimento.

Desta maneira, a aplicação deste método teve como objetivo analisar se os resultados de recuperação e teor, com quatro diferentes níveis do fator vazão de água, quatro níveis para o fator frequência e seis níveis do fator granulometria, foram estatisticamente iguais. Assim, foi possível observar se os diferentes níveis variados influenciaram nos resultados da jigagem.

Os testes estatísticos foram realizados no software Microsoft Office Excel, versão 2013. Os testes foram realizados considerando um nível de 95 % de confiança. Utilizaram-se os resultados de recuperação e teor dos minerais afundados das amostras nas granulometrias 300, 212, 150, 106, 75 e 53 micrometros com frequências de 102, 188, 274, 359 rotações por minuto e vazões de 5, 10, 15 e 20 litros por minuto. Para tanto, foi realizado o teste ANOVA com dois fatores, sendo estes ora granulometria e vazão, ora granulometria e frequência, com repetições, isto é, considerou-se no teste os três resultados observados para cada parâmetro mudado.

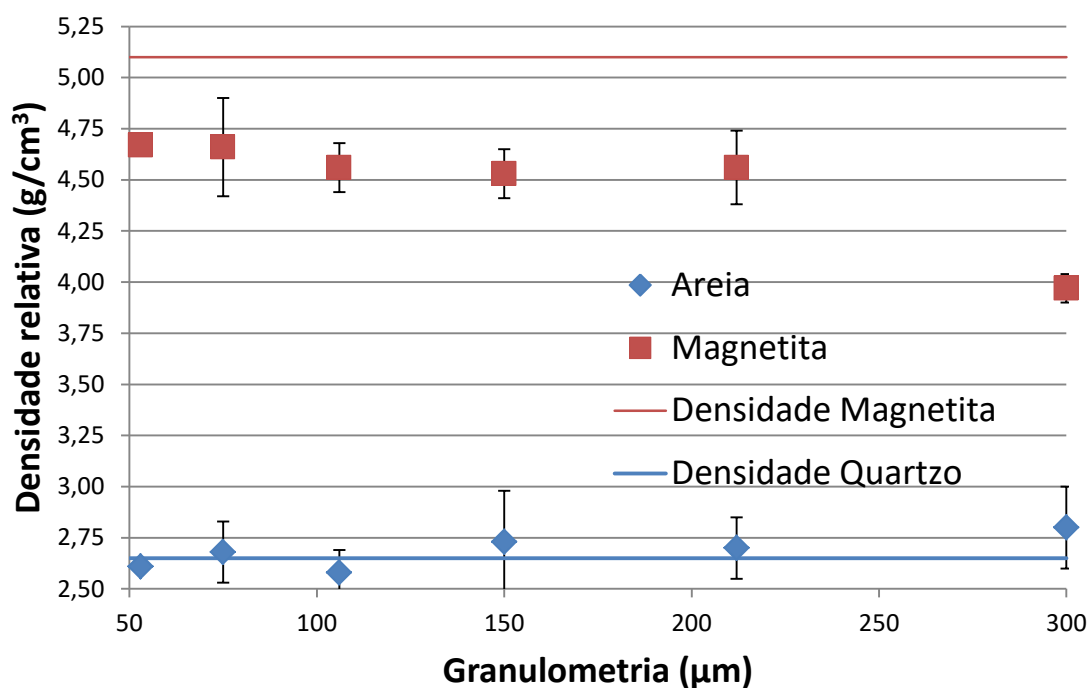
## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta os resultados encontrados em cada etapa da pesquisa, e as considerações a respeito desses resultados.

### 6.1 PICNOMETRIA

Após as amostras serem submetidas a etapas de classificação granulométrica a massa específica foi determinada por picnometria e apresentou os dados conforme Figura 16, onde os pontos representam a média dos resultados para cada granulometria e a barra vertical é o erro, os dados da tabela com todos os resultados se encontram no Anexo 1.

**Figura 16: Resultados picnometria.**



**Fonte: Autoria própria.**

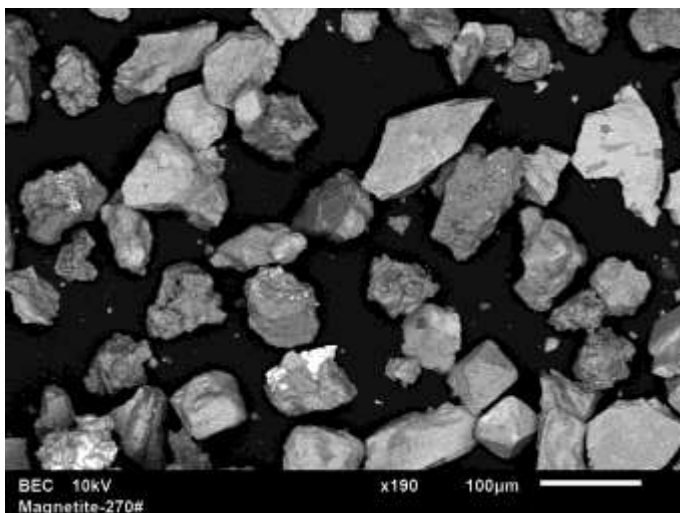
É possível visualizar no gráfico um aumento gradual da densidade da magnetita para as granulometrias mais finas, aproximando do valor da densidade do mineral magnetita puro (representado pela linha vermelha). Resultado esse esperado já que a medida em que se diminui a granulometria aumenta-se a pureza do material deixando-o livre de partículas mistas. A mesma tendência acontece com a areia, na medida em que se diminui a granulometria há a aproximação para o valor de tabela do quartzo (representado pela linha azul).

Esse fato acaba sendo comprovado como resultados da difração de raio-x (ver grafico) onde é possível notar o descréscimo da quantidade de sílica nas amostras de granulometrias mais finas de magnetita e a diminuição de  $TiO_2$  na areia, materiais esses que eram contaminantes da amostra.

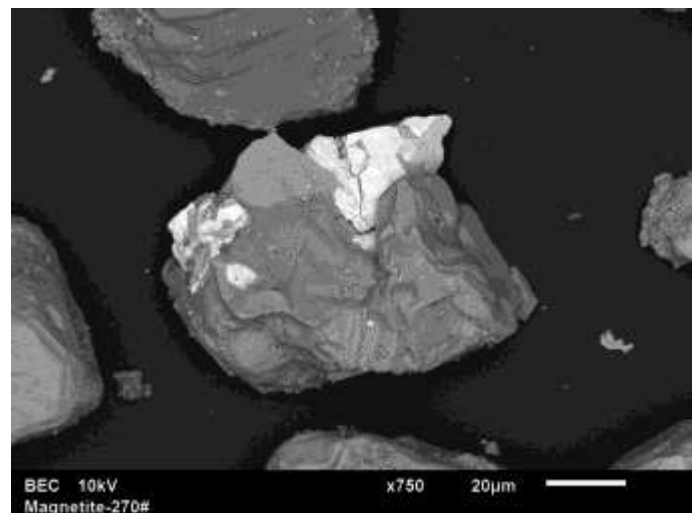
## 6.2 MEV/EDS

A Figura 17 mostra os resultados das imagens em microscópio eletrônico de varredura para amostras de magnetita e areias de quartzo. É possível notar que a morfologia das partículas (magnetita e areia de quartzo) são bastante semelhantes, mesmo em tamanhos diferentes.

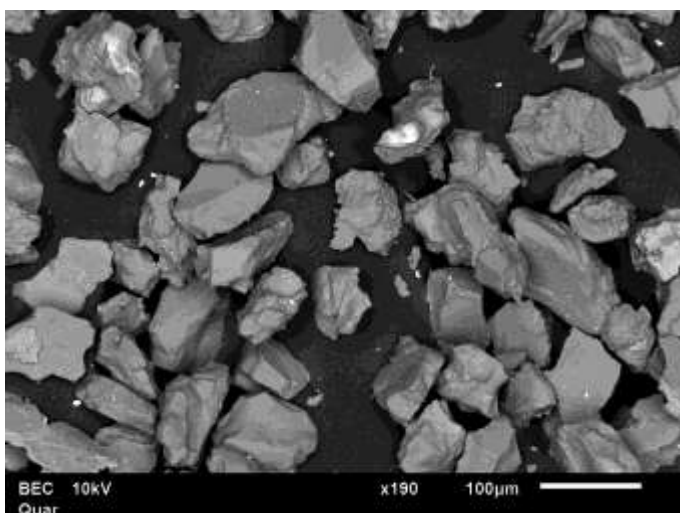
**Figura 17: Resultados do MEV, (a) e (b) para amostras de magnetita em -75+53  $\mu m$  e (c) e (d) para amostras de quartzo em -106+75  $\mu m$ .**



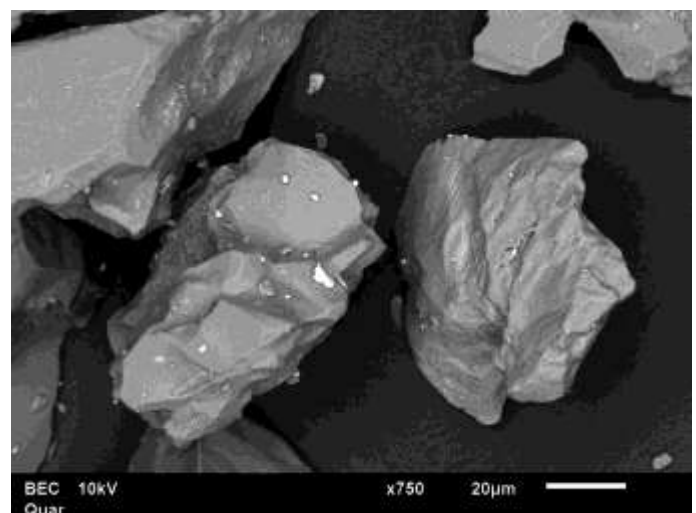
(a)



(b)



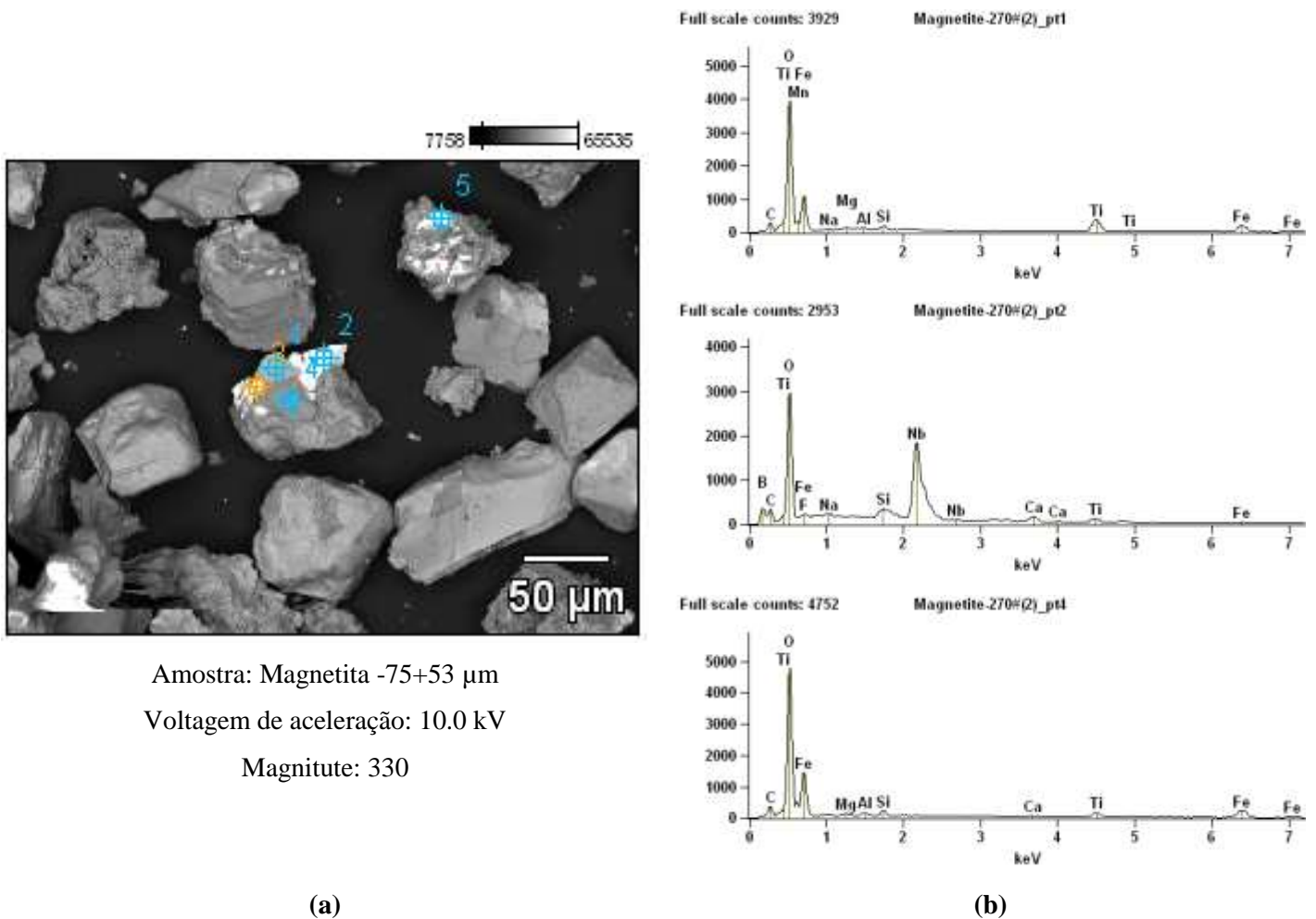
(c)



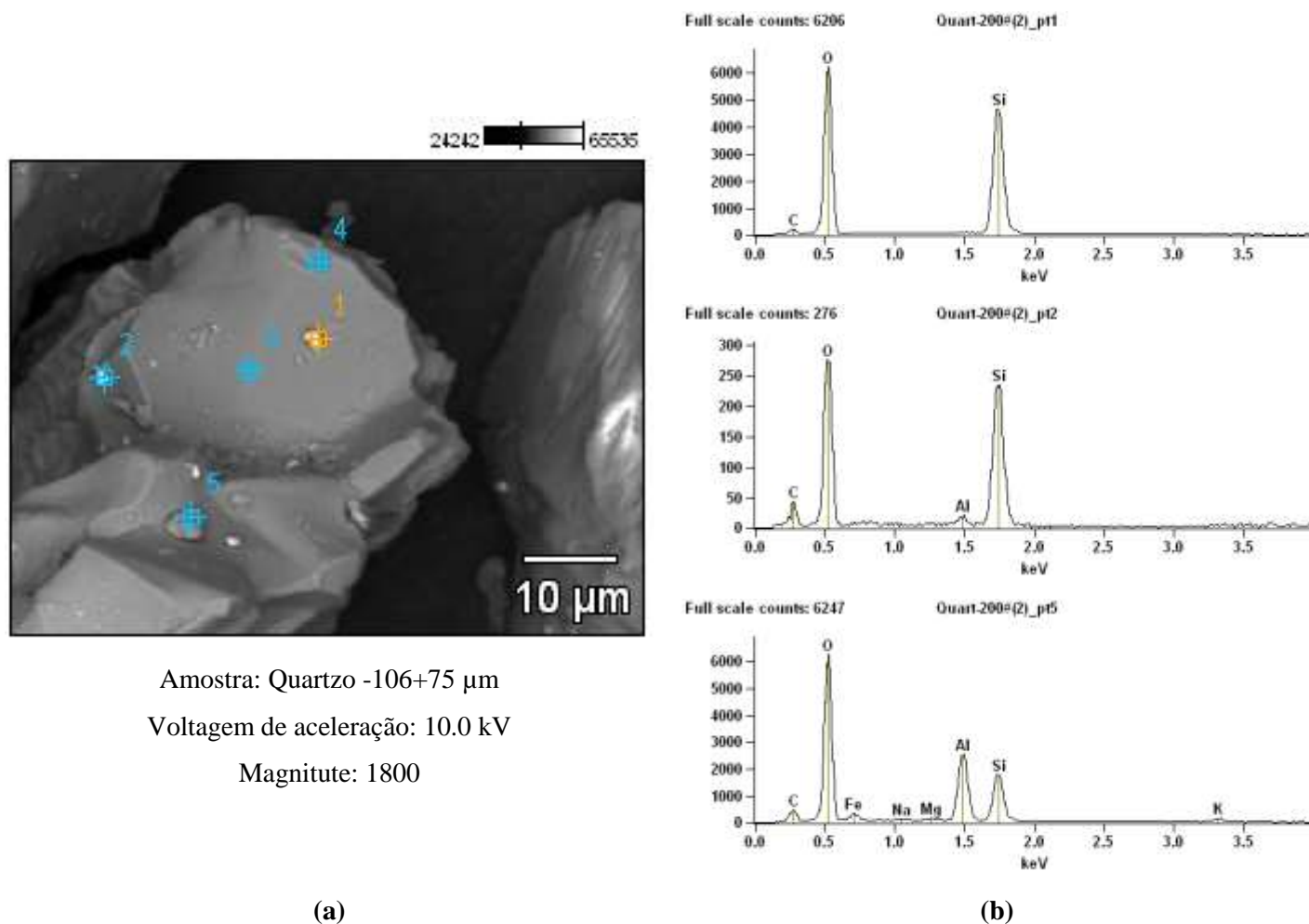
(d)

A Figura 18 apresenta os resultados de EDS em três pontos diferentes para as amostras de magnetita na granulometria de  $-75+53 \mu\text{m}$  enquanto a Figura 19 para amostras de quartzo em  $-106+75 \mu\text{m}$ . Em ambos os casos, a análise química pontual proveniente do EDS são similares aos resultados obtidos pela fluorescência de Raio-X. Na Figura 18 é possível ver que os minerais portadores de nióbio estão associados à magnetitamesmo em tamanho pequenos (veja ponto 2 na figura 18 a). O grau de liberação desses minerais estão normalmente abaixo desse tamanho de partícula sendo necessário outra etapa de cominuição antes da etapa de flotação do nióbio. O tamanho médio das partículas usadas na flotação esta entre  $-53+37 \mu\text{m}$ . Resultados semelhantes em relação ao grau de liberação foi obtido para o quartzo (veja ponto 5 na Figura 19). Os outro minerais presentes na amostra de quartzo está anexado às partículas e não estão liberados. Devido as partículas encrustadas em ambas as amostras (magnetita e quartzo) a densidade esperada dos minerais é diferente dos minerais puros, mas perto desse valor.

**Figura 18: Resultados EDS para amostra de magnetita  $-75 + 53 \mu\text{m}$ . (a) Imagem MEV (b) Resultados do EDS para três pontos diferentes.**



**Figura 19: Resultados EDS para amostra de quartzo -106 + 75  $\mu\text{m}$ . (A) imagem MEV e (b) resultados EDS para três pontos diferentes.**



### 6.3 ANÁLISE DE FLUORESCÊNCIA DE RAIOS X

A análise química das amostras realizada pelo equipamento de espectrômetro de fluorescência de raios -X foi executada no intuito de verificar o grau de pureza dos minerais adquiridos e quais são os contaminantes de cada material, identificando os componentes da amostra de mineral. Os resultados estão no Anexo 2 e um gráfico é apresentado na Figura 20.

A Tabela 3 mostra a análise química das amostras de magnetita por granulometria. As amostras apresentaram alto teor de óxido de ferro, cerca de 78% para o tamanho grosseiro (-500 + 300  $\mu\text{m}$ ) e superior a 84% para os demais tamanhos. Em contraste, pequenas quantidades de sílica, titânio, magnésio e fosfato (menos de 10%) e foram observados traços de outros elementos. O  $\text{P}_2\text{O}_5$  indicou que esta amostra não pode ser utilizada em siderurgia

para produzir ferro-gusa, uma vez que o fósforo é um contaminante e o seu conteúdo deve ser inferior a 0,05% (cerca de 50 vezes menor que os valores observados nas amostras).

**Tabela 3: Resultados de análise química para amostras de magnetita separadas por tamanho de partícula através de fluorescência de raios-X.**

Tamanho da partícula (µm)	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	TiO <sub>2</sub>	CaO	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	MgO	MnO	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	ZrO <sub>2</sub>	ZnO	SrO	Others
-500+300	78.943	5.480	3.512	2.691	2.643	1.986	0.601	0.118	0.195	0.132	0.114	0.090	3.495
-300+212	84.036	5.334	2.621	2.419	2.212	1.913	0.737	0.230	0.217	0.131	0.077	0.070	0.003
-212+150	85.312	5.114	2.460	1.706	2.072	1.798	0.720	0.204	0.168	0.116	0.078	0.069	0.183
-150+106	85.367	5.443	2.180	1.315	1.900	2.019	0.765	0.480	0.187	0.135	0.096	0.066	0.047
-106+75	82.186	6.035	2.803	2.776	2.176	2.261	0.829	0.312	0.243	0.170	0.051	0.096	0.062
-75+53	85.624	5.119	2.272	1.596	1.841	1.762	0.598	0.427	0.267	0.126	0.072	0.084	0.212

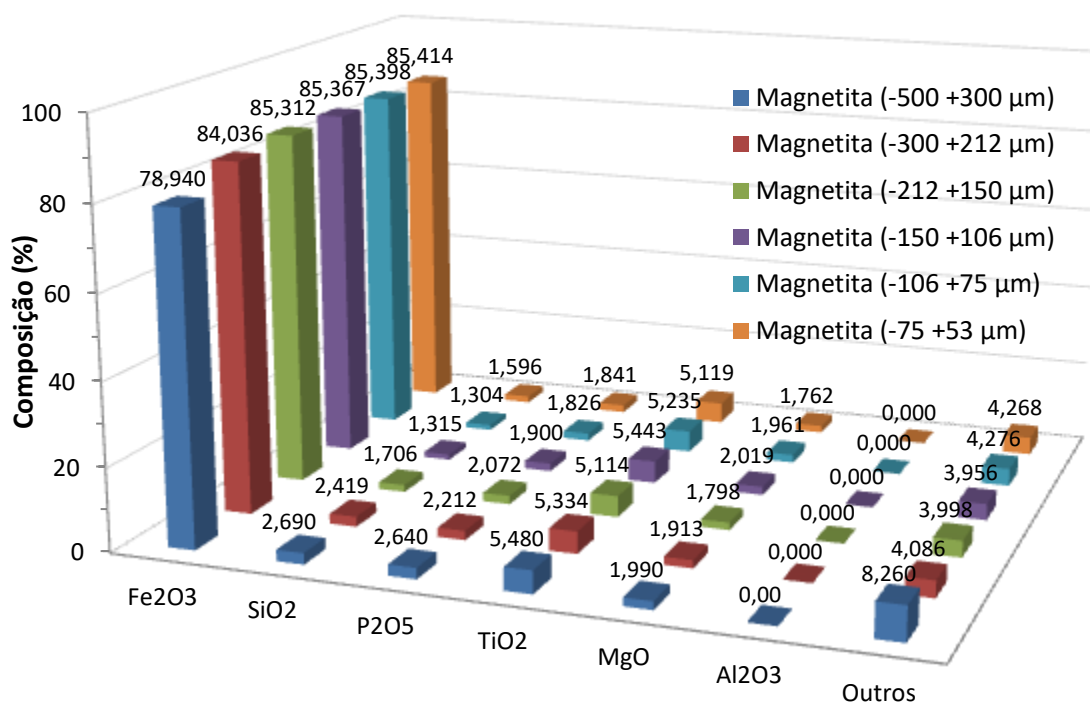
A Tabela 4 mostra a análise química das amostras de quartzo de areia por granulometria. As amostras apresentaram alto teor de sílica, superior a 90% para todos os tamanhos de partículas. Em contraste, pequenas quantidades de óxido de ferro (menor ou igual a 3%) e vestígios de outros elementos foram observados.

**Tabela 4: Resultados de análise química para amostras de quartzo separadas por tamanho de partícula através de fluorescência de raios-X.**

Tamanho da partícula (µm)	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	TiO <sub>2</sub>	CaO	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	MgO	MnO	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	ZrO <sub>2</sub>	ZnO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	BaO	Others
-500+300	1.810	0.244	0.257	94.370	0.196			0.163			2.485	0.100	0.375
-300+212	2.148	0.283	0.075	93.851	0.095	0.199		0.143			3.147		0.059
-212+150	2.246	1.088	0.310	93.345	0.203				0.027		2.338		0.443
-150+106	1.652	0.849		93.934							2.861	0.160	0.544
-106+75	2.511	1.331	0.417	90.360	0.321	0.233	0.123	0.149	0.088	0.028	3.843		0.596
-75+53	3.026	1.987	0.229	90.230	0.113	0.237		0.180	0.294		3.614		0.090

A análise química da amostra de magnetita revelou a presença em pequenas quantidades de sílica, titânio, magnésio e fosfato. Contudo, as concentrações de  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  são elevadas, por volta do 80%.

**Figura 20: Composição química das amostras de magnetita.**



**Fonte: Autoria própria.**

## 6.4 MICROSCOPIA

Na microscopia ótica conseguimos observar o formato dos grãos que foram levados para os testes. Nota-se grãos, em sua maioria, arredondados sem muitas pontas. O arredondamento dos grãos fica mais evidente a medida que a granulometria vai diminuindo. Isso tanto para a magnetita quanto para a magnetita. É possível notar algumas impurezas em todas as fotos tiradas pelo microscópio (Figura 21), porém isso esperado já que as amostras não são puras.

**Figura 21: Imagens de microscópio das amostras.**



Magnetita (-500 +300  $\mu\text{m}$ )



Magnetita (-300 +212  $\mu\text{m}$ )



Magnetita (-212 +150  $\mu\text{m}$ )



Magnetita (-150 +106  $\mu\text{m}$ )



Magnetita (-106 +75  $\mu\text{m}$ )



Magnetita (-75 +53  $\mu\text{m}$ )



Areia (-500 +300  $\mu\text{m}$ )



Areia (-300 +212  $\mu\text{m}$ )



Areia (-212 +150  $\mu\text{m}$ )



Areia (-150 +106  $\mu\text{m}$ )



Areia (-106 +75  $\mu\text{m}$ )



Areia (-75 +53  $\mu\text{m}$ )

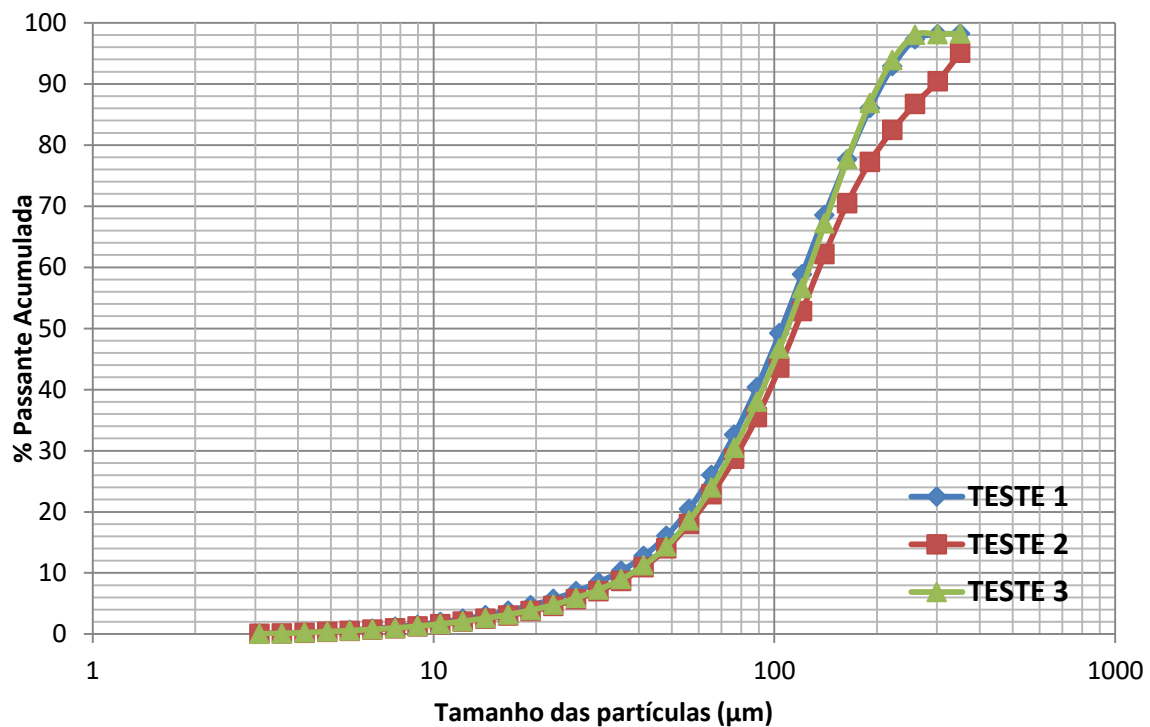
**Fonte : Autoria própria.**

## 6.5 DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA

Para a produção de pigmentos é necessário que o material esteja em uma granulometria de 50  $\mu\text{m}$ , sendo que em empresas especializadas as quais possuem a tecnologia de finos elas costumam obter material de até 100  $\mu\text{m}$ .

Os resultados da análise granulométrica podem ser vistos no Anexo 4, uma representação gráfica pode ser vista na Figura 22, onde observa-se que aproximadamente 45% da magnetita analisada tem granulometria menor que 100  $\mu\text{m}$  e aproximadamente 20% se encontra com tamanho menor que 50  $\mu\text{m}$ , sendo assim, apresentando as dimensões necessárias para matéria-prima de pigmentos.

**Figura 22: Análise granulométrica da matéria proveniente da AngloAmerican Fosfatos do Brasil.**



Fonte : Autoria própria.

## 6.6 JIGAGEM

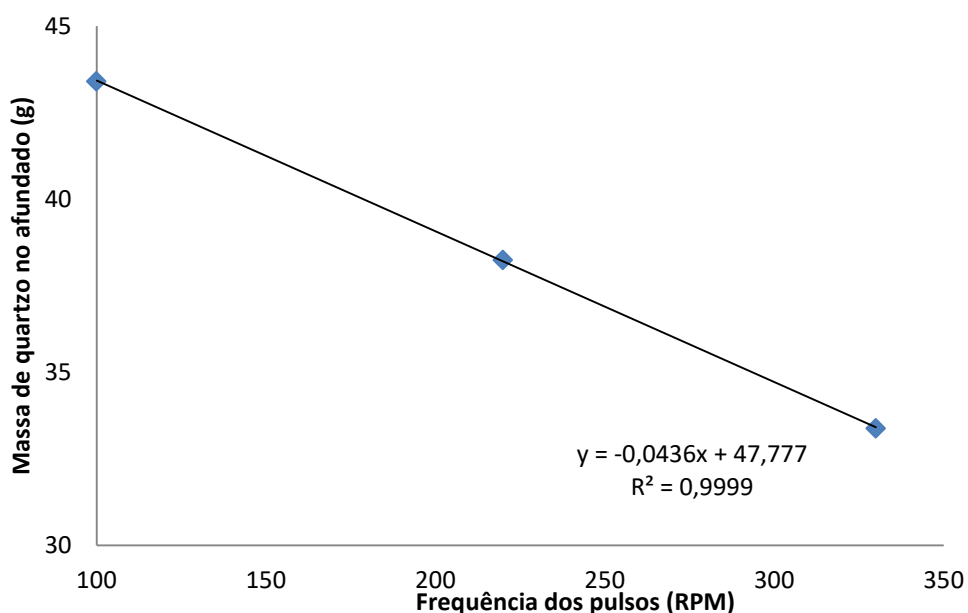
Inicialmente testes preliminares para obtenção das melhores variáveis de controle e melhor entendimento da jigagem, foram realizados testes sem utilização de carga de fundo e sem medição da vazão de entrada de água. A jigagem foi feita variando a granulometria nos valores de 180, 150 e 106  $\mu\text{m}$ , enquanto os valores da frequência foram 100, 220 e 330 RPM.

A Tabela 5 apresenta a média dos resultados da jigagem de quartzo e magnetita bitolado em 180 µm. Nota-se que com o aumento da frequência dos pulsos o teor de quartzo no afundado diminuiu. A Figura 23 apresenta a diminuição da massa de quartzo no afundado com o aumento dos pulsos do jigue.

**Tabela 5: Resultados obtidos na granulometria de 180 µm (80#).**

Frequência (RPM)	Amostra (g)		Material afundado (g)		Enriquecimento (%)	
	Quartzo	Magnetita	Quartzo	Magnetita	Quartzo	Magnetita
100	53,16	51,00	43,40	50,81	-2,89	4,97
220	50,89	51,26	38,24	51,90	-8,38	7,40
330	51,70	50,67	33,38	49,74	-13,53	10,35

**Figura 23: Massa de quartzo no material afundado em função da frequência dos pulsos do jigue para granulometria de 180 µm (80#).**



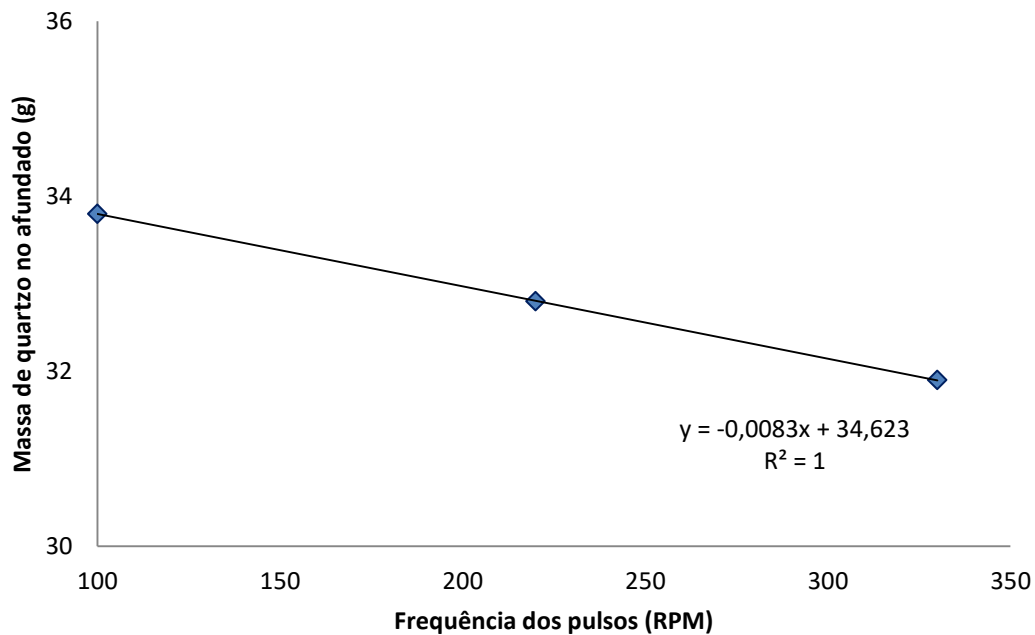
**Fonte : Autoria própria.**

A Tabela 6 apresenta os resultados da jigagem de quartzo e magnetita bitolado em 150 µm (100#). Novamente o aumento da frequência dos pulsos gerou uma diminuição no teor de quartzo no afundado. Contudo, diferente do esperado pela literatura, os resultados encontrados para a granulometria de 100#, mais fina que a anterior, foram melhores com relação às massas de quartzo e magnetita no afundado. A Figura 24 apresenta a diminuição da massa de quartzo no afundado com o aumento dos pulsos do jigue.

**Tabela 6: Resultados obtidos na granulometria de 150 µm (100#)**

Frequência (RPM)	Alíquotas (g)		Material afundado (g)		Enriquecimento (%)	
	Quartzo	Magnetita	Quartzo	Magnetita	Quartzo	Magnetita
100	52,49	50,74	33,80	50,30	-8,96	10,65
220	51,36	50,06	32,80	49,71	-10,15	10,88
330	55,03	51,75	31,90	51,29	-11,22	13,19

**Figura 24: Massa de quartzo no material afundado em função da frequência dos pulsos do jigge para granulometria de 150 µm (100#)**



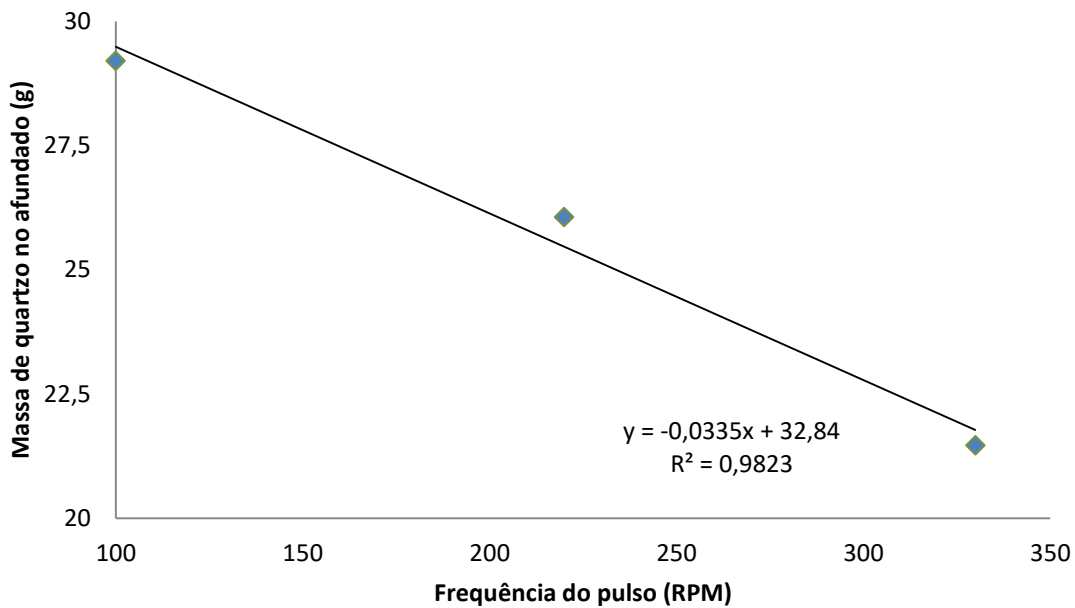
**Fonte : Autoria própria.**

A Tabela 7 apresenta os resultados da jigagem de quartzo e magnetita bitolado em 106 µm (150#). O aumento da frequência dos pulsos gerou uma diminuição no teor de quartzo no afundado, sendo que a diminuição na granulometria dos dois minerais favoreceu ainda mais a separação dos mesmos. A Figura 25 apresenta a diminuição da massa de quartzo no afundado com o aumento dos pulsos do jigge.

**Tabela 7: Resultados obtidos na granulometria de 106 µm (150#).**

Frequência (RPM)	Alíquotas (g)		Material afundado (g)		Enriquecimento (%)	
	Quartzo	Magnetita	Quartzo	Magnetita	Quartzo	Magnetita
100	53,23	50,79	29,20	50,29	-12,09	14,43
220	52,19	51,45	26,06	50,48	-16,05	16,31
330	51,61	52,77	21,46	50,90	-21,84	19,79

**Figura 25: Massa de quartzo no material afundado em função da frequência dos pulsos do jigge para granulometria de 150 µm (100#).**



**Fonte : Autoria própria.**

Os resultados dos ensaios mostram que há um enriquecimento mássico da magnetita e um decréscimo do quartzo no afundado. Com isso tem-se que o procedimento de jigagem possui capacidade de melhorar o material fazendo a separação destes minerais.

As amostras apresentaram uma clara tendência de aumento do enriquecimento para as frações mais finas. Mesmo nas frações mais grossas houve uma retirada positiva de materiais leves, tendo em visto um enriquecimento do elemento de interesse (magnetita) na parte afundada, com a diminuição das partículas de quartzo no material afundado, como visto nas Figura 23, Figura 24 e Figura 25.

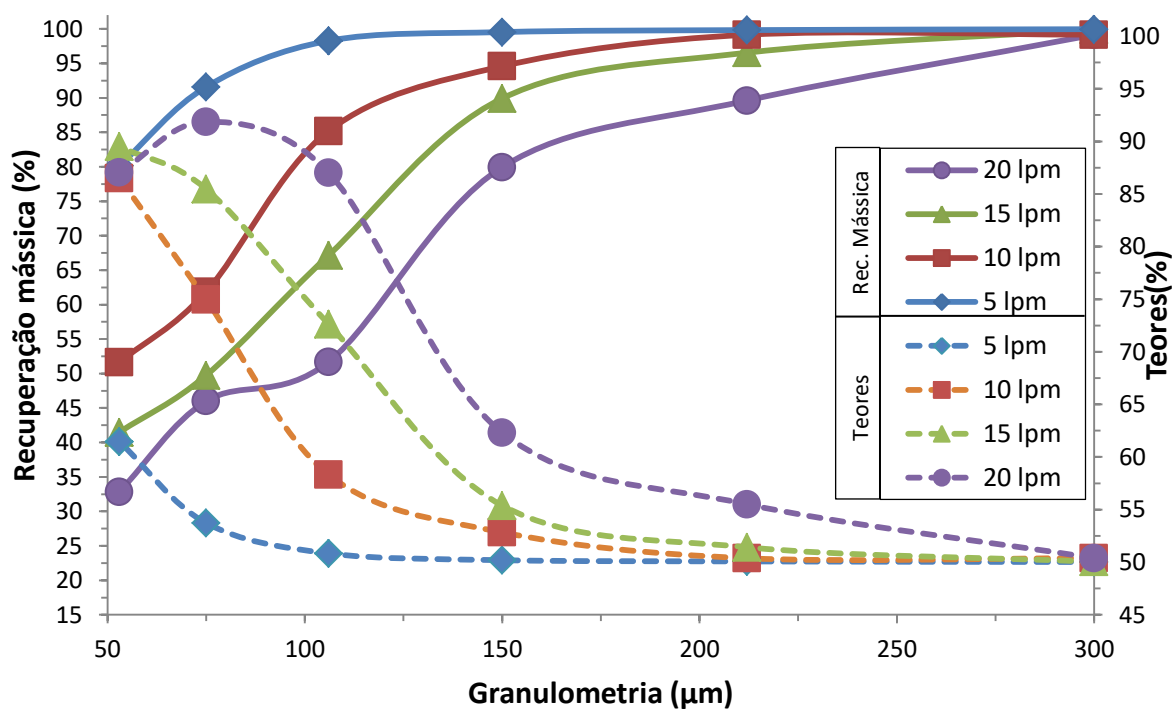
Observou-se nestes testes preliminares que o enriquecimento das amostras aumenta nas duas variáveis: O aumento da frequência de jigagem gera uma melhora na purificação do material; e também com a diminuição da granulometria há uma maior retirada do mineral leve (quartzo) das amostras testadas.

Após a análise desses resultados foi constatado a necessidade de utilização de uma camada de fundo para aumentar a recuperação mássica, que nestes testes ficaram por volta de 20%, e foi visto a necessidade também de se ter o controle da vazão de água na entrada do jigge.

Novos testes foram realizados, com a camada de fundo fixa e variando-se a granulometria, vazão e frequência.

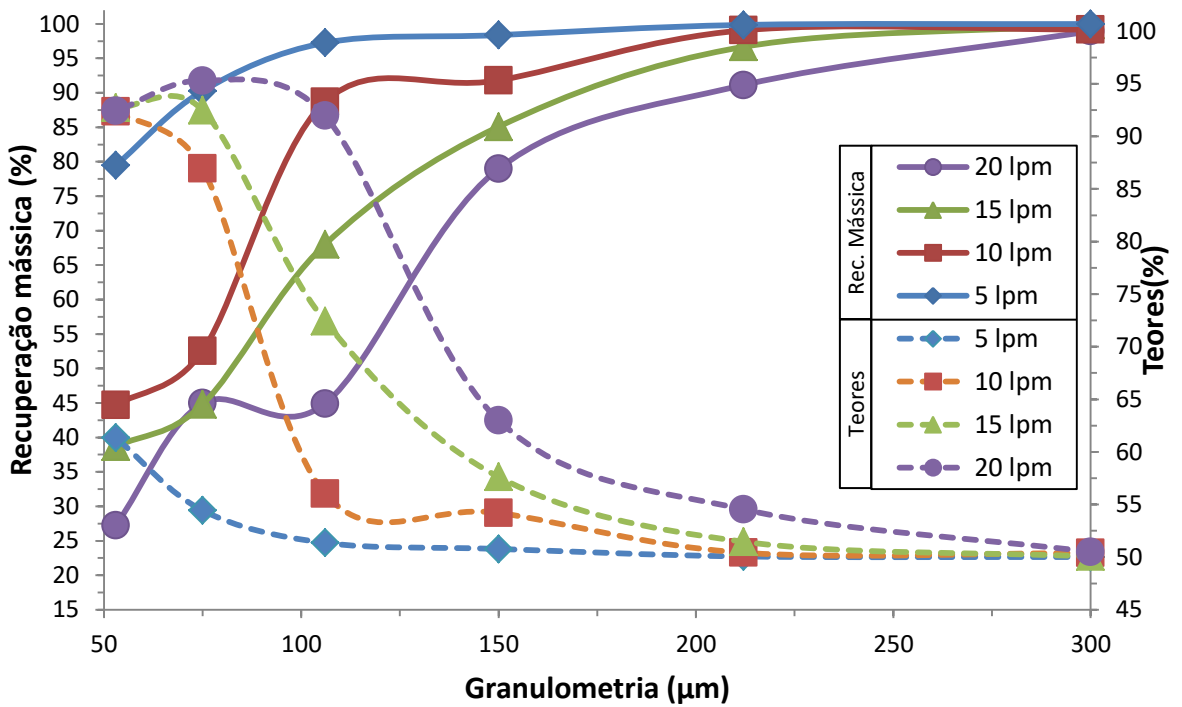
Os resultados das média dos testes de jigagem com a frequência de 102 RPM, 188 RPM, 274 RPM e 359 RPM estão apresentados nas Figura 26, Figura 27, Figura 28, Figura 29, respectivamente, as quais apresentam os gráficos relacionando a recuperação mássica e teor de magnetita no material afundado em função da granulometria. A barra de erro foi suprimida para evitar o excesso de informações nas figuras.

**Figura 26: Resultados da jigagem para frequência de 102 RPM.**



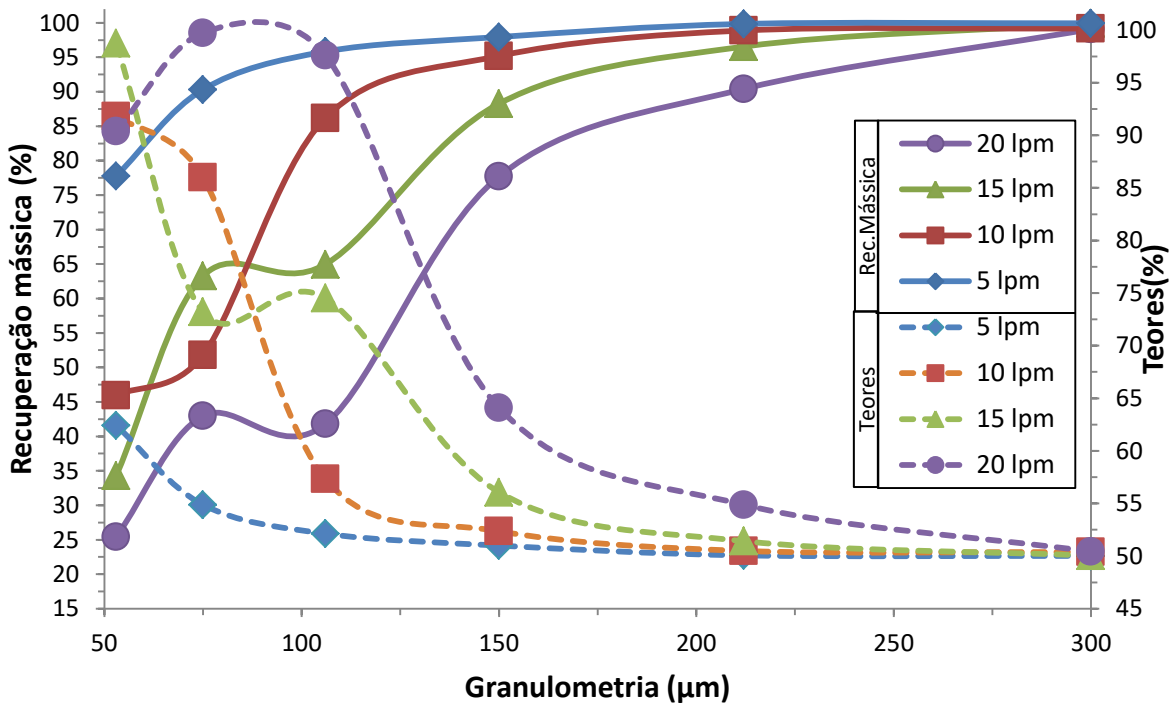
Fonte: Autoria própria.

**Figura 27: Resultados da jigagem para frequência de 188 RPM.**



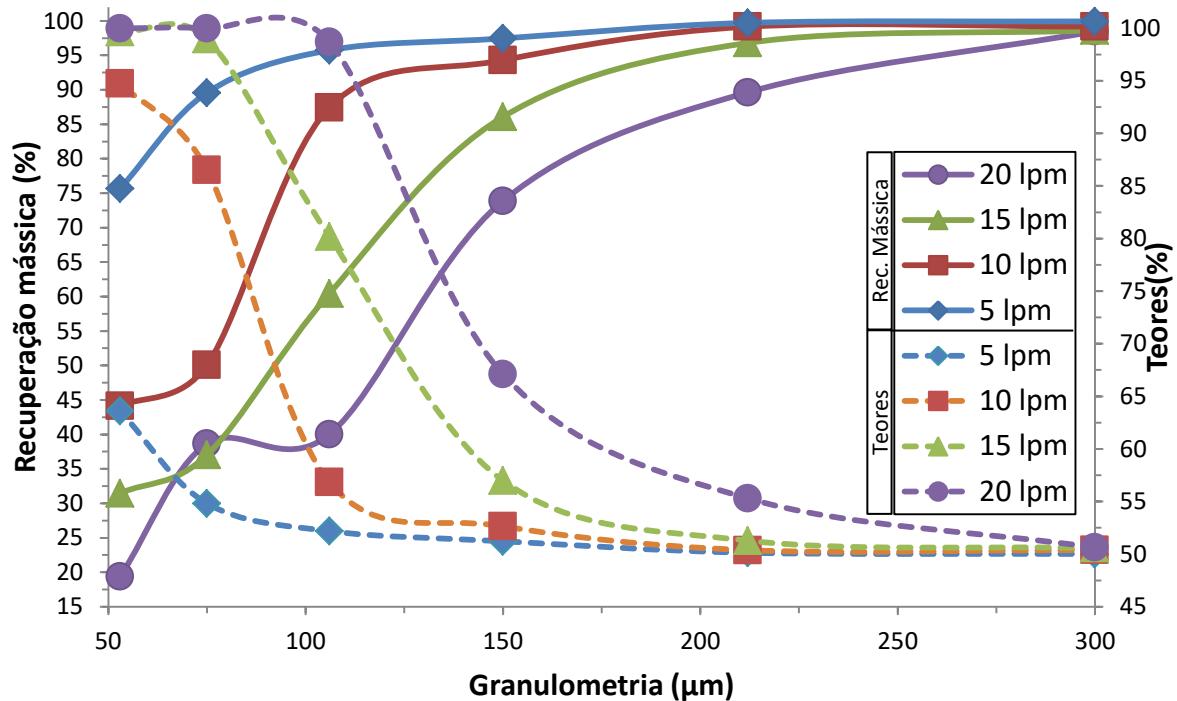
Fonte: Autoria própria.

**Figura 28: Resultados da jigagem para frequência de 274 RPM.**



Fonte: Autoria própria.

**Figura 29: Figura 30: Resultados da jigagem para frequência de 359 RPM.**



**Fonte: Autoria própria.**

Os gráficos mostram em todas as frequências conseguimos notar que os melhores valores, em relação aos teores, na variação da vazão foram as de maiores valores (20 lpm e 15 lpm) e as nas frações mais finas do material (abaixo de 100 µm), porém os os melhores resultados, em relação à recuperação mássica, são o contrário, foram as de granulometria mais grosseiras (acima de 150 µm) e com vazões mais baixas (5 lpm e 10 lpm).

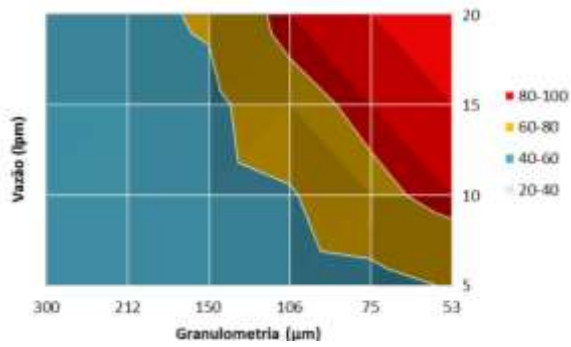
Vê-se que com as frequência de 274 RPM e 359 RPM, nas granulometrias abaixo de 100 µm e vazões acima de 15 lpm, conseguimos recuperações mássicas por volta dos 40% e teores acima de 95%.

Nota-se um comportamento anômalo ocorrido na frequência de 274 RPM na granulometria de 50 µm, onde se esperava um valor de teor mais próximo dos 97% o que não ocorreu, mas isso pode ser facilmente explicado pelos fatos ocorridos nos testes. Nas frequências maiores ocorre a reflexão das ondas nas paredes do equipamento gerando a soma das amplitudes das ondas que podem prejudicar o desempenho de alguns testes.

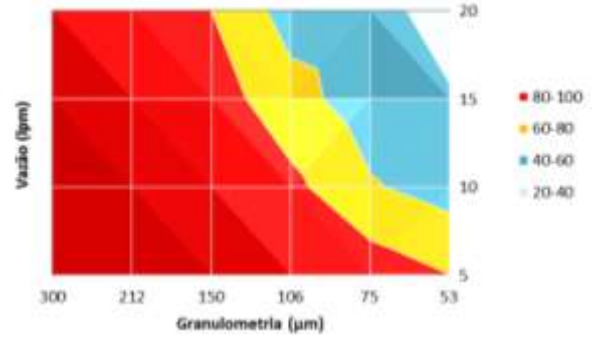
Portanto podemos concluir que quanto mais fino e maior a vazão conseguimos material com maior grau de pureza a medida que perdemos em recuperação mássica, sendoque nas frações mais grosseiras e menores vazão ocorre o inverso, como pode ser vistos na Figura 31, onde as cores mais quentes representam altos valores e as cores frias valores

mais baixos. As cores vermelhas e azul claro empontas opostas dos gráficos nos que condições ideais para cada caso são opostas.

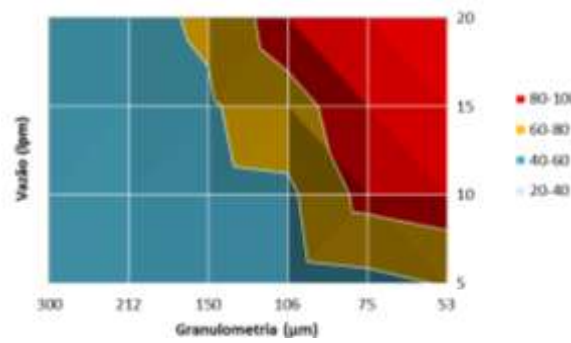
**Figura 31: Comoparação dos parâmetros ótimos para recuperação mássica e teores.**



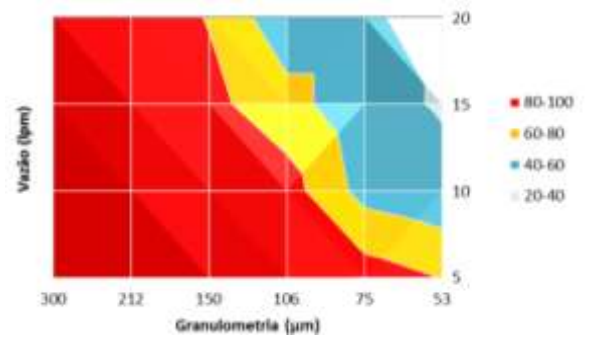
Teor para 102 RPM



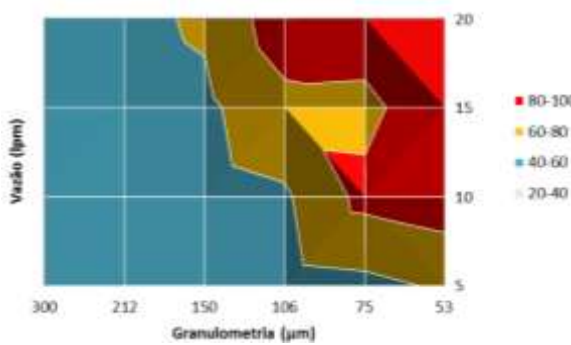
Recuperação mássica para 102 RPM



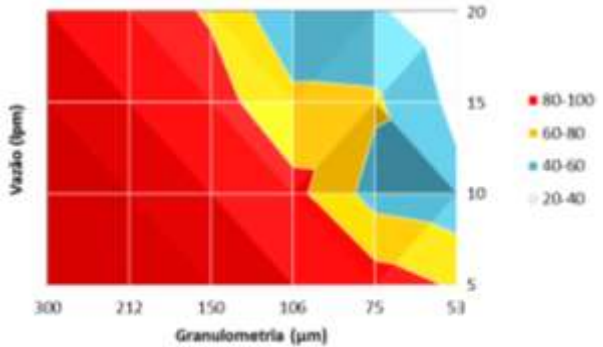
Teor para 188 RPM



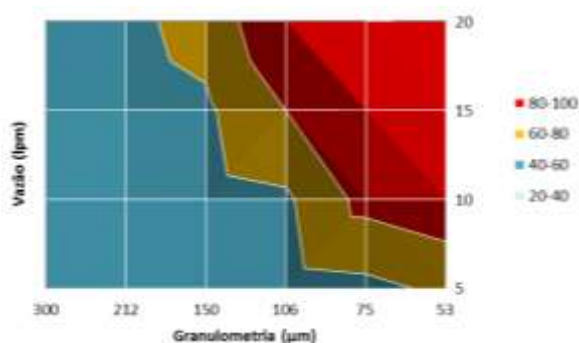
Recuperação mássica para 188 RPM



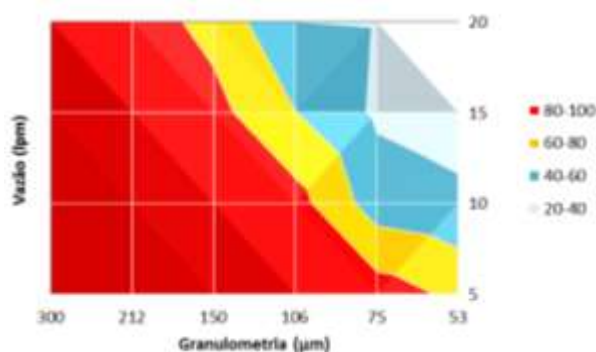
Teor para 274 RPM



Recuperação mássica para 274 RPM



Teor para 359 RPM



Recuperação mássica para 359 RPM

Fonte: Autoria própria.

## 6.7 ANOVA

Os resultados dos testes de jigagem revelaram resultados de recuperação e teores aproximados para todas as frequências avaliadas. Entretanto, para avaliar estatisticamente o efeito da interação dos fatores, realizou-se o teste ANOVA, com o intuito de constatar se variações de granulometria e vazão geram resultados estatisticamente diferentes. Os resultados do teste ANOVA são apresentados no Anexo 3 e o resumo é mostrado nas tabelas abaixo (Tabela 8, Tabela 9, Tabela 10).

**Tabela 8: frequência fixa recuperação mássica.**

Frequência	Variável	F	F crítico	Hipótese
20	Vazão	1115,044	2,408514	Aceita
	Granulometria	641,9323	2,798061	Aceita
35	Vazão	3842,551	2,408514	Aceita
	Granulometria	2056,931	2,798061	Aceita
50	Vazão	4560,369	2,408514	Aceita
	Granulometria	2461,347	2,798061	Aceita
65	Vazão	8739,469	2,408514	Aceita
	Granulometria	4965,433	2,798061	Aceita

Fonte: Autoria própria.

**Tabela 9: frequência fixa teor**

Frequência	Variável	F	F crítico	Hipótese
20	Vazão	442,8718	2,408514	Aceita
	Granulometria	267,6957	2,798061	Aceita
35	Vazão	3631,318	2,408514	Aceita
	Granulometria	2039,725	2,798061	Aceita
50	Vazão	4103,35	2,408514	Aceita
	Granulometria	2418,465	2,798061	Aceita

65	Vazão	4830,152	2,408514	Aceita
	Granulometria	2915,545	2,798061	Aceita

**Fonte: Autoria própria.**

**Tabela 10: : vazao fixa recuperação massica**

Vazão	Variável	F	F crítico	Hipótese
5	Frequência	58826,64825	1,20957E-89	Aceita
	Granulometria	3577,215749	2,06825E-56	Aceita
10	Frequência	1726,631728	6,31191E-53	Aceita
	Granulometria	8,910819631	8,44176E-05	Aceita
15	Frequência	4202,339196	3,67464E-62	Aceita
	Granulometria	67,656655	2,91116E-17	Aceita
20	Frequência	6821,709243	3,35149E-67	Aceita
	Granulometria	93,16385712	5,027E-20	Aceita

**Fonte: Autoria própria.**

**Tabela 11: Vazão fixa teor**

Vazão	Variável	F	F crítico	Hipótese
5	Frequência	9122,704364	2,408514119	Aceita
	Granulometria	109,8562869	2,798060635	Aceita
10	Frequência	889,7105835	2,408514119	Aceita
	Granulometria	8,067048252	2,798060635	Aceita
15	Frequência	3035,626652	2,408514119	Aceita
	Granulometria	87,01355757	2,798060635	Aceita
20	Frequência	6193,653401	2,408514119	Aceita
	Granulometria	143,2946783	2,798060635	Aceita

**Fonte: Autoria própria.**

O resultado de uma análise do tipo ANOVA fornece o valor estatístico de F. Desta forma, para os resultados serem significativos, o valor calculado de F deve ser pelo menos o valor do F crítico.

Temos que todos os valores calculados de F são maiores que os valores crítico para F, pode-se afirmar então que os resultados são significativos. Portanto, rejeita-se, ao nível de significância de 5 %, a hipótese nula, e passa-se a aceitar a hipótese de que todos os fatores, vazão, granulometria e frequência, geraram ao menos um resultado estatisticamente diferente. Sendo assim nota-se que todas as variáveis influenciam nos resultados da jigagem.

## 7 CONCLUSÕES

Os resultados dos ensaios mostram que na jigagem há um enriquecimento mássico da magnetita e um decréscimo da areia no material afundado. Com isso tem-se que o procedimento de jigagem possui capacidade de melhorar de separar esses dois tipos de minerais.

As amostras apresentaram uma clara tendência de purificação para as frações mais finas. Deve-se ressaltar que mesmo nas frações mais grossas houve uma retirada positiva de materiais mais leves, tendo visto um enriquecimento do elemento de interesse (magnetita) na parte afundada, com a diminuição das partículas de quartzo no material afundado, como visto nas Figura 23 a Figura 25.

Prova-se pelos testes de ANOVA que o enriquecimento das amostras aumenta com todas as variáveis analisadas. Nota-se que tanto o aumento da frequência, a diminuição da granulometria e o aumento da vazão, na jigagem geram melhora na purificação do material. Porém existe uma perda de eficiência no que diz respeito a recuperação mássica. As variáveis que são mais eficientes para o aumento de teor são as mesmas que existem menores recuperação mássica.

Para a produção de pigmentos é necessário que a granulometria seja no máximo 100 $\mu$ m, com uma pureza de 95%. Para esses parâmetros a recuperação mássica está próximo dos 30%. Pela análise granulométrica vemos que 20% do material jogado na barragem está abaixo de 100 $\mu$ m, sendo assim, caso seja aplicado um jigage ao final do processo para produção de magnetita, a empresa AngloAmerican Fosfato do Brasil conseguiria produzir cerca de 120.000 toneladas de magnetita sob a especificação de produção de pigmentos. É possível ainda inserir um processo de moagem antes da jigagem, fazendo com que o reaproveitamento possa ser dobrado.

Com a venda desse co-produto teria um aumento de 20 milhões na receita da empresa, uma redução da quantidade de material enviado à barragem de rejeito evitando novos alteamentos, e ainda abre caminho para tentativa de retomada da barragem para extração da magnetita.

Conclui-se que a jigagem do rejeito proveniente da separação magnética durante a produção de rocha fosfática é eficaz para a produção de pigmentos, com resultados que satisfazem o mercado. Com a análise estatística ANOVA, conclui-se ainda que os fatores

vazão, granulometria e frequência influenciaram de forma significativa, estatisticamente, nos resultados da jigagem.

Portanto, a jigagem pode ser uma alternativa de baixo custo para o reaproveitamento do rejeito da produção de rocha fosfática e ainda fomenta novos estudos de sustentabilidade na mineração e nos mostra que a gravimetria mesmo com o decaimento do seu uso, devido a forte influência da flotação, é capaz de ser uma alternativa viável para produção de co-produtos.

Como trabalhos futuros é necessário a realização de mais estudos com outras granulometrias, vazões e frequências, para melhor detalhamento destas variáveis, utilizar um processo de jigagem com carga circulante, além de incluir outras variáveis no estudo como a espessura da camada de fundo.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABIQUIM: Associação Brasileira da Indústria Química. Atividades Setoriais: Corante e Pigmentos, Disponível em: <http://www.abiquim.org.br/corantes/cor.asp>. Acessado em 20/03/2006.

ALMEIDA, C. A. K. Comportamento do hidrociclone filtrante frente às modificações no diâmetro de underflow e no tubo de vortex finder, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia – UFU, Uberlândia, MG, 2008.

BONDIOLI, F.; MANFREDINI, T.; OLIVEIRA, A.P.N. “Pigmentos Inorgânicos: Projeto, Produção e Aplicação Industrial”. *Cerâmica Industrial*, v. 3, n. 4-6, pág. 4-6, 1998.

CASALI, G. P. et al, “Síntese e Caracterização de Pigmentos Cerâmicos Obtidos por Precursores Poliméricos”, In: *Anais do 16º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências dos Materiais*, pág. 1425-1431, 2002.

CASQUEIRA, R.; SANTOS, S. F. *Pigmentos inorgânicos: propriedades, métodos de síntese e aplicações*. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2008. 46p. (Série Rochas e Minerais Industriais, v.12).

BARNETT, J. R., Miller S. and Pearce, E. “Colour and Art: a Brief History of Pigments”. *Optics & Laser Technology*, v. 38, n. 4-6, pp. 445-453, 2006.

BUXBAUM, G; Pfaff, G. *Industrial Inorganic Pigments*. Wiley-VCH, 2005.

BURT, R. O. *Gravity Concentration Technology*. Amsterdam:Elsevier, 1984.

COSTA, T.C.C. Síntese de nanopartículas via decomposição em meio não aquoso. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.

CRESPO, E. F. J. N. V. Estratificação de leitos de jigagem: modelo cinético multicomponente. 2003. 206 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Universidade do Porto, 2003.

ENGENDRAR. *Manual de utilização do separador jigge*. 2014

FENG, Y. Q.; YU, A. B. Assessment of model formulations in the discrete particle simulation of gas-solid flow. *Ind. Eng. Chem. Res.* V. 43, p. 8378-8390, 2004.

FENG, Y; YU, A. Effect of model formulation of discrete particle simulation on the gas fluidization behavior. In: *Third International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*. CSIRO, 2003, Melbourne. Disponível em: <[http://www.cfd.com.au/cfd\\_conf03/papers/098Fen.pdf](http://www.cfd.com.au/cfd_conf03/papers/098Fen.pdf)>. Acesso em: jun. 2015.

FOUST, A.S. WENZEL, L.A. CLUMP, C.W. MAUS, L. e ANDERSEN, L.B. *Princípios das operações unitárias*. Trad. Horacio Macedo, 2 ed., Ed. LTC, Rio de Janeiro.1982.

FURUKAWA, S., MASUI, T. and IMANAKA, N. “Synthesis of New Environment-Friendly Yellow Pigments”, *Journal of Alloys and Compounds*, v. 418, n. 1-2, pp. 255-258, 2006.

GAUDIN, A. M. *Principles of mineral dressing*, McGraw-Hill Book Company Inc., New York, 1939.

IMPORTÂNCIA dos recursos minerais. Disponível em:<  
<http://www.mineropar.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=28>>.  
Acesso em: 10 jan. 2015. Adaptado.

KING, R. P. *Modeling and simulation of mineral processing systems*. Boston: Butterworth-Heinemann, 2001.

LUZ, A. B. *et al.*, “Beneficiamento do Rejeito de Moscovita da Região do Seridó-Borborema (NE) para Aproveitamento Industrial”. In: *Anais do XXI Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa*, pág. 199-205, Natal - RN, 2005.

LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. C. A.; *Tratamento de Minérios – 5ª Edição*, Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2010.

MACHADO, F. B.; *et al.* *Enciclopédia Multimídia de Minerais*. [on-line]. ISBN: 85-89082-11-3 Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.rc.unesp.br/museudpm>. Arquivo capturado em outubro de 2015.

MISHRA, B. K.; MEHROTRA, S. P. A jig model based on the discrete element method and its experimental validation. *International Journal of Mineral Processing*, Índia, v. 63, p. 177–189, 2001.

MISHRA, B. K.; MEHROTRA, S. P. Modelling of particle stratification in jigs by the discrete element method. *Rev. Minerals Engineering*, Índia, v. 11, n. 6, p. 511-522, 1998.

MONTEDO, O. R. K. *et al.*, “Obtenção de Pigmentos de Óxido de Ferro a partir de Resíduos Siderúrgicos”, In: *Anais do 48º Congresso Brasileiro de Cerâmica*, pág. 1-7, 2004.

MONTGOMERY, D.; RUNGER, G., *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*, 2ª. edição, LTC, Rio de Janeiro. 2003.

NINA, K. *Raw Materials for Pigments, Fillers & Extenders*, 3rd ed. Published by Industrial Minerals Information Limited, Reino Unido, 1999.

POTENCIAL de diversificação da indústria química Brasileira – Relatório 3. Disponível em: [http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes\\_pt/Galerias/Arquivos/produtos/download/aep\\_fep/chamada\\_publica\\_FEPprospec0311\\_Quimicos\\_segmentos\\_media\\_prioridade.pdf](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/produtos/download/aep_fep/chamada_publica_FEPprospec0311_Quimicos_segmentos_media_prioridade.pdf). Acesso em: 20 out. 2015.

RAO, B. V. Extension of particle stratification model to incorporate Tamanho da partícula effects. *International Journal of Mineral Processing*, Índia, v. 85, p. 50–58, 2007.

SAMPAIO, C. H.; TAVARES, L. M. M. Beneficiamento Gravimétrico. Editora UFRGS, 2005.

TAVARES, L. M.; KING, R. P. A useful model for the calculation of the performance of batch and continuous jigs. *Coal Prep*, v.15, p. 99–128, 1995.

VETTER, D. A.; BROUCKAERT, C. J.; WRIGHT, D.W. A dispersion model of autogenous particle separations, with specific application to the batch jigging of particles. APCOM 87. Proceedings of the Twentieth International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries. Volume 2: Metallurgy. Johannesburg, SAIMM, 1987. pp. 127-139.

VIDUKA, S. *et al.* CFD–DEM investigation of particle separations using a sinusoidal jigging profile. *Rev. Advanced Powder Technology*, Austrália, v. 24, n. 2, p. 473-481, mar. 2013.

WILLS, B. A. *Mineral Processing Technology: An Introduction to Practical Aspects of ore Treatment and Mineral Recovery*. Amsterdam: Elsevier. 2006.

XIA, Y.; PENG, F. F.; WOLFE, E. CFD simulation of fine coal segregation and stratification in jigs. *International Journal of Mineral Processing*, USA, v. 82, p. 164–176, 2007.

## 9 ANEXO 1

**Tabela 12: Resultados de picnometria para magnetita.**

53 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	51,14	59,48	177,18	170,96	3,93	3,97	0,07
Teste 2	49,64	61,62	170,45	161,42	4,05		
Teste 3	54,9	65,3	177,05	169,29	3,93		

75 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	50,9	64,86	181,83	170,84	4,69	4,56	0,12
Teste 2	54,67	72,45	183,09	169,29	4,47		
Teste 3	49,36	67,17	175,25	161,37	4,53		

106 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	48,92	74,86	170,29	149,98	4,61	4,67	0,05
Teste 2	48,92	74,78	170,32	149,98	4,69		
Teste 3	48,92	75,49	170,9	149,98	4,7		

150 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	46,95	96,67	186,05	147,1	4,61	4,53	0,12
Teste 2	46,95	74,4	168,57	147,1	4,59		
Teste 3	46,95	91,92	181,83	147,1	4,39		

212 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	44,86	82,66	177,77	148,34	4,52	4,56	0,18
Teste 2	48,18	83,37	177,87	150,08	4,76		
Teste 3	44,86	85,88	180,03	148,34	4,4		

300 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
-------------------	----	----	----	----	--------------------------------	-------	--------

Teste 1	46,9	56,78	154,94	147,09	4,86	4,66	0,24
Teste 2	44,86	60,15	160,39	148,34	4,72		
Teste 3	46,9	70,1	165,02	147,09	4,4		

**Tabela 13: Resultados de picnometria para areia.**

53 $\mu\text{m}$	1	2	3	4	D	Média	Desvio
					densidade (g/cm <sup>3</sup> )		
Teste 1	55,68	68,1	178,47	170,78	2,63	2,61	0,02
Teste 2	59,36	77,38	186,63	175,58	2,58		
Teste 3	50,65	68,12	169,86	159,08	2,61		

75 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	55,99	62,77	175,01	170,83	2,61		
Teste 2	59,6	68,7	181,49	175,58	2,85		
Teste 3	50,78	60,77	165,34	159,21	2,59		

106 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	46,88	60,83	155,56	147,25	2,47		
Teste 2	43,39	48,6	149,09	145,82	2,69		
Teste 3	46,88	62,4	156,76	147,25	2,58		

150 $\mu\text{m}$		P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	43,39	46,61	147,97	145,82	3,01		
Teste 2	43,39	50,39	150,06	145,82	2,54		
Teste 3	48,96	63,74	159,23	150,06	2,64		

212 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	43,39	50,39	150,07	145,82	2,55		
Teste 2	43,39	50,23	150,14	145,82	2,71		
Teste 3	43,39	52,02	151,41	145,82	2,84		

300 $\mu\text{m}$	P1	P2	P3	P4	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Média	Desvio
Teste 1	43,39	48,82	149,46	145,82	3,03		
Teste 2	43,39	51,41	150,85	145,82	2,68		
Teste 3	43,39	49,65	149,74	145,82	2,68		

## 10 ANEXO 2

**Tabela 14: Resultados das análises químicas por difração de raios-x**

Material	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	CaO	TiO <sub>2</sub>	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MnO	MgO
Areia (-75 +53 µm)	1,810	94,370	0,196	0,257	0,244	0,163	-	-
Areia (-106 +75 µm)	2,148	93,851	0,095	0,075	0,283	0,143	-	0,199
Areia (-150 +106 µm)	2,246	93,345	0,203	0,310	1,088	-	-	-
Areia (-212 +150 µm)	1,652	93,934	-	-	0,849	-	-	-
Areia (-300 +212 µm)	2,511	90,360	0,321	0,417	1,331	0,149	0,123	0,233
Areia (-500 +300 µm)	3,026	90,230	0,113	0,229	1,987	0,180	-	0,237
Magnetita (-75 +53 µm)	85,414	1,596	1,841	2,272	5,119	0,427	0,618	1,762
Magnetita (-106 +75 µm)	85,398	1,304	1,826	2,803	5,235	0,312	0,729	1,961
Magnetita (-150 +106 µm)	85,367	1,315	1,900	2,180	5,443	0,480	0,765	2,019
Magnetita (-212 +150 µm)	85,312	1,706	2,072	2,460	5,114	0,204	0,720	1,798
Magnetita (-300 +212 µm)	84,036	2,419	2,212	2,621	5,334	0,230	0,737	1,913
Magnetita (-500 +300 µm)	78,940	2,690	2,640	3,510	5,480	0,120	0,600	1,990

ZnO	SrO	ZrO <sub>2</sub>	Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	BaO	Cl	Outros
-	-	-	-	2,485	0,100	-	0,375
-	-	-	-	3,147	-	-	0,059
-	-	0,027	-	2,338	-	0,136	0,307
-	-	-	-	2,861	0,160	0,096	0,448
0,028		0,088	-	3,843	-	0,140	0,456
-	-	0,294	-	3,614	-	0,090	0,000
0,072	0,084	0,126	0,267	-	-	-	0,402
0,051	0,096	0,170	0,187	-	-	-	-0,072
0,096	0,066	0,135	0,187	-	-	-	0,047
0,078	0,069	0,116	0,168	-	-	-	0,183
0,077	0,070	0,131	0,217	-	-	-	0,003
0,110	0,090	0,130	0,190	-	0,310	-	3,200

## 11 ANEXO 3

**Tabela 15: Resultados obtidos para realização dos testes de ANOVA com frequência fixa.**

ANÁLISE DE RECUPERAÇÃO MÁSSICA FREQUÊNCIA FIXA GRANULOMETRIA X VAZÃO					ANÁLISE DE TEOR FREQUÊNCIA FIXA GRANULOMETRIA X VAZÃO				
102 RPM	VAZÃO (litros por minuto)				102 RPM	VAZÃO (litros por minuto)			
GRANULOMETRIA (µm)	5	10	15	20	GRANULOMETRIA (µm)	5	10	15	20
53	80,17	52,30	41,06	33,88	53	61,44	85,22	89,77	86,84
53	79,68	50,28	41,65	32,14	53	61,72	87,89	89,16	86,95
53	80,64	52,33	41,75	32,53	53	61,21	86,40	89,62	87,38
75	91,44	56,10	49,46	46,65	75	53,72	81,50	85,09	90,05
75	90,86	71,86	47,77	45,29	75	54,04	63,95	88,05	94,32
75	92,48	57,64	52,01	46,05	75	53,39	79,43	83,25	91,25
106	98,25	85,81	68,43	53,65	106	50,87	57,76	71,13	85,43
106	98,35	84,84	67,57	51,50	106	50,78	58,64	72,24	86,84
106	98,24	84,91	65,45	49,92	106	50,86	58,56	74,55	88,81
150	99,59	93,79	90,02	79,57	150	50,17	53,29	55,32	62,62
150	99,53	94,55	89,12	79,44	150	50,19	52,86	55,70	62,69
150	99,52	95,42	90,62	80,84	150	50,20	52,37	55,13	61,65
212	99,83	98,69	96,77	92,50	212	50,08	50,59	51,31	53,86
212	99,82	99,59	96,21	88,67	212	50,08	50,18	51,55	56,02
212	99,86	99,18	96,66	87,66	212	50,05	50,34	51,40	56,65
300	99,97	99,18	99,92	99,18	300	50,01	50,38	50,03	50,39
300	99,97	99,20	99,88	99,17	300	50,02	50,38	50,04	50,39
300	99,95	99,14	99,91	99,13	300	50,01	50,39	50,04	50,39
<b>188 RPM</b>					<b>188 RPM</b>				
GRANULOMETRIA (µm)	VAZÃO				GRANULOMETRIA (µm)	VAZÃO			
	5	10	15	20		5	10	15	20
53	79,16	44,52	38,51	29,22	53	61,28	91,36	91,65	91,05
53	79,66	44,60	39,85	25,75	53	61,49	93,71	93,40	93,60
53	79,58	44,93	37,62	26,74	53	61,29	92,04	93,10	92,59
75	90,68	53,25	41,55	45,00	75	54,37	86,15	93,81	95,36
75	90,06	52,68	44,31	44,23	75	54,45	86,67	92,94	95,08
75	90,06	51,75	48,51	45,66	75	54,48	88,06	90,72	95,43
106	97,26	89,40	70,61	44,85	106	51,40	55,61	70,18	94,81
106	97,26	88,69	69,10	46,00	106	51,32	56,06	71,42	93,28
106	97,26	88,02	64,27	44,23	106	51,34	56,43	75,71	95,08
150	98,17	91,71	85,46	80,23	150	50,85	54,23	58,16	62,04
150	98,58	91,98	83,87	77,82	150	50,69	54,15	56,91	63,86
150	98,37	91,74	85,91	78,88	150	50,79	54,24	57,80	63,08
212	99,86	98,90	96,87	90,29	212	50,06	50,48	51,29	54,98

212	99,84	99,13	96,62	91,76	212	50,06	50,39	51,34	54,21
212	99,85	99,18	96,51	91,30	212	50,06	50,39	51,57	54,42
300	99,99	99,16	99,83	98,49	300	50,01	50,40	50,06	50,72
300	99,98	99,28	99,84	99,17	300	50,01	50,34	50,06	50,40
300	99,97	99,10	99,86	99,18	300	50,01	50,41	50,06	50,38
<b>274 RPM</b>									
<b>VAZÃO</b>									
GRANULOMETRIA (µm)	5	10	15	20	GRANULOMETRIA (µm)	5	10	15	20
53	76,71	44,28	34,37	22,22	53	63,00	94,91	98,07	90,98
53	78,91	47,79	34,28	28,28	53	61,82	89,32	99,40	90,19
53	77,70	45,82	34,24	25,73	53	62,45	91,21	98,74	89,99
75	89,87	51,81	64,73	43,16	75	54,97	85,89	73,49	99,43
75	90,54	50,06	63,45	42,14	75	54,90	86,70	72,12	99,78
75	90,55	53,55	61,58	43,58	75	54,75	85,46	74,02	100,00
106	95,47	86,76	64,73	42,21	106	52,31	56,94	73,49	97,02
106	95,93	87,01	63,47	41,89	106	52,08	56,84	72,13	96,52
106	96,10	84,77	61,58	41,28	106	51,99	58,24	74,02	99,28
150	97,90	95,48	88,28	77,82	150	50,99	52,23	56,08	64,01
150	98,42	95,04	89,02	77,16	150	50,80	52,40	55,70	64,52
150	97,51	96,24	87,53	78,13	150	51,20	51,77	56,43	63,75
212	99,83	98,87	96,33	91,37	212	50,07	50,50	51,56	54,34
212	99,85	98,78	96,54	91,35	212	50,06	50,53	51,50	54,33
212	99,86	99,03	96,62	88,51	212	50,06	50,44	51,41	55,96
300	99,95	99,11	99,70	99,11	300	50,01	50,40	50,13	50,42
300	99,93	99,09	99,73	99,08	300	50,01	50,42	50,12	50,43
300	99,92	99,08	98,87	99,09	300	50,02	50,40	50,36	50,42
<b>359 RPM</b>									
<b>VAZÃO</b>									
GRANULOMETRIA (µm)	5	10	15	20	GRANULOMETRIA (µm)	5	10	15	20
53	75,81	44,23	31,57	20,18	53	63,65	94,47	100,00	100,00
53	75,83	44,59	31,56	18,59	53	63,39	94,41	99,28	99,92
53	75,41	43,61	31,28	19,35	53	63,72	95,33	99,62	100,00
75	89,84	50,70	38,58	39,14	75	54,78	86,00	96,89	100,00
75	89,54	49,95	36,94	38,25	75	54,86	86,84	100,00	100,00
75	89,36	49,59	35,57	38,59	75	54,81	86,69	100,00	99,93
106	95,50	85,31	62,46	37,84	106	52,33	58,12	77,25	98,86
106	96,01	87,74	60,41	40,17	106	52,04	56,62	80,41	98,51
106	95,73	89,19	58,43	39,25	106	52,19	55,76	82,90	101,14
150	97,73	93,98	86,75	73,37	150	51,09	52,79	56,69	67,62
150	97,17	94,45	86,22	75,30	150	51,35	52,57	56,92	65,84
150	97,46	94,55	85,26	72,96	150	51,22	52,45	57,36	67,84
212	99,70	98,49	97,80	90,34	212	50,13	50,70	50,73	54,86
212	99,68	98,41	95,72	88,37	212	50,14	50,64	51,77	56,04

212	99,75	98,65	96,88	90,18	212	50,12	50,52	51,34	55,01
300	99,91	98,52	98,41	98,49	300	50,02	50,63	50,66	50,64
300	99,92	98,58	98,49	98,44	300	50,01	50,55	50,64	50,63
300	99,94	98,58	98,41	98,51	300	50,01	50,57	50,64	50,61

**Tabela 16: Resultados obtidos para realização dos testes de ANOVA com vazão fixa**

ANÁLISE DE RECUPERAÇÃO MÁSSICA  
VAZÃO FIXA

GRANULOMETRIA X FREQUÊNCIA

5 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	75,81	44,23	31,57	20,18
53	75,83	44,59	31,56	18,59
53	75,41	43,61	31,28	19,35
75	91,44	90,68	89,87	89,84
75	90,86	90,06	90,54	89,54
75	92,48	90,06	90,55	89,36
106	98,25	97,26	95,47	95,50
106	98,35	97,26	95,93	96,01
106	98,24	97,26	96,10	95,73
150	99,59	98,17	97,90	97,73
150	99,53	98,58	98,42	97,17
150	99,52	98,37	97,51	97,46
212	99,83	99,86	99,83	99,70
212	99,82	99,84	99,85	99,68
212	99,86	99,85	99,86	99,75
300	99,97	99,99	99,95	99,91
300	99,97	99,98	99,93	99,92
300	99,95	99,97	99,92	99,94

10 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	52,30	44,52	44,28	44,23
53	50,28	44,60	47,79	44,59
53	52,33	44,93	45,82	43,61
75	56,10	53,25	51,81	50,70
75	71,86	52,68	50,06	49,95
75	57,64	51,75	53,55	49,59
106	85,81	89,40	86,76	85,31
106	84,84	88,69	87,01	87,74
106	84,91	88,02	84,77	89,19

ANÁLISE DE TEOR  
VAZÃO FIXA

GRANULOMETRIA X FREQUÊNCIA

5 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	61,44	61,28	63,00	63,65
53	61,72	61,49	61,82	63,39
53	61,21	61,29	62,45	63,72
75	53,72	54,37	54,97	54,78
75	54,04	54,45	54,90	54,86
75	53,39	54,48	54,75	54,81
106	50,87	51,40	52,31	52,33
106	50,78	51,32	52,08	52,04
106	50,86	51,34	51,99	52,19
150	50,17	50,85	50,99	51,09
150	50,19	50,69	50,80	51,35
150	50,20	50,79	51,20	51,22
212	50,08	50,06	50,07	50,13
212	50,08	50,06	50,06	50,14
212	50,05	50,06	50,06	50,12
300	50,01	50,01	50,01	50,02
300	50,02	50,01	50,01	50,01
300	50,01	50,01	50,02	50,01

10 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	85,22	91,36	94,91	94,47
53	87,89	93,71	89,32	94,41
53	86,40	92,04	91,21	95,33
75	81,50	86,15	85,89	86,00
75	63,95	86,67	86,70	86,84
75	79,43	88,06	85,46	86,69
106	57,76	55,61	56,94	58,12
106	58,64	56,06	56,84	56,62
106	58,56	56,43	58,24	55,76

150	93,79	91,71	95,48	93,98
150	94,55	91,98	95,04	94,45
150	95,42	91,74	96,24	94,55
212	98,69	98,90	98,87	98,49
212	99,59	99,13	98,78	98,41
212	99,18	99,18	99,03	98,65
300	99,18	99,16	99,11	98,52
300	99,20	99,28	99,09	98,58
300	99,14	99,10	99,08	98,58

15 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	41,06	38,51	34,37	31,57
53	41,65	39,85	34,28	31,56
53	41,75	37,62	34,24	31,28
75	49,46	41,55	64,73	38,58
75	47,77	44,31	63,45	36,94
75	52,01	48,51	61,58	35,57
106	68,43	70,61	64,73	62,46
106	67,57	69,10	63,47	60,41
106	65,45	64,27	61,58	58,43
150	90,02	85,46	88,28	86,75
150	89,12	83,87	89,02	86,22
150	90,62	85,91	87,53	85,26
212	96,77	96,87	96,33	97,80
212	96,21	96,62	96,54	95,72
212	96,66	96,51	96,62	96,88
300	99,92	99,83	99,70	98,41
300	99,88	99,84	99,73	98,49
300	99,91	99,86	98,87	98,41

20 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	33,88	29,22	22,22	20,18
53	32,14	25,75	28,28	18,59
53	32,53	26,74	25,73	19,35
75	46,65	45,00	43,16	39,14
75	45,29	44,23	42,14	38,25
75	46,05	45,66	43,58	38,59
106	53,65	44,85	42,21	37,84
106	51,50	46,00	41,89	40,17
106	49,92	44,23	41,28	39,25
150	79,57	80,23	77,82	73,37

150	53,29	54,23	52,23	52,79
150	52,86	54,15	52,40	52,57
150	52,37	54,24	51,77	52,45
212	50,59	50,48	50,50	50,70
212	50,18	50,39	50,53	50,64
212	50,34	50,39	50,44	50,52
300	50,38	50,40	50,40	50,63
300	50,38	50,34	50,42	50,55
300	50,39	50,41	50,40	50,57

15 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	89,77	91,65	98,07	100,00
53	89,16	93,40	99,40	99,28
53	89,62	93,10	98,74	99,62
75	85,09	93,81	73,49	96,89
75	88,05	92,94	72,12	100,00
75	83,25	90,72	74,02	100,00
106	71,13	70,18	73,49	77,25
106	72,24	71,42	72,13	80,41
106	74,55	75,71	74,02	82,90
150	55,32	58,16	56,08	56,69
150	55,70	56,91	55,70	56,92
150	55,13	57,80	56,43	57,36
212	51,31	51,29	51,56	50,73
212	51,55	51,34	51,50	51,77
212	51,40	51,57	51,41	51,34
300	50,03	50,06	50,13	50,66
300	50,04	50,06	50,12	50,64
300	50,04	50,06	50,36	50,64

20 LPM	FREQÜÊNCIA (RPM)			
GRANULOMETRIA (µm)	20	35	50	65
53	86,84	91,05	90,98	100,00
53	86,95	93,60	90,19	99,92
53	87,38	92,59	89,99	100,00
75	90,05	95,36	99,43	100,00
75	94,32	95,08	99,78	100,00
75	91,25	95,43	100,00	99,93
106	85,43	94,81	97,02	98,86
106	86,84	93,28	96,52	98,51
106	88,81	95,08	99,28	101,14
150	62,62	62,04	64,01	67,62

150	79,44	77,82	77,16	75,30	150	62,69	63,86	64,52	65,84
150	80,84	78,88	78,13	72,96	150	61,65	63,08	63,75	67,84
212	92,50	90,29	91,37	90,34	212	53,86	54,98	54,34	54,86
212	88,67	91,76	91,35	88,37	212	56,02	54,21	54,33	56,04
212	87,66	91,30	88,51	90,18	212	56,65	54,42	55,96	55,01
300	99,18	98,49	99,11	98,49	300	50,39	50,72	50,42	50,64
300	99,17	99,17	99,08	98,44	300	50,39	50,40	50,43	50,63
300	99,13	99,18	99,09	98,51	300	50,39	50,38	50,42	50,61

## 12 ANEXO 4

**Tabela 17: Resultados dos testes de análise granulométrica no equipamento *Mastrsize 3000*.**

TESTE 1		TESTE 2		TESTE 3	
DIÂMETRO	% ACUMULADA	DIÂMETRO	% ACUMULADA	DIÂMETRO	% ACUMULADA
3,0887	0,06972	3,0887	0,05453	3,0887	0,05021
3,5983	0,15253	3,5983	0,1216	3,5983	0,11929
4,192	0,27821	4,192	0,22803	4,192	0,23955
4,8837	0,45678	4,8837	0,37557	4,8837	0,40686
5,6895	0,66914	5,6895	0,54138	5,6895	0,58754
6,6283	0,90504	6,6283	0,72231	6,6283	0,7761
7,7219	1,18379	7,7219	0,9454	7,7219	1,00396
8,996	1,53725	8,996	1,23857	8,996	1,30247
10,4804	1,97658	10,4804	1,59994	10,4804	1,67251
12,2096	2,49871	12,2096	2,01529	12,2096	2,10561
14,2242	3,10922	14,2242	2,48788	14,2242	2,60713
16,5712	3,83429	16,5712	3,04892	16,5712	3,19866
19,3055	4,70414	19,3055	3,74307	19,3055	3,91297
22,4909	5,75012	22,4909	4,61409	22,4909	4,79754
26,2019	6,99657	26,2019	5,69108	26,2019	5,9003
30,5252	8,48749	30,5252	7,01549	30,5252	7,27124
35,5618	10,34289	35,5618	8,69915	35,5618	8,9992
41,4295	12,78224	41,4295	10,94923	41,4295	11,26522
48,2654	16,08362	48,2654	14,00671	48,2654	14,36009
56,2292	20,46638	56,2292	18,00081	56,2292	18,56781
65,507	26,00461	65,507	22,90236	65,507	23,98784
76,3157	32,64226	76,3157	28,67147	76,3157	30,49688
88,9077	40,36418	88,9077	35,49154	88,9077	38,01478
103,5775	49,19607	103,5775	43,61938	103,5775	46,70399
120,6678	58,83438	120,6678	52,81809	120,6678	56,61205
140,578	68,56434	140,578	62,14423	140,578	67,19247
163,7733	77,66004	163,7733	70,49271	163,7733	77,69016
190,7959	86,0154	190,7959	77,2365	190,7959	86,89267
222,2773	92,87365	222,2773	82,47983	222,2773	93,89246
258,953	97,31628	258,953	86,73469	258,953	98,01788
301,68021	98,11001	301,68021	90,44001	301,68021	98,14021
351,45749	98,23342	351,45749	95,10353	351,45749	98,21101

## 12.1 TESTES DE VARIÂNCIA

Para Montgomery (2003) muitos problemas de engenharia concentra-se em decidir se deve aceitar ou rejeitar uma afirmação sobre algum parâmetro. A afirmação é chamada de hipótese, bem como o processo de tomada de decisões sobre a hipótese é chamado de teste hipótese. Segundo o mesmo autor, este é um dos aspectos mais úteis de inferência estatística, uma vez que muitos tipos de problemas, testes ou experiências no mundo da engenharia de tomada de decisão podem ser formulados como problemas de teste de hipótese.

Com isso podemos definir o teste de hipótese como sendo a afirmação sobre os parâmetros de uma ou mais populações (MONTGOMERY,2003).

Considere as hipóteses nula e alternativa, dadas por:

$$H_o: \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad (73)$$

$$H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \text{ (ou } \sigma^2 > \sigma_0^2 \text{ ou } \sigma^2 < \sigma_0^2 \text{)}. \quad (74)$$

Onde ,  $\sigma^2$  representa a variância populacional em que estamos interessados e  $\sigma_0^2$  é um valor numérico particular para o parâmetro. Para testar a hipótese  $H_o$ , obtemos uma amostra de tamanho  $n$  da população. Um estimador não viciado é utilizado no teste e construímos assim uma região crítica:

$$RC = \{\vartheta \in \mathbb{R} | \vartheta < \vartheta_{c1} \text{ ou } \vartheta > \vartheta_{c2}\} \quad (75)$$

com  $\vartheta_{c1}$  e  $\vartheta_{c2}$ , determinados a partir da distribuição desejada e do nível de significância  $\alpha$ . Para estimadores de variância utilizamos o seguinte:

$$S^2 = \frac{(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2)}{(n-1)} \quad (76)$$

A vantagem em se utilizar esse estimador é devido a sua consistência e por ser um estimador de variância não viciado.

Com isso podemos aplicar um teste que tem a capacidade de verificar se as variâncias de duas populações são iguais. Para isso utilizaremos a quantidade  $F$ .

$$F = \frac{S_o^2}{S_a^2} \quad (77)$$

Utilizaremos a distribuição Fisher-Snedecor, que é caracterizado pelos graus de liberdade associados às quantidades presentes no numerador e no denominador de  $F$ , no caso,

$n_1 - 1$  e  $n_2 - 1$ , respectivamente. Para a distribuição de Fisher-Snedecor, utilizaremos a notação  $F(a, b)$ , sendo  $a$  e  $b$  os graus de liberdade.

Probabilidades baseadas na distribuição de Fisher-Snedecor têm de ser calculadas computacionalmente e são obtidas em planilhas eletrônicas programas estatísticos. Para valores selecionados de  $n_1$  e  $n_2$ , tabelas podem ser consultadas e, em geral, são construídas de forma a fornecer, para uma dada probabilidade, o valor de  $f_c$ .

Assim, para um nível de significância  $\alpha$  pré-fixado, podemos obter os valores  $f_1$  e  $f_2$  tais que:

$$P(F < f_1 \text{ ou } F < f_2) = \alpha, \quad (78)$$

Com

$$F \sim F(n_1 - 1; n_2 - 1) \quad (79)$$

A região crítica para o teste bilateral é dada por

$$RC = \{f \in \mathbb{R} | f < f_1 \text{ ou } f > f_2\} \quad (80)$$

Portanto, se  $f_{obs} \in RC$ , rejeitamos a hipótese de igualdade das variâncias.

### 12.1.1 Análise de variância (ANOVA)

Segundo Magalhães (2004), para a análise, consideramos um modelo estatístico, em que cada observação  $y$  pode ser decomposta em duas componentes: sistemática e aleatória, esta última representando variações individuais e todos os fatores que não são explicados pela parte sistemática. Matematicamente, podemos escrever:

$$Y = \mu + e \quad (81)$$

Assim, se  $Y$  representa a observação associada a uma unidade experimental, a parte sistemática  $\mu$ , pode ser vista como a média populacional, que é fixa, e a parte aleatória  $e$  como a informação referente a outros fatores que podem influir nas observações mas não são incorporadas em  $\mu$ .

Suponha que estamos interessados em comparar as médias de  $K$  populações, isto é, queremos testar

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K$$

$H_a$ : pelo menos uma das médias  $\mu_i$  é diferente das demais.

Para tanto, obtemos K amostras independentes, com  $m$  indivíduos em cada uma delas. Nesta situação, o modelo estatístico para a  $j$ -ésima unidade experimental, da  $i$ -ésima população é dado por:

$$\text{Modelo 1: } Y_{ij} = \mu_i + e_{ij}, \quad i = 1, \dots, K; j = 1, \dots, m$$

Caso a hipótese  $H_0$  seja verdadeira, teremos que todas as médias para as K populações serão iguais a um valor comum  $\mu$ . O modelo pode, então, ser escrito como

$$\text{Modelo 0: } Y_{ij} = \mu + e_{ij}^*, \quad i = 1, \dots, K; j = 1, \dots, m$$

Levando-se em conta que, no Modelo 1, estamos supondo diferentes médias para as K populações, consideramos os dados oriundos de cada uma dessas populações para estimar a correspondente média. Assim, segundo o Modelo 1 temos:

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Y_{ij} = \bar{Y}_i, \quad i = 1, \dots, K \quad (83)$$

Para o Modelo 0, como assumimos que todas as populações têm a mesma média,

$$\hat{\mu} = \frac{1}{mK} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m Y_{ij} = \bar{Y} \quad (84)$$

Substituindo as estimativas acima nas correspondentes somas de quadrados apresentadas anteriormente, definimos as quantidades soma de quadrados dentro (SQD) e soma de quadrados total (SQT), da seguinte forma:

$$SQD = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - \hat{\mu}_i)^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m Y_{ij}^2 - m \sum_{i=1}^K \bar{Y}_i^2; \quad (85)$$

$$SQT = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - \hat{\mu})^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m Y_{ij}^2 - m \bar{Y}^2. \quad (86)$$

A diferença entre SQT e SQD representa a soma de quadrados entre e será denotada por SQE, isto é,

$$SQE = SQT - SQD. \quad (87)$$

Das expressões para a soma de quadrados total e de dentro, segue que:

$$SQE = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m (Y_{ij} - \bar{Y})^2 = m \left( \sum_{i=1}^K \bar{Y}_i^2 - K\bar{Y}^2 \right). \quad (88)$$

Cada uma das somas de quadrados envolve um certo número de quantidades que estão sendo estimadas. Por exemplo, SQT contém  $\bar{Y}$  e SQD contém  $\bar{Y}_i$ ,  $i = 1, \dots, K$ . Levando este fato em consideração e o número de observações nas amostras, definimos os correspondentes quadrados médios:

$$QMT = \frac{SQT}{Km-1}: \text{quadrado médio total,}$$

$$QMD = \frac{SQD}{Km-K} = \frac{SQD}{K(m-1)}: \text{quadrado médio dentro,}$$

$$QME = \frac{SQE}{K-1}: \text{quadrado médio entre,}$$

Definimos, então, a quantidade

$$F = \frac{QME}{QMD} \quad (89)$$

Quanto maior for o valor de  $F$ , maior será  $QME$  comparado a  $QMD$  e, assim, maiores as evidências contra  $H_0$ . Para caracterizarmos o valor crítico a partir do qual rejeitamos  $H_0$ , precisamos encontrar a distribuição de probabilidade para  $F$ , supondo as seguintes condições:

- $Y_{ij}$  são variáveis aleatórias independentes;
- Todas as  $K$  populações têm variâncias iguais a  $\sigma^2$ ;
- $Y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2)$ ,  $i = 1, \dots, K$  e  $j = 1, \dots, m$ ,

pode ser mostrado que

$$F \sim F(K-1, K(m-1)) \quad (90)$$

isto é, a quantidade  $F$  tem distribuição de Fisher-Snedecor com  $K-1$  e  $K(m-1)$  graus de liberdade. Temos, agora, condições de encontrar o valor crítico  $f_c$ , e determinar a região crítica do teste, que será da forma:

$$RC = \{f \in \mathbb{R}^+ | f < f_c\} \quad (91)$$

Através da distribuição de Fisher-Snedecor, com os respectivos graus de liberdade e, considerando o intervalo de confiança desejado, obtemos o valor tabelado de  $f_c$ . Logo, concluímos que, ao determinado nível de significância de  $\alpha$ , caso  $f_{obs} > f_{crit}$  afirmamos que não há igualdade das variâncias.